

سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات  
و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

## زوج مرتب

- اگر زوج های مرتب  $(x^2 + y - 5, 3)$  و  $(0, x + \frac{y}{2})$  برابر باشند،  $y + x$  کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دهم - مرحله ۱۰

## تعریف تابع

- اگر رابطه  $f = \{(-1, -a), (1 - b, -b), (a^2 - b, -2), (-b, -1), (-1, a^2 - 2a)\}$  یک تابع باشد،

مقدار  $b \times a$  کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - تابستانه دوم

- اگر رابطه  $f = \{(1, 2), (2, 3), (1, a^2 - a), (a^2, 5), (a^3, 0)\}$  تابع باشد، چند مقدار برای  $a$  وجود دارد؟

۴ (۰) صفر

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۱

- اگر  $\{(2, 2a + 4), (2, -4a - 2), \left(-\frac{4}{2a}, b - 1\right), \left(\frac{2b}{3}, c + 1\right)\}$  یک تابع باشد، حاصل

$b - 2c + a$  کدام است؟

۴ (۰) صفر

۳ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دهم - مرحله ۱۰

- اگر رابطه  $f = \{(2, a), (a, a^2 - 2), (a, 2a - 4), (2a^2 - 6, b)\}$  یک تابع باشد، حاصل

کدام می تواند باشد؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱

- اگر رابطه  $R = \{(6, 4x + y), (5, x^2 - y^2), (6, 64), (5, 15)\}$  یک تابع باشد، مقدار  $x^y$  برابر

کدام است؟

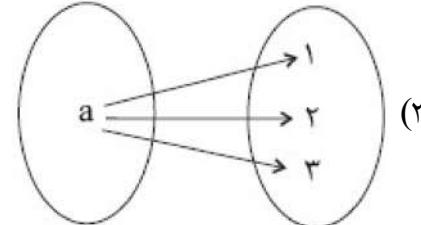
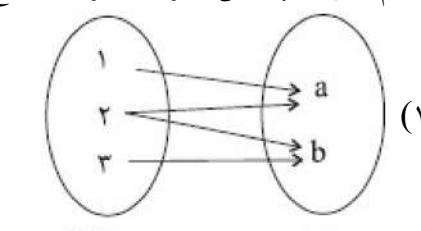
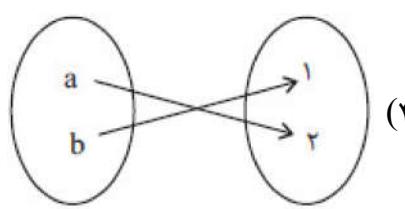
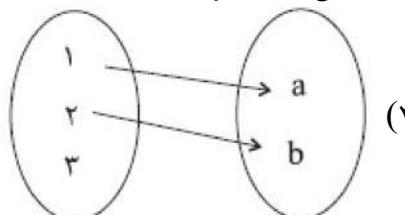
-۱ (۴)

۱ (۳)

 $\frac{1}{4} (۲)$  $\frac{1}{2} (۱)$ 

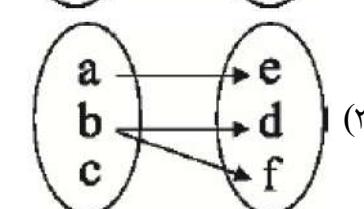
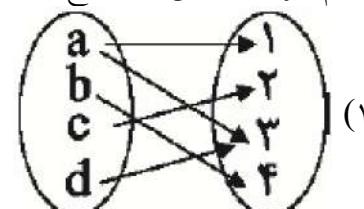
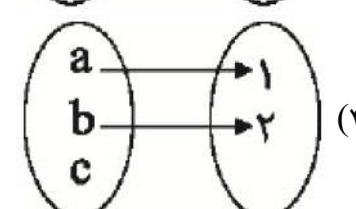
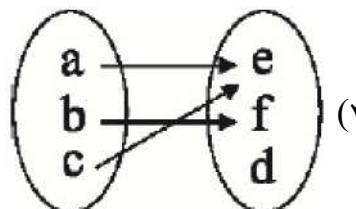
دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دهم - مرحله ۱۰

۷- کدام نمودار پیکانی زیر، بیانگر یک تابع است؟ (a و b اعداد حقیقی و متمایز هستند.)



دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دهم - مرحله ۱۰

۸- کدام گزینه نمایش یک تابع است؟



دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دهم - مرحله ۱۰

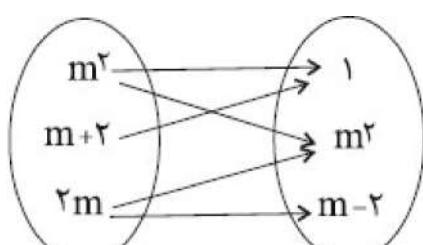
۹- به ازای چه مقدار  $m$  نمودار پیکانی زیر نمایش یک تابع است؟

(۱) هیچ مقدار برای  $m$  وجود ندارد.

۱ (۲)

۲ (۳)

۳ (۴)



دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دهم - مرحله ۱۰

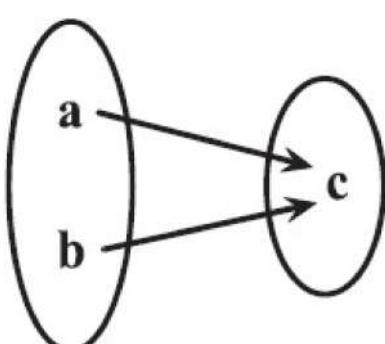
۱۰- اگر نمودار ون تابع  $f = \{(2x^2 - 6, x^2), (4x, x+6)\}$  مطابق شکل زیر باشد، کدام یک، جزء مؤلفه‌های اول این تابع است؟ ( $a \neq b$ )

۱ (۲)

۴ (۲)

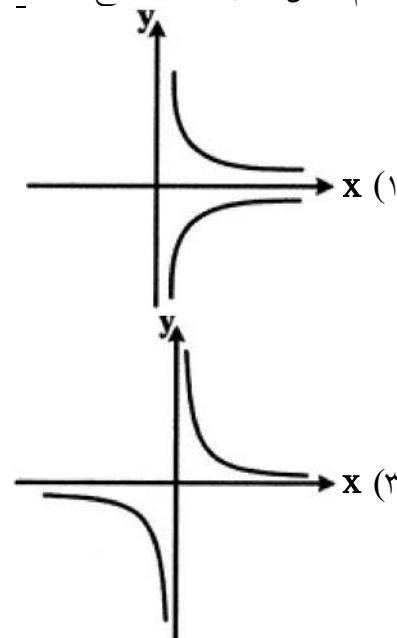
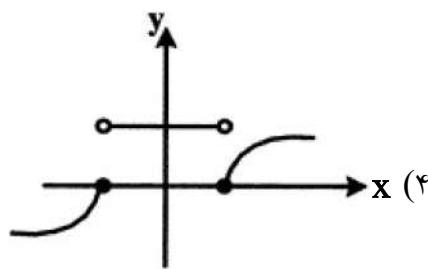
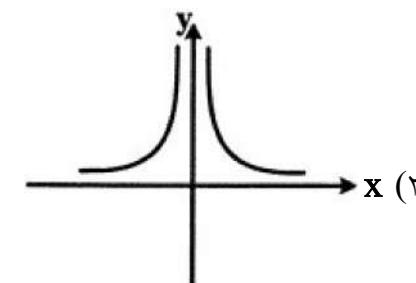
۸ (۳)

۲ (۴)



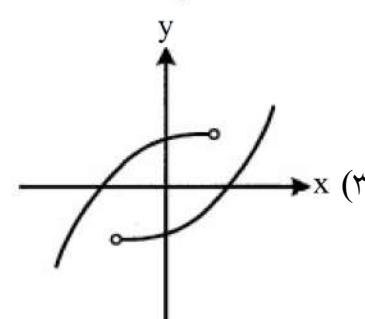
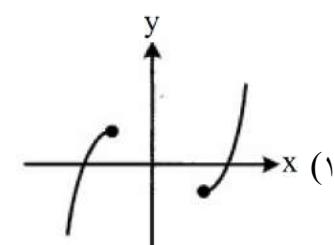
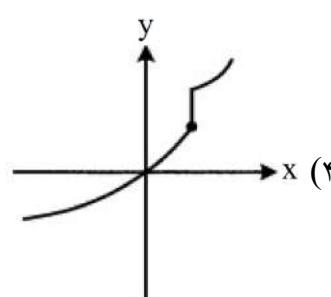
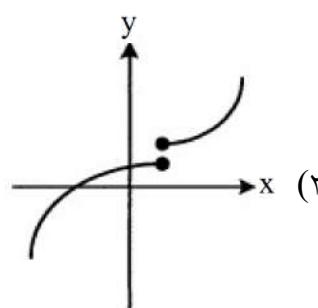
دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دهم - مرحله ۱۰

۱۱- کدام شکل، نمودار یک تابع نیست؟



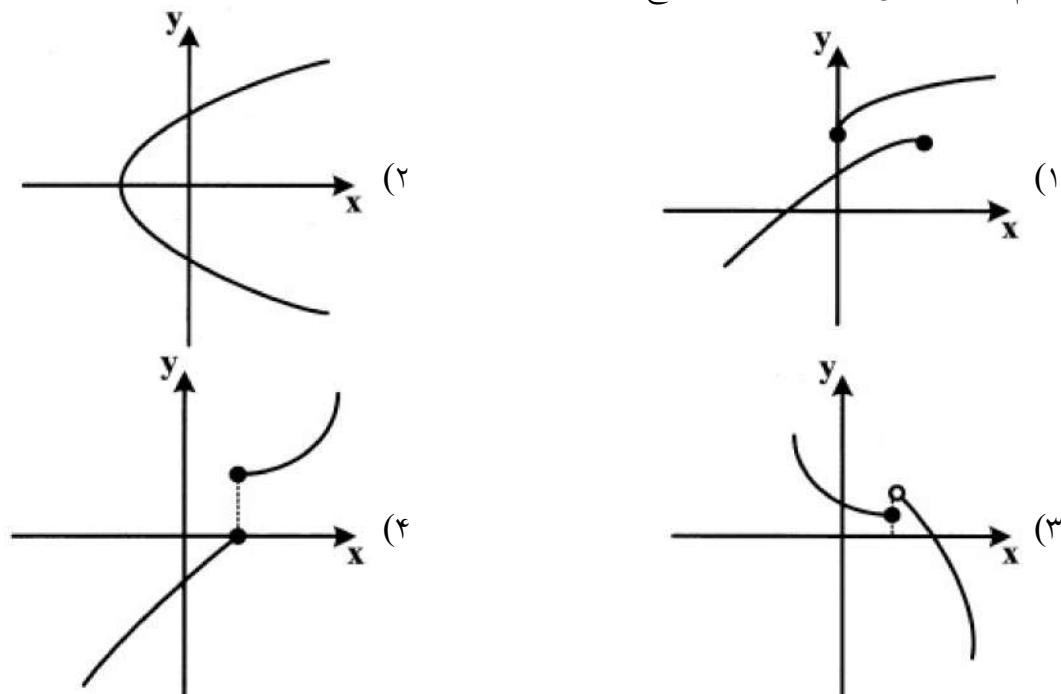
دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۳

۱۲- کدامیک از شکل‌های زیر نمودار یک تابع است؟



دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۴

۱۳- کدامیک از شکل‌های زیر نمایش تابع است؟



دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۵

۱۴- در کدام معادله زیر،  $y$  تابعی از  $x$  است؟

$$x^2 + y^2 = 1 \quad (4)$$

$$|y| - x^2 = 0 \quad (3)$$

$$y = x + |x| \quad (2)$$

$$|y| + |x| = 1 \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۳

## دامنه و برد

۱۵- اگر دامنهٔ تابع  $y = \frac{1}{2} - \frac{x}{3}$  باشد، برد آن کدام است؟

$$\left[-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right] \quad (4)$$

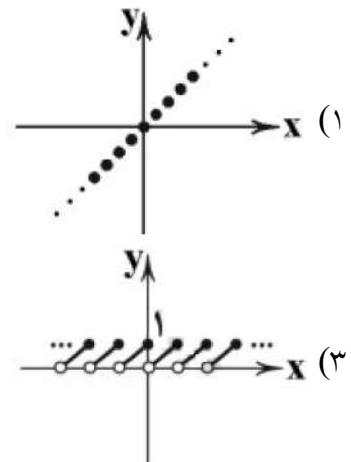
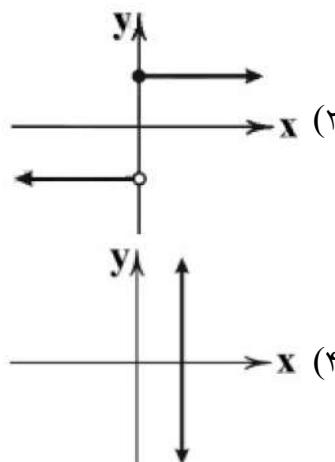
$$\left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right] \quad (3)$$

$$\left(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right] \quad (2)$$

$$\left[-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right) \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵ - دهم - مرحله ۱۶

۱۶- کدام رابطه نمایش تابعی با دامنهٔ نامتناهی و برد متناهی است؟



دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۵-۹۶ - دهم - مرحله ۱۶

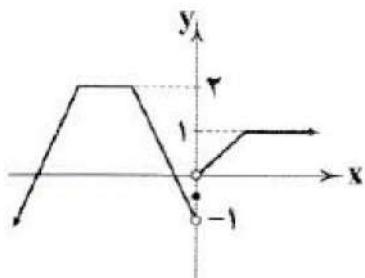
۱۷- برد تابع  $f$  کدام است؟

$R$  (۱)

(-۱, ۲] (۲)

(-∞, ۲] (۳)

(۴) تابع  $f$  نیست.



دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - دهم - مرحله ۱۸

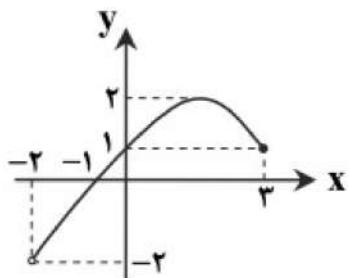
۱۸- اگر دامنهٔ تابع مقابل را  $D$  و برد آن را  $R$  بنامیم،  $D \cap R$  کدام است؟

[-۲, ۳] (۱)

(-۲, ۲] (۲)

(-۲, ۳) (۳)

(-۲, ۲) (۴)



دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دهم - سال تحصیلی ۹۵-۹۶ - مرحله ۷

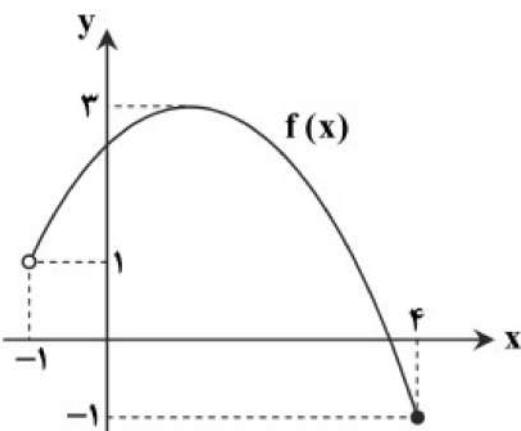
۱۹- با توجه به نمودار تابع  $y = f(x)$ ، اگر مجموعهٔ دامنه را با  $D$  و مجموعهٔ برد را با  $R$  نمایش دهیم، حاصل  $R - D$  کدام است؟

[-۱, ۳] (۱)

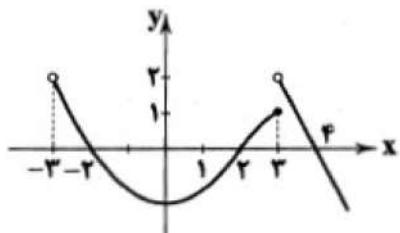
[۳, ۴] (۲)

{-1} (۳)

(۳, ۴] (۴)



دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دهم - سال تحصیلی ۹۵-۹۶ - مرحله ۱۰



-۲۰- اگر نمودار زیر مربوط به تابع  $y = f(x)$  باشد، دامنهٔ تابع  $y = g(x) = \sqrt{xf(x)}$  شامل چند عدد صحیح است؟

- ۶ (۲) ۲ (۱)  
۴ (۳) ۵ (۳)  
بی‌شمار

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - دهم - مرحله ۲۲

## تابع ثابت

-۲۱- اگر  $f = \{(-1, -2), (-a, 2b-a), (0, 4b)\}$  یک تابع ثابت باشد، مقدار  $b - a$  کدام است؟

- ۲ (۴) -۱ (۳)  $\frac{3}{2}$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دهم - مرحله ۸

-۲۲- اگر  $f = \{(0, a+1), (-1, 2-a), (1, 2a+b)\}$  تابعی ثابت باشد، مقدار  $b$  کدام است؟

- $\frac{1}{2}$  (۴) -۱ (۳) ۱ (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۵ - دهم - مرحله ۱۶

-۲۳- اگر برد تابع ثابت  $f(x)$  به صورت  $\{2a-3, 3-a\}$  باشد، حاصل  $f(5)$  کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴)

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۷

## تابع همانی

-۲۴- اگر  $f = \{(4a+b, b+1), (4a+b^2, 1-2b), (b^2, 4)\}$  یک تابع همانی باشد،  $a+b$  کدام است؟

- $-\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{9}{4}$  (۲)  $-\frac{7}{4}$  (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - دهم - مرحله ۱۳

-۲۵- کدام یک از تابع‌های زیر تابع همانی نیست؟

$$y = |x| \quad (۲) \qquad f(x) = \frac{x^2}{x} \quad (۱)$$

$$f(x) = y \quad \begin{array}{|c|ccc|} \hline x & 5 & 1 & m \\ \hline f(x) & 5 & 1 & m \\ \hline \end{array} \quad (۴) \qquad f = \{(1, 1), (0, 0)\} \quad (۳)$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - دهم - مرحله ۱۴

۲۶- اگر تابع  $f = \{(2n, -1), (4, m+1)\}$  یک تابع ثابت و تابع  $g = \{(m-1, 2n), (1, 1)\}$  یک تابع همانی باشد، آنگاه  $n - m$  کدام است؟

۳ (۴)

-۱ (۳)

 $\frac{1}{2}$  (۲) $-\frac{2}{3}$  (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - دهم - مرحله ۱۵

۲۷- اگر تابع  $f = \{(2, 3), (4, m), (5, n^2 - m^2)\}$  تابع ثابت

و تابع  $g = \left\{ \left(1, \frac{a^2}{3}\right), (3, a^2), (7, b^3) \right\}$  تابع همانی باشد، حاصل  $4f(5) - 5g(3)$  کدام است؟

-۳ (۴)

۳ (۳)

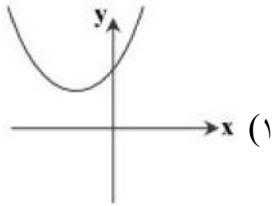
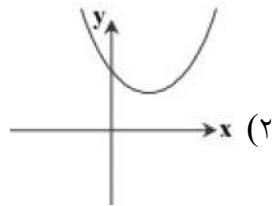
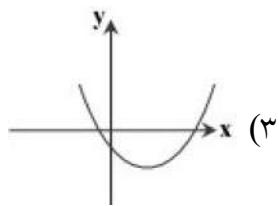
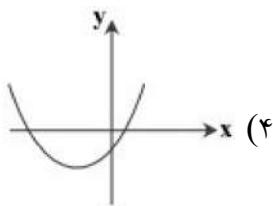
-۶ (۲)

۲ (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - دهم - مرحله ۱۳

۲۸- اگر تابع  $f = \{(1, 2), (2, a), (3, b)\}$  تابعی ثابت و تابع  $g = \{(2, 2), (5, 5), (0, c-1)\}$  تابعی همانی باشد،

نمودار تابع با ضابطه  $h(x) = (cx - a)^2 + b$  کدام است؟



دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۱

۲۹- اگر  $f$  تابعی ثابت و  $g$  تابعی همانی باشد، به طوری که  $3f(2) = g(4) + 9f(-1)$ ، مقدار  $g(5) + 9f(-1)$  کدام است؟

۱۷ (۴)

۱۲ (۳)

۵ (۲)

۳۶ (۱)

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۸

۳۰- اگر  $f$  تابع همانی و  $g$  تابعی ثابت باشد، به طوری که  $g(f(-1)) - g(1) + 1 = f(g(2))$ ، حاصل  $(g(f(-1)))^2$  کدام است؟

-۱ (۴)

-۲ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - دهم - مرحله ۲۰

۳۱- اگر  $f$  تابعی ثابت و  $g$  تابع همانی باشد و تساوی  $(f(3))^2 + g(3) = 4f(4) + f(5) + g(5)$  برقرار باشد،  $(f(3))^2 + g(3) - 4f(4) - f(5) - g(5)$  کدام می‌تواند باشد؟

۸ (۴)

۷ (۳)

-۶ (۲)

-۵ (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - دهم - مرحله ۱۳

-۳۲- اگر  $f$  تابع همانی و  $g$  تابعی ثابت باشد و داشته باشیم  $\frac{g(-1)f(4) + g(4)f(2)}{g(2) + f(-2)} = 3$  کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

(۲) صفر

-۳ (۱)

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دهم - سال تحصیلی ۹۵-۹۶ - مرحله ۷

-۳۳- اگر  $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$  تابعی همانی باشد، حاصل  $a - b + c - d$  کدام است؟

-۱ (۴)

(۳) صفر

۲ (۲)

۱ (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۵-۹۶ - دهم - مرحله ۱۶

-۳۴- اگر تابع  $f$  به ازای هر  $x$  از دامنه خود برابر باشد،  $a - b$  کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - دهم - مرحله ۱۴

-۳۵- اگر  $f(x) = \frac{(m-1)x^4 + (x-1)^3 + a(x+1)^3}{2x^2 + 6}$  یک تابع همانی باشد، حاصل  $(m+1)^{a+1}$  چه قدر است؟

۳ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۹

## تابع خطی

-۳۶- اگر  $f = \{(1, m+2), (0, m), (2, 2)\}$  یک تابع خطی باشد، مقدار  $m$  کدام است؟

-۲ (۴)

-۱ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۷

-۳۷- اگر دامنه تابع  $f(x) = 2x + 7$  باشد، برد آن کدام است؟

[۷, ۹] (۴)

[۹, ۱۱] (۳)

[۷, ۱۱] (۲)

[۰, ۹] (۱)

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۶

-۳۸- اگر برد تابع خطی  $y = 2 - \frac{1}{3}x$  برابر با  $(3, 1)$  باشد، دامنه آن شامل چند عدد صحیح است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۴ (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - دهم - مرحله ۱۹

-۳۹- اگر دامنه تابع خطی  $f$  برابر  $[-2, 4]$  و برد آن برابر  $[1, 2]$  باشد، کدام گزینه همواره برقرار است؟

 $f(1) = \frac{1}{2}$  (۴) $f(2) = 0$  (۳) $f(3) = \frac{3}{2}$  (۲) $f(0) = 0$  (۱)

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۱

۴۰-  $f$  تابعی خطی است که نمودار آن از نقاط  $(1, -1)$  و  $(3, 1)$  می‌گذرد. مساحت مثلثی که نمودار تابع  $f$  با محورهای مختصات ایجاد می‌کند، چه قدر است؟

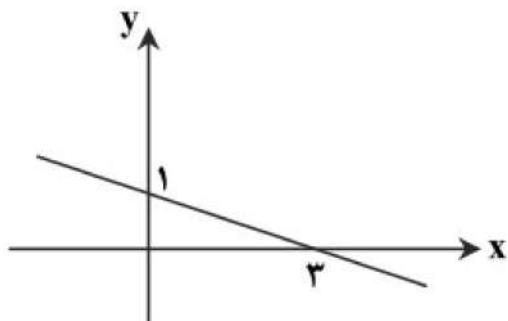
۲ (۴)

۴ (۳)

۱ (۲)

۱ (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - دهم - مرحله ۲۲



دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دهم - سال تحصیلی ۹۵-۹۶ - مرحله ۸

۴۱- نمودار تابع خطی  $f$  به صورت مقابل است. مقدار  $f(1)$  کدام است؟

۱ (۲)

۱ (۱)

۳ (۴)

۲ (۳)

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دهم - سال تحصیلی ۹۵-۹۶ - مرحله ۷

۴۲- در مورد تابع خطی  $f$  می‌دانیم  $f(-1) = 5$  و  $f(1) = -1$ . این تابع محور طولها را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

-۱ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۱

۴۳-  $f$  تابعی خطی است که از نقاط  $A(3, -1)$  و  $B(-1, 3)$  عبور می‌کند. کدام تابع ثابت است؟

 $x + 2f(x)$  $f(x) + 2x$  $6x - 2f(x)$  $2f(x) - 3x$ 

(۱)

(۲)

(۳)

(۴)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - دهم - مرحله ۱۳

۴۴- در یک تابع خطی داریم:  $f(t) = 47$  و  $f(-1) = -5$ . اگر  $f(t) = 47$  باشد، مقدار  $t$  کدام است؟

۱۲ (۴)

۲۲ (۳)

۲۵ (۲)

۹۱ (۱)

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دهم - سال تحصیلی ۹۵-۹۶ - مرحله ۱

۴۵- اگر  $f$  یک تابع خطی باشد به گونه‌ای که  $f(-3) = 12 + f(-1)$ ، شیب این خط کدام است؟

-۶ (۴)

۶ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دهم - سال تحصیلی ۹۵-۹۶ - مرحله ۱۰

۴۶- اگر  $f(x)$  یک تابع خطی و  $f(2) = 1$  باشد، آنگاه نمودار تابع  $f$  محور  $y$  را با چه عرضی قطع می‌کند؟

-۱ (۴)

-۱ (۳)

۱ (۲)

۱ (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۲

۴۷- اگر  $f(x) = 2x - f(-1)$  باشد، حاصل  $f(-1)$  کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

-۲ (۲)

-۳ (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۵-۹۶ - دهم - مرحله ۱۶

۴۸- در تابع خطی  $f(x) = ax + b$  و  $a < 0$  کدام است؟  $f(f(3)) = 7$

۷ (۴)

۴ (۳)

 $\frac{1}{3}$  (۲)

۱۱ (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - دهم - مرحله ۱۳

۴۹- اگر  $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$  یک تابع خطی گذرا از مبدأ باشد، کدام نتیجه‌گیری لزوماً صحیح است؟

 $c^2 + b^2 = 0$  (۴) $bc \neq 0$  (۳) $ad = 0$  (۲) $ad \neq 0$  (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۵ - دهم - مرحله ۱۶

۵۰- اگر  $f$  تابع خطی باشد به صورتی که رابطه  $x = f(x+2) + f(x-1)$  برقرار باشد، آن‌گاه (۲) کدام است؟

 $\frac{1}{2}$  (۴)

۱ (۳)

 $\frac{3}{4}$  (۲) $\frac{5}{2}$  (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱

۵۱- در یک تابع خطی داریم:  $f(x) = -2f(-x)$  و  $f(4) = -12$  در این صورت (۱۰) کدام است؟

۲۴ (۴)

۱۸ (۳)

۲۰ (۲)

۱۲ (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - دهم - مرحله ۱۱

۵۲- در یک تابع خطی داریم:  $f(x+2) = f(x) + 2$ . ضابطه‌ی این تابع به کدام صورت است؟

$$f(x) = 2x - 1 \quad (۱) \quad f(x) = 3x - 1 \quad (۲) \quad f(x) = x + 3 \quad (۳) \quad f(x) = 2x + 1 \quad (۴)$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - دهم - مرحله ۱۱

۵۳- در مورد تابع  $f$  با دامنه  $R$ ، اگر تساوی  $f(2x+1) + f(3) = 5x - 1$  برقرار باشد، آن‌گاه مقدار (۵) کدام است؟

۷ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - دهم - مرحله ۱۱

۵۴- تابع  $f(x)$  دارای این ویژگی است که  $f(5) = \frac{f(x+1) + f(x-1)}{2}$  باشد، (۵) کدام است؟

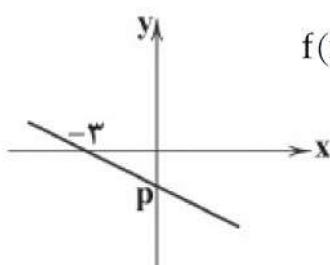
۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱) صفر  
کدام است؟

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۲



۵۵- اگر نمودار زیر مربوط به چندجمله‌ای  $f(x) = (x+1)^3 - (x+2)^3 + mx^2 + nx + 5$  باشد، مقدار  $m + 3n + p$  چه قدر است؟

۳ (۱)

۲۵ (۲)

-۳ (۳)

۲۶ (۴)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۸

## تابع چندضابطه ای

-۵۶- اگر رابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + a & x \geq 3 \\ 2x - a & x \leq 3 \end{cases}$  کدام است؟

-۲ (۴)

-۶ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۳

-۵۷- اگر  $f(x) = \begin{cases} 2ax + 5b & x \geq 2 \\ -2x^2 + 1 & -1 \leq x \leq 2 \\ b - ax & x \leq -1 \end{cases}$  کدام است؟

۸ (۴)

صفر (۳)

-۱ (۲)

-۶ (۱)

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گرینه ۲ - دهم - سال تحصیلی ۹۵-۹۶ - مرحله ۷

-۵۸- با توجه به تابع  $f(x) = \begin{cases} x & x \geq 2 \\ 1 & 0 < x < 2 \\ -|x| & x \leq 0 \end{cases}$  کدام است؟

۰ (۴) صفر

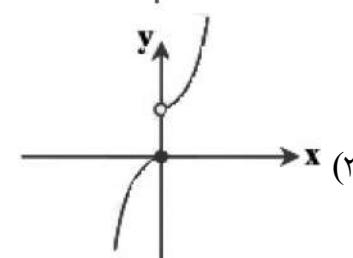
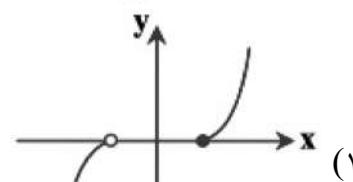
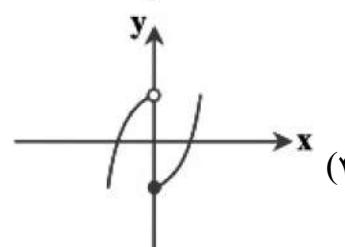
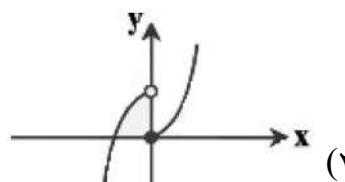
۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - دهم - مرحله ۱۴

-۵۹- نمودار تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ 1 - x^2 & x < 0 \end{cases}$  کدام است؟



دوره دوم متوسطه - آزمونهای گرینه ۲ - دهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۷

-۶۰- برد تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x < 0 \\ -2 & 0 \leq x \leq 1 \\ x + 1 & x > 1 \end{cases}$  کدام است؟

(-۲, +∞) (۲)

(-۱, +∞) ∪ {-۲} (۴)

(-۱, +∞) (۱)

[-۱, +∞) ∪ {-۲} (۳)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۳

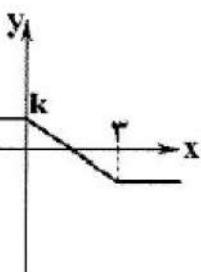
۶۱- تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2b & x \leq -1 \\ 2ax + 3b & x > -1 \end{cases}$  مفروض است. اگر نمودار تابع محور عرض‌ها را در نقطه‌ی  $\frac{3}{2}$  قطع کند و  $a + b$  باشد، مقدار  $a + b$  کدام است؟

(۴) صفر

(۳) -۱

(۲)  $\frac{1}{2}$ (۱)  $-\frac{1}{4}$ 

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دهم - مرحله ۸

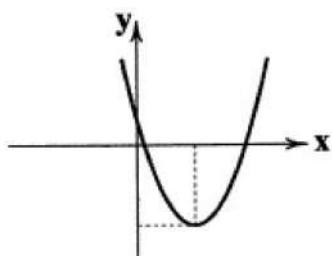


دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - دهم - مرحله ۹

۶۲- نمودار زیر مربوط به تابع  $y = |x + a| - |x + b|$  می‌باشد. حاصل کدام است؟

- (۱) ۳  
(۲) -۳  
(۳) ۶  
(۴) صفر

## تابع درجه دوم



۶۳- نمودار کدام گزینه مانند شکل زیر است؟

$$y = x^2 - 2x + 4 \quad (۱)$$

$$y = x^2 - 3x - 5 \quad (۲)$$

$$y = 2x^2 + 4x + 1 \quad (۳)$$

$$y = 3x^2 - 8x + 1 \quad (۴)$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دهم - مرحله ۱۰

۶۴- بیشترین مقدار تابع  $y = -3x^2 + 4x + 2$  کدام است؟

(۴)  $\frac{14}{3}$ (۳)  $\frac{8}{3}$ (۲)  $\frac{10}{3}$ (۱)  $\frac{11}{3}$ 

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۴

۶۵- بیشترین مقدار تابع با ضابطه  $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{7}{32}$  کدام است؟

(۴)  $\frac{1}{2}$ 

(۳) ۱

(۲)  $\frac{3}{2}$ (۱)  $\frac{5}{2}$ 

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۱۱

۶۶- بیشترین مقدار تابع  $y = -3x^3 + 4x^2 + 5$  برابر  $\frac{A}{3}$  است. کدام است؟

(۱۹) ۴

(۱۷) ۳

(۱۴) ۲

(۱۱) ۱

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۴

۶۷- اگر تابع  $f(x) = x^3 - 2m(x-1)^3 + 8x^2 + 1$  یک چندجمله‌ای از درجه‌ی دوم باشد، ضریب بزرگ‌ترین درجه‌ی آن چه قدر است؟

(۹) ۴

(۱۲) ۳

(۱۰) ۲

(۱۱) ۱

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۸

۶۸- نمودار تابع  $y = -x^2 + 8x - 12$  در کدام بازه، بالای نیمساز ناحیه اول قرار دارد؟

(۴, ۶)

(۳, ۴)

(۲, ۶)

(۲, ۴)

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۳

۶۹- به ازای چه مقادیری از  $m$ ، علامت سه جمله‌ای درجه دوم  $y = (m+2)x^2 - 4(m-2)x + 4m$  همواره مثبت است؟

 $m > \frac{2}{3}$  $-2 < m < \frac{3}{2}$  $m > -2$  $m < -2$ 

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - تابستانه دوم

۷۰- در کدام بازه نمودار تابع  $y = 2x^2 - vx - 7$  در زیر خط  $y = 2x + 3$  واقع است؟

 $(-\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$  $(-\frac{5}{2}, 6)$  $(-\frac{3}{2}, 6)$  $(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$ 

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۲

۷۱- در کدام بازه نمودار تابع  $y = -x^2 + 3x + 8$  بالای نیمساز ناحیه اول قرار می‌گیرد؟

(۱, ۴)

(۲, ۴)

(-۴, ۲)

(-۲, ۴)

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۵

۷۲- نقطه تلاقی دو خط  $y = ax + b$ ،  $y - x = 3$  روی محور  $y$  ها است.  $b$  کدام است؟

(۴)

(۳)

(۲)

(۱)

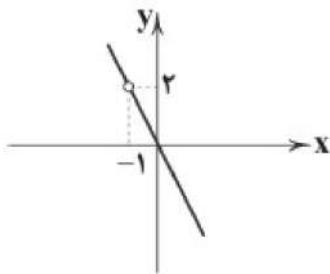
-۳ و ۱

-۱

۳ و -۱

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - تابستانه اول

## تابع گویا



۷۳- نمودار زیر مربوط به کدام تابع زیر است؟

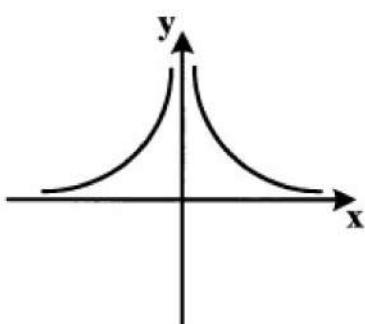
$$y = 2x \quad (1)$$

$$y = -2x \quad (2)$$

$$y = \frac{2x^2 + 2x}{x+1} \quad (3)$$

$$y = \frac{2x^2 + 2x}{-x-1} \quad (4)$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - یازدهم - مرحله ۸



۷۴- شکل مقابل با کدام ضابطه می‌تواند باشد؟

$$f(x) = \frac{|x|}{x} \quad (2) \qquad f(x) = \left| \frac{1}{x} \right| \quad (1)$$

$$f(x) = \frac{x}{|x|} \quad (4) \qquad f(x) = \pm \frac{1}{x} \quad (3)$$

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۴

۷۵- اگر دامنهٔ تابع  $f(x) = \frac{x-1}{x^2 + mx + n}$  باشد،  $m+n$  کدام است؟

۲۳ (۴)

۱۵ (۳)

۷ (۲)

۸ (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۲

۷۶- اگر تابع  $f(x) = \frac{2x+7}{mx^2 - 6x + n}$  به ازای مجموعه مقادیر  $\left\{ \frac{1}{2}, 1 \right\}$  قابل تعریف باشد،  $f\left(-\frac{1}{2}\right)$  کدام است؟ ( $m, n \in \mathbb{R}$ )

-۱ (۴)

۱ (۳)

-۲ (۲)

۲ (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۷

۷۷- اگر دامنهٔ تابع  $f(x) = \frac{4}{2x^2 - mx + n + 1}$  به صورت  $\mathbb{R} - \{2\}$  باشد،  $f(1)$  کدام است؟

۲ (۴)

۴ (۳)

۸ (۲)

۱ (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱۵

-۷۸- دامنه تابع  $f(x) = \frac{x-1}{x^2+6x+a}$  برابر  $\{b\}$  است. مقدار  $a+b$  کدام است؟

۵ (۴)

۶ (۳)

۷ (۲)

۸ (۱)

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۴

-۷۹- اگر دامنه تابع گویای  $f(x) = \frac{1}{2x-mx-n}$  باشد، مقدار  $n$  کدام است؟

-۱۲ (۴)

-۱۸ (۳)

۱۸ (۲)

۱۲ (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - یازدهم - مرحله ۸

-۸۰- اگر دامنه تابع  $f(x) = \frac{x^2-1}{x+ax+1}$  همه اعداد حقیقی باشد،  $a$  چند مقدار صحیح را می‌تواند پذیرد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۶

-۸۱- حدود  $k$  برای اینکه تابع با ضابطه  $A(x) = \frac{6x^2-2x}{-kx^2+2x-k}$  همواره به ازای جمیع مقادیر حقیقی  $x$  تعریف شده باشد، کدام است؟

$$0 < k < \frac{1}{3}$$

$$R - \{0\}$$

$$k > \frac{1}{3} \text{ یا } k < -\frac{1}{3}$$

$$-\frac{1}{3} < k < \frac{1}{3}$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۵

-۸۲- برد تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{x}{1+x}$  کدام است؟

$$\left[0, \frac{1}{2}\right]$$

$$\left[-\frac{1}{2}, 1\right]$$

$$\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$$

$$[-1, 1]$$

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۳

## تابع قدر مطلق

-۸۳- اگر  $f = \{(-1, a), (b, 1), (c, b)\}$  تابع قدر مطلق باشد، حاصل  $a+b-c$  کدام است؟

-۳ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

۳ (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - دهم - مرحله ۲۰

-۸۴- اگر دامنه تابع  $f(x) = |x-2|$  باشد، برد آن کدام است؟

$$[1, 5)$$

$$(0, 5)$$

$$[0, 5)$$

$$(3, 5)$$

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۸

-۸۵ عبارت «فاصله بین دو نقطه به طول  $x$  و  $3$  - روی محور طول‌ها بزرگتر از  $2$  می‌باشد.» را با کدام نامعادله می‌توان نشان داد؟

$$|x + 3| + 2 > 0 \quad (4)$$

$$|x + 3| > 2 \quad (3)$$

$$|x - 3| + 2 > 0 \quad (2)$$

$$|x - 3| > 2 \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه  $2$  - یازدهم - سال تحصیلی  $۹۶-۹۷$  - مرحله  $۲$

-۸۶ نمودار تابع  $y = |x - 4| - 2$  خط  $ax + 2y = 2$  را در  $2$  نقطه قطع می‌کند. حدود مقادیر  $a$  کدام است؟

$$|a| > 1 \quad (4)$$

$$|a| > 2 \quad (3)$$

$$|a| < 2 \quad (2)$$

$$|a| < 3 \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری  $1$  - سال تحصیلی  $۹۶-۹۷$  - دهم - مرحله  $۱۴$

## توابع رادیکالی (ریشه‌ی دوم)

-۸۷ دامنه‌ی تابع  $f(x) = \sqrt{\frac{-x+1}{x-3}}$  کدام است؟

$$(-3, -1) \quad (2)$$

$$(-\infty, -1] \cup [3, +\infty) \quad (4)$$

$$(1, 3) \quad (1)$$

$$[1, 3) \quad (3)$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری  $2$  - سال تحصیلی  $۹۶-۹۷$  - یازدهم - مرحله  $۱۲$

-۸۸ دامنه‌ی تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{x^2 - 1}}$  کدام است؟

$$(-1, 1) \quad (4)$$

$$(-1, 0] \quad (3)$$

$$[0, 1) \quad (2)$$

$$\emptyset \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی  $۹۷-۹۸$  - مرحله  $۳$

-۸۹ اگر دامنه‌ی تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{x - |x|}}{x \sqrt{16 - x^4}}$  به صورت بازه‌ی  $(a, b)$  باشد، حاصل  $3a + b$  کدام است؟

$$-4 \quad (4)$$

$$-6 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری  $2$  - سال تحصیلی  $۹۷-۹۸$  - یازدهم - مرحله  $۱۵$

-۹۰ دامنه‌ی تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{3x^2 + 2}}{2x^2 + 5x - 3}$  شامل چند عدد صحیح نیست؟

$$4) \text{ بی‌شمار} \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$1) \text{ صفر} \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری  $2$  - سال تحصیلی  $۹۶-۹۷$  - یازدهم - مرحله  $۱۲$

۹۱- دامنهٔ تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{x - |x|}}{\sqrt{4x^2 - x^4}}$  کدام است؟

(۴)  $x > -2, x \neq 0$  (۳)

(۲)  $x \geq 2$  (۱)

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - دهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - جامع ۱

۹۲- اگر  $f(x) = \sqrt{x + |x + 2|}$  دامنهٔ تابع  $f(-x)$  کدام است؟

(۴)  $x \geq 1$

(۳)  $x \leq 1$

(۲)  $x \geq -1$

(۱)  $x \leq -1$

دوره دوم متوسطه - کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی. - ۹۲

۹۳- اگر  $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$  دامنهٔ تابع  $f(3 - x)$  کدام است؟

(۴)  $[1, 3]$

(۳)  $[1, 2]$

(۲)  $[0, 3]$

(۱)  $[0, 2]$

دوره دوم متوسطه - سراسری - تجربی - ۹۲ (سراسری - آزاد)

۹۴- نمودار تابع  $y = \sqrt{2x + 9}$  در کدام بازه بالاتر از خط به معادله  $11 - 2x = y$  واقع است؟

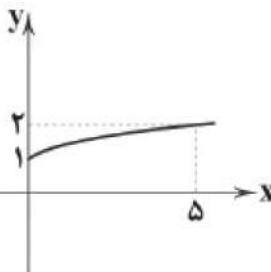
(۴)  $(\frac{4}{5}, 8)$

(۳)  $(8, 20)$

(۲)  $(\frac{3}{5}, 8)$

(۱)  $(0, 20)$

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - تابستانه دوم



۹۵- اگر نمودار  $f(x) = \sqrt{ax + b}$  به صورت زیر باشد، کدام است؟

(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۲

(۴) ۱

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - یازدهم - مرحله ۸

۹۶- دامنهٔ تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + a}}{x^2 + ax + b}$  برابر با  $\mathbb{R}$  است. کدام گزینه همواره صحیح است؟

(۴)  $ab \leq 0$

(۳)  $a - b > 0$

(۲)  $a + b > 0$

(۱)  $a^2 < b$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۳

۹۷- در تابع  $f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ ، اگر مجموعه مقادیر از  $x$  که به ازای آن تابع  $f$  قابل تعریف است، بازه

$f(0) = 2, [-2, 2]$  باشد، آنگاه  $a - b$  کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۱

(۲) -۱

(۱) صفر

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۶

۹۸- اگر دامنه تابع  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{2x^2 - 6x + a}}$  باشد، در این صورت  $x \in (-\infty, 1) \cup (b, +\infty)$  به صورت  $a \times b$  کدام است؟

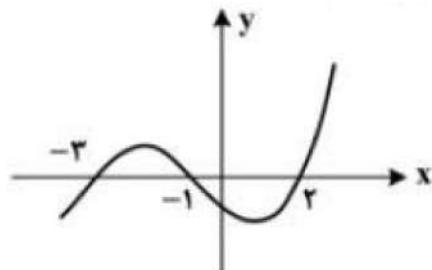
۱۰ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۶ - یازدهم - مرحله ۱۲



۹۹- شکل زیر، نمودار تابع با ضابطه  $f(x)$  است. دامنه تابع غیر نقطه‌ای  $\sqrt{(x+1)f(x)}$  کدام است؟

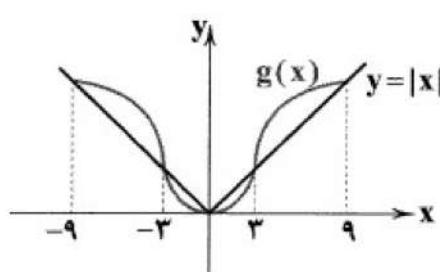
[-۳, ۲] (۱)

[-۱, +∞) (۲)

(-∞, -۱] (۳)

R -(-۳, ۲) (۴)

دوره دوم متوسطه - کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی - ۹۷



۱۰۰- در شکل زیر، نمودار دو تابع  $y = g(x)$  و  $y = |x|$  رسم شده است.

دامنه تابع  $y = \frac{1}{\sqrt{g(x) - |x|}}$  کدام است؟

(-۹, -۳) ∪ (۳, ۹) (۱)

[-۹, -۳] ∪ {۰} ∪ [۳, ۹] (۲)

(-∞, -۹) ∪ (۹, ∞) (۳)

(-∞, -۳) ∪ (۳, ∞) (۴)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۸-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۶

## تابع جزء صحیح

۱۰۱- در تابع با ضابطه  $f(x) = x^2 - 2[x]$ ، مقدار  $f\left(-\frac{1}{2}f(\sqrt{3})\right)$  کدام است؟

۲/۷۵ (۴)

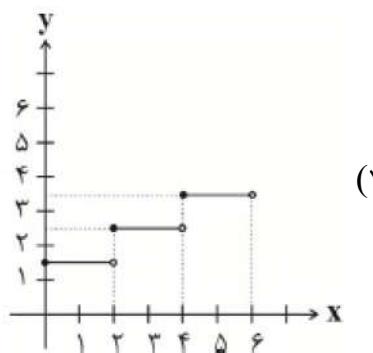
۲/۵ (۳)

۲/۲۵ (۲)

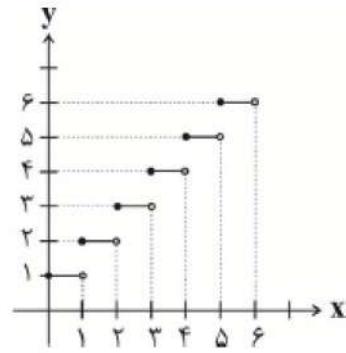
۱/۷۵ (۱)

دوره دوم متوسطه - کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی. - ۹۰

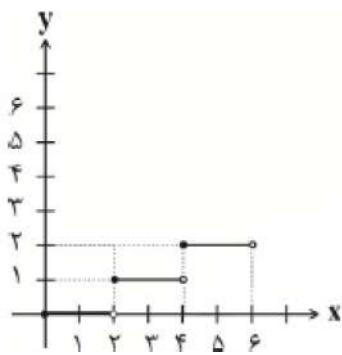
۱۰۲- نمودار تابع  $g(x) = \left[ \frac{x+6}{2} \right]$  در بازه  $[0, 6]$  کدام است؟ (نماد جزء صحیح است).



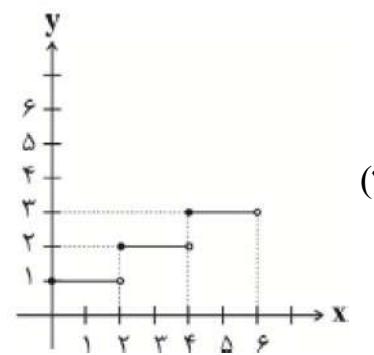
(2)



(1)



(4)



(3)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۷

۱۰۳- نمودار تابع  $y = 2x - 1$  از چند پاره خط تشکیل شده است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۵

۱۰۴- نمودار تابع  $f(x) = \left[ x - \frac{1}{2} \right] + \left[ x + \frac{1}{2} \right]$  در بازه  $(-1, 2]$  از چند پاره خط تشکیل شده است؟

۴ (۴)

۵ (۳)

۶ (۲)

۳ (۱)

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۳

۱۰۵- نمودار تابع  $y = [x^2]$  روی بازه  $(-2, 2)$  از چند پاره خط تشکیل شده است؟ (نماد [ ] به مفهوم جزء صحیح است).

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

دوره دوم متوسطه - کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی. - ۹۱

۱۰۶- مساحت محدود به نمودار تابع  $f(x) = 2[x] + 1$  و محور  $x$  ها در بازه  $(-1, 2]$  چقدر است؟ (نماد جزء صحیح است).

۴ (۴)

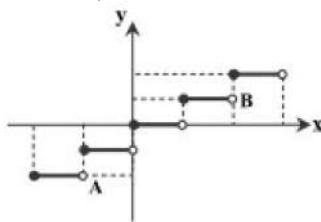
۶ (۳)

۵ (۲)

۷ (۱)

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۲

۱۰۷- بخشی از نمودار تابع  $f(x) = \left[ \frac{1}{2}x \right]$  در شکل مقابل رسم شده است. فاصله‌ی نقطه‌ی A تا نقطه‌ی B کدام است؟



دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۱

(( )) نماد جزء صحیح است.

۲)  $2\sqrt{13}$

۱)  $3\sqrt{2}$

۴)  $3\sqrt{5}$

۳)  $2\sqrt{10}$

۱۰۸- حاصل عبارت  $1 - \sqrt{2} + [(1 + \sqrt{2})^2]$  برابر کدام است؟

۶) ۴

۵) ۳

۴) ۲

۱) ۱

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۳

۱۰۹- حاصل  $\left[ \frac{1}{2 - \sqrt{5}} \right] + [2 + \sqrt{5}]$  کدام است؟

۴) صفر

-۲) ۳

-۱) ۲

۱) ۱

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۳

۱۱۰- مقدار عددی عبارت  $A = \left[ -\frac{15}{3} \right] + \left[ -\frac{14}{3} \right] + \left[ -\frac{13}{3} \right] + \dots + \left[ -\frac{1}{3} \right]$  (( )) علامت جزء صحیح است.

-۴۲) ۴

-۴۳) ۳

-۴۵) ۲

-۴۴) ۱

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - یازدهم - مرحله ۸

۱۱۱- اگر  $x < \frac{x}{3}$  باشد، مقدار  $\left[ \frac{-x}{5} \right] + \left[ \frac{x}{4} \right]$  چه قدر است؟ (( )) نماد جزء صحیح است.

۲) ۴

۱) ۳

۲) صفر

-۱) ۱

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۹

۱۱۲- برای هر عدد طبیعی  $n > 2$  حاصل  $\left[ \sqrt{4n^2 - 3n + 1} \right] - 2 \left[ \sqrt{n^2 - 2n} \right]$  کدام است؟ (ابعاد [ ] به مفهوم جزء صحیح است).

۴) ۴

۳) ۳

۱) ۲

۲) ۱

دوره دوم متوسطه - سراسری - تجربی - ۹۱

۱۱۳- تابع با ضابطه  $f(x) = \left[ x + \frac{1}{2} \right] + \left[ x - \frac{1}{2} \right]$  در بازه  $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  برابر کدام است؟

۴) صفر

$\frac{1}{2}) ۳$

-۱) ۲

۱) ۱

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۴

۱۱۴- مقادیری از  $x$  که در معادله  $\frac{2x - 6}{3} = -4$  صدق می‌کند، کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

$$[-4, -3) \quad 4$$

$$[-\frac{9}{2}, -3) \quad 3$$

$$[-3, -\frac{3}{2}) \quad 2$$

$$(-3, -\frac{3}{2}) \quad 1$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۳

۱۱۵- هرگاه  $[x] = -1$  باشد، مجموعه جواب  $x$  کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

$$[-1, 1) \quad 4$$

$$[0, 2) \quad 3$$

$$[0, 2) \quad 2$$

$$[0, 1) \quad 1$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - یازدهم - مرحله ۱۵

۱۱۶- مجموعه جواب معادله  $x + 3 = [x - 1]$  کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

$$[9, 10) \quad 4$$

$$[5, 6) \quad 3$$

$$[4, 5) \quad 2$$

$$[3, 4) \quad 1$$

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۵

۱۱۷- اگر  $1$  باشد، حاصل  $\left[\frac{x+1}{2}\right] = \left[\frac{x-3}{2}\right]$  کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

$$4 \quad 4$$

$$3 \quad 3$$

$$2 \quad 2$$

$$1 \quad 1$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۶

۱۱۸- اگر  $1$   $[x + [x - v]] = [x]$ ، حدود  $x$  کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

$$(3, 4) \quad 4$$

$$[4, 5) \quad 3$$

$$(4, 5) \quad 2$$

$$[3, 4) \quad 1$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۳

۱۱۹- هرگاه  $1$  باشد، حاصل  $[5x]$  کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

$$-5 \quad 4$$

$$5 \quad 3$$

$$-6 \quad 2$$

$$6 \quad 1$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۹

۱۲۰- اگر  $6$   $\left[x\right] + \left[x - \frac{1}{2}\right] - \left[x + \frac{1}{2}\right] = 1$  باشد، مقدار  $[x - 1]$  کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

$$4 \quad 4$$

$$3 \quad 3$$

$$2 \quad 2$$

$$1 \quad 1$$

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - جامع ۱

۱۲۱- معادله  $x = [x] - x^2$  چند جواب دارد؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

$$4 \quad 4$$

$$2 \quad 3$$

$$1 \quad 2$$

$$1 \quad 1$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱۵

۱۲۲- دو تابع  $f(x) = 3x^2 - 4x - 3$  و  $g(x) = x - [x]$  در چند نقطه مشترک‌اند؟

$$4 \quad 4$$

$$3 \quad 3$$

$$2 \quad 2$$

$$1 \quad 1$$

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - تابستانه سوم

۱۲۳- معادله  $x + \frac{1}{x} = 1$  دارای چند جواب می‌باشد؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۴) بی‌شمار

۳) ۲

۲) ۱

۱) صفر

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۶

۱۲۴- معادله  $x^2 = 1 + \frac{3}{|x|}$  چند جواب دارد؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۴) ۴

۳) ۲

۲) ۱

۱) صفر

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۲

۱۲۵- معادله  $[2x^2] - [4x] = x - 2$  چند جواب دارد؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۴) صفر

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۳

۱۲۶- دامنهٔ تابع  $f(x) = \sqrt{x - \left[\frac{x}{3}\right]}$  کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۴)  $(-\infty, 0]$

۳)  $[-1, 0]$

۲)  $[-1, +\infty)$

۱)  $[0, +\infty)$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱۵

۱۲۷- اگر دامنهٔ تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{4-x^2}}{\left[\frac{x}{2}\right] - 1}$  به صورت  $[a, b] - a - b$  کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۴) ۵

۳) ۴

۲) ۳

۱) ۱

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۲

۱۲۸- برد تابع  $f(x) = 2x - [2x]$  کدام است؟

۴)  $(0, 1]$

۳)  $(0, 1)$

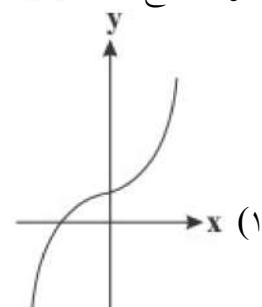
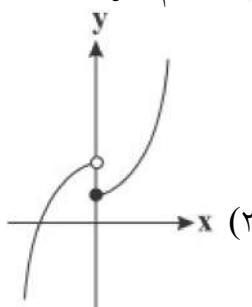
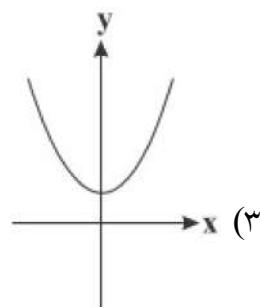
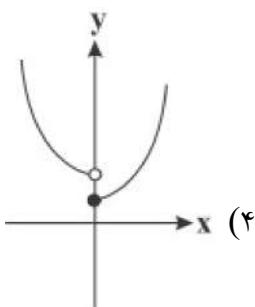
۲)  $[0, 1]$

۱)  $[0, 1)$

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۳

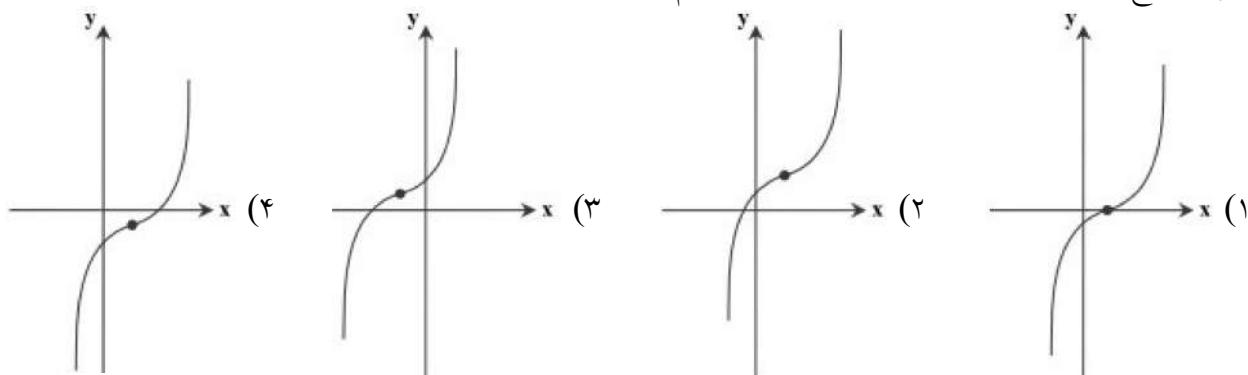
### تابع درجه سوم

۱۲۹- نمودار تابع  $y = x^3 |x| + 1$  به کدام صورت است؟



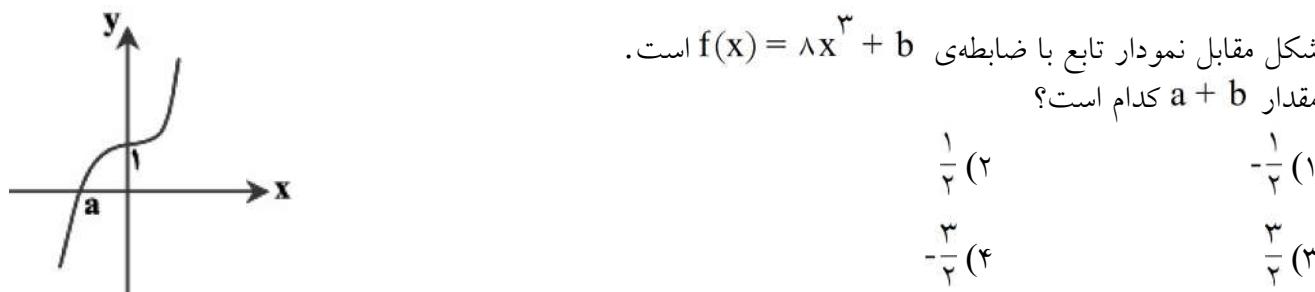
دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱

۱۳۰- نمودار تابع  $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$  کدام است؟



دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۱

۱۳۱- شکل مقابل نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = ax^3 + b$  است. مقدار  $a + b$  کدام است؟



دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۲

۱۳۲- نمودار تابع  $y = -\frac{1}{2}x^3 + 3x^2 - 6x$  از کدام ناحیه نمی‌گذرد؟

(۱) دوم و چهارم      (۲) سوم و اول      (۳) فقط دوم      (۴) فقط چهارم

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۹

۱۳۳- نمودار دو تابع چندجمله‌ای  $f(x) = x^3$  و  $g(x) = -x + 3$  در فاصله‌ی  $(-\infty, 0)$  چند نقطه‌ی برخورد دارند؟

(۱) ۳      (۲) ۲      (۳) ۱      (۴) صفر

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۸

۱۳۴- کدام گزینه در مورد ریشه‌های معادله  $x^3 - |x| + 2 = 0$  درست است؟

(۱) فاقد ریشه      (۲) فقط یک ریشه مثبت

(۳) دو ریشه مختلف العلامه      (۴) فقط یک ریشه منفی

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱

۱۳۵- اگر دامنه تابع  $f(x) = -x^3 + 2$  بازه  $[a, b]$  باشد، بُرد آن به صورت  $[a, b]$  می‌باشد. حاصل  $a - b$  کدام است؟

(۱) ۲۸      (۲) ۳۲      (۳) ۱۸      (۴) ۲۲

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱

۱۳۶- اگر معادله  $x^3 + x = \frac{m}{m-1}$  فقط یک ریشه منفی داشته باشد، حدود  $m$  کدام است؟

$$m < 0 \quad (4)$$

$$m > 1 \quad (3)$$

$$0 < m < 1 \quad (2)$$

$$-1 < m < 0 \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱۰

۱۳۷- در مورد معادله  $x^3 + 3x = \sqrt{x+1} - 3x^2 - 1$  کدام گزینه صحیح است؟

(۱) دو ریشه دارد. (۲) سه ریشه دارد. (۳) ریشه حقیقی ندارد. (۴) یک ریشه دارد.

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱۱

۱۳۸- تابع  $f(x) = x^3 + 3x^2 + ax + b$  در سه نقطه محور طولها را قطع می کند. اگر حاصل ضرب طول این نقاط  $+3$  و  $15$  باشد،  $a$  کدام است؟

$$-1 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$-3 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۲

## تابع یک به یک

۱۳۹- اگر  $f = \{(4, 2), (a, 5), (4, a^2 - a), (b, 2), (-1, 4)\}$  یک تابع یک به یک باشد، زوج مرتب  $(a, b)$  کدام است؟

$$(2, 2) \quad (4)$$

$$(-1, 4) \quad (3)$$

$$(2, 4) \quad (2)$$

$$(2, -1) \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۶

۱۴۰- اگر تابع  $f = \{(1, a^2), (a^2 + 1, 3), (a^3, -a), (a - 1, 0), (5, 3)\}$  یک به یک باشد، مجموعه مقادیر  $a$  کدام است؟

$$\emptyset \quad (4)$$

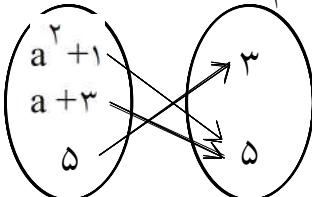
$$\{-2\} \quad (3)$$

$$\{2\} \quad (2)$$

$$\{2, -2\} \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۲

۱۴۱- اگر تابع زیر که به صورت نمودار ون نشان داده شده است یک به یک باشد، مقدار  $a$  کدام است؟



$$2 \quad (1)$$

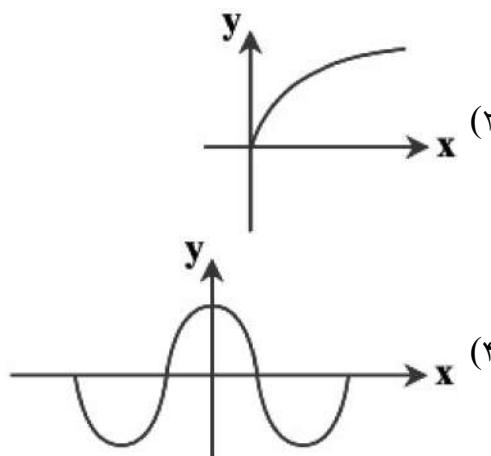
$$-2 \quad (2)$$

$$1 \quad (3)$$

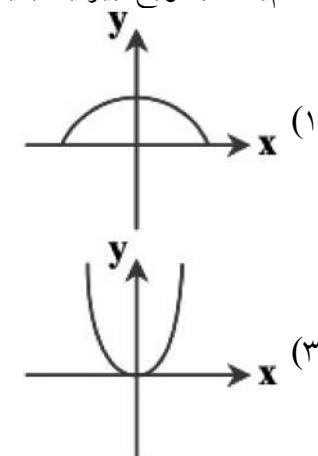
$$-1 \quad (4)$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۵ - ریاضی - مرحله ۲

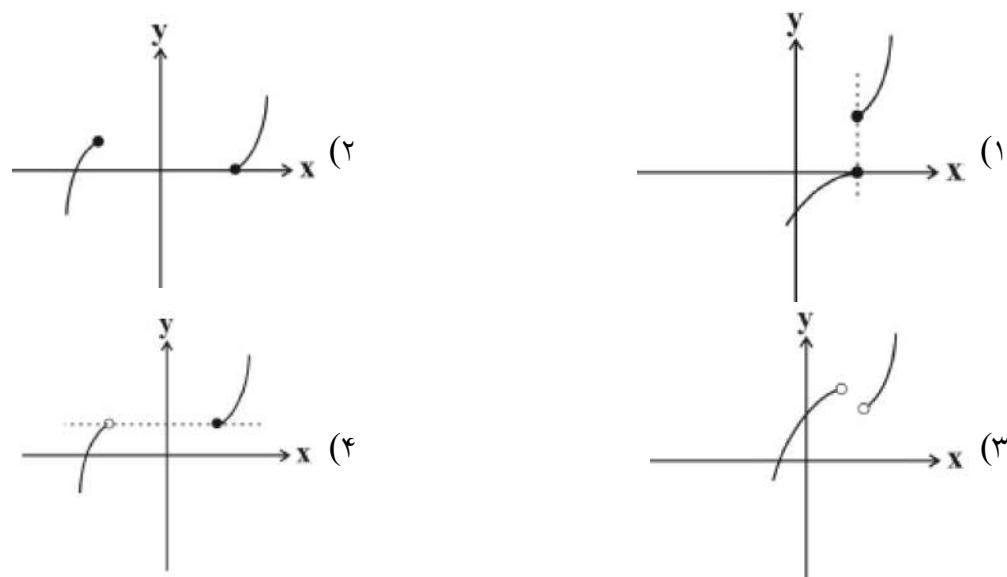
۱۴۲- کدامیک از توابع زیر یک به یک است؟



دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۵



۱۴۳- کدامیک از نمودارهای زیر یک تابع یک به یک را نمایش می‌دهد؟



دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۸

۱۴۴- کدامیک از توابع‌های زیر، یک به یک است؟

$$p(x) = \frac{x}{x+1} \quad (۱) \quad h(x) = 2x + \frac{1}{x} \quad (۲) \quad g(x) = x - \sqrt{x} \quad (۳) \quad f(x) = x + \sqrt{x} \quad (۴)$$

دوره دوم متوسطه - سراسری - ریاضی - ۹۷

۱۴۵- اگر دامنهٔ تابع  $f(x) = \frac{x^2}{x} - \frac{x}{4} + 1$  را به صورت  $(-\infty, m]$  محدود کنیم تا تابع وارون‌پذیر باشد، بزرگ‌ترین

مقدار صحیح  $m$  کدام است؟

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱۰

۱۴۶- تابع با ضابطه  $f(x) = 2x^2 + 15x - 11$  در بازه  $[-a, a]$  یک به یک است. بیشترین مقدار ممکن برای  $a$  کدام است؟

$\frac{15}{4} (4)$

$4 (3)$

$3 (2)$

$\frac{7}{2} (1)$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - یازدهم - مرحله ۱۵

۱۴۷- تابع با ضابطه  $f(x) = 2x^2 - 8x + 3$  در کدام بازه یک به یک نیست؟

$(-9, 1) (4)$

$(-1, 5) (3)$

$(2, 7) (2)$

$(-2, 2) (1)$

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۴

۱۴۸- با محدود کردن دامنه تابع  $y = -2x^2 + 8x - 5$  به کدامیک از بازه‌های زیر، تابع یک به یک به دست می‌آید؟

$[-4, +\infty) (4)$

$(-\infty, 4] (3)$

$[-2, +\infty) (2)$

$(-\infty, 2] (1)$

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۲

۱۴۹- حدود  $m$  برای آنکه تابع  $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & ; x \leq 1 \\ mx+5 & ; x > 1 \end{cases}$  یک به یک باشد، کدام است؟

$m < 0 (4)$

$m \leq -1 (3)$

$m > 0 (2)$

$m \geq -1 (1)$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۶

۱۵۰- وسیع‌ترین بازه  $a$  برای آنکه تابع  $f(x) = \begin{cases} x+3 & ; x \geq 2 \\ -x^2 + a & ; x < 2 \end{cases}$  وارون‌پذیر باشد، کدام است؟

$(-\infty, 5] (4)$

$(-\infty, 5) (3)$

$(5, +\infty) (2)$

$[5, +\infty) (1)$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱۵

۱۵۱- به ازای کدام مقدار  $a$ ، تابع  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 4 & ; x \geq 1 \\ 2x - a & ; x < 1 \end{cases}$  می‌تواند یک به یک باشد؟

$-4 (4)$

$-6 (3)$

$-8 (2)$

$-7 (1)$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۳

## وارون تابع

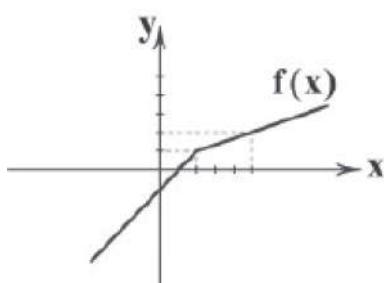
۱۵۲- با توجه به شکل، ضابطه تابع وارون  $f$ ، کدام است؟

$y = 2x + |x - 1| (1)$

$y = x + |x - 1| + 2 (2)$

$y = |x - 1| + x + 1 (3)$

$y = 3x + |x| (4)$



دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱۱

۱۵۳- دو تابع  $f^{-1}(g(2a)) = 6$  و  $g(x) = \frac{x}{x-1}$  مفروض اند. اگر  $f = \{(2,5), (6,3), (3,7), (4,1), (1,9)\}$

باشد،  $a$  کدام است؟

$$\frac{5}{2} (4)$$

$$\frac{3}{2} (3)$$

$$\frac{3}{4} (2)$$

$$\frac{1}{2} (1)$$

دوره دوم متوسطه - سراسری - تجربی - ۹۶

۱۵۴- اگر  $f^{-1}(2\alpha - 1) = g^{-1}(1)$ ،  $g(x) = \frac{2x}{1+x}$  و  $f = \{(1,3), (2,2), (3,0), (4,1)\}$

برقرار باشد؟

$$-1 (4)$$

$$-\frac{1}{2} (3)$$

$$2 (2)$$

$$1 (1)$$

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۱

۱۵۵- اگر  $f(x) = x^3 - 1$  و  $g(x) = \frac{3x}{x+2}$  باشد، به ازای کدام مقدار  $a$  تساوی  $f(g(a)) = 0$  برقرار است؟

$$1 (4)$$

$$-\sqrt[3]{2} (3)$$

$$-\sqrt[3]{4} (2)$$

$$4 (1)$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱۱

۱۵۶- ضابطه وارون تابع  $f(x) = \frac{2x-5}{3x-2}$  کدام است؟

$$\frac{2x+5}{3x+2} (4)$$

$$\frac{3x-2}{2x-5} (3)$$

$$\frac{3x-5}{2x-2} (2)$$

$$\frac{2x-5}{3x-2} (1)$$

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۵

۱۵۷- اگر  $f(x) = x^2 - 2x + 3$  با دامنه  $x \geq 1$  باشد ضابطه  $f^{-1}(x)$  کدام است؟

$$1 + \sqrt{x-2}; x \geq 2 (2)$$

$$1 - \sqrt{x-2}; x \geq 2 (1)$$

$$1 - \sqrt{x-2}; x \geq 3 (4)$$

$$1 + \sqrt{x-2}; x \geq 3 (3)$$

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۲

۱۵۸- ضابطه وارون تابع  $y = \frac{x}{1+|x|}$  کدام است؟

$$y = \frac{1-|x|}{x}; |x| > 1 (4)$$

$$y = \frac{x}{|x|-1}; |x| > 1 (3)$$

$$y = \frac{|x|-1}{x}; |x| < 1 (2)$$

$$y = \frac{x}{1-|x|}; |x| < 1 (1)$$

دوره دوم متوسطه - سراسری - تجربی - ۹۱

۱۵۹- تابع با ضابطه  $f(x) = 2x - |4 - 2x|$  در بازه‌ای وارون پذیر است. ضابطه‌ی  $f^{-1}(x)$  در آن بازه کدام است؟

$$\frac{1}{4}x + 1, x \leq 4 \quad (4) \quad \frac{1}{4}x - 1, x \geq 4 \quad (3) \quad \frac{1}{4}x - 1, x \leq 4 \quad (2) \quad \frac{1}{4}x + 1, x \geq 4 \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی - ۹۲

۱۶۰- ضابطه وارون تابع  $y = 2x + |x|$  کدام است؟

$$y = -\frac{2x - |x|}{3} \quad (2) \quad y = -\frac{2x + |x|}{3} \quad (1)$$

$$y = \frac{2x - |x|}{3} \quad (4) \quad y = \frac{2x + |x|}{3} \quad (3)$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۲

۱۶۱- تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = |2x - 6| - |x + 1|$  در یک بازه، صعودی است. ضابطه‌ی معکوس آن، در این بازه، کدام است؟

$$\frac{1}{3}x - 1 ; -4 < x < 8 \quad (4) \quad x + 7 ; x > -4 \quad (3) \quad \frac{1}{3}x + 2 ; x > 3 \quad (2) \quad -x + 7 ; x > 8 \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی - ۹۴

۱۶۲- اگر  $f(x) = \sqrt{x-1} + \frac{|x|}{x}$ ، ضابطه‌ی  $f^{-1}(x)$  کدام است؟

$$f^{-1}(x) = (x-1)^2 - 1 \quad (2) \quad f^{-1}(x) = (x+1)^2 + 1 \quad (1)$$

$$f^{-1}(x) = (x-1)^2 - 1 \quad (4) \quad f^{-1}(x) = (x-1)^2 + 1 \quad (3)$$

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۲

۱۶۳- ضابطه وارون تابع  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$  برابر کدام است؟

$$\frac{-x}{\sqrt{x^2 - 1}} \quad (4) \quad \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} \quad (3) \quad \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}} \quad (2) \quad \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - جامع

۱۶۴- ضابطه‌ی وارون تابع  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$  کدام است؟

$$-x|x| \quad (4) \quad x|x| \quad (3) \quad x^2 \quad (2) \quad -x^2 \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - سراسری - تجربی - ۹۶

۱۶۵ - ضابطه‌ی معکوس تابع  $y = \begin{cases} \frac{|x|}{x} \sqrt{|x|} & \text{و } x \neq 0 \\ . & \text{و } x = 0 \end{cases}$  به کدام صورت است؟

$$y = x \sqrt{|x|} ; x \in \mathbb{R} - \{0\} \quad (2)$$

$$y = x |x| ; x \in \mathbb{R} \quad (4)$$

$$y = x \sqrt{|x|} ; x \in \mathbb{R} \quad (1)$$

$$y = x |x| ; x \in \mathbb{R} - \{0\} \quad (3)$$

دوره دوم متوسطه - کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی. - ۹۲

۱۶۶ - اگر  $f(x) = \frac{1}{2} \left( x + \sqrt{x^2 + 4} \right)$  باشد، حاصل  $f^{-1}(x) + f^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$  کدام است؟

$$4 \quad \text{صفر}$$

$$x^2 - 1 \quad (3)$$

$$\frac{2}{x} \quad (2)$$

$$2x \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - سراسری - ریاضی - ۹۵

۱۶۷ - اگر  $f(x) = \frac{2x - 1}{x + 3}$  باشد، نمودار تابع  $f^{-1}(x)$  از کدام نقطه زیر می‌گذرد؟

$$(-5, -2) \quad (4)$$

$$(8, -4) \quad (3)$$

$$(3, 5) \quad (2)$$

$$(-2, 5) \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۴

۱۶۸ - اگر  $f(x) = \begin{cases} 4x + 2 & x \geq 2 \\ 2x + 15 & x \leq -2 \end{cases}$  باشد، آنگاه حاصل  $f^{-1}(x)$  کدام است؟

$$-6 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$-4 \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - یازدهم - مرحله ۱۵

۱۶۹ - اگر دو خط به معادلات  $ax + by = 8$  و  $2x - 3y = b$ ، نسبت به نیمساز ربع اول، متقارن باشند.  $a + b$  کدام است؟

$$-2, 3 \quad (4)$$

$$2, -3 \quad (3)$$

$$\pm 2 \quad (2)$$

$$\pm 3 \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی - ۹۳

۱۷۰ - نمودار تابع  $f(x) = \frac{x+4}{x-2}$ ، با دامنه‌ی  $\mathbb{R} - \{2\}$ ، نمودار وارون خود را با کدام طول قطع می‌کند؟

$$1, 4 \quad (4)$$

$$1, -4 \quad (3)$$

$$-1, 4 \quad (2)$$

$$-1, -4 \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی. - ۹۶

۱۷۱ - تابع  $f(x) = x^2 + 2x + 1$  با دامنه‌ی  $(-1, +\infty)$  مفروض است. نمودارهای دو تابع  $f$  و  $f^{-1}$  در چند نقطه متقطع هستند؟

$$4 \quad \text{غیر متقطع}$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - سراسری - ریاضی - ۹۲ (سراسری - آزاد)

- ۱۷۲- اگر  $f$  تابعی خطی و به ازای هر  $x$ ،  $f(x+1) + 2f(x-1) = 6x$  باشد، ضابطه  $y = f^{-1}(2x)$  کدام است؟
- (۱)  $2x + \frac{2}{3}$       (۲)  $x + \frac{1}{3}$       (۳)  $x - \frac{1}{3}$       (۴)  $2x - \frac{2}{3}$

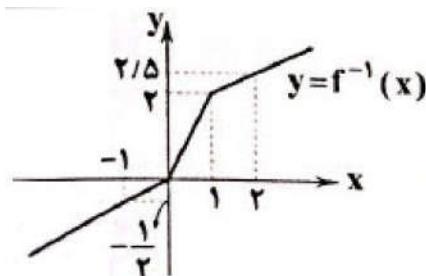
دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱۰

- ۱۷۳- در تابع خطی  $f$  رابطه  $4f(2x) = f(8x-1)$  برقرار است. اگر  $m$  باشد، مقدار  $m$  از تساوی  $f^{-1}(m) = 2$  کدام است؟
- (۱) صفر      (۲)  $1$       (۳)  $2$       (۴)  $3$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۲

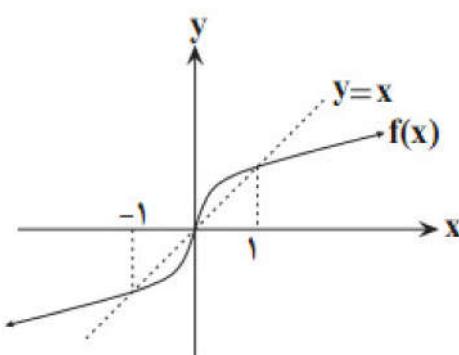
- ۱۷۴- شکل رویه‌رو، نمودار تابع  $y = f(x)$  و نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم است.
- دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی  $\sqrt{x - f^{-1}(x)}$  کدام است؟
- (۱)  $[0, 2]$       (۲)  $[2, 3]$       (۳)  $[3, 8]$       (۴)  $[2, 8]$

دوره دوم متوسطه - سراسری - تجربی - ۹۴



- ۱۷۵- نمودار تابع  $y = f^{-1}(x)$  به صورت شکل زیر است. دامنه‌ی تابع  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{f(x)-x}}$  کدام است؟
- (۱)  $[0, +\infty)$       (۲)  $(0, +\infty)$       (۳)  $[3, +\infty)$       (۴)  $(3, +\infty)$

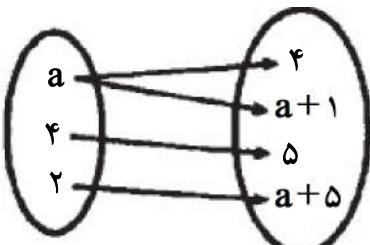
دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱۰



- ۱۷۶- نمودار تابع  $y = \sqrt{\frac{f(x) - f^{-1}(x)}{x^2 - 1}}$  کدام است؟
- (۱)  $[0, 1)$       (۲)  $(-\infty, 0] - \{-1\}$       (۳)  $(-1, 0]$       (۴)  $[0, +\infty) - \{1\}$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۳

## اعمال جبری روی تابع



۱۷۷- نمودار ون تابع  $f$  به صورت زیر و تابع  $g$  به صورت  $f + g = \{(x, 2x - 1) | x \in R_f\}$  است. مقدار  $g$  کدام است؟

- ۹ (۲)      ۷ (۱)  
۱۵ (۴)      ۱۲ (۳)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۲

۱۷۸- اگر  $h(x) = \frac{1}{g(x) - 8}$  شامل  $f - g = \{(1, -4), (3, 1)\}$  و  $f = \{(1, 4), (2, 3), (3, 4)\}$  کدام عضو است؟

- $(1, -\frac{1}{8})$  (۴)       $(3, \frac{1}{5})$  (۳)       $(3, -\frac{1}{5})$  (۲)       $(1, \frac{1}{8})$  (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۳

۱۷۹- اگر  $\frac{f}{g}(x) = \sqrt{x}$  یک تابع باشد و  $f = \{(1, m), (m, 2), (4, 1), (1, m^2 - 12)\}$ , آنگاه دامنه  $g$  چند عضو دارد؟

- ۴ (۴)      ۳ (۳)      ۲ (۲)      ۱ (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۲

۱۸۰- اگر  $f(x) = \frac{4-x}{\sqrt{1+x}}$  چند عضو دارد؟

- ۱ (۴)      ۴ (۳)      ۳ (۲)      ۲ (۱)

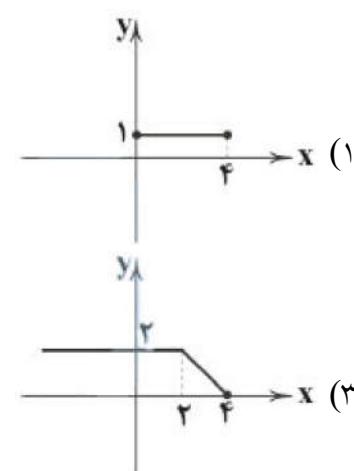
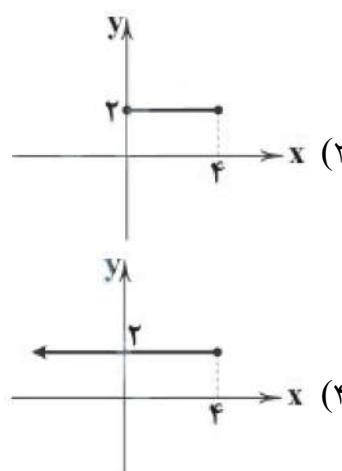
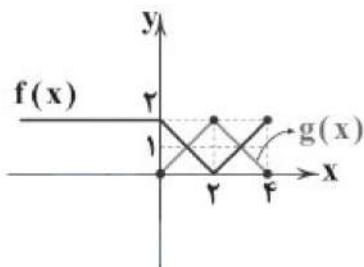
دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۶

۱۸۱- اگر  $h = \frac{f-g}{3f} = \{(a, b)\}$ ,  $g = \{(-1, 1), (0, -1), (3, 2)\}$  و  $f = \{(0, 4), (1, 2), (3, 0)\}$  آنگاه  $\frac{3}{5}(a+b)$  کدام است؟

- $2^{-4}$  (۴)       $-\frac{3}{80}$  (۳)       $2^4$  (۲)       $\frac{3}{80}$  (۱)

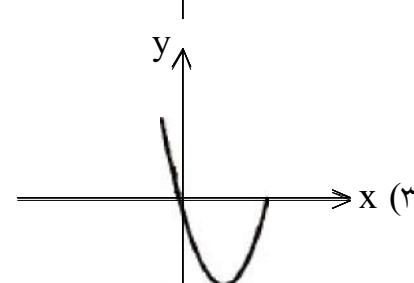
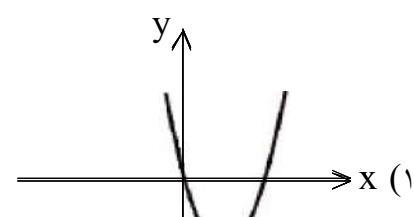
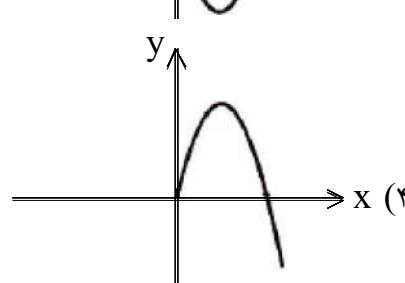
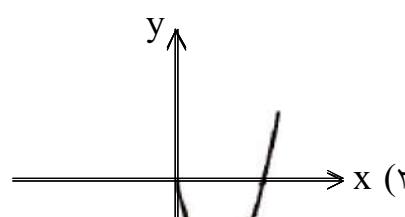
دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - یازدهم - مرحله ۱۶

۱۸۲- نمودارهای توابع  $f(x)$  و  $g(x)$  در شکل زیر آمده است، نمودار تابع  $f + g$  کدام است؟



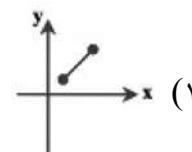
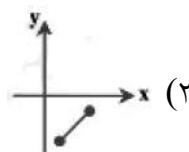
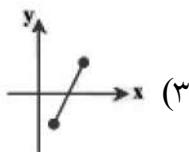
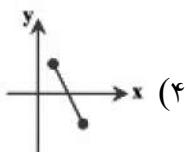
دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۹

۱۸۳- اگر  $f(x) = x^2 + \sqrt{x}$  و  $g(x) = 4x + \sqrt{x}$  باشد، نمودار تابع  $(f - g)(x)$  کدام است؟

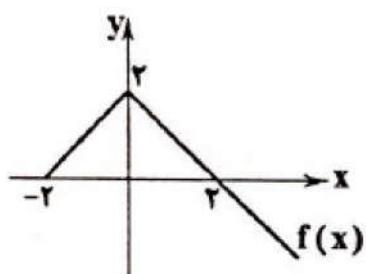


دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱۰

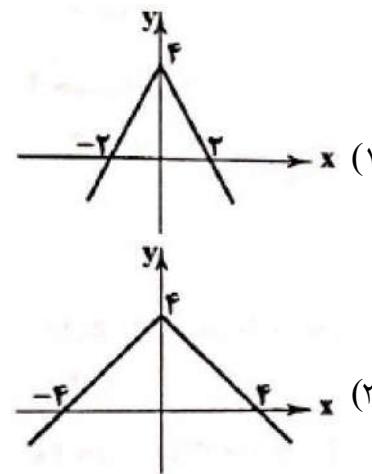
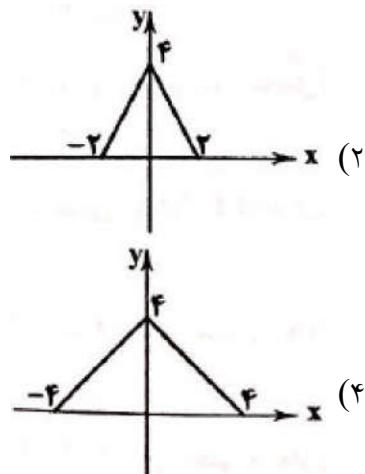
۱۸۴- اگر  $y = f(x) \cdot g(x)$  ،  $g(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{3-x}$  و  $f(x) = \sqrt{x-1} - \sqrt{3-x}$  کدام است؟



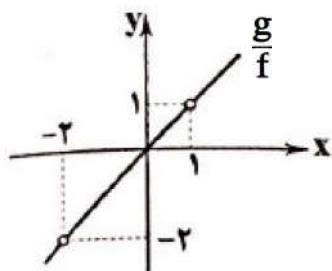
دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۲



۱۸۵- اگر نمودار  $y = f(x) + f(-x)$  به صورت زیر باشد، نمودار  $y = f(x)$  چگونه است؟



دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱۰



۱۸۶- اگر  $\frac{g}{f}(x) = xf(x)$  و  $g(x) = x^2 + ax + b$  به صورت

- زیر باشد، مقدار  $a^2 + b^2$  چه قدر است؟  
 ۱ (۱)  
 ۲ (۲)  
 ۳ (۳)  
 ۴ (۴)  
 ۵ (۵)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱۰

۱۸۷- اگر  $\frac{f}{g}(x)$ ، دامنه تابع  $\frac{f}{g}(x) = \sqrt{2-x}$  کدام است؟

$(-\infty, 0] \cup \{2\}$  (۴)

$(-\infty, 0]$  (۳)

$(-\infty, 2)$  (۲)

$[0, 2)$  (۱)

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۵

اگر  $y = \frac{f(x)}{g(x)}$  کدام است؟ باشد، دامنه تابع  $g(x) = \frac{x^2 - 25}{\sqrt{(x+4)}}$  و  $f(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{x+4}}$  - اگر  $-188$

(۱)  $(-\infty, +\infty) - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$  (۴)

(۲)  $(-\infty, +\infty)$  (۳)

R -  $\{-5, 5\}$  (۲)

(۱)  $(-\infty, +\infty) - \{5\}$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۳

اگر  $f(x) = x^2 + 2x + 1$  تابعی خطی و  $g(x)$  در صورتی که نمودار  $(f+g)(x)$  یک سهمی که رأس آن روی محور y ها قرار داشته و همچنین  $f - 2g(2) = 20$  باشد، تابع f محور x ها را در چه نقطه‌ای قطع می‌کند؟

(۱) ۳ (۴)

(۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)

(۱) ۲ (۲)

(۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱۰

## ترکیب توابع

اگر  $f = \{(1, 2), (3, 2), (2, 2), (0, 7)\}$  و  $g = \{(1, 1), (3, 3), (0, 8)\}$  کدام است؟  $fog$  تابع

{ } (۲)	$\{(1, 2), (3, 2)\}$ (۱)
$\{(1, 1), (3, 3), (0, 15)\}$ (۴)	$\{(1, 1), (3, 3)\}$ (۳)

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۱

اگر تابع  $f(f(x))$  باشد، تابع f کدام است؟  $f = \{(-2, 1), (0, 2), (2, 0), (1, -1), (3, 3)\}$

$\{(-1, -2), (-2, -1), (0, 0), (2, 2)\}$ (۲)	$\{(-2, -1), (0, 0), (2, 2)\}$ (۱)
$\{(-1, -2), (0, 0), (2, 2), (3, 3)\}$ (۴)	$\{(-2, -2), (-1, -1), (0, 0), (2, 2)\}$ (۳)

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - تابستانه سوم

اگر  $f = \{(1, 2), (3, 4), (2, 7), (5, 1), (4, 6)\}$  و  $g = \{(7, 1), (2, 3), (6, 2), (3, 5)\}$  برد تابع  $gof$  کدام است؟

$\{1, 2, 5\}$ (۴)	$\{2, 3, 4\}$ (۳)	$\{1, 2, 4\}$ (۲)	$\{1, 2, 3\}$ (۱)
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۲

دو تابع  $g^{-1}$  of  $f^{-1}$  کدام است؟  $f = \{(1, 2), (2, 3), (4, 5), (3, 4)\}$  و  $g = \{(2, 1), (3, 2), (5, 4)\}$  مفروض‌اند. تابع

$\{(2, 2), (3, 3), (5, 5)\}$ (۴)	$\{(2, 2), (1, 1), (4, 4)\}$ (۳)	$\{(3, 3), (5, 5), (4, 3)\}$ (۲)	$\{(4, 4), (1, 1), (3, 4)\}$ (۱)
----------------------------------	----------------------------------	----------------------------------	----------------------------------

دوره دوم متوسطه - کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی - ۹۰

اگر در تابع  $f = \{(a+1, 2), (1, -1), (3, 2a+3)\}$  و  $g = \{(2, 7), (-1, 2), (5, 1)\}$  تساوی  $f(g^{-1}(x)) = 3$  برقرار باشد، مقدار  $x$  کدام است؟

-۱ (۴)	۳ (۳)	۲ (۲)	-۲ (۱)
--------	-------	-------	--------

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱۱

۱۹۵- تابع  $f = \{(2, 1), (3, 2), (4, 5), (1, 7)\}$  و  $g = \{(1, 2), (3, 1), (a, 3), (b, 1)\}$  مفروض‌اند، اگر  $(4, 1) \in gof$  باشد، دو تایی  $(a, b) \in fog$  کدام است؟

(۱)  $(3, 4)$  (۲)  $(4, 3)$  (۳)  $(4, 5)$  (۴)  $(5, 4)$

دوره دوم متوسطه - سراسری - ریاضی - ۹۰

۱۹۶- تابع  $f = \{(2, 1), (3, 2), (4, 5), (1, 7)\}$  و  $g = \{(1, 2), (3, 1), (a, 3), (b, 1)\}$  مفروض‌اند، اگر  $(4, 1) \in gof$  و  $(4, 2) \in fog$  باشد، دو تایی  $(a, b)$  کدام است؟

(۱)  $(3, 4)$  (۲)  $(4, 3)$  (۳)  $(4, 5)$  (۴)  $(5, 4)$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۲

۱۹۷- اگر  $f = \{(2, 3), (a, 4), (12, 1)\}$  و  $g(x) = x + \sqrt{x}$  باشد و  $fog = \{(1, 3), (4, 4), (b, 1)\}$  باشد، حاصل  $a + b$  کدام است؟

(۱)  $(1, 6)$  (۲)  $(2, 9)$  (۳)  $(3, 15)$  (۴)  $(4, 1)$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۲

۱۹۸- اگر  $f(x) = x + \sqrt{x}$  و  $g(f(a)) = 5$  باشد، عدد  $a$  کدام است؟

(۱)  $(1, 1)$  (۲)  $(2, 4)$  (۳)  $(3, 2)$  (۴)  $(4, 1)$

دوره دوم متوسطه - سراسری - تجربی - ۹۱

۱۹۹- اگر  $f = \{(1, 3), (3, 4)\}$  و  $g(x) = \frac{2x-1}{x+5}$  برد تابع  $g^{-1} \circ f$  کدام است؟

(۱)  $(-14, -12)$  (۲)  $(-16, -10/5)$  (۳)  $(-14, -10/5)$  (۴)  $(-16, -12)$

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۴

۲۰۰- دو تابع با ضابطه‌های  $f(x) = 2x$  و  $g = \{(2, 5), (3, 4), (1, 6), (4, 7), (8, 1)\}$  مفروض‌اند. اگر  $(f^{-1} \circ g)(a) = 6$  باشد،  $a$  کدام است؟

(۱)  $(1, 1)$  (۲)  $(2, 2)$  (۳)  $(3, 4)$  (۴)  $(4, 2)$

دوره دوم متوسطه - سراسری - ریاضی - ۹۳ (سراسری - آزاد)

۲۰۱- دو تابع  $f = \{(5, 2), (7, 3), (4, 1), (3, 6), (9, 1)\}$  و  $g(x) = \sqrt{5x+9}$  مفروض‌اند.

اگر  $(g^{-1} \circ f^{-1})(a) = 8$  باشد،  $a$  کدام است؟

(۱)  $(1, 2)$  (۲)  $(2, 3)$  (۳)  $(3, 4)$  (۴)  $(4, 7)$

دوره دوم متوسطه - کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی - ۹۶

۲۰۲- دو تابع با ضابطه‌های  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$  و  $g = \{(2, -1), (-1, 4), (3, -2), (-4, -3)\}$  مفروض‌اند. اگر  $g(f(a)) = 3$  باشد،  $a$  کدام است؟

(۱)  $(-4, -1)$  (۲)  $(-1, 2)$  (۳)  $(2, 4)$

دوره دوم متوسطه - کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی - ۹۳

۲۰۳ - اگر  $f(x) = 2 - |x - 2|$ ، ضابطه‌ی تابع  $f(f(x))$  برابر کدام است؟

۴ -  $f(x)$  (۱)       $f(x)$  (۲)       $x$  (۳)       $2 - x$  (۴)

دوره دوم متوسطه - کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی - ۹۰

۲۰۴ - اگر  $g(x) = \frac{2x + 2}{2 - x}$  باشد، ضابطه‌ی تابع  $g(f(x))$  کدام است؟

$x$  (۱)       $x + 1$  (۲)       $2x$  (۳)       $x - 1$  (۴)

دوره دوم متوسطه - سراسری - تجربی - ۹۶

۲۰۵ - اگر  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$  باشد، ضابطه‌ی تابع  $f^{-1}(\sin x)$  کدام است؟

$\tan x$  (۱)       $\cot x$  (۲)       $\frac{\cos x}{\sin x}$  (۳)       $\frac{\sin x}{|\cos x|}$  (۴)

دوره دوم متوسطه - سراسری - ریاضی - ۹۰

۲۰۶ - اگر  $g(x) = 1 - 3x$  و  $f(x) = 2 + \sqrt{x - 1}$  باشد، ضابطه‌ی تابع  $gof^{-1}$  کدام است؟

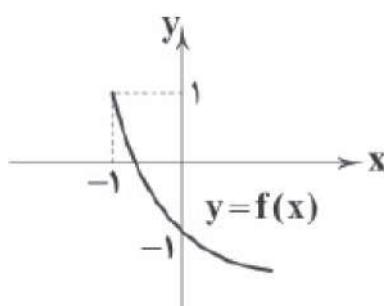
$-3x^2 + 12x - 14$  (۱)       $-2x^2 - 5x + 10$  (۳)       $x^2 - 6x + 8$  (۲)       $4x^2 - 6x + 3$  (۴)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱۵

۲۰۷ - اگر  $f(x) = f^{-1}(2x + 1)$ ، مقدار  $f(2x + 1)$  کدام است؟

$v$  (۱)       $2$  (۲)       $3$  (۳)       $\frac{1}{v}$  (۴)

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۳



۲۰۸ - اگر نمودار  $f(x)$  با ضابطه‌ی  $a + b\sqrt{x+1}$  به صورت زیر باشد و

$g(x) = \frac{x-4}{x+4}$  حاصل  $gof(\lambda)$  چه قدر است؟

۸ (۱)      ۷ (۲)      ۹ (۳)      ۶ (۴)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱۱

۲۰۹ - اگر  $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$  و  $g(x) = x + 4$  باشند. جواب معادله  $(gof)(x) = (fog)(x)$  کدام است؟

$-1, -7$  (۱)       $1, -7$  (۲)       $-1, 7$  (۳)       $1, 7$  (۴)

دوره دوم متوسطه - کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی - ۹۷

۲۱۰- اگر  $fog(x) = 1 - 3x^2$  و  $g(x) = x - 1$  و  $f(x) = x^3 + 2x + 1$  در کدام فاصله باشد، ریشه‌ی حقیقی معادله‌ی  $fog(x) = 0$  باشد، قرار دارد؟

$$(-5, -3) \quad (4)$$

$$(-3, 0) \quad (3)$$

$$\left(0, \frac{3}{5}\right) \quad (2)$$

$$\left(\frac{3}{5}, 1\right) \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱۱

۲۱۱- اگر  $f(x) = \frac{4}{1-x}$  باشد، مقدار  $(1)$  کدام است؟

$$-8 \quad (4)$$

$$-9 \quad (3)$$

$$8 \quad (2)$$

$$9 \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱۰

۲۱۲- تابع با ضابطه‌ی  $g(x) = x - \sqrt{x}$  مفروض است. اگر نمودار تابع  $f$  محور  $x$  را در دو نقطه به طول‌های  $6$  و  $\frac{1}{4}$

قطع کند، آنگاه نمودار تابع  $fog$  ، محور  $x$  را با کدام طول قطع می‌کند؟

$$(4) \quad 9 \quad 4$$

$$\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{9}\right) \quad (3)$$

$$\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{9}\right) \quad (2)$$

$$\left(\frac{1}{9}, \frac{1}{4}\right) \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی - ۹۴

۲۱۳-  $f$ -تابع خطی با عرض از مبدأ  $4$  و  $g$  تابعی درجه دوم با ضریب بزرگ‌ترین درجه‌ی  $2$  می‌باشند. اگر  $fog(x) = x^3 + 4x - 1$  باشد، مقدار  $(2)$  چه قدر است؟

$$70 \quad (4)$$

$$80 \quad (3)$$

$$90 \quad (2)$$

$$60 \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۹

۲۱۴- اگر  $f$  یک تابع خطی با شبیث مثبت باشد،  $fog(x) = 1 - 4x$  و  $(f+g)(x) = 4$ ، حاصل  $(f-g)(2)$  چقدر است؟

$$18 \quad (4)$$

$$16 \quad (3)$$

$$14 \quad (2)$$

$$12 \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۱

۲۱۵- اگر  $(g^{-1} \circ f^{-1})(5) = 4$ ،  $g(x) = ax^3 + b$  و  $f(x) = \frac{x-24}{8}$  باشد، دو تابع  $(a, b)$  کدام است؟

$$(0, 0) \quad (4)$$

$$(1, 1) \quad (3)$$

$$(0, 1) \quad (2)$$

$$(1, 0) \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱۴

۲۱۶- اگر  $x^2 + 1 = f(f^{-1}(x)) + g^{-1}(g(x))$  و  $f(x) = \sqrt[3]{4x} - 1$ ، جواب معادله‌ی  $g(x) =$

است؟

$$\sqrt[3]{-\frac{17}{2}} \quad (4)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۲

۲۱۷- اگر  $f(x) = x^2 + x - 2$  ،  $g(x) = \frac{1}{2}(x-3)$  ، مجموعه طول نقاط از منحنی تابع  $fog$  که در زیر محور  $x$  ها قرار گیرند، برابر کدام بازه است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۵

(۱) ۱ و -۵

دوره دوم متوسطه - کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی - ۹۱

۲۱۸- اگر  $f(x) = (x-1)^2$  ،  $g(x) = 2x^2 + x - 3$  باشد، حداقل مقدار  $a - b$  چه قدر است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۱

(۱) ۲

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱۰

۲۱۹- اگر  $f(x) = \sqrt{x-1}$  و  $g(x) = \sqrt{2-x}$  ، دامنهٔ تابع  $gof$  شامل چند عدد طبیعی است؟

(۴) ۴

(۳) ۶

(۲) ۷

(۱) ۵

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۱

۲۲۰- اگر  $f(x) = \frac{1+x^2}{1-x}$  و  $g(x) = \sqrt{x-x^2}$  باشند، دامنهٔ تابع  $gof$ ، کدام است؟

 $R - \{1, -1\}$  (۴)

(-۱, ۱) (۳)

{۰} (۲)

[۰, ۱) (۱)

دوره دوم متوسطه - سراسری - ریاضی - ۹۶

۲۲۱- اگر  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$  و  $D_{fog} = 1 + \sqrt{x}$  باشد، کدام است؟

[۰, +∞) (۴)

[۰, ۲) (۳)

[-۱, +∞) (۲)

[۰, +∞) (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱۴

۲۲۲- اگر  $f(x) = \sqrt{x-x}$  ، دامنهٔ تابع  $fog$  کدام است؟

[۱, +∞) (۴)

[۰, ۱] (۳)

[۰, +∞) (۲)

{۰, ۱} (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۲

۲۲۳- اگر  $f(x) = x^2 - 4x + 3$  و  $g(x) = x^2 + 3x + \frac{5}{4}$  ،  $(fog)(x) = fog(x)$  یک تابع خطی با شیب مثبت باشد. ضابطهٔ تابع  $g(f(x))$  کدام است؟

 $x^2 - 4x + \frac{13}{2}$  (۴) $x^2 - 4x - \frac{1}{2}$  (۳) $-x^2 + 4x - \frac{13}{2}$  (۲) $-x^2 + 4x + \frac{1}{2}$  (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۲

۲۲۴- اگر  $f(x) = \frac{x}{x-3}$  و  $g(x) = 2x-1$  ، مقدار  $(fog)(x)$  کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۲

(۲) -۲

(۱) -۴

دوره دوم متوسطه - سراسری - ریاضی - ۹۱

۲۲۵ - اگر  $\frac{5x-1}{13}$  کدام است؟  
 $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$  و  $g(x) = \sqrt[3]{x+1}$

۱ (۴)      ۲ (۳)      ۳ (۲)      ۴ (۱)

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۱

۲۲۶ - اگر  $f(x) = x+1$  و  $g(x) = \sqrt{x^2 + 2x}$  باشد، مقدار  $g(f(x))$  چه قدر است؟

۱ (۴)      ۲ (۳)      ۳ (۲)      ۴ (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۹

۲۲۷ - اگر  $f(2x-3) = 4x^2 - 14x + 13$  باشد، ضابطه  $f(x)$  برابر کدام است؟

$x^2 - x + 1$  (۴)       $x^2 - 2x + 1$  (۳)       $x^2 - 2x - 1$  (۲)       $x^2 - x + 3$  (۱)

دوره دوم متوسطه - سراسری - تجربی - ۹۷

۲۲۸ - اگر  $f(x) = 8x^2 + 6x + 5$  و  $g(x) = 2x + 1$  باشند، تابع  $(fog)(x)$  برابر کدام است؟

$2x^2 + x + 3$  (۴)       $2x^2 - x + 4$  (۳)       $2x^2 - 2x + 3$  (۲)       $2x^2 + 3x + 1$  (۱)

دوره دوم متوسطه - کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی - ۹۵

۲۲۹ - اگر  $f(x) = 4(x^2 - 4x + 5)$  و  $g(x) = 2x - 3$  باشند، تابع  $(fog)(x)$  کدام است؟

$x^2 - 2x + 3$  (۴)       $x^2 - 2x + 5$  (۳)       $x^2 - 4x + 5$  (۲)       $x^2 - 4x + 3$  (۱)

دوره دوم متوسطه - سراسری - ریاضی - ۹۳ (سراسری - آزاد)

۲۳۰ - اگر  $f(x) = x^2 - x - 2$  و  $f(g(x)) = x^2 + x - 2$  آنگاه  $f(g(x))$  کدام است؟

$x^2 + 2x$  (۴)       $x^2 - 2x$  (۳)       $x^2 + 1$  (۲)       $x^2 - 1$  (۱)

دوره دوم متوسطه - کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی - ۹۰

۲۳۱ - اگر  $f(x) = 2x + 3$  و  $g(f(x)) = 8x^2 + 22x + 20$  باشند، ضابطه تابع  $fog$  کدام است؟

$4x^2 - 4x + 11$  (۴)       $4x^2 - 2x + 13$  (۳)       $2x^2 - 3x + 7$  (۲)       $2x^2 - 7x + 3$  (۱)

دوره دوم متوسطه - سراسری - ریاضی - ۹۲ (سراسری - آزاد)

۲۳۲ - اگر  $f(x-3) = x^2 - 4x + 5$  آنگاه  $f(x)$  کدام است؟

$x^2 - 4x + 5$  (۴)       $x^2 + 4x + 5$  (۳)       $x^2 + 3$  (۲)       $x^2 + 1$  (۱)

دوره دوم متوسطه - سراسری - تجربی - ۹۰

## تابع یکنوا

۲۳۳- اگر تابع  $f = \{(2, 2m+3), (1, 6), (3, -4)\}$  یک تابع نزولی اکیدا باشد، آنگاه در محدوده  $m$  چند عدد صحیح وجود دارد؟

$$6(4) \quad 5(3) \quad 4(2) \quad 3(1)$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۲

۲۳۴- اگر تابع  $f = \{(1, 4), (-1, -2), (0, x^2 + 3x)\}$  صعودی اکیدا باشد، حدود  $x$  کدام است؟

$$(-4, -2) \cup (-1, 1) \quad 4(3) \quad (-\infty, -2) \quad (-4, 1) \quad (2) \quad (-4, +\infty) \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱۰

۲۳۵- اگر تابع  $f = \{(1, m), (5, 7m+2), (3, 2m+1)\}$  صعودی باشد، حدود  $m$  کدام است؟

$$(-\infty, -1) \quad 4(4) \quad \left(-1, \frac{-1}{5}\right) \quad 3(3) \quad \left(\frac{-1}{5}, +\infty\right) \quad (2) \quad (-1, +\infty) \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۱

۲۳۶- اگر  $f + g = \{(2, -3), (1, 2a), (4, -a), (0, 2)\}$ ،  $f = \{(1, -1), (-1, a), (2, 3a), (4, 5)\}$  و  $g$  نزولی باشد، کدام گزینه در مورد  $a$  درست است؟

$$a \in \mathbb{R} \quad 4(4) \quad a \leq 2 \quad 3(3) \quad a = 2 \quad 2(2) \quad a \geq 2 \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۲

۲۳۷- کدام تابع زیر یکنواست؟

$$f(x) = |x - 2| \quad 4(4) \quad f(x) = x^2 - 4x \quad 3(3) \quad f(x) = x^2 |x| \quad (2) \quad f(x) = x|x| \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۸

۲۳۸- نمودار تابع  $y = x^3 - 6x^2 + 12x$  روی  $\mathbb{R}$  چگونه است؟

(۱) ابتدا نزولی اکید، سپس نزولی اکید

(۲) نزولی اکید

(۳) صعودی اکید

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۹

۲۳۹- نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = 2x - |x|$  در بازه  $(-1, 1)$  چگونه است؟

(۱) ابتدا نزولی، سپس صعودی

(۲) صعودی

(۳) ابتدا صعودی، سپس نزولی

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۳

۲۴۰- تابع  $y = 2x + \frac{|x|}{x}$  در دامنه خود چگونه است؟

(۱) اکیدا صعودی

(۲) غیریکنوا

(۳) هم صعودی و هم نزولی

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱

۲۴۱- تابع  $y = (2x - 3)^3 + (2x - 3)$  در کدام بازه صعودی است؟

(۰,  $+\infty$ ) (۴)      (- $\infty$ ,  $+\infty$ ) (۳)      (-۱,  $+\infty$ ) (۲)      (-۱, ۴) (۱)

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۴

۲۴۲- تابع  $f$  صعودی اکید با دامنه  $R$  میباشد. جواب نامعادله  $f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \leq f\left(\frac{x-1}{2}\right)$  کدام است؟

$x \geq -4$  (۴)       $x \geq -3$  (۳)       $x \geq -2$  (۲)       $x \geq -1$  (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گرددآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۹

۲۴۳- اگر در تابع اکیداً صعودی  $f$  (با دامنه  $R$ ) داشته باشیم  $f(a^2 + |a| + 1) > f(a^2 - |a| + 3)$ ، مجموعه مقادیر  $a$  کدام است؟

$R$  (۴)       $\emptyset$  (۳)       $|a| < 1$  (۲)       $|a| > 1$  (۱)

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۱

۲۴۴- اگر تابع  $f(x) = x^3 - 6x - 1$  اکیداً صعودی باشد، حداقل مقدار  $a$  کدام است؟

۶ (۴)      ۳ (۳)      ۲ (۲)      ۱ (۱)

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۱

۲۴۵- اگر تابع  $f(x) = (2 - m)\sqrt{(m-1)x+1} - m$  کدام است؟

(۱, ۲) (۴)      (۱, ۳) (۳)      (۰, ۳) (۲)      (-۱, ۰) (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گرددآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱۰

۲۴۶- بهازی چند مقدار صحیح  $m$ ، تابع  $f(x) = \left(\frac{3m+1}{4}\right)^x$  نزولی است؟

$m$  هیچ مقدار (۴)      ۳ (۳)      ۲ (۲)      ۱ (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گرددآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱

۲۴۷- بزرگ‌ترین بازه برای  $k$  که در آن تابع نمایی  $y = \left(\frac{5-k}{1-2k}\right)^x$  همواره اکیداً صعودی باشد، کدام است؟

$\left(-4, \frac{1}{3}\right)$  (۴)       $\left(-3, \frac{1}{3}\right)$  (۳)       $\left(-2, \frac{1}{3}\right)$  (۲)       $\left(-1, \frac{1}{3}\right)$  (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گرددآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۳

۲۴۸- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} -3x + 1 & ; x \geq 0 \\ ax + a + 4 & ; x < 0 \end{cases}$  در تمام دامنه‌اش نزولی اکید باشد، مجموعه تمام مقادیر ممکن برای  $a$  کدام است؟

$\{a < 0\}$  (۴)       $\{-3 \leq a < 0\}$  (۳)       $\{-3 \leq a \leq 0\}$  (۲)       $\{a \leq 0\}$  (۱)

-۲۴۹ تابع  $f(x) = \begin{cases} ax + 2 & x \leq 1 \\ x^2 + 3 & x > 1 \end{cases}$  اکیداً صعودی است. محدودهی  $a$  کدام است؟

$a > 0$  (۴)       $0 < a \leq 2$  (۳)       $0 < a < 1$  (۲)       $1 < a < 2$  (۱)

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۲

-۲۵۰ اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} \log_2(x-1) & x \geq 2 \\ (a-1)x + a - 4 & x < 2 \end{cases}$  اکیداً صعودی باشد،  $a$  کدام است؟

$(0, 5)$  (۴)       $(1, 2]$  (۳)       $(1, +\infty)$  (۲)       $(0, 2)$  (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱۰

-۲۵۱ بهازای چه مقداری از  $a$ ، تابع  $f(x) = \begin{cases} |x+1| & ; x \leq -1 \\ -\frac{x}{2} + a & ; -1 < x < 1 \\ -\sqrt{x-1} - 1 & ; x \geq 1 \end{cases}$  اکیداً نزولی خواهد بود؟

$-\frac{3}{2}$  (۴)       $-1$  (۳)       $-\frac{1}{2}$  (۲)       $\frac{1}{2}$  (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۲

-۲۵۲ مجموعه جواب  $f(x) = \begin{cases} -\frac{2x}{k} + 2 & x \geq 3 \\ -2x + \frac{6}{k} & x \leq 2 \end{cases}$  اکیداً نزولی باشد،  $|k+m| < n$  و مقادیری از  $k$  که تابع

$-3$  (۴)       $0$  (۳)       $-2$  (۲)       $-1$  (۱)

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۴

-۲۵۳ تابع  $f(x) = (x-a)^3 + m - 2n^2$  کدام است؟ ( $a \neq 0$ )

$a \geq 1$  (۴)       $a \leq 1$  (۳)       $a \geq 2$  (۲)       $a \leq 2$  (۱)

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۳

-۲۵۴ توابع  $f$  و  $g$  با دامنهی  $R$  را در نظر بگیرید. اگر  $f$  اکیداً صعودی و  $g$  اکیداً نزولی باشد، کدامیک از توابع زیر اکیداً نزولی است؟

$gog$  (۴)       $fof$  (۳)       $fog$  (۲)       $f+g$  (۱)

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۱

-۲۵۵ اگر  $f$  تابعی یکبهیک باشد، به گونه‌ای که توابع  $f$  و  $f^{-1}$  هر دو از نقطهی  $(1, -1)$  بگذرند، تابع  $f$  از نظر یکنواخت قطعاً چگونه است؟

(۱) اکیداً صعودی است.      (۲) کیداً نزولی است.      (۳) اکیداً صعودی نیست.      (۴) اکیداً نزولی نیست.

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۲

## تساوي دو تابع

۲۵۶- اگر دو تابع  $f = \{(2, -1), (c, d)\}$  و  $g = \{(2a^2 - 1, b^2 + 1), (b + 1, 2a - 1)\}$  برابر باشند،  $c + d$  کدام است؟

۱) ۴

۲) ۳

-۱) ۲

(۱) صفر

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱

۲۵۷- تابع  $f(x) = x - 2$  با کدام تابع زیر برابر است؟

$$P(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2} \quad (2)$$

$$h(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2} \quad (1)$$

$$g(x) = \frac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x^2 + 1} \quad (4)$$

$$\begin{cases} t: R^+ \rightarrow R \\ t(x) = x - 2 \end{cases} \quad (3)$$

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۳

۲۵۸- کدامیک از تابع‌های زیر با تابع  $y = x - 2$  برابر است؟

$$y = \sqrt{(x - 2)^2} \quad (2)$$

$$y = |x - 2| ; x \geq 2 \quad (1)$$

$$\begin{cases} y = \frac{x^2 - 2x}{x} ; x \neq 0 & (4) \\ y = -2 & ; x = 0 \end{cases}$$

$$y = \frac{x^2 - 4}{x + 2} \quad (3)$$

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۵

۲۵۹- کدامیک از توابع زیر با تابع  $f(x) = x + 3$  مساوی است؟

$$y = \frac{x^2 - 9}{x - 3} \quad (2)$$

$$y = \frac{x^2 + 6x + 9}{x + 3} \quad (1)$$

۴) هیچ کدام

$$y = \frac{x^3 + 27}{x^2 - 3x + 9} \quad (3)$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۳

۲۶۰- تابع  $y = 3 - \frac{2}{x+1}$  با کدامیک از تابع‌های زیر مساوی است؟

$$y = \frac{3x^2 + 4x + 1}{x^2 - 1} \quad (2)$$

$$y = \frac{3x^2 - 2x - 1}{(x + 1)^2} \quad (1)$$

$$y = \frac{3x^2 + 4x + 1}{(x + 1)^2} \quad (4)$$

$$y = \frac{3x^2 - 5x - 2}{x^2 - x - 2} \quad (3)$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - یازدهم - مرحله ۱۵

۲۶۱- کدام جفت از توابع زیر با هم برابرند؟

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{(x-2)^2} \\ g(x) = x - 2 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x-1}{x+1} \\ g(x) = 1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^3+x}{x^2+1} \\ g(x) = x \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt[3]{x} \\ g(x) = x^{\frac{1}{3}} \end{cases} \quad (3)$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - یازدهم - مرحله ۸

۲۶۲- توابع  $f$  و  $g$  در کدام گزینه با هم برابرند؟

$$g(x) = |x|, f(x) = (\sqrt{x})^2 \quad (2)$$

$$g(x) = |x|, f(x) = \sqrt{x^2} \quad (1)$$

$$g(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}, f(x) = \frac{|x|}{|x|} \quad (4)$$

$$g(x) = 1, f(x) = \frac{x}{x} \quad (3)$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - یازدهم - مرحله ۱۵

۲۶۳- اگر دو تابع  $1$  و  $g(x) = 3x - 1$  مساوی باشند، مقدار  $k$  کدام است؟

$$-\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$-\frac{5}{3} \quad (3)$$

$$-\frac{7}{3} \quad (2)$$

$$-1 \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۷

۲۶۴- دو تابع  $g(x) = \frac{|x-2|}{x-2}$  و  $f(x) = \begin{cases} 1 & x > a \\ b & x < c \end{cases}$  کدام است؟

$$-1 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$-3 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۴

۲۶۵- اگر توابع  $f$  و  $g$  به ترتیب با ضابطه‌های  $f(x) = x - b$  و  $g(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2} & x \neq 2 \\ a+3 & x=2 \end{cases}$  با هم مساوی باشند، مقدار  $ab$  کدام است؟

$$-1 \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

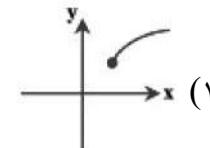
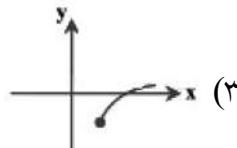
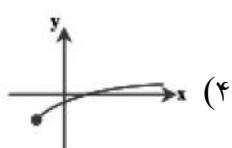
$$-2 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۵

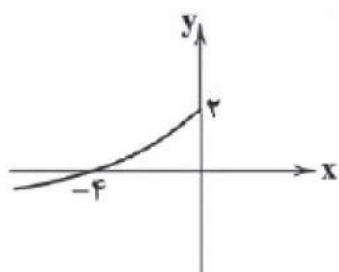
۲۶۶- اگر دو تابع  $y = \sqrt{x+a} - a$  کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{25x^2 - 1}{5x - 1} & x \neq \frac{1}{5} \\ a & x = \frac{1}{5} \end{cases}$$



دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۲

## رسم و انتقال نمودارها



۲۶۷- نمودار تابع زیر فقط از قرینه‌یابی و انتقال نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{x}$  به دست آمده است. ضابطه‌ی این تابع کدام است؟

(۱)  $2 + \sqrt{-x}$

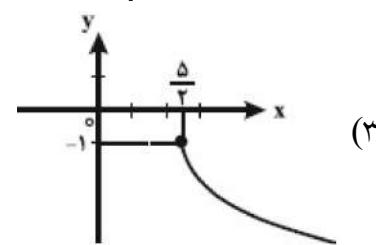
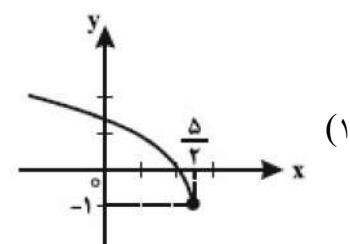
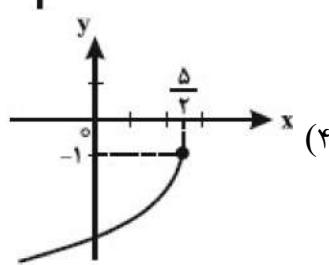
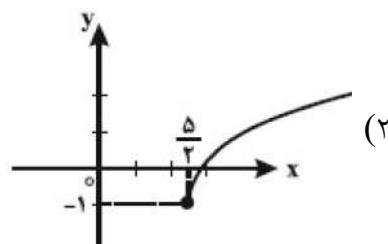
(۲)  $2 - \sqrt{-x}$

(۳)  $-2 - \sqrt{x}$

(۴)  $-2 + \sqrt{-x}$

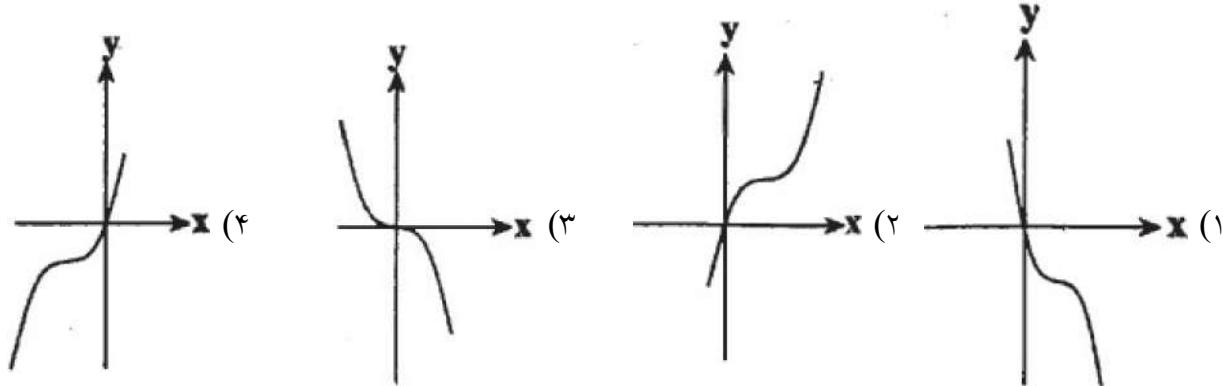
دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱۴

۲۶۸- نمودار تابع  $y = \sqrt{5 - 2x} - 1$  کدام است؟



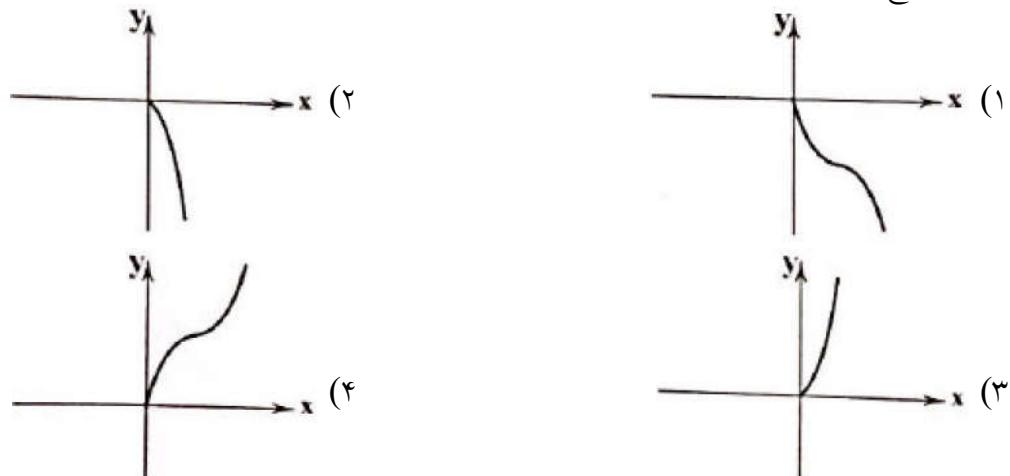
دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱

۲۶۹- نمودار تابع  $f(x) = 6x^2 - x^3 - 12x$  شبیه کدام گزینه است؟



دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۲

۲۷۰- نمودار تابع  $y = x^3 + 3x|x+1|$  با شرط  $x \geq 0$  چگونه است؟



دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱۰

۲۷۱- نقطه‌ی  $(2, -1)$  روی نمودار تابع  $y = f(2x)$  قرار دارد. کدام یک از نقاط زیر حتماً روی نمودار تابع  $y = 2f(x+1)$  قرار دارد؟

$$(4, 1)$$

$$(1, -5)$$

$$(4, -5)$$

$$(1, 1)$$

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۲

۲۷۲- نقطه‌ی  $(x_0, -1, y_0)$  یک نقطه از نمودار تابع  $y = f(x)$  است. نقطه‌ی متناظر با آن روی نمودار تابع  $y = f(2x-1)$  کدام است؟

$$(2x_0 + 1, y_0)$$

$$\left(\frac{x_0}{2} + 1, y_0\right)$$

$$\left(\frac{x_0 + 1}{2}, y_0\right)$$

$$(2x_0 - 1, y_0)$$

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۱

۲۷۳- اگر نقطه‌ی  $(2, -3)$  متعلق به تابع  $y = f(x)$  باشد، پس از رسم تابع  $y = 2f(x+1) - 3$ ، نقطه‌ی  $A$  کدام نقطه روی تابع  $y = g(x)$  منتقل شده است؟

$$(1, -6)$$

$$(1, -9)$$

$$(3, -6)$$

$$(3, -9)$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۸

۲۷۴- اگر دامنه تابع  $f(x) = y$  بازه  $[2, -1]$  باشد، دامنه تابع  $f(3x + 4)$  کدام است؟

$[1, 2] (4)$

$[0, 3] (3)$

$[0, 1] (2)$

$\left[-\frac{4}{3}, -\frac{1}{3}\right] (1)$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۲

۲۷۵- دامنه تابع  $f(x + 3) = 2 - x$  بازه  $(-1, 2)$  است. برد  $f(x)$  کدام است؟

$[-2, 1] (4)$

$[3, 7] (3)$

$(3, 6) (2)$

$(0, 3) (1)$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۳

۲۷۶- اگر برد تابع  $f$  بازه  $R_f = [-\sqrt{5}, 1]$  شامل چند عدد صحیح است؟

$4 (4)$

$3 (3)$

$2 (2)$

$5 (1)$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱

۲۷۷- اگر دامنه و برد تابع  $f(x) = 2f(x-1)$  و  $[0, 6]$  باشد، دامنه و برد تابع  $g(x) = 2f(x)$  به ترتیب

$\frac{c+d}{a+b}$  کدام است؟

$2 (4)$

$3 (3)$

$2 (2)$

$-1 (1)$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۹

۲۷۸- اگر دامنه و برد تابع  $y = f(x)$  به صورت  $R_f = [2, 6]$  و  $D_f = [-1, 2]$  باشد و دامنه و برد تابع

$\frac{a}{m} + \frac{b}{n}$  باشد، حاصل  $R_g = [a, b]$  و  $D_g = [m, n]$  به صورت  $g(x) = 2f(2x-3)+1$  کدام است؟

$10/4 (4)$

$10 (3)$

$10/2 (2)$

$9/8 (1)$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۸



۲۷۹- اگر نمودار تابع  $f$  به شکل باشد، نمودار تابع  $y = -f(-x)$  در کدام ناحیه دستگاه مختصات

قرار دارد؟

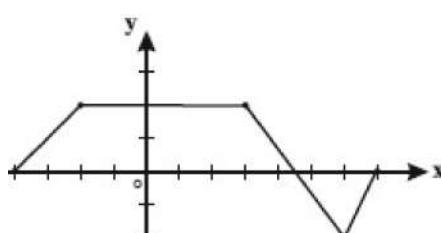
$1) \text{ اول}$

$2) \text{ دوم}$

$3) \text{ سوم}$

$4) \text{ چهارم}$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱



۲۸۰- نمودار تابع  $f$  به صورت شکل زیر است. دامنه تابع  $y = 2f(2x - 1)$  شامل چند عدد صحیح است؟

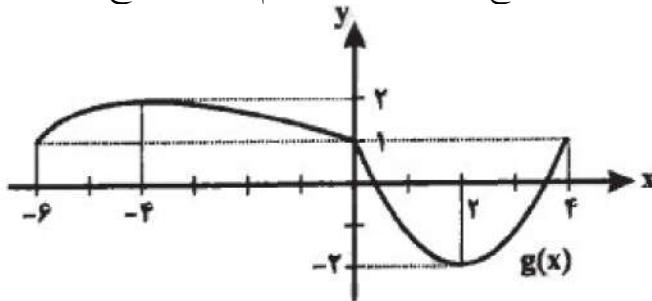
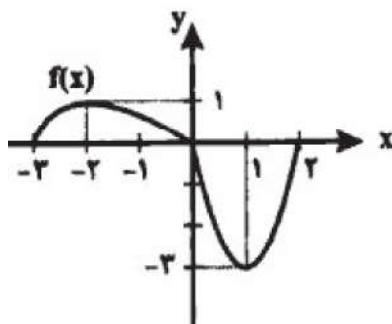
$1) (2)$

$8 (4)$

$6 (3)$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱

-۲۸۱- با توجه به نمودار دوتابع  $f(x)$  و  $g(x)$  کدام رابطه صحیح است؟



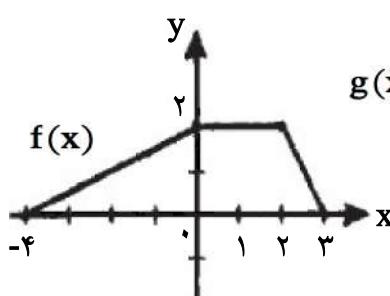
$$g(x) = f(2x) + 1 \quad (2)$$

$$g(x) = f(x+2) + 1 \quad (4)$$

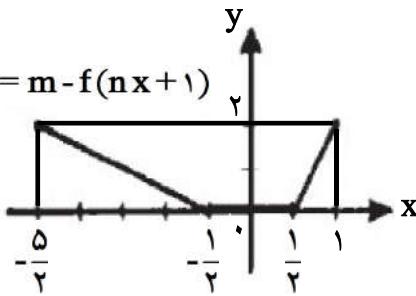
$$g(x) = f\left(\frac{x+2}{2}\right) \quad (1)$$

$$g(x) = f\left(\frac{x}{2}\right) + 1 \quad (3)$$

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۲



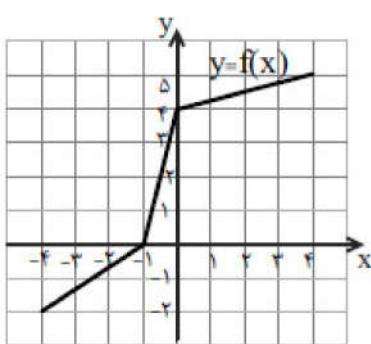
$$g(x) = m - f(nx+1)$$



-۲۸۲- با توجه به نمودارهای  $f(x)$  و  $g(x) = m - f(nx+1)$  حاصل ۲m+n کدام است؟

- ۲ (۲)      ۴ (۱)  
۳ (۴)      ۶ (۳)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۲



-۲۸۳- اگر نمودار تابع  $f$  به صورت زیر باشد و نمودار تابع  $g(x) = kf(x) + b$  از مبدأ مختصات عبور کند، زوج مرتب  $(k, b)$  کدام می‌تواند باشد؟

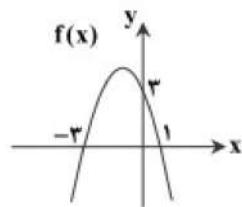
- |                                    |                |
|------------------------------------|----------------|
| $\left(\frac{1}{2}, -2\right)$ (۲) | $(-2, -8)$ (۱) |
| $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ (۴)  | $(2, -4)$ (۳)  |

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱

-۲۸۴- اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  فقط از ناحیه اول نگذرد، نمودار تابع  $y = -f(-x)$  از کدام ناحیه نمی‌گذرد؟

- ۱) دوم      ۲) اول

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۸



۲۸۵- نمودار سهمی  $f(x)$  به صورت مقابل است. عرض رأس سهمی  $y = 2f(1-x)$  کدام است؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۱

۲۸۶- نمودار تابع  $y = \left| \frac{1}{2}x^2 - 4 \right|$  را، ۴ واحد به طرف  $X$  های منفی و یک واحد به طرف  $Y$  های مثبت انتقال می‌دهیم.

نمودار جدید و نمودار اولیه با کدام طول متقاطع‌اند؟

- ۲ (۴)
- ۳/۵ (۳)
- ۳ (۲)
- ۳/۵ (۱)

دوره دوم متوسطه - سراسری - تجربی - ۹۳ (سراسری - آزاد)

۲۸۷- نمودار تابع  $f(x) = x^2 - 4x + 1$  طی کدام فرایند به نمودار تابع  $g(x) = x^2$  تبدیل می‌شود؟

(۱) دو واحد انتقال طولی به چپ - سه واحد انتقال عرضی به پایین

(۲) دو واحد انتقال طولی به چپ - سه واحد انتقال عرضی به بالا

(۳) دو واحد انتقال طولی به راست - سه واحد انتقال عرضی به بالا

(۴) دو واحد انتقال طولی به راست - سه واحد انتقال عرضی به پایین

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۹

۲۸۸- نمودار تابع  $y = x^2 - 4x + 1$  را ۲ واحد به طرف  $X$  های منفی و سپس ۳ واحد به طرف  $Y$  های مثبت انتقال می‌دهیم.

معادله نمودار حاصل کدام است؟

$$y = x^2 - 3x + 5 \quad (۱)$$

$$y = x^2 + 3x + 5 \quad (۳)$$

$$y = x^2 + 4x + 3 \quad (۴)$$

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۳

۲۸۹- به ترتیب با کدام انتقال‌ها نمودار  $y = x^2 + 6x + 3$  به روی نمودار  $y = x^2 - 4x + 1$  منطبق می‌شود؟

(۱) ۲ واحد به راست و ۹ واحد به بالا

(۲) ۵ واحد به راست و ۹ واحد به بالا

(۳) ۵ واحد به راست و ۴ واحد به بالا

(۴) ۲ واحد به راست و ۴ واحد به بالا

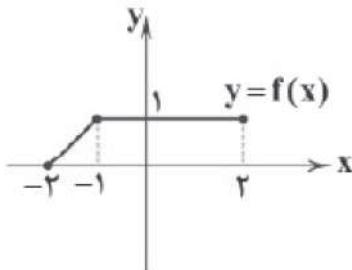
دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - جامع ۱

۲۹۰- نمودار تابع با ضابطه  $y = x^2 + 2x - 3$  را حداقل چند واحد به سمت مثبت محور  $X$  ها انتقال دهیم تا طول نقاط

تلaci نمودار حاصل با محور  $X$  ها، غیرمنفی باشد؟

- ۳ (۴)
- ۲/۵ (۳)
- ۲ (۲)
- ۱/۵ (۱)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - یازدهم - مرحله ۸



-۲۹۱- اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت زیر باشد، جواب معادله  $f(x+1) = f(x)$  کدام است؟

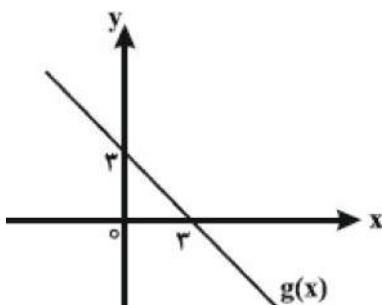
- ۱) ۲ (۱)  
۲) ۱ (۲)  
۳) -۲ (۳)  
۴) -۱ (۴)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱۱

-۲۹۲- قرینه نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{x}$  را نسبت به محور  $y$  ها تعیین کرده، سپس ۲ واحد به طرف  $x$  های مثبت انتقال می‌دهیم. نمودار حاصل، نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم را با کدام طول قطع می‌کند؟

- ۱) ۵ / ۱ (۴)  
۲) ۵ / ۱ (۳)  
۳) ۰ / ۲ (۱)

دوره دوم متوسطه - کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی. - ۹۷

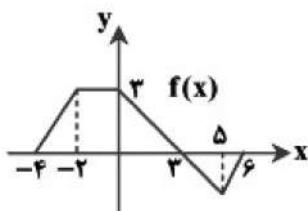


-۲۹۳- نمودار  $g(x) = f(x) - 2$  به صورت مقابل است. مساحت ناحیه محدود به نمودار  $h(x) = 2f(2x - 1)$  و محورهای مختصات چقدر است؟

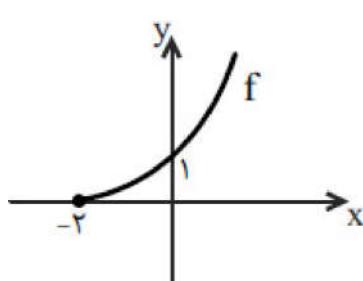
- ۱) ۱۵  
۲) ۱۲ (۲)  
۳) ۲۷ (۴)  
۴) ۱۸ (۳)

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱

-۲۹۴- نمودار تابع  $f$  به صورت مقابل است. نمودار تابع  $y = f(a - x)$  از ناحیه‌ی سوم مختصات عبور نمی‌کند.  $a$  کدام می‌تواند باشد؟



دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۲

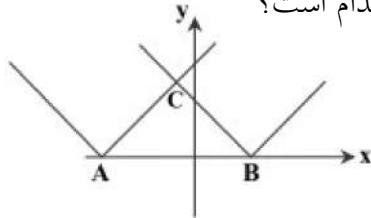


-۲۹۵- اگر نمودار تابع  $f$  به شکل زیر باشد، نمودار تابع  $y = -2 + f^{-1}(x - 1)$  از کدام ناحیه (نواحی) دستگاه مختصات عبور نمی‌کند؟

- ۱) دوم  
۲) سوم  
۳) دوم و سوم  
۴) سوم و چهارم

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۱

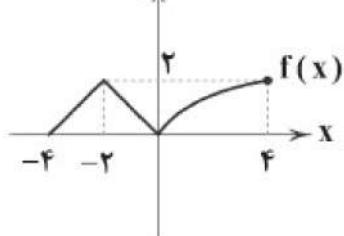
۲۹۶- نمودار  $|x| = y$  را یکبار ۳ واحد به راست و یکبار  $k$  واحد به چپ انتقال دادهایم و مطابق شکل آنها را در یک دستگاه مختصات رسم کردهایم. اگر مساحت مثلث ABC برابر ۱۶ باشد، مقدار  $k$  کدام است؟



- ۵ (۱)  
۶ (۲)  
۸ (۳)  
۱۰ (۴)

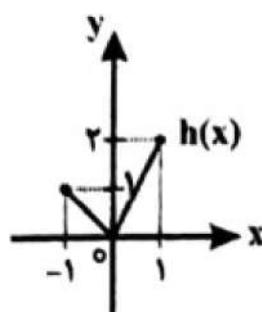
دوره دوم متوسطه - آزمونهای گزینه ۲ - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۱

۲۹۷- اگر نمودار  $f(x)$  به صورت زیر باشد، نمودار دو تابع  $y = 2f(2x)$  و  $y = -\frac{4}{3}(x-2)$  در چند نقطه متقاطع‌اند؟

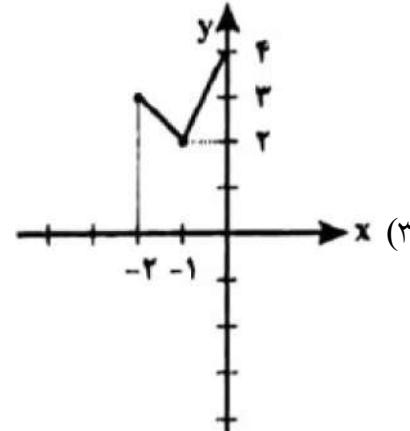
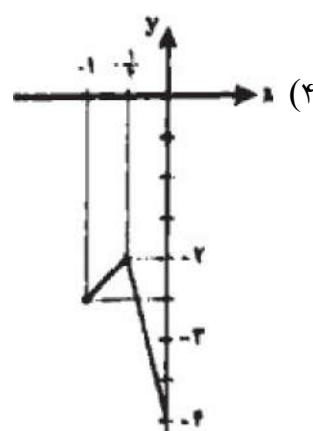
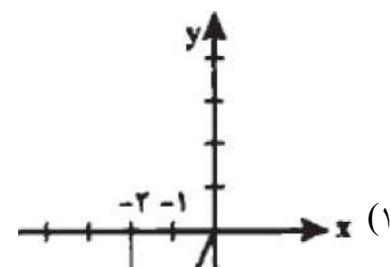
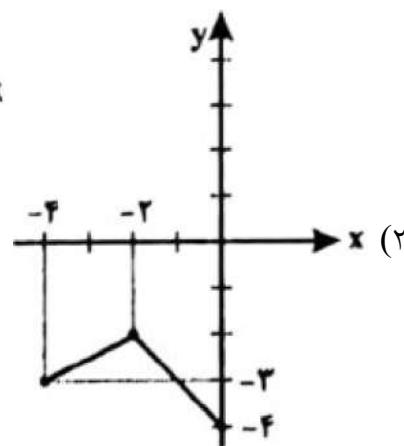


- ۱) صفر  
۲) یک  
۳) دو  
۴) سه

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۹

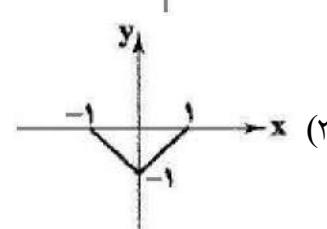
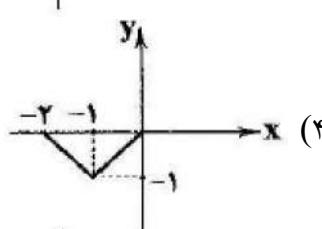
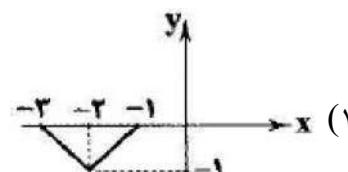
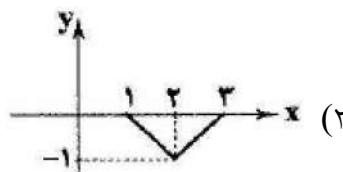
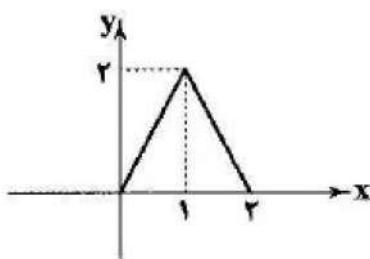


۲۹۸- نمودار تابع  $h(x) = f(x - 1) - 2$  مطابق شکل روبرو است. کدام گزینه نمودار تابع  $f\left(\frac{x}{2}\right)$ - را به درستی نشان می‌دهد؟



دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۲

۲۹۹- اگر نمودار  $y = -f(x-1)$  به صورت زیر باشد، نمودار تابع  $y = \frac{1}{2}f(-x+2)$  کدام است؟



دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۲

۳۰۰- اگر  $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x + 12}$  باشد، دامنه تابع  $f(2x)$  کدام است؟

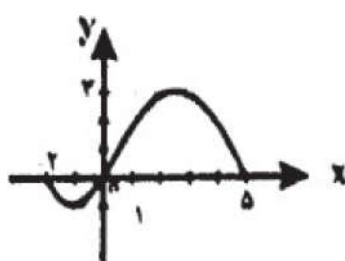
[۴] [-۲, ۶]

[۳] [۴, ۱۲]

[۲] [-۳, ۱]

[۱] [-۱, ۳]

دوره دوم متوسطه - آزمایشی سنجش - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - مرحله ۲



۳۰۱- اگر نمودار تابع  $f(x+2)$  به صورت مقابل باشد، دامنه عبارت

به کدام صورت است؟  $\sqrt{xf\left(1 - \frac{x}{2}\right)}$

[۲] [-۱۲, -۲]  $\cup$  [۰, ۲]

[۴] [-۶, -۱]  $\cup$  [۰, ۱]

[۱] {-۱۲, ۲}  $\cup$  [-۲, ۰]

[۳] {-۱۲}  $\cup$  [-۲, ۲]

دوره دوم متوسطه - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۸ - دوازدهم - مرحله ۲

- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x + \frac{y}{2} = 3 \Rightarrow \frac{y}{2} = 3 - x \Rightarrow y = 6 - 2x \quad (*)$$

$$\begin{aligned} x^2 + y - 5 &= 0 \xrightarrow{(*)} x^2 - 2x + 6 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \\ \Rightarrow (x - 1)^2 &= 0 \Rightarrow x = 1 \\ \Rightarrow y = 6 - 2x &= 4 \Rightarrow x + y = 1 + 4 = 5 \end{aligned}$$

- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$a^2 - 2a = -a \Rightarrow a(a - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a = 0 &\Rightarrow f = \{(-1, 0), (1 - b, -b), (-b, -2), (-b, -1), (-1, 0)\} \\ a = 1 &\Rightarrow f = \{(-1, -1), (1 - b, -b), (1 - b, -2), (-b, -1), (-1, -1)\} \\ -b = -2 &\Rightarrow b = 2 \Rightarrow a \times b = 1 \times 2 = 2 \end{aligned}$$

- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: در نمایش تابع به صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب، هیچ دو زوج مرتب متمایزی دارای مؤلفه اول یکسان

$$\text{نیستند. با توجه به نکته‌ی بالا و اینکه در تابع } f \text{ دو زوج مرتب } (1, 2) \text{ و } (1, a^2 - a) \text{ وجود دارد، نتیجه می‌شود:}$$

$$a^2 - a = 2 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Rightarrow (a - 2)(a + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 2 \end{cases}$$

اکنون توجه کنید که مقدار  $a = -1$  غیرقابل قبول است، زیرا باعث ایجاد زوج مرتب  $(1, 5)$  می‌شود، پس فقط مقدار  $a = 2$  قابل قبول است.

- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر مؤلفه‌های اول زوج‌های مرتب برابر باشند، برای تابع بودن، باید مؤلفه دوم آنها نیز با هم برابر شوند.

$$\begin{aligned} 2a + 4 &= -4a - 2 \Rightarrow 6a = -6 \Rightarrow a = -1 \\ \left\{ (2, 2), (2, 2), \left(\frac{-4}{-2}, b - 1\right), \left(\frac{2b}{3}, c + 1\right) \right\} \\ \Rightarrow b - 1 &= 2 \Rightarrow b = 3 \\ \left(\frac{2 \times 3}{3}, c + 1\right) &\rightarrow (2, c + 1) \\ \Rightarrow c + 1 &= 2 \Rightarrow c = 1 \\ \Rightarrow b - 2c + a &= 3 - 2 \times 1 + (-1) = 3 - 2 - 1 = 0 \end{aligned}$$

-۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} a = 1 \\ \text{یا} \\ a = 2 \end{cases}$$

$$(a, a^2 - 2) = (a, 3a - 4) \Rightarrow a^2 - 2 = 3a - 4 \Rightarrow a^2 - 3a + 2 = 0 \Rightarrow \underbrace{\underbrace{a}_{2}}_{\text{اگر } a = 2} \Rightarrow f = \{(2, 2), (2, 2), (2, 2), (8 - 6, b)\} \Rightarrow b = 2$$

$$\Rightarrow a^2 - b^2 = 4 - 4 = 0 \quad \text{اگر } a = 1 \Rightarrow f = \{(2, 1), (1, -1), (1, -1), (-4, b)\}$$

$$\Rightarrow b \Rightarrow 1^2 - b^2 \leq 1 \quad \text{هر مقدار می تواند باشد.} \Rightarrow \underbrace{(a^2 - b^2)}_{\text{اگر } a = 1} \in (-\infty, 1]$$

-۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای این که رابطه  $R$  یک تابع باشد، باید مؤلفه های دوم زوج های مرتبی که مؤلفه های اول یکسان دارند، با هم برابر باشند، بنابراین:

$$\text{I}) (x, 4^{x+y}) = (6, 64) \Rightarrow 4^{x+y} = 64 = 4^3 \Rightarrow x + y = 3$$

$$\text{II}) (5, x^2 - y^2) = (5, 15) \Rightarrow x^2 - y^2 = 15$$

$$\Rightarrow (x - y)(x + y) = 15 \xrightarrow{x + y = 3} x - y = 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 5 \end{cases} \Rightarrow x = 4, y = -1$$

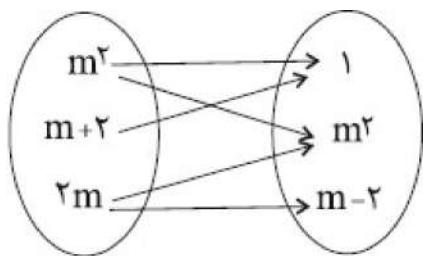
$$\Rightarrow x^y = 4^{-1} = \frac{1}{4}$$

-۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نمودار پیکانی زمانی تابع است که از هر عضو مجموعه اول دقیقاً یک پیکان خارج شود، پس گزینه ۴ جواب نیست.

در گزینه «۱» از عضو ۲، دو پیکان خارج شده، در گزینه «۳» از  $a$  سه پیکان خارج شده و در گزینه «۲» هیچ پیکانی خارج نشده است.

-۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. یک تابع از مجموعه  $A$  به  $B$  رابطه ای بین دو مجموعه است که در آن به هر عضو از  $A$  دقیقاً یک عضو از  $B$  نسبت داده شود. بنابراین تنها گزینه «۲» یک تابع است. توجه کنید که در گزینه «۴» از عضو  $c$  در مجموعه اول هیچ پیکانی خارج نشده است، پس این گزینه تابع نیست.

۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم شرط تابع بودن نمودار پیکانی این است که از هر عضو مجموعهٔ اول دقیقاً یک فلش خارج شود.  
پس باید:



$$\begin{cases} m^r = 1 \Rightarrow m = \pm 1 \\ m^r = m - 2 \Rightarrow m^r - m + 2 = 0 \end{cases}$$

معادله ریشه حقیقی ندارد  $\Delta < 0$

چون اشتراک جواب‌های دو معادله فوق تهی است، پس برای  $m$  مقداری وجود ندارد که به ازای آن نمودار پیکانی فوق نمایش یک تابع باشد.

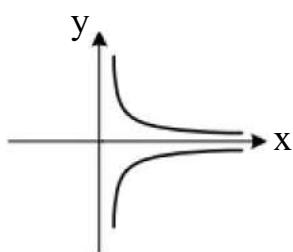
۱۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x^2 = x + 6 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3 \Rightarrow 2x^2 - 6 = 12 \quad 4x = 12 \Rightarrow a = b \\ x = -2 \Rightarrow 2x^2 - 6 = 2 \quad 4x = -8 \end{cases}$$

غایق

۱۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  
در تابع  $f$  به ازای هر  $x$  متعلق به دامنه آن فقط یک مقدار  $(x)$  حاصل می‌شود لذا نمودار مقابل تابع نیست.



۱۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. هر خط عمود بر محور  $x$ ‌ها نمودار تابع را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند.

۱۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. یک نمودار وقتی تابع است که هر خط موازی محور  $y$ ‌ها منحنی را حداکثر در یک نقطه قطع کند. یعنی برای هر  $x$  متغیر فقط یک مقدار  $y$  حاصل می‌شود.

۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.  
یک رابطه وقتی تابع است که به ازای هر  $x$  فقط یک مقدار  $y$  حاصل شود.  
از بین گزاره‌ها فقط  $|x| + y = 0$  این خواص را دارد.

۱۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$-6 < x \leq 3 \xrightarrow{\div 3} -2 < \frac{x}{3} \leq 1 \xrightarrow{\times (-1)} 2 > -\frac{x}{3} \geq -1$$

$$\xrightarrow{+ \frac{1}{2}} 2 + \frac{1}{2} > \frac{1}{2} - \frac{x}{3} \geq \frac{1}{2} - 1 \Rightarrow \frac{5}{2} > \frac{1}{2} - \frac{x}{3} \geq -\frac{1}{2} \Rightarrow \text{برد تابع } y = \left[ -\frac{1}{2}, \frac{5}{2} \right)$$

۱۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

(۱) دارای دامنه و برد نامتناهی است.

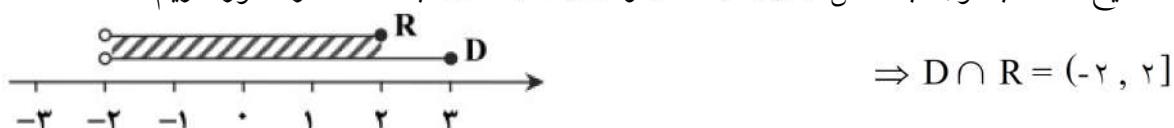
(۲) دارای دامنه نامتناهی  $R$  و بردی دو عضوی و متناهی است.

(۳) دارای دامنه  $R$  و برد  $[1, 0)$  است که نامتناهی می‌باشد.

(۴) تابع نیست.

۱۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. کافی است نمودار  $f$  را روی محور  $y$  ها تصویر کنیم:

۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل  $D = (-2, 3]$  و  $R = (-2, 2)$ . با استفاده از محور داریم:



۱۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار تابع،  $R = [-1, 3]$  و  $D = (-1, 4]$ ، بنابراین:



۲۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$xf(x) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ f(x) \geq 0 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} x \leq 0 \\ f(x) \leq 0 \end{cases} \Rightarrow g = [-2, 0] \cup [2, 4]$$

بنابراین دامنه  $g$  شامل اعداد صحیح -۲، ۰، ۲، ۳ و ۴ می‌باشد.

۲۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم تابعی که برد آن تنها شامل یک عضو باشد، تابع ثابت گویند، پس داریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} 4b = -2 \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \\ b = -\frac{1}{2} \\ 2b - a = -2 \xrightarrow{-1 - a = -2 \Rightarrow a = 1} \end{cases}$$

$$a - b = 1 - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}$$

۲۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.  $f$  تابع ثابت است، پس:

$$(1) \quad f(\cdot) = f(-1) = f(1) \Rightarrow a + \underbrace{1}_{(1)} = 2 - a = 2a + b$$

$$\begin{cases} (1) \Rightarrow a + 1 = 2 - a \Rightarrow a + a = 2 - 1 \Rightarrow 2a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \\ (2) \Rightarrow a + 1 = 2a + b \Rightarrow b = a + 1 - 2a \Rightarrow b = 1 - a \Rightarrow b = 1 - \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

۲۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: تابعی مانند  $f$  را که برد آن تنها شامل یک عضور است تابع ثابت می‌نامیم. اگر این عضور را  $k$  بنامیم، تابع ثابت را معمولاً با معادله  $f(x) = k$  نمایش می‌دهیم.

مطابق نکته، برد تابع تک عضوی است، پس:

با جایگذاری مقدار  $a$  در مجموعه، برد تابع  $f$  به صورت  $\{1\}$  و ضابطه تابع به صورت  $f(x) = 1$  درمی‌آید. بنابراین:  $f(5) = 1$

۲۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ضابطه تابع همانی به صورت  $x = f(x)$  است، پس خواهیم داشت:

$$4a + b^2 = b + 1 \Rightarrow 4a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{4} \\ 4a + b^2 &= 1 - 2b \longrightarrow 1 + b^2 = 1 - 2b \Rightarrow b^2 + 2b = 0 \\ \Rightarrow b(b + 2) &= 0 \Rightarrow \begin{cases} b = -2 \\ b = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

در مورد  $(b^2, 4)$  نیز باید  $b^2 = 4$  باشد که  $b = \pm 2$  می‌شود و با توجه به نتایج قبلی، فقط مقدار  $-2$  قابل قبول است. پس:

$$a + b = \frac{1}{4} - 2 = -\frac{7}{4}$$

۲۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{x^2}{x} \xrightarrow{x \neq 0} f(x) = x \quad (\text{همانی است}) \quad \text{گزینه ۱}$$

$$f(x) = |x| \Rightarrow f(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases} \quad (\text{همانی نیست}) \quad \text{گزینه ۲}$$

$$f = \{(1, 1), (0, 0)\} \Rightarrow \begin{cases} f(1) = 1 \\ f(0) = 0 \end{cases} \quad (\text{همانی است}) \quad \text{گزینه ۳}$$

$$\begin{array}{c|cc} x & 5 & 1 \\ \hline y & 5 & 1 \end{array} \Rightarrow \begin{cases} f(5) = 5 \\ f(1) = 1 \\ f(m) = m \end{cases} \quad (\text{همانی است})$$

-۲۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تابع ثابت، تابعی است که برد آن تنها شامل یک عضو باشد، یعنی داریم:

$$f = \{(2n, -1), (4, m+1)\} \Rightarrow m-1 = -1 \Rightarrow m = -2$$

از طرفی تابع همانی، تابعی است که مؤلفه اول و دوم هر زوج مرتب آن یکسان باشد، یعنی داریم:

$$g = \{(m-1, 2n), (1, 1)\} \Rightarrow m-1 = 2n$$

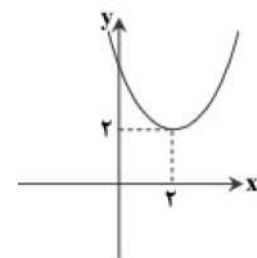
$$\frac{m = -2}{\rightarrow -3 = 2n} \Rightarrow n = -\frac{3}{2}$$

$$n - m = -\frac{3}{2} - (-2) = -\frac{3}{2} + 2 = \frac{1}{2}$$

-۲۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون  $f$  تابعی ثابت است، پس  $f(x) = 3$  است و چون  $g$  تابعی همانی است، پس  $g(3) = 3$  است. در نتیجه:

$$4f(5) - 5g(3) = 4(3) - 5(3) = 12 - 15 = -3$$

-۲۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا توجه کنید که تابع  $f$ ، تابعی ثابت است، پس خواهیم داشت  $f(1) = f(2) = f(3)$ . بنابراین:  $a = b = 2$  اکنون با توجه به اینکه تابع  $g$ ، تابعی همانی است، نتیجه می‌شود  $c = 0$ ، بنابراین:  $g(x) = 0$  با جایگذاری این مقادیر در ضابطهٔ تابع  $h$  خواهیم داشت:  $h(x) = (x-2)^2 + 2$  که نمودار آن به شکل رویه‌رو است:



بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

-۲۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشد و هر عضو از دامنهٔ تابع دقیقاً به همان عضو در برد نظیر شود، تابع را همانی می‌نامند. اگر دامنهٔ تابع همانی را  $\mathbb{R}$  در نظر بگیریم نمودار آن همان خط  $x = y$  است که با معادلهٔ  $x = f(x)$  هم نمایش داده می‌شود.

نکته: تابعی مانند  $f$  را که برد آن تنها شامل یک عضو است، تابع ثابت می‌نامیم. اگر این عضو را  $k$  بنامیم، تابع ثابت را معمولاً با معادلهٔ  $f(x) = k$  نمایش می‌دهیم.

$$\begin{aligned} 3f(2) &= g(4) \\ g(4) &= 4 \end{aligned} \Rightarrow 3f(2) = 4$$

$\Rightarrow f(2) = \frac{4}{3}$

بنابراین  $f(x) = \frac{4}{3}$  تابعی ثابت است.

$$g(5) + 9f(-1) = 5 + 9 \times \frac{4}{3} = 5 + 12 = 17$$

بنابراین:

-۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f \Rightarrow f(x) = x$$

$$g \Rightarrow g(x) = k$$

$$g(-1) - g(1) = f(g(2)) \Rightarrow k^2 - k + 1 = g(2) \Rightarrow k^2 - k + 1 = k$$

بنابراین داریم:

$$\Rightarrow k^2 - 2k + 1 = 0 \Rightarrow (k-1)^2 = 0 \Rightarrow k = 1$$

$$g(f(-1)) = g(-1) = k = 1$$

و بنابراین:

-۳۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون  $f$  تابع ثابت و  $g$  تابع همانی است، داریم:

$$f(5) = f(4) = f(3) = c \quad , \quad g(3) = 3$$

$$(f(3))^2 + g(3) = 4f(4)$$

$$\Rightarrow c^2 + 3 = 4c \Rightarrow c^2 - 4c + 3 = 0 \Rightarrow c = 1, c = 3$$

$$g(5) + f(5) = 5 + c = \begin{cases} 5 + 3 = 8 \\ 5 + 1 = 6 \end{cases}$$

گزینه «۴» صحیح است.

-۳۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشد و هر عضو از دامنه تابع دقیقاً به همان عضو در برد نظیر شود، تابع را همانی می‌نامند. اگر دامنه تابع همانی را  $R$  در نظر بگیریم، نمودار آن همان خط  $x = y$  است که با معادله  $f(x) = x$  نمایش داده می‌شود.

نکته: تابعی مانند  $f$  را که برد آن تنها شامل یک عضو است، تابع ثابت می‌نامیم. اگر این عضو را  $k$  بنامیم، تابع ثابت را معمولاً با معادله  $f(x) = k$  نمایش می‌دهند.

$f(-2) = -2, f(2) = 2, f(4) = 4, g(-1) = g(4) = g(2) = k$  با توجه به نکات، می‌توان نوشت: پس می‌توان نوشت:

$$\frac{g(-1)f(4) + g(4)f(2)}{g(2) + f(-2)} = 3 \Rightarrow \frac{4k + 2k}{k + (-2)} = 3 \Rightarrow 6k = 3k + (-6) \Rightarrow k = -2 \Rightarrow g(x) = -2$$

$f\left(\frac{3}{2}\right)g\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2} \times (-2) = -3$  بنابراین:

-۳۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d} \xrightarrow{f(x) = x} \begin{cases} c = 0 \\ b = 0 \Rightarrow a - b + c - d = a - 0 + 0 - d = 0 \\ a = d \end{cases}$$

-۳۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع همانی با معادله  $x = f(x)$  نمایش داده می‌شود. پس داریم:

$$cx^3 - (a+b)x^2 + bx = x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c = 0 \\ a + b = 0 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1$$

پس:  $a - b = -1 - 1 = -2$

۳۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع  $f$  باید به صورت  $y = x^4$  تبدیل شود، پس باید اولاً درجهٔ صورت از مخرج فقط یک درجه بیشتر باشد، یعنی جمله شامل  $x^4$  باید حذف شود، پس  $m = 1$  است و در نتیجه:

$$f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + a(x^3 + 3x^2 + 3x + 1)}{2x^2 + 6}$$

$$= \frac{(a+1)x^3 + 3(a-1)x^2 + 3(a+1)x + a - 1}{2x^2 + 6}$$

ضمناً باید مقدار ثابت در صورت داشته باشیم و همچنین صورت کسر باید  $x$  برابر مخرج باشد.

$$a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow f(x) = \frac{2x^3 + 6x}{2x^2 + 6} = \frac{2x(x^2 + 3)}{2(x^2 + 3)} = x$$

$$(m+1)^{a+1} = (1+1)^{1+1} = 2^2 = 4$$

۳۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: هر تابعی که بتوان آن را به‌شکل  $y = ax + b$  نمایش داد، یک تابع خطی نامیده می‌شود.

نقاط داده شده روی یک تابع خطی قرار دارند. با جایگذاری این نقاط در فرم کلی تابع خطی داریم:

$$(1, m+2) : a(1) + b = m + 2 \Rightarrow a + b = m + 2 \quad (1) \quad \text{روی تابع خطی}$$

$$(0, m) : a(0) + b = m \Rightarrow b = m \quad (2) \quad \text{روی تابع خطی}$$

$$(2, 2) : a(2) + b = 2 \Rightarrow 2a + b = 2 \quad (3) \quad \text{روی تابع خطی}$$

با جایگذاری معادله (2) در معادله (1) داریم  $a + b = b + 2 \Rightarrow a = 2$ . با جایگذاری این مقدار در معادله (3) داریم:  $2(2) + b = 2 \Rightarrow b = -2$

$$\text{با توجه به معادله (2) داریم: } m = b = -2$$

۳۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

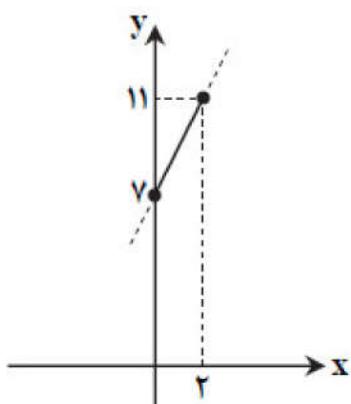
نکته: در تابع  $y = f(x)$ ، به مجموعه مقادیری که  $x$  می‌تواند اتخاذ کند، دامنهٔ تابع و به مجموعه مقادیری که  $y$  می‌تواند اتخاذ کند، برد تابع می‌گوییم.

با استفاده از نکته بالا داریم:

$$D_f = [0, 2] \Rightarrow 0 \leq x \leq 2$$

$$\Rightarrow 0 \leq 2x \leq 4 \Rightarrow 0 \leq 2x + 7 \leq 11$$

$$\Rightarrow 0 \leq f(x) \leq 11 \Rightarrow R_f = [0, 11]$$



-۳۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

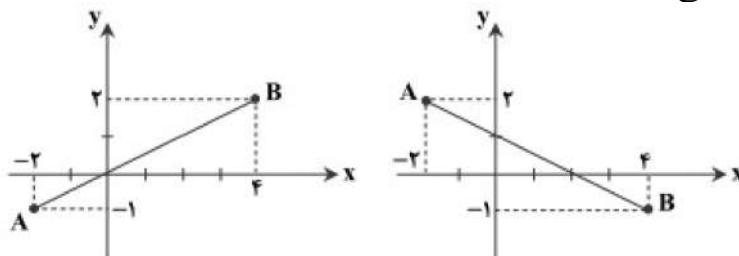
$$-1 \leq y < 3 \Rightarrow -1 \leq 2 - \frac{1}{2}x < 3 \Rightarrow \begin{cases} 2 - \frac{1}{2}x < 3 \Rightarrow \frac{1}{2}x > 2 - 3 \Rightarrow \frac{1}{2}x > -1 \Rightarrow x > -2 \\ 2 - \frac{1}{2}x \geq -1 \Rightarrow \frac{1}{2}x \leq 2 + 1 \Rightarrow \frac{1}{2}x \leq 3 \Rightarrow x \leq 6 \end{cases}$$

اشتراع

$$\rightarrow -2 < x \leq 6$$

بنابراین دامنهٔ تابع شامل ۸ عدد صحیح  $-1, 0, 1, \dots, 6$  می‌باشد.

-۳۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تابع خطی  $f$  با دامنهٔ  $[-1, 2]$  و برد  $[2, 4]$  به یکی از حالت‌های زیر می‌تواند باشد:



حل معادلهٔ خط را در هر دو حالت رسم شده به دست می‌آوریم:

برای حالت اول معادلهٔ خطی که از دو نقطه  $(-1, 4)$  و  $(1, 2)$  می‌گذرد را می‌نویسیم:

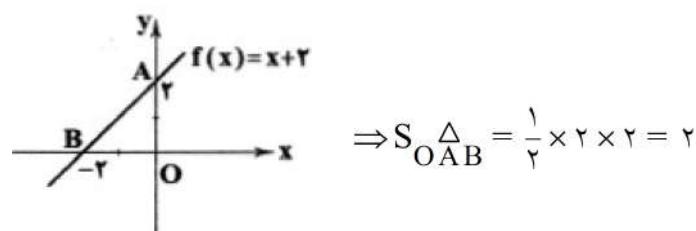
$$\text{شیب } = \frac{2 - (-1)}{4 - (-2)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{x}{2}$$

بنابراین  $f(1) = \frac{1}{2}$  همواره برقرار است. سایر گزینه‌ها فقط در یکی از حالت‌ها صدق می‌کند و همواره درست نیستند.

-۴۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y = mx + h \quad \begin{array}{l} \xrightarrow{(-1, 1)} 1 = -m + h \\ \xrightarrow{(1, 3)} 3 = m + h \end{array} \Rightarrow 1 = -m + h \Rightarrow 4 = 2h \Rightarrow h = 2$$

$$m + h = 3 \xrightarrow{h=2} m = 1 \Rightarrow f(x) = x + 2 \quad \begin{array}{l} \xrightarrow{x=0} A(0, 2) \\ \xrightarrow{y=0} B(-2, 0) \end{array}$$



- ۴۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: معادله خطی که از دو نقطه  $(x_1, y_1)$  و  $(x_2, y_2)$  می‌گذرد عبارتست از:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

شیب خط

خط مورد نظر از دو نقطه  $(1, 0)$  و  $(0, 3)$  می‌گذرد، پس معادله آن به صورت زیر است:

$$m = \frac{0 - 1}{3 - 1} = \frac{-1}{3}$$

$$y - 0 = -\frac{1}{3}(x - 3) \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x + 1 \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}x + 1$$

$$f(1) = -\frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}$$

بنابراین:

- ۴۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. راه حل اول: نکته: معادله خطی که از دو نقطه  $(x_1, y_1)$  و  $(x_2, y_2)$  می‌گذرد،

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

شیب خط

عبارت است از:

با استفاده از نکته، معادله خطی را که از دو نقطه  $(2, 5)$  و  $(-1, -1)$  می‌گذرد، می‌نویسیم:

$$m = \frac{5 - (-1)}{2 - (-1)} = \frac{6}{3} = 2 \Rightarrow y - 5 = 2(x - 2) \Rightarrow y = 2x + 1$$

محل تقاطع خط با محور طول‌ها، نقطه‌ای است که مقدار  $y$  آن برابر صفر است، پس:

$$y = 0 \Rightarrow 0 = 2x + 1 \Rightarrow 2x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

راه حل دوم:

نکته: هر تابع خطی به فرم  $y = ax + b$  است که در آن  $a$  و  $b$  اعداد حقیقی هستند.

با توجه به نکته، معادله خط را به صورت  $f(x) = ax + b$  در نظر می‌گیریم. طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} f(2) = 5 \Rightarrow 5 = 2a + b \\ f(-1) = -1 \Rightarrow -1 = -a + b \end{cases}$$

$$5 = 2a \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = 1$$

پس معادله خط به صورت  $y = 2x + 1$  می‌باشد. ادامه راه حل مشابه است.

- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: هر تابع که بتوان آن را به شکل  $y = ax + b$  نمایش داد، یک تابع خطی نامیده می‌شود.

نکته: تابعی مانند  $f$  را که برد آن تنها شامل یک عضو است، تابع ثابت می‌نامیم. اگر این عضو را  $k$  بنامیم، تابع ثابت را معمولاً با معادله‌ی  $f(x) = k$  نمایش می‌دهیم.

چون  $f$  تابعی خطی است پس مطابق نکته به فرم  $f(x) = ax + b$  است. از طرفی این تابع از نقاط  $(1, 3)$  و  $(2, -1)$  عبور می‌کند. پس مختصات این نقاط در معادله‌ی خط صدق می‌کند:

$$\begin{cases} f(2) = -1 \Rightarrow 2a + b = -1 \\ f(3) = 1 \Rightarrow 3a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -5 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 2x - 5$$

برای آنکه یک تابع ثابت داشته باشیم، باید ضریب  $x$  را حذف کنیم، پس در گزینه ۲ داریم:  
 $6x - 3f(x) = 6x - 3(2x - 5) = 15$   
 تابع ثابت است.

- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ضابطه‌ی تابع خطی به صورت  $f(x) = ax + b$  است:

$$f(-1) = -5 \Rightarrow a \times (-1) + b = -5 \Rightarrow -a + b = -5 \quad (1)$$

$$f(2) = 1 \Rightarrow a \times 2 + b = 1 \Rightarrow 2a + b = 1 \quad (2)$$

$$\frac{(1) + (2)}{ } \Rightarrow a = 2, b = -3 \Rightarrow f(x) = 2x - 3$$

$$f(t) = 47 \Rightarrow 2t - 3 = 47 \Rightarrow t = 25$$

- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: اگر  $(x_1, y_1)$  و  $(x_2, y_2)$  دو نقطه از یک خط باشند، شیب آن خط برابر است

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

با توجه به نکته و تساوی داده شده می‌توان نوشت:

$$m = \frac{f(-3) - f(-1)}{-3 - (-1)} \stackrel{(*)}{=} \frac{12}{-2} = -6$$

- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تابع  $f(x)$  یک تابع خطی است. پس ضابطه آن به صورت  $y = ax + b$  می‌باشد:  
 بنابراین:

$$f(3) = 3a + b$$

$$f(-3) = -3a + b$$

$$\Rightarrow f(3) = f(-3) + 4 \Rightarrow 3a + b = -3a + b + 4 \Rightarrow a = \frac{2}{6}$$

$$f(2) = 1 \Rightarrow 2\left(\frac{2}{6}\right) + b = 1 \Rightarrow b = -\frac{1}{3}$$

$$f(x) = \frac{2}{6}x - \frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$$

- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\Rightarrow f(x) = 2x - 1 \stackrel{x = -1}{\Rightarrow} f(-1) = 2(-1) - 1 \Rightarrow f(-1) = -3$$

-۴۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} f(x) &= ax + b \Rightarrow f(3) = 3a + b \\ f(f(3)) &= v \Rightarrow f(3a + b) = v \Rightarrow a(3a + b) + b = v \\ \Rightarrow 3a^2 + ab - v &= 0 \Rightarrow (3a - 1)(a + v) = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} a = -v \\ a = \frac{1}{3} \end{cases} \end{aligned}$$

از آنجایی که  $a < 0$  است، پس تنها جواب ۲ قابل قبول است. داریم:

$$\begin{aligned} \Rightarrow f(x) &= ax + b \Rightarrow f(x) = -vx + b \\ \Rightarrow f(-3) &= -v(-3) + b = 11 \end{aligned}$$

-۴۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d} \xrightarrow{\text{خطی و گذرا از مبدا}} f(x) = \frac{ax + b}{cx + d} = kx \Rightarrow \begin{cases} c = 0 \\ b = 0 \\ a \in \mathbb{R} \\ d = \mathbb{R} - \{0\} \end{cases} \Rightarrow c^2 + b^2 = 0.$$

-۵۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} f(x) &= ax + b \\ \Rightarrow f(x-1) + f(x+1) &= a(x-1) + b + a(x+1) + b = x \\ \Rightarrow 2ax + a + 2b &= x \Rightarrow (2a-1)x + (a+2b) = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} 2a-1 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \\ a+2b = 0 \Rightarrow b = -\frac{1}{4} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \Rightarrow f(2) = \frac{3}{4}$$

-۵۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} f(x) &= ax + b \Rightarrow f(x) + f(-x) = ax + b - ax + b \\ f(4) &= -2f(1) \Rightarrow 4a + b = -2(a + b) \Rightarrow 4a + b = -2a - 2b \\ \Rightarrow 6a &= -3b = 18 \Rightarrow a = 3 \\ f(x) &= 3x - 6 \Rightarrow f(10) = 30 - 6 = 24 \end{aligned}$$

-۵۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \begin{cases} f(2) = 5 \\ f(x+2) = f(x) + 2 \end{cases} \xrightarrow{x=2} f(2+2) = f(2) + 2 \Rightarrow f(4) = 5 + 2 = v \\ \begin{cases} f(2) = 5 \\ f(4) = v \end{cases} \xrightarrow{f(x) = ax + b} \begin{cases} f(2) = 2a + b \\ f(4) = 4a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 5 \\ 4a + b = v \end{cases} \\ \Rightarrow 2a = v \Rightarrow a = \frac{v}{2} \Rightarrow b = 5 - \frac{v}{2} \Rightarrow f(x) = x + \frac{v}{2} \end{aligned}$$

-۵۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا در  $f(5) = 2x + 1$  را به گونه‌ای قرار می‌دهیم که  $f(5) = 2x + 1 = 5 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow f(5) + f(3) = 9$

حال مقدار  $f(3)$  مجهول است و اگر داشته باشیم مقدار  $f(5)$  به دست می‌آید. برای به دست آوردن  $f(3)$ ، داریم:

$$2x + 1 = 3 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow f(3) + f(3) = 4$$

$$\Rightarrow 2f(3) = 4 \Rightarrow f(3) = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(5) + f(3) = 9 \\ f(3) = 2 \end{cases} \Rightarrow f(5) + 2 = 9 \Rightarrow f(5) = 7$$

-۵۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. رابطه داده شده مشابه رابطه بین سه جمله متوالی از دنباله حسابی است. بنابراین تابع  $f$  به فرم جمله عمومی دنباله حسابی و خطی است، یعنی  $f(x) = \alpha x + \beta$ .

$$\left. \begin{array}{l} f(-1) = -3 \Rightarrow -\alpha + \beta = -3 \\ f(2) = -1 \Rightarrow 2\alpha + \beta = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{2}{3} \\ \beta = -\frac{7}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{2x - 7}{3} \Rightarrow f(5) = 1$$

-۵۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. عبارت داده شده را خلاصه می‌کنیم:

$$f(x) = (x^3 + 3x^2 + 3x + 1) - (x^3 + 6x^2 + 12x + 8) + mx^2 + nx + 5$$

$$\Rightarrow f(x) = (-3 - 6 + m)x^2 + (-12 + n)x + 1 - 8 + 5 \Rightarrow f(x) = (m - 3)x^2 + (n - 9)x - 2$$

نمودار داده شده، یک نمودار خطی (تابع درجه اول) است، پس باید ضریب  $x^2$  برابر صفر شود:  $m - 3 = 0 \Rightarrow m = 3 \Rightarrow f(x) = (n - 9)x - 2$

تابع از نقطه‌ی  $(0, -3)$  عبور می‌کند، پس:

$$f(-3) = 0 \Rightarrow (n - 9)(-3) - 2 = 0 \Rightarrow n - 9 = \frac{2}{3} \Rightarrow n = 9 - \frac{2}{3} = \frac{25}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{3}x - 2$$

عدد  $p$  محل برخورد خط با محور  $y$  هاست، پس کافی است  $x$  را برابر صفر قرار دهیم:  
 $m + 3n + p = 3 + 25 - 2 = 26$   
 بنابراین:

-۵۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x = 3 \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 9 + 9 + a \\ f(x) = 6 - a \end{cases} \Rightarrow 18 + a = 6 - a \Rightarrow 2a = -12 \Rightarrow a = -6$$

-۵۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. هر کدام از اعداد  $x = 2$  و  $x = -1$  در دامنهٔ دو ضابطه قرار دارند. از آنجایی که  $f$  یک تابع است، پس باید مقدار هر دو ضابطه اول و دوم به‌ازای  $x = 2$  و مقدار هر دو ضابطه دوم و سوم به‌ازای  $x = -1$  برابر باشد.

$$\begin{cases} f(2) = 2a(2) + 5b & \text{ضابطه اول} \\ f(2) = -2(2)^2 + 1 & \text{ضابطه دوم} \end{cases} \Rightarrow 4a + 5b = -7 \quad (*)$$

$$\begin{cases} f(-1) = -2(-1)^2 + 1 & \text{ضابطه دوم} \\ f(-1) = b - a(-1) & \text{ضابطه سوم} \end{cases} \Rightarrow a + b = -1 \quad (**)$$

با قرار دادن هر کدام از معادلات (\*) و (\*\*) در یک دستگاه و حل آن، مقادیر  $a$  و  $b$  را بدست می‌آوریم:  
 $\begin{cases} 4a + 5b = -7 \\ a + b = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a + 5b = -7 \\ -4a - 4b = 4 \end{cases} \Rightarrow b = -3 \Rightarrow a = 2$   
 $ab = 2 \times (-3) = -6$

بنابراین:

-۵۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از ضابطه‌ی اول داریم:

$f(3) = 3$

$f(-1) = -|-1| = -1$

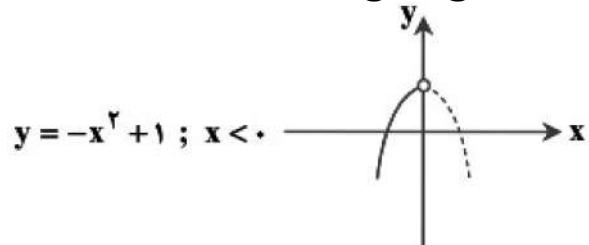
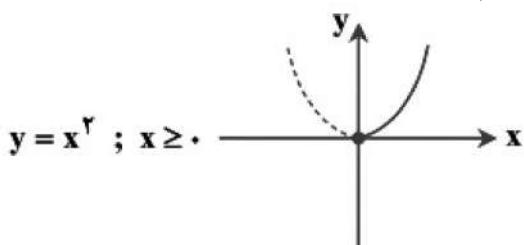
$f\left(\frac{3}{2}\right) = 1$

$f(3) + f(-1) + f\left(\frac{3}{2}\right) = 3 - 1 + 1 = 3$

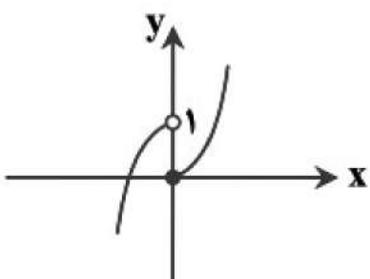
از ضابطه‌ی سوم داریم:

از ظابطه‌ی دوم داریم:

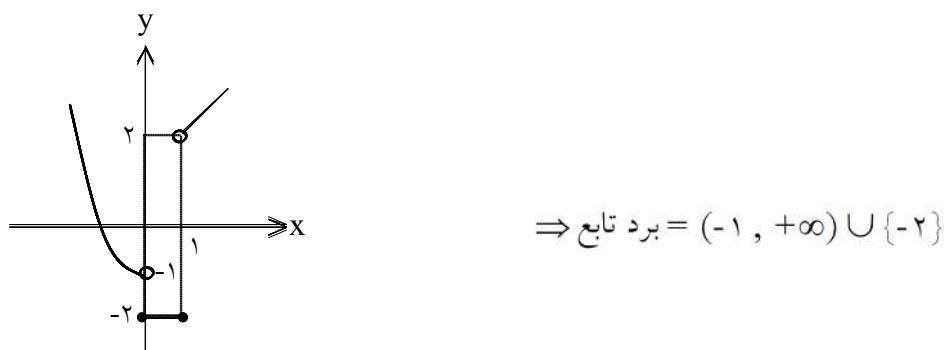
-۵۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا هریک از ضابطه‌ها را جداگانه رسم می‌کنیم:



پس نمودار نهایی مطابق شکل مقابل است:



۶۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نمودار تابع را رسم می‌کنیم:



۶۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون نمودار تابع محور  $y$  ها را در نقطه‌ای به عرض  $\frac{3}{2}$ - قطع می‌کند، پس طول نقطه برابر

صفر بوده و داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} f(0) = -\frac{3}{2} \xrightarrow[\text{ضابطه پایین}]{0 > -1} 2a(0) + 3b = -\frac{3}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{2} \\ f\left(-\frac{1}{2}\right) = -1 \xrightarrow[\text{ضابطه پایین}]{-\frac{1}{2} > -1} 2a\left(-\frac{1}{2}\right) + 3\left(-\frac{1}{2}\right) = -1 \Rightarrow -a - \frac{3}{2} = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \\ \Rightarrow a + b = -\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right) = -1 \end{array} \right.$$

۶۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون تابع در نقاط  $x = 0$  و  $x = 3$  تغییر ضابطه داده، پس  $x = 0$  و  $x = 3$  همان ریشه‌های داخل قدرمطلق‌اند. دو حالت زیر را درنظر می‌گیریم:

(۱) اگر  $a = 0$  و  $b = -3$  داریم:

$$y = |x| - |x - 3| = \begin{cases} -x + x - 3 \\ x + x - 3 \\ x - x + 3 \end{cases} \quad \begin{array}{l} x < 0 \\ 0 \leq x \leq 3 \\ x > 3 \end{array} \quad \begin{cases} -3 \\ 2x - 3 \\ 3 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} x < 0 \\ 0 \leq x \leq 3 \\ x > 3 \end{array} \Rightarrow (x, 0) \quad (0, 3) \quad (x, 3)$$

$$y = |x - 3| - |x| = \begin{cases} -x + 3 + x \\ -x + 3 - x \\ x - 3 - x \end{cases} \quad \begin{array}{l} x < 0 \\ 0 \leq x \leq 3 \\ x > 3 \end{array} \quad \begin{cases} 3 \\ -2x + 3 \\ -3 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} x < 0 \\ 0 \leq x \leq 3 \\ x > 3 \end{array} \xrightarrow{\text{(ق) (ق)}} \begin{cases} a = -3 \\ b = 0 \Rightarrow a - b + k = (-3) - 0 + 3 = 0 \\ k = 3 \end{cases}$$

(۲) اگر  $a = 0$  و  $b = 0$  داریم:

- ۶۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل می‌توان دریافت که:

(۱) نمودار محور  $x$  را در دو نقطه قطع کرده است، پس دارای دو ریشه و در نتیجه  $\Delta > 0$  است.

(۲) عرض از مبدأ این نمودار مثبت است.

(۳) طول رأس سهمی مثبت می‌باشد.

(۴) عرض رأس سهمی منفی می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

$$\Delta = 4 - 4(1)(4) = 4 - 16 = -12 < 0 \quad (1)$$

عرض از مبدأ این سهمی منفی می‌باشد.  $\Rightarrow y = -5$   $\Rightarrow$  (2)

$$x = \frac{-b}{2a} = -\frac{4}{4} = -1 \Rightarrow \text{طول رأس این سهمی، منفی می‌باشد.} \quad (3)$$

بنابراین پاسخ صحیح گزینه‌ی ۴ می‌باشد که همه‌ی موارد گفته شده را دارا می‌باشد.

- ۶۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = -3\left(x^2 - \frac{4}{3}x\right) + 2 = -3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{4}{3} + 2 = -3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{10}{3} \leq \frac{10}{3}$$

پس بیشترین مقدار تابع  $\frac{10}{3}$  است.

- ۶۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = -\frac{1}{2}\left(x^2 - \frac{3}{2}x\right) + 2 = -\frac{1}{2}\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{9}{32} + \frac{7}{32}$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{1}{2} \Rightarrow f(x) \leq \frac{1}{2}$$

پس بیشترین مقدار تابع  $\frac{1}{2}$  است.

- ۶۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y = -3\left(x^2 - \frac{4}{3}x\right) + 5 = -3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{4}{3} + 5 = -3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{19}{3}$$

$$A = \frac{A}{3} = \frac{19}{3} \quad \text{پس } y \leq \frac{19}{3} \text{ بیشترین مقدار } A = 19 \text{ یا}$$

-۶۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عبارت داده شده را به صورت چندجمله‌ای تبدیل می‌کنیم:

$$f(x) = x^3 - 2m(x^3 - 3x^2 + 3x - 1) + 8x^2 + 1$$

$$\Rightarrow f(x) = (1 - 2m)x^3 + (6m + 8)x^2 - 6mx + 2m + 1$$

چون چندجمله‌ای از درجه‌ی دوم است، پس باید ضریب جمله‌ی درجه‌ی سوم برابر صفر باشد:

$$1 - 2m = 0 \Rightarrow 2m = 1 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

اگر  $m = \frac{1}{2}$  باشد، در این صورت داریم:

$$f(x) = \left(6 \times \frac{1}{2} + 8\right)x^2 - 6 \times \frac{1}{2}x + 2 \times \frac{1}{2} + 1 = 11x^2 - 3x + 2$$

بنابراین ضریب  $x^2$  برابر ۱۱ خواهد بود.

-۶۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$-x^2 + 8x - 12 > x \Rightarrow x^2 - 7x + 12 < 0 \Rightarrow (x - 3)(x - 4) < 0$$

پس  $x \in (3, 4)$

-۶۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$m + 2 > 0 \Rightarrow m > -2$$

$$\Delta = [-4(m - 2)]^2 - 4(m + 2)(4m) < 0 \Rightarrow 16m^2 - 64m + 64 - 16m^2 - 32m < 0$$

$$-64m + 64 < 0 \Rightarrow m > \frac{2}{3}$$

$$(m > -2) \cap \left(m > \frac{2}{3}\right) \Rightarrow m > \frac{2}{3}$$

$$2x^2 - 7x - 15 < 2x + 3 \Rightarrow 2x^2 - 9x - 18 < 0$$

-۷۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

مقادیر  $x$  بین دو ریشه است  $0 < (x - 6)(2x + 3)$  پس بازه  $\left(-\frac{3}{2}, 6\right)$

-۷۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$-x^2 + 3x + 8 > x \Rightarrow x^2 - 2x - 8 < 0 \Rightarrow -2 < x < 4$$

بازه مطلوب  $(-2, 4)$

-۷۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. روی محور  $y$  ها،  $x = 0$  است.

$$y - 0 = 3 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow 3 = b^2 + 2b \Rightarrow b^2 + 2b - 3 = 0 \Rightarrow (b + 3)(b - 1) = 0 \\ \Rightarrow b = 1, -3$$

۷۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دامنهٔ نمودار داده شده برابر  $\{ -1 \} - R$  است، پس گزینه‌های ۳ یا ۴ صحیح است. اما از طرفی ضابطه باید برای  $x \neq -1$  به صورت خطی (با شیب منفی) باشد:

$$y = \frac{2x^2 + 2x}{-x - 1} = \frac{2x(x + 1)}{-(x + 1)} \quad x \neq -1 \rightarrow y = -2x$$

پس ضابطهٔ مورد نظر  $y = \frac{2x^2 + 2x}{-x - 1}$  می‌باشد.

۷۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع همواره مثبت و نسبت به محور  $y$  ها قرینه است پس

۷۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون دامنهٔ تابع کسری،  $\{ \text{ریشه‌های مخرج} \} - R$  است، پس باید مخرج، ریشه‌های ۳ و ۵ داشته باشد. در نتیجه باید مخرج به شکل زیر باشد:

$$1 \times (x - 3)(x - 5) = x^2 - 8x + 15 = x^2 + mx + n \Rightarrow m = -8, n = 15 \Rightarrow m + n = 7$$

۷۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در توابع گویا اعدادی که مخرج کسر را صفر می‌کنند در دامنهٔ تابع قرار ندارند. بنابراین اعداد  $\frac{1}{2}$  و ۱ مخرج تابع  $f(x)$  را صفر می‌کنند.

$$\begin{aligned} x = 1 &\Rightarrow m \times 1^2 - 6 \times 1 + n = 0 \\ &\Rightarrow m - 6 + n = 0 \Rightarrow m + n = 6 \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = \frac{1}{2} &\Rightarrow m \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 6 \times \frac{1}{2} + n = 0 \\ &\Rightarrow \frac{1}{4}m - 3 + n = 0 \Rightarrow \frac{1}{4}m + n = 3 \quad (2) \end{aligned}$$

$$\xrightarrow{(2) \text{ و } (1)} \begin{cases} m + n = 6 \\ -\frac{1}{4}m - n = -3 \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{4}m = 3 \Rightarrow m = 4 \Rightarrow n = 2$$

بنابراین ضابطهٔ تابع  $f$  به صورت  $f(x) = \frac{2x + 7}{4x^2 - 6x + 2}$  می‌پردازیم:

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 7}{4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 6 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 2}$$

۷۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مفهوم این سؤال این است که تنها ریشه‌ی مخرج  $x = 2$  است، یعنی  $x = 2$  ریشه‌ی مضاعف معادله‌ی  $2x^2 - mx + n + 1 = 0$  خواهد بود. در این صورت مخرج شیوه  $2(x - 2)^2$  می‌باشد.

$$2(x - 2)^2 = 2(x^2 - 4x + 4) = 2x^2 - 8x + 8 \quad (1)$$

با مقایسه‌ی رابطه‌ی ۱ با مخرج کسر  $f$  داریم:

$$-m = -8 \Rightarrow m = 8, n + 1 = 8 \Rightarrow n = 7$$

$$f(1) = \frac{4}{2 - m + n + 1} = \frac{4}{3 - 8 + 7} = \frac{4}{2}$$

توجه: اگر مخرج به صورت  $f(x) = \frac{2}{(x - 2)^2}$  باشد آنگاه تابع به فرم  $2(x - 2)^2$  تبدیل می‌شود و خواهد بود.

۷۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: دامنه‌یک تابع گویا برابر است با: {ریشه‌های مخرج}

نکته: معادله درجه دوم  $\Delta = b^2 - 4ac = 0$  در صورتی دارای یک ریشه است که:

طبق فرض دامنه‌ی تابع  $f(x) = \frac{x - 1}{x^2 + 6x + a}$  به صورت  $R - \{b\}$  است. بنابراین مخرج این تابع تنها بهازای یک عدد

(b) صفر می‌شود. پس معادله  $x^2 + 6x + a = 0$  دارای یک ریشه است. بنابراین:

$$\Delta = 0 \Rightarrow 36 - 4(1)(a) = 0 \Rightarrow a = 9$$

پس مخرج به صورت  $x^2 + 6x + 9$  است که ریشه آن به صورت زیر به دست می‌آید:

$$x^2 + 6x + 9 = 0 \Rightarrow (x + 3)^2 = 0 \Rightarrow x = -3$$

بنابراین:  $a + b = 9 - 3 = 6$

۷۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دامنه‌ی داده شده در تست، نشانگر این است که دامنه  $\{3\} - R$  است، یعنی مخرج کسر

فقط یک ریشه‌ی  $x = 3$  دارد، یعنی مخرج ریشه‌ی مضاعف  $x = 3$  دارد. از طرفی چون ضریب  $x^2$  برابر ۲ است،

پس باید مخرج به صورت  $2(x - 3)$  باشد.

$$2(x - 3)^2 = 2(x^2 - 6x + 9) = 2x^2 - 12x + 18 \equiv 2x^2 - mx - n \Rightarrow \begin{cases} m = 12 \\ n = -18 \end{cases}$$

۸۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای آنکه دامنه‌یک تابع گویا، همه اعداد حقیقی باشد، باید مخرج آن ریشه نداشته باشد

و با توجه به اینکه مخرج تابع داده شده از نوع درجه دوم است باید  $\Delta$  آن منفی باشد:

$$x^2 + ax + 1 = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} a^2 - 4 < 0 \Rightarrow a^2 < 4$$

یعنی اگر  $a^2 < 4$  باشد،  $\Delta$  مخرج منفی شده و ریشه نخواهد داشت، مجموعه مقادیر صحیحی که در این بازه قرار دارد و  $a$  می‌تواند بپذیرد عبارت‌اند از:  $\{-1, 0, 1\}$

-۸۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای این که عبارت به ازای هر  $x$  حقیقی تعریف شده باشد، باید عبارت درجه دوم در مخرج کسر ریشه نداشته باشد، یعنی  $\Delta < 0$  باشد، پس داریم:

$$A(x) = \frac{6x^2 - 2x}{-kx^2 + 2x - 9k}$$

مخرج کسر  $\Delta < 0 \Rightarrow \Delta = 4 - 4(-k)(-9k) < 0$

$$\Rightarrow 4 - 36k^2 < 0 \Rightarrow k^2 > \frac{1}{9} \Rightarrow k > \frac{1}{3} \text{ یا } k < -\frac{1}{3}$$

-۸۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از معادله مفروض  $x$  برحسب  $y$  محاسبه شود.

$$y = \frac{x}{1+x^2} \Rightarrow yx^2 - x + y = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4y^2}}{2y}$$

چون دامنه تابع  $R$  است الزاماً  $1 - 4y^2 \geq 0$  پس

$$y \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$$

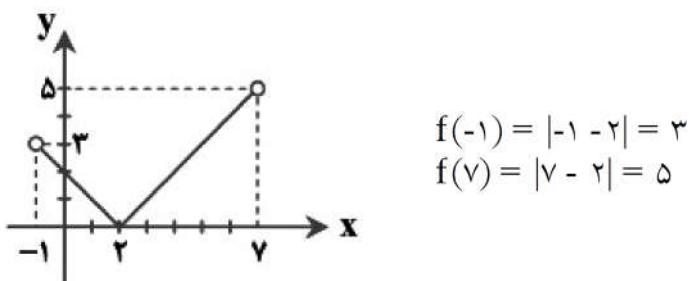
-۸۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = |x| \Rightarrow \begin{cases} a = f(-1) = |-1| = 1 \\ b = f(0) = |0| = 0 \\ c = f(1) = |1| = 1 \end{cases} \Rightarrow b = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ |c| = 1 \Rightarrow c = \pm 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + b - c^2 = 1 + 0 - 1 = 0$$

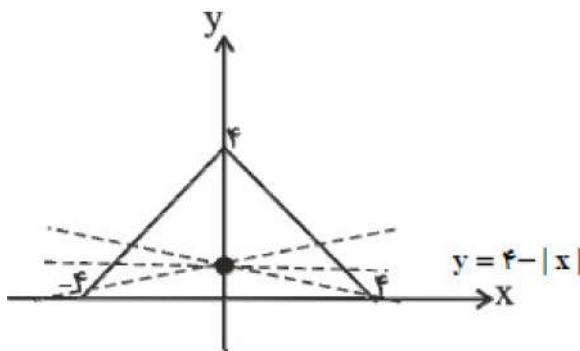
-۸۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: برای رسم نمودار تابع  $y = f(x+k)$  کافی است نمودار تابع  $y = f(x)$  را  $k$  واحد در امتداد محور  $x$ ها انتقال دهیم. اگر  $k > 0$ ، انتقال در جهت منفی و اگر  $k < 0$ ، انتقال در جهت مثبت است. ابتدا  $f(x)$  را در دامنه داده شده رسم می‌کنیم. مطابق نکته برای رسم نمودار تابع  $|x - 2| = y$  را روی محور  $x$ ها، ۲ واحد به سمت مثبت انتقال می‌دهیم.



مطابق شکل برد تابع، بازه  $[0, 5]$  است.

-۸۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: فاصله  $x$  تا  $y$  روی محور طولها را به صورت  $|y - x|$  نشان می‌دهیم. با توجه به نکته، فاصله  $x$  تا  $-3$  به صورت  $|-3 - x|$  است، بنابراین فاصله  $x$  تا  $-3$ -بزرگتر از ۲ را می‌توان با نامعادله  $|-3 - x| > 2$  نشان داد.



$$-1 < m < 1 \Rightarrow -1 < -\frac{a}{2} < 1$$

$$\Rightarrow \left| -\frac{a}{2} \right| < 1 \Rightarrow |a| < 2$$

-۸۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا نمودار  $y = 4 - |x|$  را رسم می‌کنیم. همان‌طور که می‌بینید این تابع از دو خط با شیب‌های ۱ و -۱ تشکیل شده است از طرفی خط عرض از مبدأ یک و در نتیجه برای آنکه بخواهد این خط هر دو شاخه نمودار تابع  $y = 4 - |x|$  را قطع کند باید شیب این خط بین ۱ و -۱ باشد:

-۸۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باید زیر رادیکال، بزرگ‌تر یا مساوی صفر باشد:

$$\frac{-x + 1}{x - 3} \geq 0$$

$$-x + 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

	۱	۳
-x + 1	+	-
x - 3	-	-
$\frac{-x + 1}{x - 3}$	-	+
ن		

پس جواب، بازه‌ی  $(1, 3]$  است.

-۸۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} x + 1 \geq 0 \\ 1 - x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow x \in \emptyset$$

دامنه تابع تهی است.

-۸۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{\sqrt{x - |x|}}{x \sqrt{16 - x^4}}$$

دامنه

$$\begin{cases} x - |x| \geq 0 \Rightarrow x \geq 0 & (1) \\ x \neq 0 & (2) \\ 16 - x^4 > 0 \Rightarrow x^4 < 16 \Rightarrow |x| < 2 \Rightarrow -2 < x < 2 & (3) \end{cases}$$

$\frac{(1) \cap (2) \cap (3)}{\text{دامنه} = (a, b)} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 2 \end{cases}$

$$\Rightarrow 2a + b = 2(0) + 2 = 2$$

-۹۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. زیرا رادیکال همواره نامنفی است، بنابراین کافی است ریشه‌های مخرج را به دست آوریم:  $D = R - \{ \text{ریشه های مخرج} \}$

$$2x^2 + 5x - 3 = 0 \Rightarrow \Delta = 25 + 4(2)(-3) = 49 \Rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2(2)} = \begin{cases} \frac{-5 + 7}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \\ \frac{-5 - 7}{4} = \frac{-12}{4} = -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow D = R - \left\{ \frac{1}{2}, -3 \right\}$$

تنها شامل عدد صحیح (-۳) نیست.

-۹۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} x - |x| \geq 0 &\Rightarrow x \geq |x| \Rightarrow x \geq 0 \\ x^2(4 - x^2) > 0 &\Rightarrow x^2 > 0 \Rightarrow x \neq 0 \\ 4 - x^2 > 0 &\Rightarrow -4 < x^2 < 4 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \cap \quad 0 < x < 2$$

-۹۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \sqrt{x + |x + 2|} \rightarrow f(-x) = \sqrt{-x + |-x + 2|} \rightarrow -x + |-x + 2| \geq 0$$

$$\rightarrow x \leq |x - 2| \xrightarrow[\text{می رسانیم}]{\text{به توان ۲}} x^2 \leq x^2 - 4x + 4 \rightarrow x \leq 1$$

-۹۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$2x - x^2 \geq 0 \rightarrow x(2 - x) \geq 0 \Rightarrow x \in [0, 2] \rightarrow 0 \leq x \leq 2 \rightarrow -3 \leq -x \leq -1 \Rightarrow x \in [1, 3]$$

-۹۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$2x - 11 = \sqrt{2x + 9} \Rightarrow 4x^2 - 46x + 121 = 0$$

ریشه بزرگتر از  $\frac{5}{5}$  قابل قبول است  $x = 8$   
دامنه تابع رادیکالی  $x > -\frac{4}{5}$  پس  $x < 8$

-۹۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طبق نمودار  $f(x) = \sqrt{b}$  است، پس:

$$f(0) = \sqrt{b} = 1 \Rightarrow b = 1$$

$$f(5) = 2 \Rightarrow \sqrt{5a + 1} = 2 \Rightarrow a = \frac{3}{5}$$

$$f(x) = \sqrt{\frac{3}{5}x + 1} \Rightarrow f\left(\frac{40}{3}\right) = \sqrt{\frac{3}{5} \times \frac{40}{3} + 1} = \sqrt{9} = 3$$

-۹۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} x^2 + a \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq -a & \xrightarrow{\text{همواره برقرار}} -a \leq 0 \Rightarrow a \geq 0 \quad (1) \\ x^2 + ax + b = 0 & \xrightarrow{\text{ریشه ندارد}} \Delta = a^2 - 4b < 0 \Rightarrow 0 \leq a^2 < 4b \Rightarrow b > 0 \quad (2) \\ (1), (2) \xrightarrow{} \begin{cases} ab \geq 0 \\ a + b > 0 \end{cases} \end{cases}$$

-۹۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم دامنه تابع  $f(x)$ ، مجموعه مقادیری از  $x$  می‌باشند که به‌ازای آنها  $ax^2 + bx + c \geq 0$  باشد. لذا با توجه به فرض سؤال مبنی بر این‌که دامنه تابع بازه  $[-2, 2]$  می‌باشد، جدول تعیین

علامت تابع درجه دوم  $y = ax^2 + bx + c$  به شکل زیر خواهد بود:

$$\Delta > 0$$

$x$	$x_1$	$x_2$
علامت	موافق	مخالف
$y$	$a$	$a$

مجموعه جواب نامعادله  $ax^2 + bx + c \geq 0$  برابر  $[-2, 2]$  می‌باشد. از طرفی داریم:

$$f(0) = 2 \Rightarrow \sqrt{a(0)^2 + b(0) + c} = \sqrt{c} = 2 \Rightarrow c = 4$$

لذا نتیجه می‌گیریم که:

$$f(-2) = 0 \Rightarrow 4a - 2b + 4 = 0 \quad \left. \begin{array}{l} f(2) = 0 \Rightarrow 4a + 2b + 4 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow a = -1, b = 0$$

$$a - b = -1$$

بنابراین:

-۹۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به حدود دامنه  $1 = x$  ریشه مخرج کسر است:

$$\sqrt{2x^2 - 6x + 4} = 0 \xrightarrow{x=1} \sqrt{2 - 6 + 4} = 0 \Rightarrow \sqrt{-4 + a} = 0 \rightarrow -4 + a = 0 \Rightarrow a = 4$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{2x^2 - 6x + 4}}$$

برای محاسبه دامنه تابع  $f(x)$  باید عبارت زیر رادیکال را که در مخرج است، بزرگتر از صفر قرار دهیم، پس:

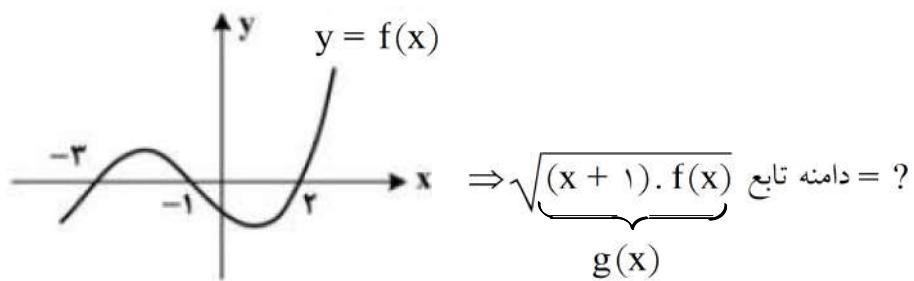
$$2x^2 - 6x + 4 > 0 \xrightarrow{\div 2} x^2 - 3x + 2 > 0 \Rightarrow (x-1)(x-2) > 0$$

$x$	۱	۲
p	+	-
c	+	+

$$\Rightarrow x < 1 \text{ یا } x > 2 \Rightarrow x \in (-\infty, 1) \cup (2, +\infty) \Rightarrow b = 2$$

$$\Rightarrow a \times b = 4 \times 2 = 8$$

۹۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



x	-3	-1	2	
x + 1	-	-	+	+
f(x)	-	+	-	+
g(x)	+	-	-	+

$$g(x) \geq 0, \\ (-\infty, -3] \cup \{-1\} \cup [2, +\infty)$$

۱۰۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. زیر رادیکال با فرجهی زوج همواره بزرگتر یا مساوی صفر است، اما چون رادیکال در مخرج کسر قرار دارد، پس باید مخالف صفر نیز باشد یعنی باید  $|x| > 0$  (توجه شود اکیداً بزرگتر از صفر است)، پس باید داشته باشیم  $|x| > |x|$ .  
 با توجه به شکل داده شده، در بازه‌های  $(-9, -3)$  و  $(3, 9)$   $g(x) > |x|$  و در بازه‌ی  $[-3, 3]$  و در نقاط  $x = -9$  و  $x = 9$   $g(x) \leq |x|$ ، بنابراین جواب صحیح  $(-9, 9) \cup (3, 9)$  است.

۱۰۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = x^2 - 2[x] \Rightarrow f(\sqrt{3}) = 3 - 2[\sqrt{3}] = 3 - 2 = 1$$

$$-\frac{1}{2}f(\sqrt{3}) = -\frac{1}{2} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{2}f(\sqrt{3})\right) = f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - 2\left[-\frac{1}{2}\right] = \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4} = 2.25$$

۱۰۲ - گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

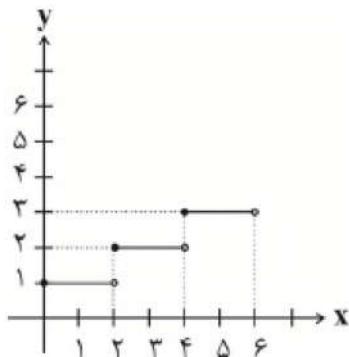
$$y = \left[ \frac{2+x}{2} \right] = \left[ 1 + \frac{x}{2} \right] = \left[ \frac{x}{2} \right] + 1$$

$$0 \leq \frac{x}{2} < 1 \Rightarrow \begin{cases} y = 0 + 1 = 1 \\ 0 \leq x < 2 \end{cases}$$

$$1 \leq \frac{x}{2} < 2 \Rightarrow \begin{cases} y = 1 + 1 = 2 \\ 2 \leq x < 4 \end{cases}$$

$$2 \leq \frac{x}{2} < 3 \Rightarrow \begin{cases} y = 2 + 1 = 3 \\ 4 \leq x < 6 \end{cases}$$

اکنون پاره خط‌های حاصل را رسم می‌کنیم:



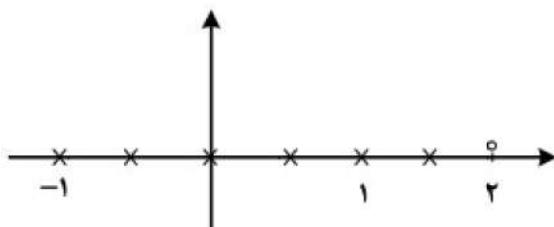
۱۰۳ - گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = [2x - 1] = -1 + [2x]$$

$$-1 \leq x < -0/5 \Rightarrow -2 \leq 2x < -1 \Rightarrow y = -1 - 2 = -3$$

$$0/5 \leq x < 0 \Rightarrow -1 \leq 2x < 0 \Rightarrow y = -1 - 1 = -2$$

باید توجه به اینکه عدد جزء صحیح در هر نیم واحد یک پرسش دارد از ۶ پاره تشکیل می‌شود.

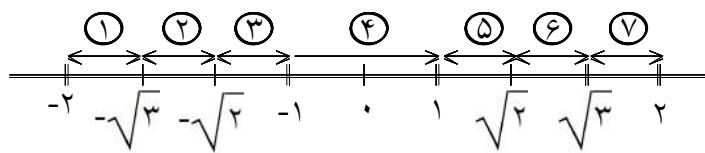


۱۰۴ - گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \left[ x - \frac{1}{2} + 1 - 1 \right] + \left[ x + \frac{1}{2} \right] = 2 \left[ x + \frac{1}{2} \right] - 1$$

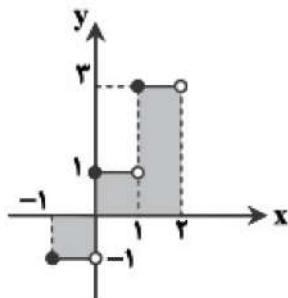
هر یک از بازه‌های  $(-\frac{1}{2}, 1)$  و  $(\frac{1}{2}, 1)$  و  $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$  و  $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$  نمایش یک پاره خط است. تعداد آنها برابر است با ۴.

۱۰۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$-2 < x < 2 \Rightarrow 0 < x^2 < 4 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 0 < x^2 < 1 \rightarrow \text{یک پاره خط} \\ 1 < x^2 < 2 \rightarrow \text{دوپاره خط} \\ 2 < x^2 < 3 \rightarrow \text{دوپاره خط} \\ 3 < x^2 < 4 \rightarrow \text{دوپاره خط} \end{array} \right\} \quad 7 \text{ پاره خط}$$

۱۰۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا نمودار تابع  $f(x) = 2[x] + 1$  در بازه‌ی  $(-1, 2)$  رسم می‌کنیم.



$$f(x) = \begin{cases} 2(-1) + 1 & -1 \leq x < 0 \\ 2(0) + 1 & 0 \leq x < 1 \\ 2(1) + 1 & 1 \leq x < 2 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} -1 & -1 \leq x < 0 \\ 1 & 0 \leq x < 1 \\ 3 & 1 \leq x < 2 \end{cases}$$

$$1 + 1 + 3 = 5$$

با توجه به شکل بالا، مساحت بین نمودار تابع  $f$  و محور  $x$ ها برابر است با:

۱۰۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر  $A(x_1, y_1)$  و  $B(x_2, y_2)$  را داشته باشیم، طول پاره خط  $AB$  برابر است با:

$$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

نمودار تابع  $f(x) = \left[ \frac{1}{2}x \right]$  را رسم می‌کنیم. سپس مختصات نقاط  $A$  و  $B$  را روی آن به دست می‌آوریم:

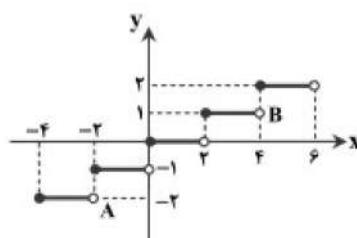
$$-4 \leq x < -2 \Rightarrow -2 \leq \frac{1}{2}x < -1 \Rightarrow \left[ \frac{1}{2}x \right] = -2$$

$$-2 \leq x < 0 \Rightarrow -1 \leq \frac{1}{2}x < 0 \Rightarrow \left[ \frac{1}{2}x \right] = -1$$

$$0 \leq x < 2 \Rightarrow 0 \leq \frac{1}{2}x < 1 \Rightarrow \left[ \frac{1}{2}x \right] = 0$$

$$2 \leq x < 4 \Rightarrow 1 \leq \frac{1}{2}x < 2 \Rightarrow \left[ \frac{1}{2}x \right] = 1$$

$$4 \leq x < 6 \Rightarrow 2 \leq \frac{1}{2}x < 3 \Rightarrow \left[ \frac{1}{2}x \right] = 2$$



با توجه به شکل، مختصات نقاط به صورت  $(-2, -2)$  و  $(0, 0)$  می‌باشد، که فاصله‌ی این دو نقطه مطابق نکته است:

$$AB = \sqrt{(4 - (-2))^2 + (0 - (-2))^2} = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

برابر است با:

- ۱۰۸ - گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$-1 < 1 - \sqrt{2} < 0 \Rightarrow [1 - \sqrt{2}] = -1, (1 + \sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{2}$$

$$5 < (1 + \sqrt{2})^2 < 6 \Rightarrow [(1 + \sqrt{2})^2] = 5$$

$$\text{در نتیجه مجموع دو جزء صحیح } -1 + 5 = 4$$

- ۱۰۹ - گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{2 - \sqrt{5}} = -(2 + \sqrt{5}) \Rightarrow -5 < -2 - \sqrt{5} < -4 \Rightarrow [-2 - \sqrt{5}] = -5$$

$$4 < 2 + \sqrt{5} < 5 \Rightarrow [2 + \sqrt{5}] = 4$$

- ۱۱۰ - گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون  $\frac{2}{3}, \frac{1}{3}$  و  $\frac{4}{3}$  در بازه  $(-1, 0)$  قرار دارند، پس جز صحیح شان برابر ۱- می‌شود

و  $\frac{5}{3}, \frac{6}{3}$  در بازه  $(-2, -1)$  قرار دارند و جزء صحیح شان برابر ۲- می‌شود. این روند سه تا به همین

ترتیب پیش می‌رود. پس این ۱۵ جزء صحیح به ۵ تا سه تایی تبدیل می‌شود و نهایتاً حاصل برابر است با:

$$A = 3(-1) + 3(-2) + 3(-3) + 3(-4) + 3(-5)$$

$$A = -3(1 + 2 + 3 + 4 + 5) = -3 \times 15 = -45$$

- ۱۱۱ - گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نامعادله  $x^2 < \frac{x}{3}$  را حل می‌کنیم.

$$3x^2 < x \Rightarrow 3x^2 - x < 0 \Rightarrow x(3x - 1) < 0 \Rightarrow 0 < x < \frac{1}{3}$$

حال طرفین رابطه به دست آمده را یک بار بر ۴ و یک بار بر ۵ تقسیم می‌کنیم.

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 < \frac{x}{4} < \frac{1}{12} \Rightarrow \left[ \frac{x}{4} \right] = 0 \\ -1 < -\frac{x}{5} < 0 \Rightarrow \left[ -\frac{x}{5} \right] = -1 \end{array} \right. \Rightarrow \left[ \frac{x}{4} \right] + \left[ -\frac{x}{5} \right] = -1$$

- ۱۱۲ - گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{n^2 - 2n} = \sqrt{(n-1)^2 - 1} \Rightarrow n-2 < \sqrt{n^2 - 2n} < n-1 \Rightarrow [\sqrt{n^2 - 2n}] = n-2$$

$$\sqrt{4n^2 - 3n + 1} = \sqrt{(2n-1)^2 + n} \Rightarrow 2n-1 < \sqrt{4n^2 - 3n + 1} < 2n \Rightarrow [\sqrt{4n^2 - 3n + 1}] = 2n-1$$

$$[\sqrt{4n^2 - 3n + 1}] - 2[\sqrt{n^2 - 2n}] = (2n-1) - 2(n-2) = 3$$

راه حل دوم: چون این رابطه برای همه اعداد طبیعی  $n \geq 3$  برقرار است پس:

$$n=3 \rightarrow [\sqrt{36-9+1}] - 2[\sqrt{3}] = 3$$

۱۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \left[ x - \frac{1}{2} + 1 \right] + \left[ x - \frac{1}{2} \right] = 1 + 2 \left[ x - \frac{1}{2} \right]$$

تابع خلاصه شود.

$$-\frac{1}{2} \leq x < \frac{1}{2} \Rightarrow -1 < x - \frac{1}{2} < 0 \Rightarrow f(x) = 1 + 2(-1) = -1$$

۱۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left[ \frac{2x - 6}{3} \right] = -4 \Rightarrow -4 \leq \frac{2x - 6}{3} < -3$$

$$\Rightarrow -12 \leq 2x - 6 < -9$$

$$\Rightarrow -12 + 6 \leq 2x < -9 + 6 \Rightarrow -6 \leq 2x < -3 \Rightarrow x < -\frac{3}{2}$$

۱۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left[ x \right] - \frac{3}{4} = -1 \Rightarrow [x] + \left[ -\frac{3}{4} \right] = -1 \Rightarrow [x] + (-1) = -1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow 0 \leq x < 1$$

مقداری صحیح

۱۱۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: اگر  $[x] = k$  و  $k \in \mathbb{Z}$ ، آنگاه:  $x \in [k, k+1)$   
 نکته: اگر  $x \in [k, k+1)$ ، آنگاه:  $[x] = k$

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$[x+3] + [x-1] = 10 \Rightarrow [x] + 3 + [x] - 1 = 10 \Rightarrow 2[x] + 2 = 10 \Rightarrow [x] = 4 \Rightarrow 4 \leq x < 5$$

۱۱۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$n \leq x < n+1 \Rightarrow [x] = n$$

$$1 \leq \frac{x-3}{2} < 2 \Rightarrow 2 \leq x - 3 < 4$$

$$\Rightarrow 5 \leq x < 7 \Rightarrow 6 \leq x + 1 < 8$$

$$\Rightarrow 3 \leq \frac{x+1}{2} < 4 \Rightarrow \left[ \frac{x+1}{2} \right] = 3$$

۱۱۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون  $[x-7] = 1$  یک عدد صحیح است، پس داریم:

$$[x + [x-7]] = 1 \Rightarrow [x] + [x-7] = 1 \Rightarrow [x] + [x] - 7 = 1 \Rightarrow [x] = 4 \Rightarrow 4 \leq x < 5$$

۱۱۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با استفاده از خواص جزء صحیح داریم:

چون طرفین نامساوی مثبت هستند  $\frac{1}{2} < \frac{3-2x}{x} \leq 1$

معکوس می کنیم

$$\left[ \frac{x}{3-2x} \right] = 1 \Rightarrow 1 \leq \frac{x}{3-2x} < 2$$

تفکیک می کنیم  $\frac{1}{2} < \frac{3}{x} - 2 \leq 1 \rightarrow \frac{5}{2} < \frac{3}{x} \leq 3$

معکوس می کنیم  $\frac{1}{3} \leq \frac{x}{5} < \frac{2}{3}$

$\times 15 \rightarrow 5 \leq 5x < 6 \Rightarrow [5x] = 5$

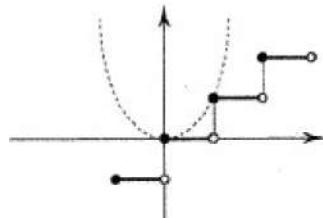
۱۲۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$2[x] + \left[ x - 1 + \frac{1}{2} \right] - \left[ x + \frac{1}{2} \right] = v$$

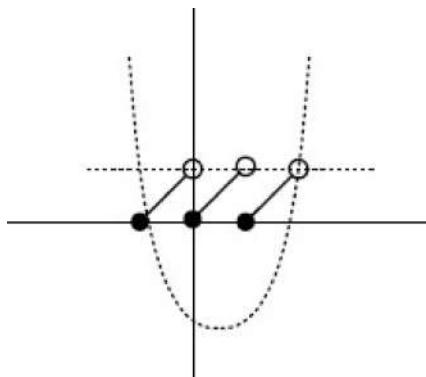
$$2[x] + \left[ x + \frac{1}{2} \right] - \left[ x + \frac{1}{2} \right] - 1 = v$$

$$2[x] = v \Rightarrow [x] = \frac{v}{2} \Rightarrow [x - 1] = [x] - 1 = \frac{v}{2} - 1 = 3$$

در نتیجه:



۱۲۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار دو تابع  $[x]$  و  $\frac{2}{x}$  را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم. تعداد نقاط برخورد نمودارهای دو تابع، برابر تعداد ریشه‌ها است. ملاحظه می‌کنید که نمودارهای دو تابع در  $x = 1$  برخورد دارند، پس معادله دو جواب دارد.



۱۲۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

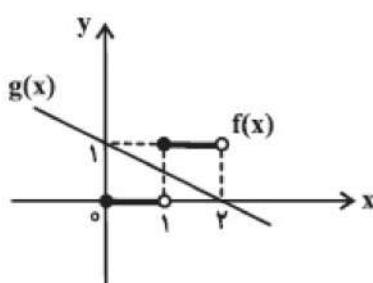
$$\leq x - 1 < [x]$$

با رسم دقیق نمودار هر دو تابع در یک نقطه متقطع‌اند.

۱۲۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. معادله را به فرم  $[x] = -\frac{1}{2}x + 1$  بازنویسی می‌کنیم. نمودارهای توابع

$$g(x) = -\frac{1}{2}x + 1 \quad , \quad f(x) = [x]$$

معادله جواب ندارد.



۱۲۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله، تبدیل به معادله زیر می‌شود:

$$2[x^2] - 3|x| - 2 = 0$$

واضح است که باید  $x \in \mathbb{Z}$  باشد، بنابراین:

$$x < 0 : \quad 2x^2 + 3x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} & \text{غیرق} \\ x = -2 & \text{ق} \end{cases}$$

$$x \geq 0 : \quad 2x^2 - 3x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} & \text{غیرق} \\ x = 2 & \text{ق} \end{cases}$$

در نتیجه  $x = \pm 2$  جواب‌های معادله است.

۱۲۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌بینیم که سمت چپ معادله عددی صحیح است، پس سمت راست معادله هم باید عددی صحیح باشد. در نتیجه  $X$  باید عددی صحیح باشد. پس داریم:

$$[2x^2] = 2x^2, [4x] = 4x \Rightarrow 2x^2 - 4x = x - 2 \Rightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = 25 - (4 \times 2 \times 2)$$

$$\Rightarrow \Delta = 9 \Rightarrow x = \frac{5 \pm 3}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 & \text{غیرق} \\ x = \frac{1}{2} & (x \notin \mathbb{Z}) \end{cases}$$

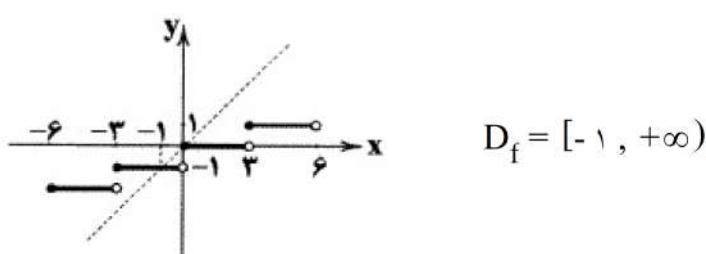
بنابراین معادله فقط یک جواب دارد.

۱۲۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای تعیین دامنه این تابع باید عبارت زیر را دیگال نامنفی باشد:

$$x - \left[\frac{x}{3}\right] \geq 0 \Rightarrow x \geq \left[\frac{x}{3}\right],$$

$$y_1 \quad y_2$$

با استفاده از رسم نمودارهای  $y_1$  و  $y_2$  در یک دستگاه، به حل نامعادله می‌پردازیم. هر کجا که  $y_1 \geq y_2$  باشد، دامنه‌ی تابع است.



۱۲۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$4 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2$$

مخرج صفر نباشد:

$$\left|\frac{x}{2}\right| = 1 \Rightarrow 1 \leq \frac{x}{2} < 2 \Rightarrow 2 \leq x < 4$$

$$D_f = [-2, 2] - [2, 4) = [-2, 2) = [a, b)$$

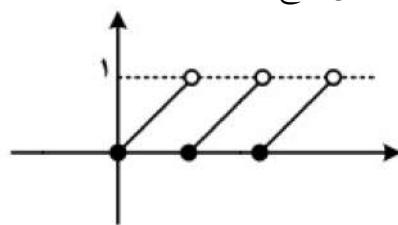
$$b - a = 2 - (-2) = 4$$

۱۲۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. شکل تابع با یک انتقال در بازه‌های دیگر حاصل می‌شود.

$$0 \leq 2x < 1 \Rightarrow f(x) = 2x$$

$$1 \leq 2x < 2 \Rightarrow f(x) = 2x - 1$$

$$2 \leq 2x < 3 \Rightarrow f(x) = 2x - 2$$

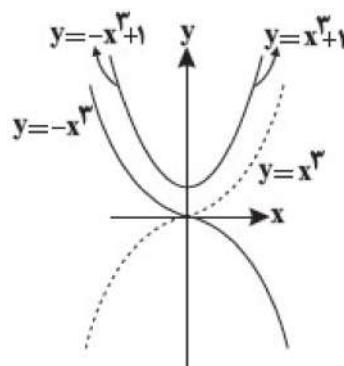


$$y \leq 1$$

۱۲۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = x^3 |x| + 1 = \begin{cases} x^3 + 1 & x \geq 0 \\ -x^3 + 1 & x < 0 \end{cases}$$

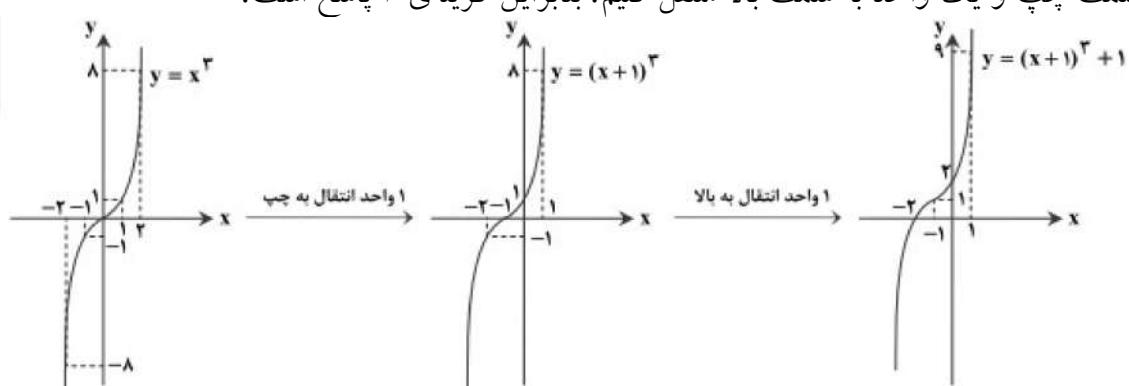
یعنی شاخه سمت راست نمودار، همان  $y = x^3$  است که ۱ واحد به طرف بالا رفته و شاخه سمت چپ نمودار  $y = -x^3$  است که ۱ واحد بالا رفته است.

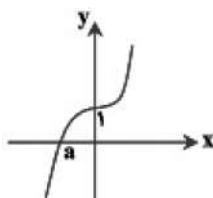


۱۳۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

نکته: ابتدا ضابطه‌ی تابع  $f$  را به صورت  $f(x) = (x+1)^3 + 1$  می‌نویسیم. اکنون کافی است نمودار تابع  $y = x^3$  واحد به سمت چپ و یک واحد به سمت بالا منتقل کنیم. بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.





- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار  $f$ , داریم:

$$f(0) = 1 \Rightarrow 0 + b = 1 \Rightarrow b = 1$$

اکنون با جایگذاری مقدار  $b$  در ضابطه  $f$  خواهیم داشت  $f(x) = ax^3 + 1$   
همچنین نمودار تابع از نقطه  $(a, 1)$  می‌گذرد، پس:

$$f(a) = 1 \Rightarrow a^3 + 1 = 1 \Rightarrow a^3 = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$a + b = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$$

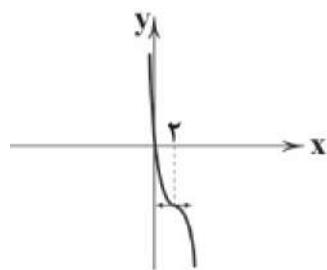
- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = -\frac{1}{2}x^3 + 3x^2 - 6x = -\frac{1}{2}(x^3 - 6x^2 + 12x) = -\frac{1}{2}((x-2)^3 + 8)$$

این نمودار را به کمک نمودار  $y = x^3$  و با استفاده از مراحل زیر رسم می‌کنیم:

$$y = x^3 \xrightarrow{\text{انتقال طولی}} y = (x-2)^3 \xrightarrow{\substack{\text{انتقال عرضی} \\ \text{و واحد به بالا}}} y = (x-2)^3 + 8 \xrightarrow{\substack{\text{دو واحد به راست} \\ \text{برابر}}}$$

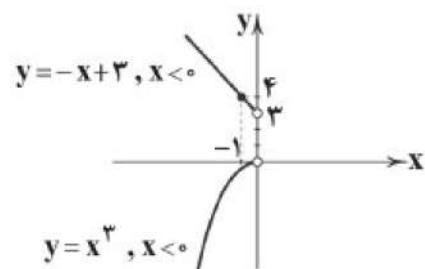
$$y = \frac{1}{2}((x-2)^3 + 8) \xrightarrow{\substack{\text{بازتاب نسبت به محور} \\ \text{ها}}} y = -\frac{1}{2}((x-2)^3 + 8)$$



نسبتاً نمودار به صورت زیر خواهد بود:

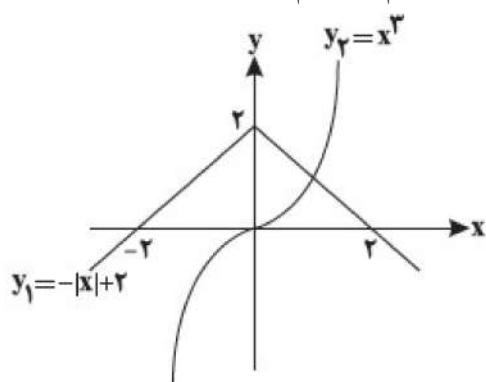
- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای رسم نمودار تابع  $(g, f)(x)$ , دو نقطه دلخواه مانند  $x = 0$  و  $x = 1$  را در نظر می‌گیریم

(البته دقت کنید که  $x = 0$  در دامنه قرار ندارد).  $f(x) = x^3$  و  $g(x) = -x + 3$  را در یک محور مختصات رسم می‌کنیم.



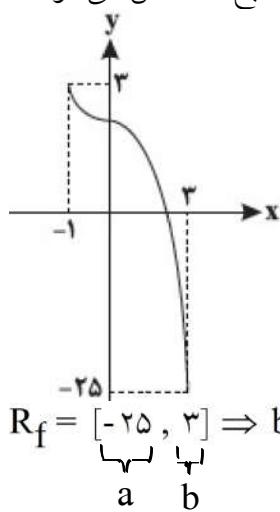
مالحظه می‌کنید که دو تابع یکدیگر را قطع نمی‌کنند.

۱۳۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نمودارهای توابع  $y_1 = -|x| + 2$  و  $y_2 = x^3$  را رسم می‌کنیم:



با توجه به نمودارهای رسم شده، دو نمودار یکدیگر را در یک نقطه با طول مثبت قطع می‌کنند. بنابراین معادله موردنظر فقط یک ریشه مثبت دارد.

۱۳۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. راه حل اول: با رسم تابع  $f(x)$  و تعیین نقاط ابتدایی و انتهاهی بُرد تابع مشخص می‌شود:



$$R_f = [-25, 3] \Rightarrow b - a = 3 - (-25) = 28$$

راه حل دوم: در توابع اکیداً نزولی، اگر دامنه  $[m, n]$  باشد، بُرد  $[f(n), f(m)]$  است.

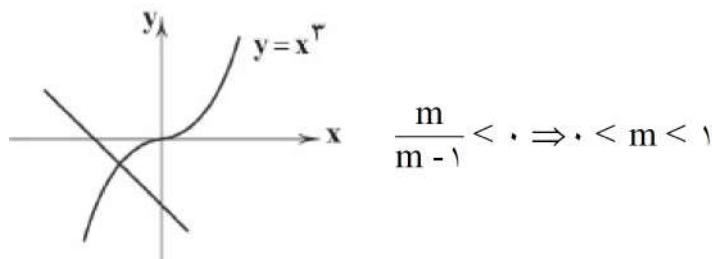
$$D_f = [-1, 3] \Rightarrow R_f = [f(3), f(-1)] = [-25, 3]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -25 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow b - a = 3 - (-25) = 28$$

۱۳۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای یافتن تعداد ریشه‌ها معادله را به صورت  $x^3 = -x + \frac{m}{m-1}$  مرتب می‌کنیم. طول

ریشه‌ی معادله مورد نظر است. طبق گفته‌ی مسئله باید طول این نقطه نقاط برخورد دو تابع  $\begin{cases} y = x^3 \\ y = -x + \frac{m}{m-1} \end{cases}$

منفی باشد، پس بایستی عرض از مبدأ خط منفی باشد.



۱۳۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. معادله داده شده را به صورت زیر مرتب می‌کنیم:

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = \sqrt{x+1} \Rightarrow (x+1)^3 = \sqrt{x+1}$$

حال نمودار دو تابع  $y = (x+1)^3$  و  $y = \sqrt{x+1}$  را در یک دستگاه رسم می‌کنیم:  
مالحظه می‌کنید که معادله مورد نظر یک ریشه‌ی  $x = -1$  و یک ریشه‌ی صفر دارد.

۱۳۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض می‌کنیم که ریشه‌ها  $\alpha$ ,  $\beta$  و  $\gamma$  باشند:

$$\begin{aligned} f(x) &= (x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma) \\ &= x^3 - (\alpha + \beta + \gamma)x^2 + (\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma)x - \alpha\beta\gamma \\ \Rightarrow b &= -\alpha\beta\gamma = -(+\gamma) = -\gamma ; \\ f(2) &= 15 \Rightarrow 8 + 12 + 2a - \gamma = 15 \Rightarrow a = -1 \end{aligned}$$

۱۳۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} f \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (4, 2) \in f \\ (4, a^2 - a) \in f \end{array} \right. \Rightarrow a^2 - a = 2 \\ \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (a - 2)(a + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -1 \end{cases}$$

اگر  $a = 2$  باشد:

$$\begin{cases} (4, 2) \in f \\ (b, 2) \in f \end{cases} \Rightarrow b = 4$$

اگر  $a = -1$  ، آنگاه  $f = \{(4, 2), (-1, 5), (4, 2)\}$  تابع نخواهد بود، بنابراین  $a = 2$  صحیح است و  $(a, b) = (2, 4)$  می‌باشد.

۱۴۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: تابع  $f$  که به صورت زوج مرتب داده شده است، یک به یک است، هرگاه در آن هیچ دو زوج مرتب متمایزی دارای مؤلفه‌ی دوم یکسان نباشند، یعنی اگر مؤلفه‌ی دوم دو زوج مرتب برابر بود، مؤلفه‌ی اولشان هم برابر باشد.

اکنون قابل قبول بودن هریک از این مقادیر را بررسی می‌کنیم:

$$a = 2 : f = \left\{ \frac{1,4}{(5,3)}, (8,-2), (1,0) \right\} \quad \text{تابع نیست} \times$$

$$a = -2 : f = \{(1,4), (5,3), (-8,2), (-3,0)\}$$

بنابراین فقط مقدار  $a = -2$  قابل قبول است.

۱۴۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نمایش زوج مرتبی تابع به صورت رو به رو است:

$$\{(a^2 + 1, 5), (a + 3, 5), (5, 3)\}$$

$$(a^2 + 1, 5) = (a + 3, 5) \Rightarrow a^2 + 1 = a + 3$$

$$\Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Rightarrow (a - 2)(a + 1) = 0 \Rightarrow a = 2 \text{ یا } a = -1$$

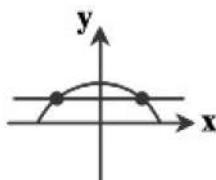
$a = 2$ : رابطه تابع نمی‌باشد.

$a = -1$ : تابع یک به یک است.

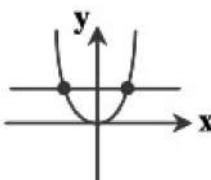
بنابراین تنها  $a = -1$  قابل قبول می‌باشد.

۱۴۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: تابع یک به یک، تابعی است که هر خط موازی محور  $X$ ‌ها نمودار آن را حداقل در یک نقطه قطع کند.

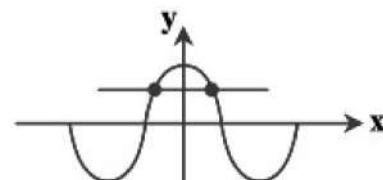
با توجه به نکته بالا و نمودارهای زیر، گزینه ۲ پاسخ است.



گزینه ۱



گزینه ۳



گزینه ۴

۱۴۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تنها در نمودار گزینه ۴ هر خط موازی محور  $y$ ‌ها نمودار را حداقل در یک نقطه قطع می‌کند (شرط تابع بودن) و هر خط موازی محور  $X$ ‌ها نمودار را حداقل در یک نقطه قطع می‌کند (شرط یک به یک بودن).

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: تابع نیست.

گزینه‌های ۲ و ۳: یک به یک نیستند.

۱۴۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

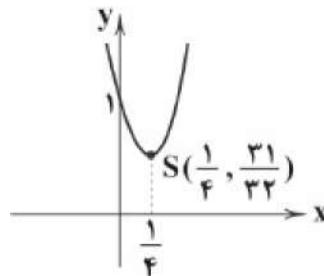
$$f(x) = x + \sqrt{x} \quad x_1, x_2 \in [0, +\infty) : x_2 > x_1 \Rightarrow \sqrt{x_2} > \sqrt{x_1} \Rightarrow x_2 + \sqrt{x_2} > x_1 + \sqrt{x_1}$$

$f$  یک به یک است.  $\Rightarrow f$  اکیداً صعودی

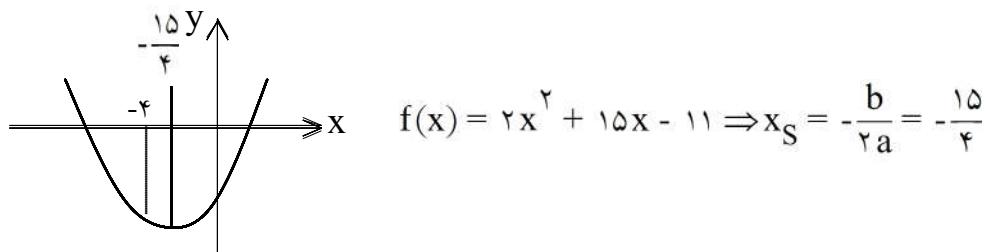
تذکر: به کمک مشتق هم به سادگی می‌توان مسأله را حل کرد.

۱۴۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار تابع  $f$  به صورت یک سهمی دهانه رو به بالا است. اگر دامنه آنرا به صورت  $(-\infty, m]$  درنظر بگیریم تا وارون‌پذیر باشد، باید  $m$  کمتر یا مساوی  $\frac{b}{2a}$  باشد.

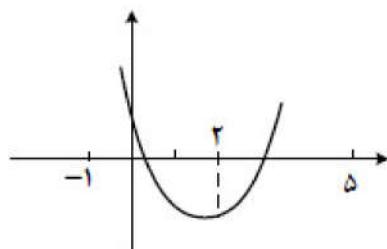
$$m \leq \frac{-\left(-\frac{1}{4}\right)}{2\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{Max} \left\{ m \in \mathbb{Z} \mid m \leq \frac{1}{4} \right\} = .$$



۱۴۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم که توابع درجه دوم دو در بازه‌های قبل و بعد از رأس سهمی، یک به یک است. در این تست:

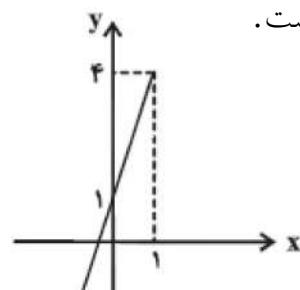


پس تابع در بازه‌های  $(-\infty, -\frac{15}{4}]$  و  $[-\frac{15}{4}, +\infty)$  همواره یک به یک است، در نتیجه در هر زیربازه‌ای از این بازه‌ها هم یک‌به‌یک است، با توجه به بازه  $[a, -a]$ ، بیشترین مقدار ممکن برای  $a$ ، عدد  $\frac{15}{4}$  است.



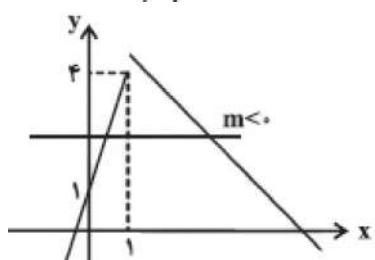
۱۴۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار تابع  $f(x) = 2(x-2)^2 - 5$  شکل مقابل است در  $x=2$  می‌نیمم دارد. با توجه به شکل در بازه  $(-1, 5)$  یک به یک نیست. یعنی هر خط موازی محور  $x$ ‌ها منحنی را در ۲ نقطه قطع می‌کند.

۱۴۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  
نکته: با محدود کردن دامنه تابع درجه دوم  $y = ax^2 + bx + c$  به بازه‌های  $(-\infty, -\frac{b}{2a}]$  یا  $(-\infty, +\infty)$  یا  $(-\infty, 2, +\infty)$  یا  $(-\infty, 2, +\infty)$  یا زیر مجموعه‌های زیر مجموعه‌های هر یک از این بازه‌ها، می‌توان تابع یک‌به‌یک ساخت.  
با توجه به نکته‌ی بالا، با محدود کردن دامنه این تابع درجه دوم به بازه‌های  $(-\infty, 2, +\infty)$  یا  $(2, +\infty)$  یا زیر مجموعه‌های هر یک از این بازه‌ها، می‌توان تابع یک‌به‌یک ساخت. با توجه به گزینه‌ها، گزینه ۱ پاسخ است.



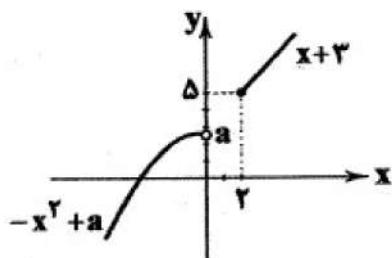
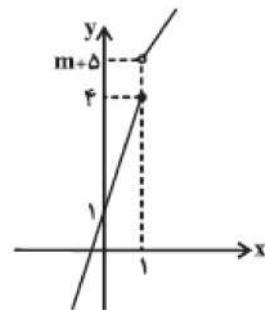
۱۴۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نمودار قسمت اول تابع ( $x \leq 1$ ) به صورت رو به رو است.

با توجه به این که قسمت دوم تابع نیز به صورت یک خط راست با شیب  $m$  می‌باشد، واضح است که  $m$  باید منفی شود، زیرا اگر  $m$  مثبت باشد، حالتی مانند نمودار دوم رخ می‌دهد که در این صورت می‌توان خطی موازی محور  $x$  ها یافت که نمودار تابع را در دو نقطه قطع کند. (رد گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴») همچنین  $m$  باید برابر صفر شود زیرا در این صورت تابع ثابت خواهد شد و یک به یک نمی‌شود.



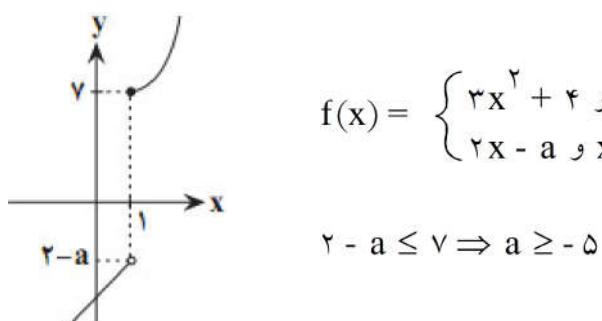
با شرط  $m > 0$ ، نمودار تابع به صورت زیر می‌شود، برای آن که این نمودار مربوط به یک تابع یک به یک باشد، باید شرط  $4 \geq m + 5$  برقرار باشد که در نتیجه:

$$\begin{cases} m + 5 \geq 4 \Rightarrow m \geq -1 \\ m > 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} m >$$



۱۵۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. شرط وارون‌پذیری تابع ( $f(x)$ ) آن است که یک به یک باشد. با رسم نمودار تابع  $f(x)$  داریم:

برای آن که تابع ( $f(x)$ ) یک به یک باشد، هر خط افقی باید حداقل در یک نقطه نمودار را قطع کند، بنابراین بیشترین مقداری که  $a$  می‌تواند داشته باشد، برابر عدد ۵ است، یعنی  $a \in (-\infty, 5]$



۱۵۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل فرضی زیر داریم:

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 4 & x \geq 1 \\ 2x - a & x < 1 \end{cases}$$

برای یک به یک بودن تابع ( $f(x)$ ) داریم:

$$2 - a \leq 1 \Rightarrow a \geq -1$$

با توجه به گزینه‌ها  $a = -4$  قابل قبول است.

۱۵۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار، اگر نقاط  $(2, 5)$  و  $(1, 2)$  را از تابع  $f$  در نظر بگیریم، آنگاه نقاط  $(2, 5)$  و  $(1, 2)$  روی  $f^{-1}$  قرار دارند که این نقاط در تابع  $|1 - 2x| + 2x$  صدق می‌کنند.

۱۵۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f^{-1}(g(2a)) = 6 \Rightarrow f(6) = g(2a) \Rightarrow 6 = \frac{2a}{2a - 1} \Rightarrow 6(2a - 1) = 2a \Rightarrow 12a - 6 = 2a \Rightarrow 10a = 6 \Rightarrow a = \frac{3}{5}$$

۱۵۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: در تابع وارون پذیر  $f$ , اگر  $f(a) = b$  آن‌گاه:  $f^{-1}(b) = a$

ابتدا فرض می‌کنیم  $a = g^{-1}(1)$ , در این صورت مطابق نکته  $g(a) = 1$ , پس می‌توان نوشت:

$$\frac{2a}{a+1} = 1 \Rightarrow 2a = a + 1 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow g^{-1}(1) = 1$$

با توجه به تساوی داده شده در صورت سؤال می‌توان نتیجه گرفت:

$$f^{-1}(2\alpha - 1) = 1 \Rightarrow f(1) = 2\alpha - 1 \xrightarrow{(1,3) \in f} 3 = 2\alpha - 1 \Rightarrow \alpha = 2$$

۱۵۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$g^{-1} \circ f(a) = -1 \Rightarrow g(g^{-1}(f(a))) = g(-1) \Rightarrow f(a) = -3 \Rightarrow a^3 - 1 = -3 \Rightarrow a^3 = -2 \Rightarrow a = -\sqrt[3]{2}$$

۱۵۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{2x - 5}{3x - 2} \Rightarrow 3xy - 2y - 2x + 5 = 0 \quad x = \frac{2y - 5}{3y - 2}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{2x - 5}{3x - 2} \quad \text{پس}$$

۱۵۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = (x - 1)^2 + 2 \Rightarrow x = 1 + \sqrt{y - 2} \Rightarrow f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x - 2}, \quad x \geq 2$$

۱۵۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x > 0 \Rightarrow y = \frac{x}{1+x} \Rightarrow y + yx = x \Rightarrow y = x(1-y) \Rightarrow x = \frac{y}{1-y} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{1-x}$$

$$x < 0 \Rightarrow y = \frac{x}{1-x} \Rightarrow y - yx = x \Rightarrow y = x(1+y) \Rightarrow x = \frac{y}{1+y} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{1+x} \Rightarrow$$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x}{1-x} & 0 < x < 1 \\ \frac{x}{1+x} & -1 < x < 0 \end{cases} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{1-|x|} \quad |x| < 1$$

البته می‌توان این سؤال را با عدد گذاری نیز حل کرد چون  $f(1) = \frac{1}{2}$  است. پس  $f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 1$  تنها گزینه ۱ صحیح می‌شود.

$$f(x) = 2x - |4 - 2x| = \begin{cases} 2x + 4 - 2x & x > 2 \\ 2x - 4 + 2x & x \leq 2 \end{cases}$$

۱۵۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} 4 & x > 2 \\ 4x - 4 & x \leq 2 \end{cases}$$

به ازای  $x \leq 2$  تابع یک به یک و وارون‌پذیر است.

$$x \leq 2 \Rightarrow 4x - 4 \leq 4 \Rightarrow y \leq 4$$

$$y = 4x - 4 \Rightarrow x = \frac{y+4}{4} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{4}x + 1 \quad (x \leq 4)$$

۱۶۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y = \begin{cases} x & ; x < 0 \\ 3x & ; x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \text{تابع وارون} \Rightarrow y = \begin{cases} x & ; x < 0 \\ \frac{1}{3}x & ; x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = \frac{2x - |x|}{3} \Rightarrow \text{تابع وارون}$$

۱۶۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = |2x - 6| - |x + 1| = \begin{cases} (2x - 6) - (x + 1) & x \geq 3 \\ -2x + 6 - (x + 1) & -1 \leq x < 3 \\ -2x + 6 - (-x - 1) & x < -1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} x - 7 & x \geq 3 \\ -3x + 5 & -1 \leq x < 3 \\ -x + 7 & x < -1 \end{cases}$$

با توجه به ضابطه‌ها مشخص است که ضابطه  $y = x - 7$  برای  $x \geq 3$  صعودی است.

$$x \geq 3 \rightarrow x - 7 \geq -4 \Rightarrow y \geq -4$$

$$y = x - 7 \Rightarrow y + 7 = x \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = x + 7$$

نکته: در تابع معکوس جای دامنه و برد عوض می‌شود. بنابراین  $y = x + 7$  برای تابع معکوس محدوده دامنه می‌شود.

۱۶۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: برای به‌دست آوردن ضابطه تابع وارون‌پذیر  $y = f(x)$ , ابتدا  $x$  را بر حسب  $y$  به‌دست می‌آوریم و سپس  $x$  و  $y$  را جای‌جا می‌کنیم.

ابتدا توجه کنید که دامنه تابع  $f$ , بازه‌ی  $[1, +\infty)$  است. با این شرط ضابطه تابع  $f$  را به‌صورت  $f(x) = \sqrt{x-1} + 1$  نویسیم. اکنون با استفاده از نکته‌ی بالا داریم:

$$y = \sqrt{x-1} + 1 \Rightarrow y - 1 = \sqrt{x-1} \Rightarrow (y-1)^2 = x-1$$

$$\Rightarrow x = 1 + (y-1)^2 \Rightarrow f^{-1}(x) = (x-1)^2 + 1$$

۱۶۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در تابع  $y = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$  مقادیر  $x$ ,  $y$  هم علامت‌اند.

$$y^2 = \frac{x^2}{1+x^2} \Rightarrow x^2(1-y^2) = y^2 \Rightarrow x = \frac{y}{\sqrt{1-y^2}} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow y_1 \geq 0 \Rightarrow y = \sqrt{x} \xrightarrow[\text{می رسانیم}]{{\text{به توان}}^2} y^2 = x \Rightarrow y = x^2$$

$$x < 0 \Rightarrow \sqrt{-x} > 0 \Rightarrow -\sqrt{-x} < 0 \Rightarrow y_2 < 0 \Rightarrow y = -\sqrt{-x} \xrightarrow[\text{می رسانیم}]{{\text{به توان}}^2} y^2 = -x \Rightarrow y = -x^2$$

$$\Rightarrow y = x|x|$$

$$y_1 \cup y_2 = R \xrightarrow[\text{تابع معکوس است}]{\text{برد تابع دامنه‌ی}} D_{f^{-1}} = R \quad (\text{البته در این سؤال بررسی دامنه لزومی نداشت})$$

- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} \sqrt{|x|} & x \neq 0 \\ . & x = 0 \end{cases} \rightarrow f(x) = \begin{cases} -\sqrt{-x} & x < 0 \\ \sqrt{x} & x > 0 \\ . & x = 0 \end{cases}$$

$$R_f = R \rightarrow D_{f^{-1}} = R$$

$$\begin{cases} y = -\sqrt{-x} \xrightarrow[\text{می رسانیم}]{{\text{به توان}}^2} y^2 = -x \Rightarrow x = -y^2, y < 0 \\ y = \sqrt{x} \xrightarrow[\text{می رسانیم}]{{\text{به توان}}^2} y^2 = x \rightarrow x = y^2, y \geq 0 \end{cases}$$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases} = x|x|$$

- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{1}{2} \left( x + \sqrt{x^2 + 4} \right) \Rightarrow 2y - x = \sqrt{x^2 + 4} \xrightarrow[\text{می رسانیم}]{{\text{طرفین به توان}}^2} 4y^2 - 4yx + x^2 = x^2 + 4$$

$$\xrightarrow[\text{را عوض می کنیم}]{{\text{جای}} x \text{ و } y} 4y^2 - 4yx = 4 \Rightarrow yx = y^2 - 1 \Rightarrow x = y - \frac{1}{y} \rightarrow f^{-1}(x) = x - \frac{1}{x}$$

$$f^{-1}(x) + f^{-1}\left(\frac{1}{x}\right) = x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x} - x = 0$$

- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

اگر  $f(a) = b$  باشد آنگاه  $f(-2) = \frac{-4 - 1}{-2 + 3} = -5$  است. از بین نقاط گزینه‌ها داریم  $f^{-1}(b) = a$  پس از نقطه  $(-5, -2)$  می‌گذرد.

۱۶۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض کنیم  $f^{-1}(3) = \alpha$  باشد، آنگاه:

$$f(\alpha) = 3 \Rightarrow \begin{cases} 4\alpha + 2 = 3 \Rightarrow 4\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{4} \notin [2, +\infty) & \times \\ 2\alpha + 15 = 3 \Rightarrow 2\alpha = -12 \Rightarrow \alpha = -6 \in (-\infty, -2] & \checkmark \end{cases}$$

۱۶۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای به دست آوردن قرینه هر نقطه یا منحنی نسبت به نیمساز ربع اول، کافی است قرینه نسبت به  $y=x$  را باهم عوض کنیم.

$$ax + by = \lambda \xrightarrow{y=x} bx + ay = \lambda$$

این خط باید بر خط  $bx - 3y = b - 2x$  منطبق باشد، پس:

$$\frac{b}{2} = \frac{a}{-3} = \frac{\lambda}{b} \Rightarrow b^2 = 16 \Rightarrow \begin{cases} b = 4 \Rightarrow a = -6 \Rightarrow a + b = -2 \\ b = -4 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow a + b = 2 \end{cases}$$

۱۷۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{x+4}{x-2} \Rightarrow xy - 2y = x + 4 \Rightarrow xy - x = 2y + 4 \Rightarrow x(y-1) = 2y + 4$$

$$\Rightarrow x = \frac{2y+4}{y-1} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = \frac{2x+4}{x-1}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x+4}{x-1}, \quad x \neq 1$$

برای یافتن محل برخورد دو نمودار باید برابر یکدیگر قرار دهیم:

$$f(x) = f^{-1}(x) \Rightarrow \frac{x+4}{x-2} = \frac{2x+4}{x-1} \Rightarrow 2x^2 - 4x + 4x - 8 = x^2 + 2x - 4$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow (x+1)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$$

این دو تابع در دو نقطه متقاطع هستند.

۱۷۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. هر تابع اکیداً صعودی با معکوسش در  $x = y$  متقاطع هستند بنابراین داریم:

$$y = x \rightarrow x^2 + 2x + 1 = x \rightarrow x^2 + x + 1 = 0, \quad \Delta = 1 - 4 = -3 < 0 \Rightarrow \text{غیر متقاطع}$$

۱۷۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.  $f(x) = ax + b$  را به صورت  $f(x) = ax + b$  در نظر می‌گیریم و رابطه‌ی داده شده در سؤال را تشکیل می‌دهیم.

$$f(x+1) + 2f(x-1) = a(x+1) + b + 2(a(x-1) + b) = ax + a + b + 2(ax - a + b) = 3ax - a + 2b \quad (1)$$

با مقایسه‌ی رابطه‌ی ۱ با  $x^6$ ، داریم:

$$3a = 6 \Rightarrow a = 2, \quad -a + 2b = 0 \xrightarrow{a=2} b = \frac{2}{3}$$

$$f(x) = 2x + \frac{2}{3} = y \Rightarrow 2x = y - \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{y}{2} - \frac{1}{3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{2} - \frac{1}{3} \Rightarrow f^{-1}(2x) = x - \frac{1}{3}$$

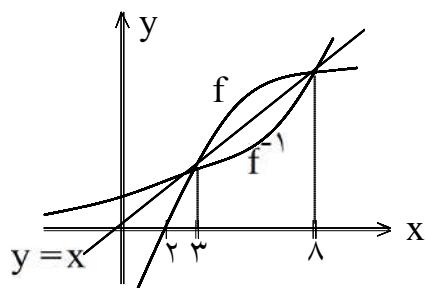
۱۷۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع  $f$  را به صورت  $f(x) = ax + b$  در نظر می‌گیریم، بنابراین داریم:

$$4(a(2x) + b) = a(8x - 1) + b - 5 \Rightarrow a + 3b = -5 \quad (1)$$

$$f^{-1}(3) = 5 \Rightarrow f(5) = 3 \Rightarrow 5a + b = 3 \quad (2)$$

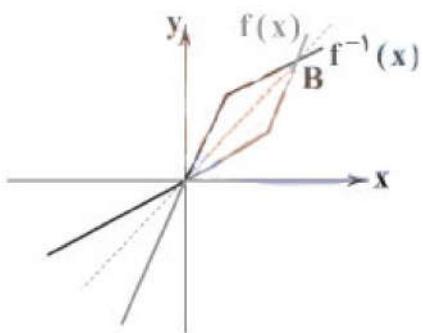
$$\frac{(1) \text{ و } (2)}{f(2) = m}$$

$$\frac{}{m = 2 - 2 = 0}$$



۱۷۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نمودارهای  $f$  و  $f^{-1}$  روی  $y = x$  متقاطع‌اند. به نمودار نگاه کنید  $f$  و  $f^{-1}$  در نقطه‌ی  $B$  مبدأ مختصات برخورد دارند. نقطه‌ی  $B$  محل برخورد خط گذرا از  $(1, 2)$  و  $(2, \frac{5}{2})$  و تابع  $f$  است.

$$\begin{aligned} x - f^{-1}(x) &\geq 0 \Rightarrow x \geq f^{-1}(x) \\ \text{اکیدا صعودی } f &\Rightarrow f(x) \geq f(f^{-1}(x)) \\ \Rightarrow f(x) &\geq x \Rightarrow x \in [3, 8] \end{aligned}$$



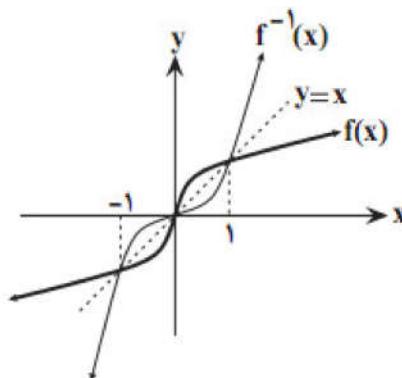
$$y - 2 = \frac{\frac{5}{2} - 2}{2 - 1}(x - 1) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

اگر این خط را برابر  $x$  قرار دهیم:

$$\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} = x \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow x = 3$$

$$f(x) - x > 0 \Rightarrow f(x) > x \Rightarrow x > 3$$

۱۷۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا نمودار  $f^{-1}$  را رسم می‌کنیم و نمودار را در چهار بازه زیر بررسی می‌کنیم: می‌دانیم که زیر رادیکال همواره باید نامنفی باشد.



	$x = -1$	$x = 0$	$x = 1$	
رابطه بازه	$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, 1)$	$(1, +\infty)$
$f(x) - f^{-1}(x)$	+	-	+	-
$x^2 - 1$	+	-	-	+
$\frac{f(x) - f^{-1}(x)}{x^2 - 1}$	+	+	-	-

تعريف نشده                          تعريف نشده

$$y = \sqrt{\frac{f(x) - f^{-1}(x)}{x^2 - 1}}$$

بنابرین دامنه تابع به صورت  $(-\infty, 0] - \{-1\}$  است.

۱۷۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} f(a) = 4 \\ f(a) = a + 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 4 = a + 1 \Rightarrow a = 3$$

واضح است که  $g(x) = 2x - 1$  و دامنه آن اعضای مجموعه برد تابع  $f$  است.

$$D_f + g = D_f \cap D_g = D_f \cap R_f \Rightarrow D_f + g = \{4\}$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} f(4) = 5 \\ g(4) = 2(4) - 1 = 7 \end{array} \right\} \Rightarrow f(4) + g(4) = 12$$

- ۱۷۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون  $D_f - g = \{1, 3\}$  پس ۳ و ۱ حتماً در دامنه  $g$  هستند. همچنین ممکن است دامنه  $g$  شامل عضوهای دیگری هم باشد.

$$(1, -4) \in f - g \Rightarrow (f - g)(1) = -4 \Rightarrow f(1) - g(1) = -4$$

$$\Rightarrow 4 - g(1) = -4 \Rightarrow g(1) = 8$$

$$(3, 1) \in f - g \Rightarrow (f - g)(3) = 1 \Rightarrow f(3) - g(3) = 1$$

$$\Rightarrow 4 - g(3) = 1 \Rightarrow g(3) = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (1, 8) \in g \Rightarrow \frac{1}{g(x) - 8} : (1, \frac{1}{8-8}) \\ (3, 3) \in g \Rightarrow \frac{1}{g(x) - 8} : (3, \frac{1}{3-8}) = (3, -\frac{1}{5}) \end{cases}$$

- ۱۷۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا تابع بودن  $f$  را بررسی می‌کنیم:

$$(1, m) = (1, m^2 - 12) \Rightarrow m^2 - 12 = m$$

$$\Rightarrow m^2 - m - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m_1 = 4 \\ m_2 = -3 \end{cases}$$

اگر  $m = 4$  آنگاه دو زوج مرتب با مؤلفه اول ۴ و مؤلفه دوم متفاوت خوایم داشت و  $f$  تابع نخواهد بود، پس فقط  $m = -3$  پذیرفته است. حال در تابع  $f = \{(1, -3), (-3, 2), (4, 1)\}$  تنها دو عضو در دامنه  $x = \sqrt{m}$

صدق می‌کنند. پس دامنه تابع  $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$  شامل ۲ عضو است.

- ۱۸۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا دامنه‌های  $g$  و  $f$  را حساب می‌کنیم:

$$D_g = \{-1, 2, 3, 5\}, D_f: 1 + x > 0 \Rightarrow x > -1$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_g \cap D_f - \{x \mid f(x) = 0\} = \{2, 3, 5\} - \{4\} = \{2, 3, 5\}$$

- ۱۸۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای محاسبه  $h = \frac{f - g}{2f}$  ابتدا دامنه  $h$  را محاسبه می‌کنیم.

$$D_h = \frac{D_{f-g}}{2f} = D_f \cap D_g - \{x \mid f^2(x) = 0\} = D_f \cap D_g - \{x \mid f(x) = 0\}$$

$$= \{0, 3\} - \{3\} = \{0\} \Rightarrow D_h = \{0\} \Rightarrow a = 0$$

از طرفی:

$$b = h(0) = \frac{f(0) - g(0)}{2f(0)} \Rightarrow b = \frac{4+1}{48} = \frac{5}{48} \Rightarrow \frac{3}{5}(a+b) = \frac{3}{5}\left(\frac{5}{48}\right) = \frac{3}{48} = \frac{1}{16} = 2^{-4}$$

- ۱۸۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اشتراک دامنه‌های دو تابع،  $[4, 0]$  و  $[2, 4]$  است. مجموع  $f$  و  $g$  را در دو بازه  $[0, 2]$  و  $(2, 4]$  به صورت مجزا محاسبه می‌کنیم:

$$0 \leq x \leq 2 \Rightarrow f(x) = 2 - x, g(x) = x \Rightarrow (f + g)(x) = 2$$

$$2 < x \leq 4 \Rightarrow f(x) = x - 2, g(x) = 4 - x \Rightarrow (f + g)(x) = 2$$

پس در نتیجه تابع  $(f + g)(x)$ ، تابعی ثابت و برابر ۲ است.

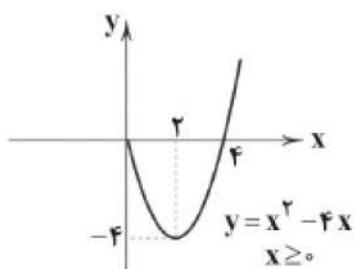
۱۸۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا دامنه‌ها را محاسبه می‌کنیم و اشتراک می‌گیریم. چون دامنه‌ی هر دو تابع  $[0, +\infty)$  است، پس دامنه‌ی  $f - g$  نیز  $[0, +\infty)$  است. حال ضابطه‌ی  $f - g$  را محاسبه می‌کنیم.

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = x^2 + \sqrt{x} - 4x - \sqrt{x} = x^2 - 4x = x(x - 4)$$

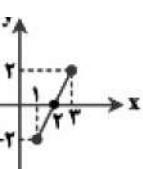


است که باید دامنه‌ی آن را محدود به  $[0, +\infty)$  نماییم.

نمودار تابع  $x^2 - 4x$  به صورت



نمودار  $f - g$  به شکل زیر است:



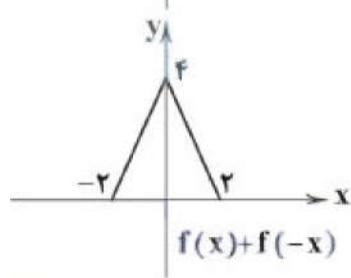
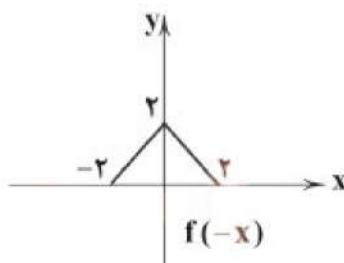
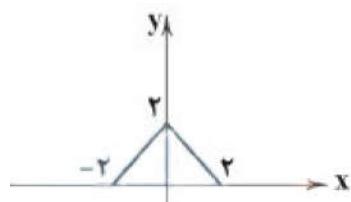
۱۸۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.  
نکته:  $(f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$ ;  $D_{f \times g} = D_f \cap D_g$

ابتدا توجه کنید که  $D_{f \times g} = D_f \cap D_g = [1, 3]$ . از طرفی ضابطه‌ی تابع  $f \times g$  به صورت زیر است:

$$f(x) \times g(x) = (\sqrt{x-1} - \sqrt{3-x}) \times (\sqrt{x-1} + \sqrt{3-x}) = x-1-(3-x) = 2x-4$$

پس باید نمودار تابع خطی  $y = 2x - 4$  را در بازه‌ی  $[1, 3]$  رسم کنیم که به صورت زیر است:  
بنابراین گزینه‌ی ۳ درست است.

۱۸۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دامنه‌ی تابع  $f(x)$  برابر با  $(-\infty, 2]$  است، پس دامنه‌ی تابع  $f(-x)$  برابر  $(-\infty, 2]$  خواهد بود. اشتراک دامنه‌های دو تابع  $f(x)$  و  $f(-x)$  برابر  $[-2, 2]$  است که در این بازه دو تابع  $f(x)$  و  $f(-x)$  هر دو بر هم منطبق خواهند بود.



۱۸۶ - گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون ریشه‌های معادله  $x^2 + ax + b = 0$  برابر ۱ و -۲ است، پس:

$$S = \alpha + \beta = -2 + 1 = -1 = -a \Rightarrow a = 1$$

$$P = \alpha\beta = (-2)(1) = -2 = b$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = (1)^2 + (-2)^2 = 5$$

۱۸۷ - گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$D_f = \{x \mid x^2 - 2x \geq 0\} = (-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$ ,  $D_g = (-\infty, 2]$

اشتراک دو دامنه به صورت  $(-\infty, 0]$  است.

۱۸۸ - گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دامنه تابع  $\frac{f(x)}{f(g)}$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$$

برای یافتن دامنه تابع  $f(x) / g(x)$  باید زیر رادیکال را نامنفی و مخرج را مخالف صفر قرار دهیم، پس داریم:

$$D_f : x + 4 > 0 \Rightarrow x > -4$$

$$D_g : x + 4 > 0 \Rightarrow x > -4$$

$$\Rightarrow D_f = D_g = (-4, +\infty) \Rightarrow D_f \cap D_g = (-4, +\infty)$$

$$g(x) = 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 25}{\sqrt{x+4}} = 0 \Rightarrow x^2 - 25 = 0 \Rightarrow x = \pm 5 \xrightarrow{x > -4} x = 5$$

$$\Rightarrow D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = (-4, +\infty) - \{5\}$$

۱۸۹ - گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  $f(x) = ax + b$  در نظر می‌گیریم. حال  $f(x) = ax + b$  را تشکیل می‌دهیم.  
 $(f + g)(x) = x^2 + 2x + 1 + ax + b = x^2 + (a + 2)x + b + 1$

چون رأس سهمی روی محور  $y$  ها است، پس باید ضریب  $x$  برابر صفر شود:

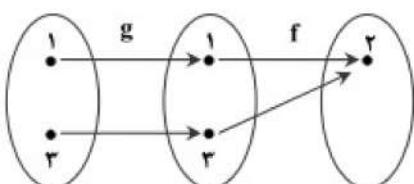
$$a + 2 = 0 \Rightarrow a = -2$$

$$a = -2 \Rightarrow f(x) = -2x + b$$

$$(f - 2g)(2) = f(2) - 2g(2) = (b - 4) - 2(4 + 4 + 1) = b - 4 - 18 = -20$$

$$\Rightarrow b - 22 = -20 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow f(x) = -2x + 2 \Rightarrow -2x + 2 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow f(1) = 0$$

بنابراین تابع  $f$  محور  $x$  ها را در  $x = 1$  قطع می‌کند.



۱۹۰ - گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$

ابتدا با توجه به نکته‌ی بالا داریم:

$$D_{fog} = \{1, 3\}$$

اکنون می‌توان نوشت:

$$fog = \{(1, 2), (3, 2)\}$$

- ۱۹۱ - گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} f(-2) &= 1 \Rightarrow f(f(-2)) = f(1) = -1 \\ f(0) &= 2 \Rightarrow f(f(0)) = f(2) = 0 \\ f(2) &= 0 \Rightarrow f(f(2)) = f(0) = 2 \\ f(1) &= -1 \Rightarrow f(f(1)) = f(-1) = \text{موجود نیست} \\ f(3) &= 3 \Rightarrow f(f(3)) = f(3) = 3 \\ f(f) &= \{(-2, -1), (0, 0), (2, 2), (3, 3)\} \end{aligned}$$

در نتیجه:

- ۱۹۲ - گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$g(f(1)) = g(2) = 3, \quad g(f(2)) = g(0) = 1, \quad g(f(3)) = g(6) = 2$$

پس برد تابع  $gof$  مجموعه  $\{1, 2, 3\}$

- ۱۹۳ - گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$g^{-1} \circ f^{-1} = (fog)^{-1}$$

پس ابتدا تابع  $fog$  را تشکیل می‌دهیم و سپس آن را معکوس می‌کنیم. برای تشکیل تابع  $fog$  از دامنهٔ تابع  $g$  شروع می‌کنیم.

$$x = 2 : f(g(2)) = f(1) = 2 \Rightarrow (2, 2) \in fog$$

$$x = 3 : f(g(3)) = f(2) = 3 \Rightarrow (3, 3) \in fog$$

$$x = 5 : f(g(5)) = f(4) = 5 \Rightarrow (5, 5) \in fog$$

پس تابع  $fog$  به صورت زیر است:

$$fog = \{(2, 2), (3, 3), (5, 5)\}$$

و در نهایت تابع  $(fog)^{-1}$  را می‌یابیم:

- ۱۹۴ - گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$(f^{-1} \circ g^{-1})(1) = 3 \Rightarrow (gof)^{-1}(1) = 3 \Rightarrow (gof)(3) = 1 \Rightarrow g(f(3)) = 1 \Rightarrow g(2a + 3) = 1$$

$$\Rightarrow 2a + 3 = 5 \Rightarrow a = 1, \quad f^{-1}(2) = a + 1 = 2$$

- ۱۹۵ - گزینهٔ ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا  $fog$  و  $gof$  را تشکیل می‌دهیم:

$$fog = \{(1, 1), (3, 0), (a, 2), (b, 0)\} \quad (4, 2) \in fog \Rightarrow a = 4$$

با توجه به این که  $(4, 1)$  در  $gof$  است پس:

- ۱۹۶ - گزینهٔ ۳ پاسخ صحیح است. نقطه  $(4, 2) \in fog$  است، پس:

$$f(g(4)) = 2$$

با توجه به زوج‌های مرتب  $f$ ،  $f(2) = 2$ ،  $f(3) = 3$ ،  $f(4) = 4$  پس  $g(4) = 2$  لذا با توجه به زوج‌های مرتب  $g$ ،  $g(2) = 0$  است، از طرفی  $(4, 1) \in gof$  است، لذا:

$$g(f(4)) = 1$$

اما  $5 = f(4)$ ، پس باید نقطه  $(1, 5)$  متعلق به تابع  $g$  باشد، لذا  $b = 5$  و از آنجا:

$$(a, b) = (4, 5)$$

-۱۹۷ - گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} (\textcircled{1}, \textcircled{2}) \in \text{fog} &\Rightarrow f(g(\textcircled{1})) = \textcircled{1} \Rightarrow (g(\textcircled{1}), \textcircled{1}) \in \text{f} \\ a = g(\textcircled{1}) &= \textcircled{5} \\ (\textcircled{2}, \textcircled{1}) \in \text{fog} &\Rightarrow f(g(\textcircled{2})) = \textcircled{2} \Rightarrow (g(\textcircled{2}), \textcircled{2}) \in \text{f} \Rightarrow g(\textcircled{2}) = \textcircled{12} \\ \sqrt{\textcircled{b}} = t &\text{ و } t \geq 0 \\ \Rightarrow \textcircled{b} + \sqrt{\textcircled{b}} &= \textcircled{12} \xrightarrow{\quad} t^2 + t - \textcircled{12} = 0 \\ \Rightarrow (t + \textcircled{3})(t - \textcircled{4}) &= 0 \Rightarrow \begin{cases} t = \textcircled{3} \\ t = -\textcircled{4} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{\textcircled{b}} = \textcircled{3} \Rightarrow b = \textcircled{9} \\ \Rightarrow a + b &= \textcircled{15} \end{aligned}$$

-۱۹۸ - گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$g(f(a)) = \textcircled{5} \Rightarrow f(a) = \textcircled{6} \Rightarrow a + \sqrt{a} = \textcircled{6} \Rightarrow x^2 + x - \textcircled{6} = 0 \Rightarrow x = \sqrt{a} = \textcircled{2} \text{ یا } x = \sqrt{a} = -\textcircled{3} \Rightarrow a = \textcircled{4}$$

-۱۹۹ - گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{2x - 1}{x + 5} \Rightarrow xy + 5y = 2x - 1 \Rightarrow x = \frac{5y + 1}{2 - y} \text{ ضابطه } (x) \text{ را تعیین می کنیم} \\ g^{-1}(x) = \frac{5x + 1}{2 + x} \text{ پس}$$

$$g^{-1}(f(\textcircled{1})) = g^{-1}(\textcircled{3}) = -\textcircled{16}, g^{-1}(f(\textcircled{3})) = g^{-1}(\textcircled{4}) = -\textcircled{10}/\textcircled{5}$$

برد مطلوب  $\{-\textcircled{16}, -\textcircled{10}/\textcircled{5}\}$

-۲۰۰ - گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f^{-1}(g(a)) = \textcircled{6} \Rightarrow g(a) = f(\textcircled{6}) \Rightarrow a = g^{-1}(f(\textcircled{6})) = g^{-1}(\textcircled{7}) = \textcircled{4}$$

-۲۰۱ - گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f^{-1} = \{(\textcircled{2}, \textcircled{5}), (\textcircled{3}, \textcircled{7}), (\textcircled{1}, \textcircled{4}), (\textcircled{6}, \textcircled{3}), (\textcircled{1}, \textcircled{9})\} \Rightarrow f^{-1}(\textcircled{3}) = \textcircled{7}$$

$$g^{-1}(x) = \frac{x^2 - \textcircled{9}}{\textcircled{5}}$$

$$\begin{array}{ccc} \textcircled{3} & \xrightarrow{f^{-1}} & \textcircled{7} & \xrightarrow{g^{-1}} & \textcircled{8} \\ & \xleftarrow{f} & \textcircled{6} & \xleftarrow{g} & \textcircled{1} \end{array} \Rightarrow f(g(\textcircled{1})) = \textcircled{3} \Rightarrow a = \textcircled{3}$$

-۲۰۲ - گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$g^{-1}(f(a)) = \textcircled{3} \Rightarrow f(a) = g(\textcircled{3}) = -\textcircled{2} \Rightarrow -\sqrt{-a} = -\textcircled{2} \Rightarrow \sqrt{-a} = \textcircled{2} \Rightarrow -a = \textcircled{4} \Rightarrow a = -\textcircled{4}$$

۲۰۳ - گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. (\*)  
برای تشکیل  $f(f(x)) = 2 - |x - 2|$  به جای هر  $x$  در تابع  $f(x)$  را قرار می‌دهیم:

$$\begin{aligned} \xrightarrow{(*)} f(f(x)) &= 2 - |2 - |x - 2|| - 2 = 2 - |-|x - 2|| \\ \Rightarrow f(f(x)) &= 2 - |x - 2| \stackrel{(*)}{=} f(x) \text{ است بنابراین: می‌دانیم } \|u\| = |u|, |-u| = |u| \end{aligned}$$

۲۰۴ - گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = \frac{2x - 1}{x + 1} \\ g(x) = \frac{2x + 2}{2 - x} \end{array} \right. \Rightarrow g(f(x)) = \frac{2\left(\frac{2x - 1}{x + 1}\right) + 2}{2 - \frac{2x - 1}{x + 1}} = \frac{\cancel{4x - 2 + 2x + 2}}{\cancel{x + 1}} = \frac{6x}{3} = 2x$$

۲۰۵ - گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا ضابطه  $f^{-1}$  را به دست می‌آوریم:  
 $f: y = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \rightarrow y^2 = \frac{x^2}{1+x^2}$

$$y^2 + y^2 x^2 = x^2 \Rightarrow y^2 = x^2(1-y^2) \Rightarrow x = \frac{y}{\sqrt{1-y^2}} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(\sin x) = \frac{\sin x}{\sqrt{1-\sin^2 x}} = \frac{\sin x}{\sqrt{\cos^2 x}} = \frac{\sin x}{|\cos x|}$$

۲۰۶ - گزینه ۱ پاسخ صحیح است. راه حل اول:

$$y = f(x) = 2 + \sqrt{x-1} \Rightarrow y - 2 = \sqrt{x-1}$$

$$\Rightarrow (y - 2)^2 = x - 1 \Rightarrow x = (y - 2)^2 + 1$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = (x - 2)^2 + 1$$

$$\Rightarrow gof^{-1}(x) = g(f^{-1}(x)) = 1 - 2((x - 2)^2 + 1) = -3x^2 + 12x - 14$$

راه حل دوم: از عددگذاری استفاده می‌کنیم:

$$f(1) = 2 \Rightarrow f^{-1}(2) = 1$$

$$\Rightarrow g(f^{-1}(2)) = g(1) = -2$$

با جایگذاری  $x = 2$ , فقط در گزینه «۱» مقدار ۲- حاصل می‌شود.

-۲۰۷ - گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر تابع  $f$  وارون پذیر باشد، داریم:

$$f \circ f^{-1}(x) = x \quad (x \in R_f) \quad , \quad f^{-1} \circ f(x) \quad (x \in D_f)$$

با جایگذاری  $x = ۳$  در رابطه  $f(2x + ۱) = f^{-1}(x)$  داریم:

$$f(v) = f^{-1}(3)$$

$$f \circ f(v) = f(f(v)) = f(f^{-1}(3)) = 3$$

بنابراین:

-۲۰۸ - گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار  $f$  از نقاط  $(1, 1)$  و  $(-1, 0)$  عبور می‌کند.

$$f(x) = a + b\sqrt{x+1}$$

$$\begin{cases} f(0) = a + b = 1 \\ f(-1) = a = 0 \end{cases} \Rightarrow 1 + b = 1 \Rightarrow b = 0 \Rightarrow f(x) = 1 - 2\sqrt{x+1}$$

$$g \circ f(\lambda) = g(f(\lambda)) = g(1 - 2 \times 3) = g(-5) = \frac{-5 - 4}{-5 + 4} = 9$$

-۲۰۹ - گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f \circ g(x) = g \circ f(x) \Rightarrow \frac{2(x+4)-1}{x+4+2} = \frac{2x-1}{x+2} + 4 \Rightarrow \frac{2x+7}{x+6} = \frac{6x+7}{x+2}$$

$$\Rightarrow 6x^2 + 36x + 7x + 42 = 2x^2 + 11x + 14 \Rightarrow 4x^2 + 22x + 28 = 0 \Rightarrow x^2 + 5x + 7 = 0$$

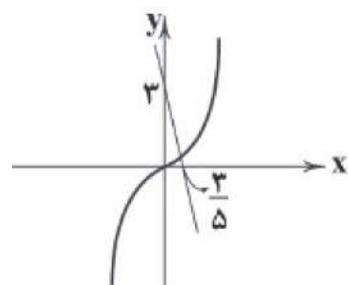
$$\Rightarrow (x+7)(x+1) = 0 \quad \begin{cases} x = -7 \\ x = -1 \end{cases}$$

-۲۱۰ - گزینه ۲ پاسخ صحیح است.  $f \circ g(x)$  را تشکیل می‌دهیم:

$$\begin{aligned} f \circ g(x) &= f(g(x)) = f(x-1) = (x-1)^3 + 2(x-1) + 1 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 2x - 2 + 1 \\ &= x^3 - 3x^2 + 5x - 2 \end{aligned}$$

حال معادله  $x^3 - 3x^2 + 5x - 2 = 0$  را تشکیل می‌دهیم:

$$x^3 - 3x^2 + 5x - 2 = 0 \Rightarrow x^3 = 3x^2 - 5x$$



جواب معادله بالا محل برخورد دو تابع  $x^3$  و  $3x^2 - 5x$  را نشان می‌دهد.

دو تابع در یک نقطه با طول  $x_0 < 0$  است، یکدیگر را قطع می‌کنند.

۲۱۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تابع  $(x)$  fog را می‌سازیم و در عبارت داده شده جای‌گذاری می‌کنیم:

$$f(g(x)) + x^2 f(2) = 1 - 3x \Rightarrow f\left(\frac{4}{1-x}\right) + x^2 f(2) = 1 - 3x \quad (1)$$

حال باید به جای  $x$  عدد قرار دهیم که  $f(2)$  ساخته شود:

$$\frac{4}{1-x} = 2 \Rightarrow 1-x = 2 \Rightarrow x = -1 \xrightarrow{(1)} f(2) + f(2) = 1 + 3 \Rightarrow f(2) = 2$$

حال باید به جای  $x$  عددی بگذاریم که  $f(1)$  به دست آید:

$$\frac{4}{1-x} = 1 \Rightarrow 1-x = 4 \Rightarrow x = -3 \xrightarrow{(1)} f(1) + 9 \times 2 = 1 + 9 \Rightarrow f(1) = -8$$

۲۱۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$g(x) = x - \sqrt{x}, \quad f(x) = \cdot, \quad f\left(-\frac{1}{4}\right) = \cdot$$

$$fog(x) = \cdot \Rightarrow f(g(x)) = \cdot \Rightarrow \begin{cases} g(x) = 6 \\ g(x) = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$g(x) = 6 \Rightarrow x - \sqrt{x} = 6 \Rightarrow x - \sqrt{x} - 6 = \cdot \Rightarrow (\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 2) = \cdot$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 9 \\ \sqrt{x} = -2 \text{ غلط} \end{cases}$$

$$g(x) = -\frac{1}{4} \Rightarrow x - \sqrt{x} = -\frac{1}{4} \Rightarrow x - \sqrt{x} + \frac{1}{4} = \cdot \Rightarrow \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 = \cdot \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{4}$$

بنابراین ریشه‌ها ۹ و  $\frac{1}{4}$  می‌باشند.

۲۱۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فرض می‌کنیم  $g(x) = 2x^2 + mx + n$  و  $f(x) = ax + 4$  باشد.

$$f(g(x)) = a(2x^2 + mx + n) + 4 = 2ax^2 + amx + an + 4$$

اگر عبارت بالا را با عبارت  $2x^2 + 4x - 1$  مقایسه کنیم، آنگاه:

$$2a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}, \quad am = 4 \Rightarrow \frac{1}{2}m = 4 \Rightarrow m = 8, \quad an + 4 = -1 \Rightarrow \frac{n}{2} + 4 = -1 \Rightarrow n = -10$$

$$f(x) = \frac{x}{2} + 4, \quad g(x) = 2x^2 + 8x - 10$$

$$gof(2) = g(f(2)) = g(5) = 2 \times 25 + 8 \times 5 - 10 = 50 + 40 - 10 = 80$$

-۲۱۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: هر تابع که بتوان آن را به شکل  $y = ax + b$  نمایش داد، یک تابع خطی نامیده می‌شود.

نکته: اگر  $f$  و  $g$  دو تابع باشند، توابع  $g \circ f$  و  $f \circ g$  را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x), D_{f+g} = D_f \cap D_g$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x), D_{f-g} = D_f \cap D_g$$

نکته: اگر  $f$  و  $g$  دو تابع باشند، ترکیب  $f$  با  $g$  را با  $f \circ g$  نمایش می‌دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

مطلوب صورت سؤال،  $f(x) = ax + b$  در نظر می‌گیریم. از طرفی داریم:

$$(f + g)(x) = 4 \Rightarrow f(x) + g(x) = 4 \Rightarrow ax + b + g(x) = 4 \Rightarrow g(x) = 4 - ax - b$$

و همچنین:

$$(f \circ g)(x) = 1 - 4x \Rightarrow f(g(x)) = 1 - 4x \Rightarrow f(4 - ax - b) = 1 - 4x \Rightarrow a(4 - ax - b) + b = 1 - 4x$$

$$\Rightarrow 4a - a^2 x - ab + b = 1 - 4x$$

$$-a^2 = -4 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$$

از تساوی بالا می‌توان نتیجه گرفت:

در فرض سؤال گفته شده شبیه خط یعنی  $a = -2$  مثبت است، پس مقدار  $a = -2$  قابل قبول نیست. با جایگذاری مقدار  $a = -4$  داریم:

$$(f - g)(2) = f(2) = g(2) = 11 - (-7) = 18 \quad \text{پس } f(x) = 2x + 7 \text{ و } g(x) = -2x - 3$$

-۲۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$g^{-1}(f^{-1}(5)) = 4 \Rightarrow g(4) = f^{-1}(5) \Rightarrow 64a + b = f^{-1}(5) \Rightarrow f(64a + b) = 5$$

$$\Rightarrow \frac{64a + b - 24}{8} = 5 \Rightarrow 64a + b = 64 \quad (1)$$

$$a + b = 1 \xrightarrow{(1)} a = 1, b = 0 \Rightarrow (a, b) = (1, 0)$$

از طرفی  $g(1) = 1$  است، پس:

-۲۱۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر تابع  $f$  وارون پذیر باشد، داریم:

$$\begin{cases} f^{-1}(f(x)) = x ; x \in D_f \\ f(f^{-1}(x)) = x ; x \in D_{f^{-1}} = R_f \end{cases}$$

با توجه به نکته بالا،  $x = f(f^{-1}(x))$  و  $x = g^{-1}(g(x))$ ، پس معادله را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$x^2 + 1 = x + x \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x - 1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1$$

-۲۱۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) \leq 0 \Rightarrow x^2 + x - 2 \leq 0 \Rightarrow -2 \leq x \leq 1 \Rightarrow -2 \leq g(x) \leq 1 \Rightarrow -2 \leq \frac{1}{2}(x - 3) \leq 1$$

$$\Rightarrow -4 \leq x - 3 \leq 2 \Rightarrow -1 \leq x \leq 5$$

- ۲۱۸ - گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع  $fog(x)$  را تشکیل می‌دهیم و آنرا کوچک‌تر از صفر قرار می‌دهیم.

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x+3)(x-1) \Rightarrow fog(x) = (2g(x)+3)(g(x)-1) < 0 \Rightarrow fog(x) \\ &= (2(x-1)^2+3)((x-1)^2-1) < 0. \end{aligned}$$

عبارت  $x^2 + 3 > 1$  همواره مثبت است، بنابراین برای آنکه  $0 < (x-1)^2 - 1 < 0$  باشد:

$$\Rightarrow (x-1)^2 < 1 \Rightarrow -1 < x-1 < 1 \Rightarrow 0 < x < 2$$

$$\text{Max}(b-a) = 2 - 0 = 2$$

- ۲۱۹ - گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته:  $D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$

ابتدا توجه کنید که  $D_g = [-\infty, 2]$  و  $D_f = (1, +\infty)$ . اکنون با استفاده از نکته‌ی بالا، می‌توان نوشت:

$$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \left\{ x \geq 1 \mid \sqrt{x-1} \leq 2 \right\}$$

اکنون از حل نامعادله‌ی  $\sqrt{x-1} \leq 2$ ، نتیجه می‌شود  $x-1 \leq 4$ ، پس:  $x \leq 5$

$D_{gof} = \{x \geq 1 \mid x \leq 5\} = [1, 5]$

با جای‌گذاری در (\*) داریم:

بنابراین دامنه‌ی تابع  $gof$  شامل ۵ عدد طبیعی است.

- ۲۲۰ - گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1+x}{1-x} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{\pm 1\} \\ g(x) &= \sqrt{x-x^2} \Rightarrow D_g = [0, 1] \end{aligned}$$

$$\Rightarrow D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

$$= \left\{ x \neq \pm 1 \mid 0 \leq \frac{1+x}{1-x} \leq 1 \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1+x}{1-x} \geq 0 \xrightarrow{1+x \geq 0} 1-x > 0 \Rightarrow -1 < x < 1 \quad (2) \\ \frac{1+x}{1-x} \leq 1 \Rightarrow \frac{1+x}{1-x} - 1 \leq 0 \Rightarrow \frac{2x}{1-x} < 0 \Rightarrow 1-x > 0 \\ \Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 1 \text{ یا } x = 0 \quad (3) \end{array} \right.$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2) \cap (3)} D_{gof} = \{0\}$$

- ۲۲۱ - گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$D_f = \{x \mid x - 1 > 0\} = (1, +\infty)$$

$$D_g = \{x \mid x \geq 0\} = [0, +\infty)$$

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \geq 0 \mid 1 + \sqrt{x} > 1\}$$

$$1 + \sqrt{x} > 1 \Rightarrow \sqrt{x} > 0 \Rightarrow x > 0 \Rightarrow D_{fog} = \{x \geq 0 \mid x > 0\} = (0, +\infty)$$

- ۲۲۲ - گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دامنه تابع  $f \circ f$  برابر است با:

$$D_{f \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_f\}$$

با توجه به آن که  $D_f = [0, +\infty)$  داریم:

$$x \in D_f \Rightarrow x \in [0, +\infty)$$

$$f(x) \in D_f \Rightarrow f(x) \in [0, +\infty) \Rightarrow \sqrt{x} - x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \geq x \Rightarrow 0 \leq x \leq 1$$

از اشتراک جواب‌های بالا، دامنه  $f \circ f$  به صورت  $[0, 1]$  به دست می‌آید.

- ۲۲۳ - گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا در تابع  $f(x)$ ، به جای  $x$ ،  $g(x)$  را جایگذاری می‌کنیم و آن را با تابع  $(x)g(x)$  که در صورت سؤال داده شده است، معادل قرار می‌دهیم و  $g(x)$  را حساب می‌کنیم:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = g^2(x) - 4g(x) + 3 = x^2 + 3x + \frac{5}{4}$$

در دو سمت رابطه فوق مربع كامل تشکیل می‌دهیم:

$$\Rightarrow (g(x) - 2)^2 - 4 + 3 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow (g(x) - 2)^2 - 1 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - 1$$

$$\Rightarrow g(x) - 2 = \pm \left(x + \frac{3}{2}\right) \xrightarrow{\text{شیب } g(x) \text{ مثبت است.}} g(x) = x + \frac{1}{2}$$

برای به دست آوردن  $(f \circ g)(x)$ ، در تابع  $f(x)$ ، به جای  $x$  را قرار می‌دهیم:

$$g(f(x)) = f(x) + \frac{1}{2} = x^2 - 4x + 3 + \frac{1}{2} = x^2 - 4x + \frac{13}{2}$$

- ۲۲۴ - گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$g(x) = 2x - 1, \quad (f \circ g)(x) = \frac{x}{x-3} \Rightarrow f(g(x)) = \frac{x}{x-3}$$

$$g(x) = 3 \Rightarrow 2x - 1 = 3 \Rightarrow x = 2$$

$$f(g(x)) = \frac{x}{x-3} \xrightarrow{g(x) = 3, x = 2} f(3) = \frac{2}{2-3} = -2$$

- ۲۲۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

با توجه به صورت سؤال می‌دانیم  $f(\sqrt[3]{x} + 1) = \frac{5x - 1}{13}$ . می‌خواهیم مقدار  $f(3)$  را بیابیم.

$$\sqrt[3]{x} + 1 = 3 \Rightarrow \sqrt[3]{x} = 2 \Rightarrow x = 8$$

اکنون با قرار دادن  $x = 8$  در طرفین تساوی  $f(\sqrt[3]{x} + 1) = \frac{5x - 1}{13}$  خواهیم داشت:

$$f(3) = \frac{40 - 1}{13} = \frac{39}{13} = 3$$

- ۲۲۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در عبارت  $gof(x)$  یک واحد اضافه و کم می‌کنیم تا مربيع کامل بسازیم.

$$gof(x) = g(x+1) = x^2 + 2x + 1 - 1 \Rightarrow g(x+1) = (x+1)^2 - 1$$

اگر  $x+1$  را به  $x$  تبدیل کنیم،  $g(x) = x^2 - 1$  خواهد بود.

$$g(\sqrt[3]{x}) = (\sqrt[3]{x})^2 - 1 = 3 - 1 = 2$$

- ۲۲۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. روش اول:

$$f(2x - 3) = 4x^2 - 14x + 13$$

$$x = 1 \Rightarrow f(-1) = 4 - 14 + 13 = 3$$

فقط در گزینه ۴،  $f(-1) = 3$  است.

روش دوم:

$$2x - 3 = t \Rightarrow x = \frac{t+3}{2} : \text{ راه حل معمولی}$$

$$f(t) = 4\left(\frac{t+3}{2}\right)^2 - 14\left(\frac{t+3}{2}\right) + 13 = t^2 + 6t + 9 - 7t - 21 + 13 = t^2 - t + 1$$

- ۲۲۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(g(x)) = 8x^2 + 6x + 5 = 2(2x+1)^2 - (2x+1) + 4 \rightarrow f(x) = 2x^2 - x + 4$$

- ۲۲۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. راه اول:

$$f(g(x)) = 4(x^2 - 4x + 5) \Rightarrow f(2x - 3) = 4(x^2 - 4x + 5)$$

$$2x - 3 = t \Rightarrow x = \frac{t+3}{2} \Rightarrow f(t) = 4\left(\frac{t^2 + 6t + 9}{4} - 4\left(\frac{t+3}{2}\right) + 5\right) = t^2 - 2t + 5$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 2x + 5$$

$$f(2x - 3) = 4(x^2 - 4x + 5) \xrightarrow{x=2} f(1) = 4$$

راه دوم:

فقط گزینه ۳ به ازای  $x = 1$  برابر ۴ می‌شود.

۲۳۰ - گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

ابتدا تابع  $f(g(x))$  را با  $(x)$  تشکیل داده و آن را مساوی  $x^2 + x - 2$  قرار می‌دهیم.

$$f(g(x)) = g^2(x) - g(x) - 2 = x^2 + x - 2 \Rightarrow g^2(x) - g(x) = x^2 + x$$

$$\left(g(x) - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} = x^2 + x \Rightarrow \left(g(x) - \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 + x + \frac{1}{4} \Rightarrow \left(g(x) - \frac{1}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$$

$$g(x) - \frac{1}{2} = \pm \left(x + \frac{1}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} g(x) = x + 1 \\ g(x) = -x \end{cases}$$

برای  $(x)$  دو جواب به دست می‌آید:

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) = x^2 - x - 2 + x + 1 = x^2 - 1$$

یا

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) = x^2 - x - 2 - x = x^2 - 2x - 2$$

۲۳۱ - گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$g(f(x)) = 8x^2 + 22x + 20 = 2(2x + 3)^2 - (2x + 2) + 5 \rightarrow g(x) = 2x^2 - x + 5$$

$$fog = f(g(x)) = 2(2x^2 - x + 5) + 3 = 4x^2 - 2x + 13$$

۲۳۲ - گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$x \rightarrow -x + 4 \Rightarrow f(1-x) = (-x+4)^2 - 4(-x+4) + 5 = x^2 - 4x + 5$$

راه دوم:

$$f(x-3) = (x-2)^2 + 1 \xrightarrow{x-3=t} f(t) = (t+3-2)^2 + 1 = (t+1)^2 + 1 \Rightarrow f(1-x) = (1-x+1)^2 + 1 = 4-4x+x^2+1 = x^2-4x+5$$

۲۳۳ - گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

نمایش نموداری تابع  $f$  به صورت رو به رو است:

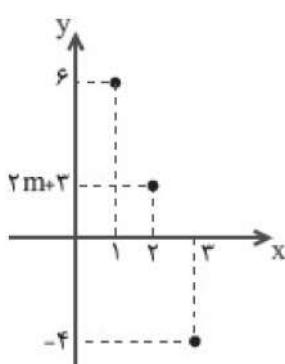
برای اینکه تابع  $f$  اکیداً نزولی باشد، با حرکت روی نمودار از چپ به راست، باید

همواره به سمت پایین حرکت کنیم، بنابراین با توجه به نمودار، مقدار تابع در نقطه‌ی

$2m+3$  باید بین دو عدد  $6$  و  $4$ - قرار گیرد:

$$-4 < 2m+3 < 6 \Rightarrow -7 < 2m < 3 \Rightarrow -\frac{3}{2} < m < \frac{1}{2}$$

پس پنج عدد صحیح از  $-3$  تا  $1$  در محدوده‌ی  $m$  قرار می‌گیرد.



۲۳۴ - گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. تابعی صعودی اکید است که با افزایش  $x$ ، مقدار  $y$  نیز افزایش یابد. در این تابع، طول نقاط  $-1$ ،  $0$  و  $1$  است که چون  $-1 > 0 > 1$  است، پس:

$$-2 < x^2 + 3x < 4 \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 3x - 4 < 0 \Rightarrow (x-1)(x+4) < 0 & (1) \\ x^2 + 3x + 2 > 0 \Rightarrow (x+1)(x+2) > 0 & (2) \end{cases}$$

جواب نامعادله‌ی (۱) به صورت  $(-4, -2) \cup (-1, +\infty)$  و جواب نامعادله‌ی (۲) به صورت  $(-\infty, -2) \cup (-1, -4)$  می‌باشد که اشتراک جواب‌ها برابر  $(-1, -2) \cup (-4, -1)$  می‌باشد.

- ۲۳۵ - گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: تابع  $f(x)$  را صعودی می‌نامیم هرگاه برای هر دو نقطه‌ی  $x_1$  و  $x_2$  از دامنه‌اش که  $x_1 < x_2$ , داشته باشیم

$$f(x_1) \leq f(x_2)$$

x	۱	۳	۵
y	$m$	$4m+1$	$7m+2$

ابتدا جدول مقادیر تابع  $f$  را تشکل می‌دهیم:

اکنون داریم:

$$\begin{aligned} 1 < 3 < 5 &\xrightarrow{\text{صعودی}} f(1) \leq f(3) \leq f(5) \Rightarrow m \leq 2m + 1 \leq 7m + 2 \Rightarrow \\ &\left\{ \begin{array}{l} 2m + 1 \geq m \Rightarrow m \geq -1 \\ 7m + 2 \geq 2m + 1 \Rightarrow m \geq -\frac{1}{5} \end{array} \right. \end{aligned}$$

اشتراك مجموعه جواب‌های بالا به صورت  $\left(-\frac{1}{5}, +\infty\right)$  است.

- ۲۳۶ - گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر  $f$  و  $g$  دو تابع باشند، تابع  $f + g$  را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x), D_{f+g} = D_f \cap D_g$$

نکته: تابع  $f$  را در یک بازه نزولی می‌گوییم، اگر برای هر دو مقدار  $a$  و  $b$  در این بازه که  $a < b$ , آنگاه  $f(b) \geq f(a)$ .

ابتدا تابع  $f + g$  را به دست می‌آوریم:

$$D_f \cap D_g = \{1, 2, 4\}$$

$$f + g = \{(1, 2a-1), (2, 3a-3), (4, -a+5)\}$$

مطلوب نکته، اگر این تابع بخواهد نزولی باشد، باید داشته باشیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} (1, 2a-1) \\ (2, 3a-3) \end{array} \right. \xrightarrow{1 < 2} 2a - 1 \geq 3a - 3 \Rightarrow a \leq 2$$

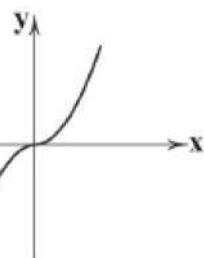
$$\left\{ \begin{array}{l} (2, 3a-3) \\ (4, -a+5) \end{array} \right. \xrightarrow{2 < 4} 3a - 3 \geq -a + 5 \Rightarrow a \geq 2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (1, 2a-1) \\ (4, -a+5) \end{array} \right. \xrightarrow{1 < 4} 2a - 1 \geq -a + 5 \Rightarrow a \geq 2$$

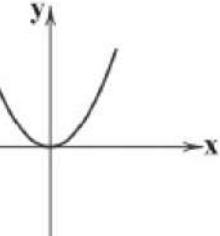
از اشتراك این ۳ محدوده نتیجه می‌شود:  $a = 2$

- ۲۳۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

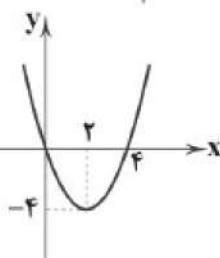
$$1) f(x) = x|x| = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$$



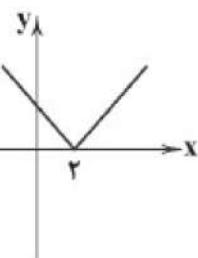
$$2) f(x) = x^2|x| = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$$



$$3) f(x) = x^2 - 4x = x(x - 4) \Rightarrow$$



$$4) f(x) = |x - 2| \Rightarrow$$



اگر به نمودارهای بالا توجه کنید،  $|x|^2$  صعودی اکید است (به جای آن می‌توان گفت صعودی)، ضمناً تابعی که صعودی باشد، یکنوا است. نمودارهای  $|x|^2 - 4x$  و  $|x - 2|$  گاهی صعودی و گاهی نزولی‌اند و در نتیجه غیریکنوا هستند.

- ۲۳۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع را به صورت مکعب کامل بازنویسی می‌کنیم.

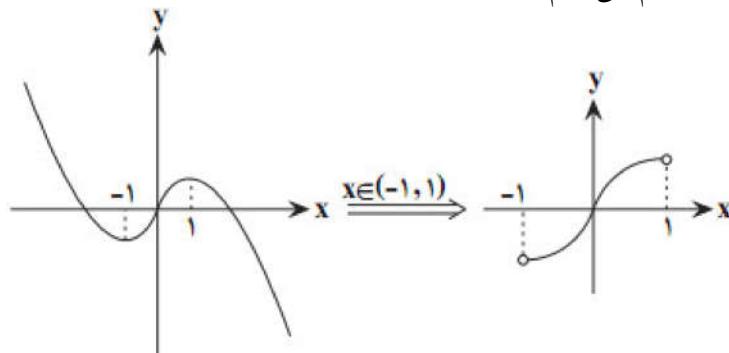
$$y = x^3 - 6x^2 + 12x - 8 + 8 \Rightarrow y = (x - 2)^3 + 8$$

نمودار این تابع با انتقال‌های طولی و عرضی نمودار تابع  $y = x^3$  رسم می‌شود. چون  $y = (x - 2)^3 + 8$  صعودی اکید است، پس  $(x - 2)^3 + 8$  نیز صعودی اکید می‌باشد.

- ۲۳۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با تعیین علامت  $|x|$ ، داریم:

$$f(x) = x - x|x| \Rightarrow f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x & x \geq 0 \\ x^2 + 2x & x < 0 \end{cases}$$

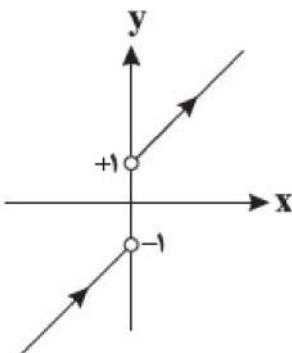
حال تابع را در بازه داده شده، رسم می‌کنیم:



بنابراین تابع در بازه  $(-1, 1)$  صعودی است.

- ۲۴۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = 2x + \frac{|x|}{x} = \begin{cases} 2x + 1 & x > 0 \\ 2x - 1 & x < 0 \end{cases}$$



با توجه به نمودار، تابع مورد نظر اکیداً صعودی است.

- ۲۴۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عملیات انقباض افقی و انتقال بر روی منحنی  $y = x^3 + x$  انجام شده است چون تابع  $y = x^3 + x$  همواره صعودی است پس تابع مفروض نیز در بازه  $(-\infty, +\infty)$  صعودی است.

- ۲۴۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای تابع صعودی اکید  $f$  داریم:

$$f(a) \leq f(b) \Leftrightarrow a \leq b$$

$$(f(a) < f(b) \Leftrightarrow a < b, f(a) = f(b) \Leftrightarrow a = b)$$

پس در این تابع داریم:

$$\frac{x-1}{x^2+1} \leq \frac{x-1}{x^2+1} \Rightarrow \frac{x-1}{x^2+1} - \frac{x-1}{x^2+1} \leq 0 \Rightarrow \frac{2(x-1)(x^2+1)}{2(x^2+1)} \leq 0.$$

$$\Rightarrow \frac{(x-1)(2-x^2-1)}{2(x^2+1)} \leq 0 \Rightarrow \frac{2(x^2+1)}{(x-1)(1-x^2)} \geq 0.$$

$$\Rightarrow \underbrace{(x-1)^2(-x-1)}_{P(x)} \leq 0$$

$x$	-1	1	
$P(x)$	+	0	-

$$P(x) \leq 0 \Rightarrow x \geq -1$$

- ۲۴۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر تابع  $f$  اکیداً صعودی باشد و  $x_1, x_2 \in D_f$  آنگاه از شرط  $x_1 > x_2$ ، نتیجه می‌شود  $f(x_1) > f(x_2)$  نتیجه می‌شود  $x_2 > x_1$ .

با توجه به نکته‌ی بالا چون تابع  $f$  اکیداً صعودی است، از شرط  $f(a^2 + |a| + 1) > f(a^2 - |a| + 3)$  نتیجه  $a^2 + |a| + 1 > a^2 - |a| + 3 \Rightarrow 2|a| > 2 \Rightarrow |a| > 1$  می‌شود:

- ۲۴۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: تابع  $f(x)$  را اکیداً صعودی می‌نامیم، هرگاه برای هر دو نقطه‌ی  $x_1$  و  $x_2$  از دامنه‌اش که  $x_1 < x_2$ ، داشته باشیم:  $f(x_1) < f(x_2)$

توجه کنید که نمودار تابع  $f$ ، یک سهمی رو به بالاست که طول رأس آن برابر  $\frac{-b}{2a} = \frac{-b}{2}$  است.

با توجه به شکل مقابل، نمودار این تابع در بازه‌ی  $(-\infty, +\infty)$  و هر زیر مجموعه از آن اکیداً صعودی است. بنابراین حداقل مقدار  $a$  برابر ۳ است.

- ۲۴۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر تابع رادیکالی  $y = a + b\sqrt{cx + d}$  صعودی اکید باشد، آنگاه  $b$  و  $c$  هم علامتند، یعنی  $b > 0$  است.

پس در این سؤال:

$$(2-m)(m-1) > 0 \Rightarrow \frac{m}{(2-m)(m-1)} \quad \begin{array}{c|ccc} & m & & \\ \hline (2-m)(m-1) & - & 0 & + \end{array} \quad \Rightarrow 1 < m < 2$$

- ۲۴۶ - گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تابع  $f(x) = a^x$  به ازای  $a < 1$  اکیداً نزولی است. به ازای  $a > 1$  اکیداً صعودی است.

به ازای  $a = 1$  تابع ثابت و در نتیجه هم صعودی و هم نزولی است. پس برای آن که تابع داده شده نزولی باشد، باید داشته باشیم:

$$\cdot \leq \frac{3m+1}{4} \leq 1 \Rightarrow \cdot \leq 3m+1 \leq 4 \Rightarrow -1 \leq 3m \leq 3 \Rightarrow -\frac{1}{3} \leq m \leq 1$$

در محدوده بالا فقط اعداد صحیح صفر و ۱ قرار می‌گیرند.

- ۲۴۷ - گزینه ۲ پاسخ صحیح است. شرط صعودی بودن تابع  $y = a^x$  (اگر  $a > 1$  و  $a \neq 1$ ) این است که  $a > 1$  باشد، بنابراین داریم:

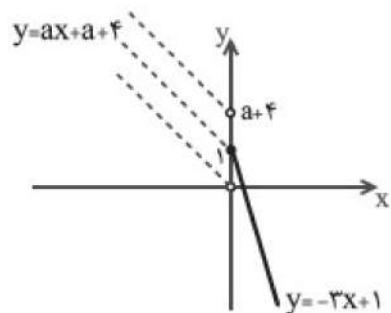
$$\frac{5-k}{1-3k} > 1 \Rightarrow \frac{5-k}{1-3k} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{2k+4}{1-3k} > 0$$

ک	$-\infty$	-۲	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
عبارت	-	0	+	-

↓  
 تعریف  
 نشده

- ۲۴۸ - گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار تابع  $f$  را رسم می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} -3x + 1 & \text{و } x \geq 0 \\ ax + a + 4 & \text{و } x < 0 \end{cases}$$



با توجه به نمودار، برای اینکه تابع در تمام دامنه‌اش اکیداً نزولی باشد، باید شیب خط  $y = ax + a + 4$  منفی باشد و عرض از مبدأ آن نیز بزرگتر یا مساوی یک باشد، بنابراین:

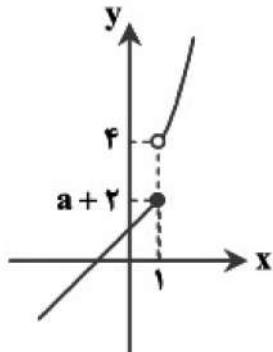
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{شیب } < 0 \Rightarrow a < 0 \\ \frac{x=0}{y \geq 1} \Rightarrow a + 4 \geq 1 \Rightarrow a \geq -3 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{اشتراک} \\ \hline \end{array} \quad \rightarrow -3 \leq a < 0$$

-۲۴۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: برای رسم نمودار  $y = f(x) + k$ , اگر  $k > 0$ , کافی است نمودار تابع  $f(x)$  را  $k$  واحد در راستای قائم به سمت بالا انتقال دهیم و برای  $k < 0$  این انتقال به سمت پایین انجام می‌شود.

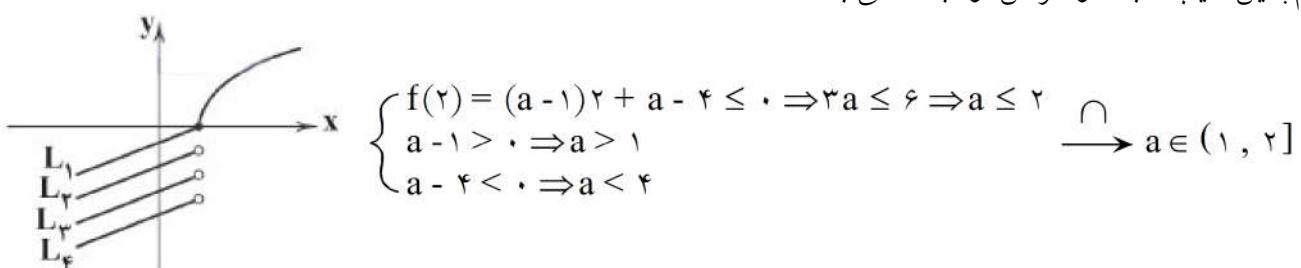
نکته: تابع  $f$  را در یک بازه‌ی اکیداً صعودی می‌گوییم، اگر برای هر دو مقدار  $a$  و  $b$  در این بازه که  $a < b$  آنگاه  $f(a) < f(b)$  در فاصله‌ای که یک تابع اکیداً صعودی است، با حرکت روی نمودار (از چپ به راست)، همواره رو به بالا خواهیم رفت.

ابتدا دقیق براز آنکه  $2 + ax$  اکیداً صعودی باشد، باید  $a > 0$  باشد.  
(به عبارت دیگر شیب خط باید عددی مثبت باشد.)

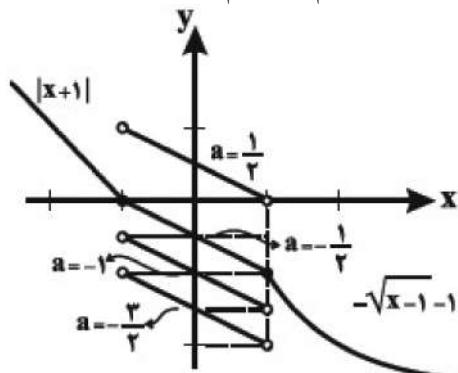


نمودار تابع  $f(x)$  را رسم می‌کنیم:  
با توجه به شکل و نکته: اگر  $f(x)$  بخواهد اکیداً صعودی باشد  
باید داشته باشیم  $2 \leq a + 2 \leq a$ . بنابراین محدوده‌ی  $a$   
به صورت  $2 \leq a < 0$  است.

-۲۵۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار  $\log_{\alpha}(x-1)$  را رسم می‌کنیم. ضابطه‌ی دوم یعنی خط  $a - 4 \leq (a-1)x + a - 4$  باید شبیه یکی از خط‌های  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$ ,  $L_4$ , ... باشد، یعنی باید ضابطه‌ی دوم به ازای  $x = 2$  صفر یا منفی شود و همچنین شیب مثبت و عرض از مبدأ منفی باشد.

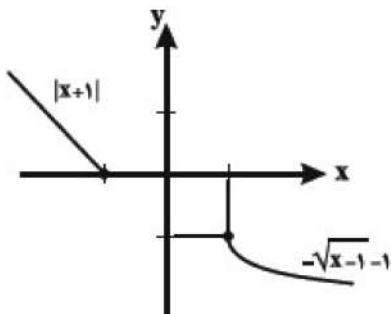


- ۲۵۱ - گزینه ۲ پاسخ صحیح است. راه حل اول: نمودار مقادیر داده شده  $a$  رسم می‌کنیم:



واضح است که برای اینکه تابع اکیداً نزولی باشد، فقط مقدار  $a = -\frac{1}{2}$  قابل قبول است.

راه حل دوم: ابتدا ضابطه‌ها را رسم می‌کنیم:



حال برای اینکه تابع اکیداً نزولی باشد، باید شروط زیر برقرار باشد:

$$x = -1: \frac{1}{2} + a \leq -1 \Rightarrow a \leq -\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$x = 1: \frac{-1}{2} + a \geq -1 \Rightarrow a \geq -\frac{1}{2} \quad (2)$$

بنابراین داریم:

$$(1) \cap (2) \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

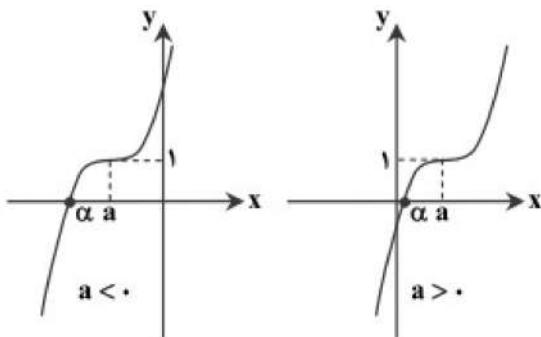
- ۲۵۲ - گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به شیب هر کدام از ضابطه‌ها، برای اکیداً نزولی بودن این تابع کافی است که  $f(2) > f(3)$  باشد.

$$f(2) = -4 + \frac{6}{K}, \quad f(3) = \frac{-6}{K^2} + 2 \Rightarrow -4 + \frac{6}{K} > \frac{-6}{K^2} + 2$$

$$\Rightarrow 6 - \frac{6}{K} - \frac{6}{K^2} < 0 \Rightarrow K^2 - K - 1 < 0 \Rightarrow \left(K - \frac{1}{2}\right)^2 < 1 + \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \left|k - \frac{1}{2}\right| < \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow m = -\frac{1}{2}, \quad n = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow m - 2n^2 = -\frac{1}{2} - \frac{5}{2} = -3$$

- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا تابع  $y = f(x) + |f(x)|$  را تشکیل می‌دهیم.  
نمودار  $f$  با فرض  $a > 0$  یا  $a < 0$  به صورت زیر است:



اگر بخواهیم تابع  $y$  اکیداً صعودی باشد، باید تابع  $f$  حتماً نامنفی باشد. زیرا اگر تابع  $f$  منفی باشد، مقدار آن در تابع  $y$  صفر می‌شود که یک تابع اکیداً صعودی نیست. پس تابع  $f$  حتماً باید در بازه  $(1, +\infty)$  نامنفی باشد یا به عبارت دیگر نقطه‌ی  $\alpha$  باید از عدد ۱ بزرگ‌تر نباشد. از طرفی  $f(\alpha) = 0$  است. پس می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} f(\alpha) = 0 &\Rightarrow (\alpha - a)^3 + 1 = 0 \Rightarrow (\alpha - a)^3 = -1 \Rightarrow \alpha - a = -1 \\ &\Rightarrow \alpha = a - 1 \Rightarrow \alpha \leq 1 \Rightarrow a - 1 \leq 1 \Rightarrow a \leq 2 \end{aligned}$$

- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.  
راه حل اول:

نکته: وضعیت یکنواختی مجموع بک تابع اکیداً صعودی و یک تابع اکیداً نزولی، نامشخص است.

نکته: ترکیب دو تابع اکیداً صعودی، اکیداً صعودی است.

نکته: ترکیب دو تابع اکیداً نزولی، اکیداً صعودی است.

نکته: ترکیب یک تابع اکیداً صعودی با یک تابع اکیداً نزولی، اکیداً نزولی است.  
با توجه به نکته‌ی بالا، گزینه‌ی ۲ پاسخ است.

راه حل دوم: طبق فرض  $f$  اکیداً صعودی و  $g$  اکیداً نزولی است. ثابت می‌کنیم  $f \circ g$  اکیداً نزولی است. برای این منظور فرض می‌کنیم  $x_1 < x_2$  و عضو دامنه‌ی  $f \circ g$  هستند و  $x_1 < x_2$ .

$$\begin{array}{c} x_1 < x_2 \xrightarrow{\text{اکیدا نزولی}} g(x_1) > g(x_2) \xrightarrow{\text{اکیدا صعودی}} f(g(x_1)) > f(g(x_2)) \\ \text{از شرط } x_1 < x_2, \text{ به } f \circ g(x_1) > f \circ g(x_2) \text{ رسیدیم. پس } f \circ g \text{ تابعی اکیدا نزولی است.} \end{array}$$

- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر  $(a, b)$  روی تابع  $f$  باشد،  $(b, a)$  روی تابع  $f^{-1}$  قرار دارد.  
نکته: اگر برای هر دو نقطه‌ی  $x_1$  و  $x_2$  از دامنه‌ی  $f$  که  $x_1 < x_2$  داشته باشیم  $f(x_1) < f(x_2)$ ، آنگاه  $f$  را تابعی اکیداً صعودی می‌نامیم.

نقطه‌ی  $(1, -1)$  روی تابع  $f$  است، پس:  $-1 = f(1)$

نقطه‌ی  $(1, -1)$  روی تابع  $f^{-1}$  قرار دارد، پس نقطه‌ی  $(-1, 1)$  روی تابع  $f$  است، بنابراین:  $1 = f(-1)$   
پس تابع  $f$  اکیداً صعودی نیست، زیرا:  $f(-1) < f(1) < -1$ ؛ سایر گزینه‌ها الزاماً درست نیست.

مثال نقض گزینه‌های ۱ و ۲، تابع  $f(x) = \frac{1}{x}$  و مثال نقض گزینه‌ی ۴، تابع  $x = f(x)$  است.

- ۲۵۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مجموعه‌های برابر یعنی اعضای برابر، بنابراین:

$$\begin{cases} b + 1 = 2 \Rightarrow b = 1 \\ 2a - 1 = -1 \Rightarrow a = 0 \end{cases} \Rightarrow (c, b) = (2a^2 - 1, b^2 + 1) \\ = (-1, 2) \Rightarrow c + d = 1$$

توجه کنید که  $b^2 + 1 = 1$  نادرست و غیرقابل قبول است.

- ۲۵۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دو تابع  $f$  و  $g$  را برابر می‌نامیم اگر دامنه  $f$  و  $g$  برابر باشند و برای هر  $x$  از این دامنه

$$g(x) = \frac{(x^2 + 1)(x - 2)}{x^2 + 1}$$

داشته باشیم  $g(x) = f(x)$  لذا فقط تابع  $f(x) = x - 2$  مفروض است.

- ۲۵۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{x^2 - 2x}{x} = x - 2$$

در حالت  $x \neq 0$  مقدار تابع برابر  $-2$  است.

- ۲۵۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای آن که دو تابع  $f$  و  $g$  با هم مساوی باشند، باید دو شرط زیر برقرار باشد:

$$\begin{cases} D_f = D_g \\ f(x) = g(x) \end{cases}$$

دامنه تابع  $f(x) = x + 3$ ، برابر  $\mathbb{R}$  است. بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»:

$$y = \frac{x^2 + 6x + 9}{x + 3} = \frac{(x + 3)^2}{x + 3} = x + 3 \text{ و } D = \mathbb{R} - \{-3\}$$

گزینه «۲»:

$$y = \frac{x^2 - 9}{x - 3} = \frac{(x - 3)(x + 3)}{(x - 3)} = x + 3 \text{ و } D = \mathbb{R} - \{3\}$$

گزینه «۳»:

$$y = \frac{x^3 + 27}{x^2 - 3x + 9} = \frac{(x + 3)(x^2 - 3x + 9)}{x^2 - 3x + 9} = x + 3$$

از آنجا که  $x > 0$  مخرج  $\Delta$  است، مخرج ریشه ندارد و بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

- ۲۶۰ - گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y = 3 - \frac{2}{x+1} = \frac{3x + 3 - 2}{x+1} = \frac{3x + 1}{x+1}$$

دامنهٔ تابع داده شده  $\{ -1 \} - R$  است و می‌دانیم که شرط اول تساوی دو تابع داشتن دامنه‌های مساوی است، پس گزینه‌های ۲ و ۳ رد می‌شوند، اما در گزینهٔ ۱ داریم.

$$y = \frac{3x^2 - 2x - 1}{(x+1)^2} = \frac{(x-1)(3x+1)}{(x+1)^2} \neq \frac{3x+1}{x+1}$$

پس جواب درست گزینهٔ ۴ است.

$$y = \frac{3x^2 + 4x + 1}{(x+1)^2} = \frac{\cancel{(x+1)}(3x+1)}{\cancel{(x+1)^2}} = \frac{3x+1}{x+1}$$

- ۲۶۱ - گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

(۱) توابع گزینهٔ اول دامنهٔ یکسانی ندارد، پس با هم برابر نیستند.

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x-1}{x-1} \Rightarrow D_f = R - \{1\} \\ g(x) = 1 \Rightarrow D_g = R \end{cases}$$

(۲) توابعی که در گزینهٔ ۲ قرار دارند، دامنهٔ یکسان  $R$  دارند، اما مقادیر آنها همواره برابر نمی‌باشد.

$$f(x) = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2| \neq g(x)$$

(۳) توابع گزینهٔ سوم هم، دامنهٔ یکسانی ندارند.

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt[x]{x} \Rightarrow D_f = R \\ g(x) = x^{\frac{1}{3}} \Rightarrow D_g = [0, +\infty) \end{cases}$$

(۴) توابعی که در گزینهٔ ۴ قرار دارند، دامنهٔ یکسان  $R$  دارند و مقادیر یکسانی دارند.

$$f(x) = \frac{x^3 + x}{x^2 + 1} = \frac{x(x^2 + 1)}{x^2 + 1} = x = g(x)$$

- ۲۶۲ - گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در گزینهٔ ۱ اولاً:

$$D_f = R, D_g = R \Rightarrow D_f = D_g$$

$$f(x) = \sqrt[x]{x} = |x| = g(x)$$

ثانیاً:

بنابراین این دو تابع برابرند. بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱)  $D_f : x \geq 0, D_g = R \Rightarrow D_f \neq D_g$
- ۲)  $D_f : R - \{0\}, D_g = R \Rightarrow D_f \neq D_g$
- ۳)  $D_f : R - \{0\}, D_g = (0, +\infty) \Rightarrow D_f \neq D_g$

- ۲۶۳ - گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$D_g = D_f = \mathbb{R}$$

$$x \neq -\frac{1}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{9x^2 - 1}{3x + 1} = \frac{(3x - 1)(3x + 1)}{3x + 1} = 3x - 1 = g(x)$$

$$x = -\frac{1}{3} \Rightarrow g\left(-\frac{1}{3}\right) = 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right) - 1 = -2$$

$$x = -\frac{1}{3} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{3}\right) = k - \frac{1}{3}$$

$$\xrightarrow{f = g} k - \frac{1}{3} = -2 \Rightarrow k = -2 + \frac{1}{3} = -\frac{5}{3}$$

- ۲۶۴ - گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: دو تابع  $f(x)$  و  $g(x)$  در صورتی برابرند که:

$$(1) \text{دامنهشان برابر باشد } (D_f = D_g)$$

$$(2) \text{بهازای هر } x \text{ از این دامنه مشترک، داشته باشیم: } f(x) = g(x)$$

$$|x - a| = \begin{cases} x - a & x \geq a \\ -(x - a) & x < a \end{cases} : \text{نکته}$$

تابع  $(x)g$  را می‌توان به صورت یک تابع دوضابطه‌ای نوشت:

$$g(x) = \frac{|x - 2|}{x - 2} = \begin{cases} \frac{x - 2}{x - 2} = 1 & x > 2 \\ -\frac{x - 2}{x - 2} = -1 & x < 2 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x > a \\ b & x < c \end{cases} \text{طبق فرض تابع}$$

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \Rightarrow a + b + c = 2 + (-1) + 2 = 3 \\ c = 2 \end{cases}$$

- ۲۶۵ - گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$g(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)} = x + 2 \quad \text{طبق فرض } x \neq 2$$

پس ضابطه‌ی تابع  $g$  به صورت زیر درمی‌آید:

$$g(x) = \begin{cases} x + 2 & x \neq 2 \\ a + 3 & x = 2 \end{cases}$$

چون دو تابع  $f$  و  $g$  با هم مساوی‌اند، پس ضابطه‌های آنها نیز با هم مساوی‌اند. بنابراین با توجه به ضابطه‌ی تابع  $f$  داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} x \neq 2 : f(x) = g(x) \xrightarrow{\text{جایگذاری}} x - b = x + 2 \Rightarrow b = -2 \quad (1) \\ x = 2 : f(x) = g(x) \xrightarrow{\text{جایگذاری}} x - b = a + 3 \xrightarrow[b = -2]{x = 2} 2 - (-2) = a + 3 \\ \Rightarrow 4 = a + 3 \Rightarrow a = 1 \quad (2) \\ (1), (2) \xrightarrow{} ab = (1)(-2) = -2 \end{array} \right.$$

- ۲۶۶ - گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: دو تابع  $f$  و  $g$  را مساوی می‌نامیم، هرگاه دامنه‌هایشان با هم برابر باشد و در هر نقطه از این دامنه‌ی مشترک، ضابطه‌هایشان یکسان باشد.

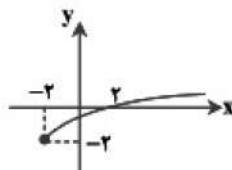
نکته: با فرض  $a > 0$ ، برای رسم نمودار تابع  $y = f(x - a)$ ، کافی است نمودار تابع  $y = f(x)$  را  $a$  واحد به سمت چپ (راست) انتقال دهیم.

نکته: با فرض  $a > 0$ ، برای رسم نمودار تابع  $y = f(x) + a$ ، کافی است نمودار تابع  $y = f(x)$  را  $a$  واحد به سمت بالا (پایین) انتقال دهیم.

ابتدا از تساوی توابع  $f$  و  $g$  نتیجه می‌شود به‌ازای هر مقدار از دامنه‌ی مشترک، مقدار دو تابع برابر است، پس:

$$f\left(\frac{1}{5}\right) = g\left(\frac{1}{5}\right) \Rightarrow a = 5\left(\frac{1}{5}\right) + 1 \Rightarrow a = 2$$

اکنون با جایگذاری  $a = 2$ ، ضابطه‌ی تابع موردنظر به صورت  $y = \sqrt{x+2} - 2$  درمی‌آید که نمودار آن به شکل زیر است:

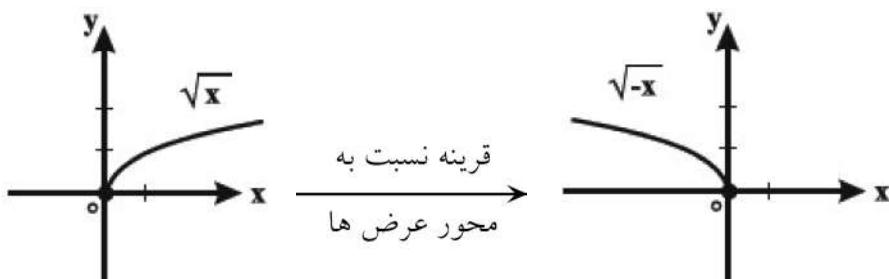


بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

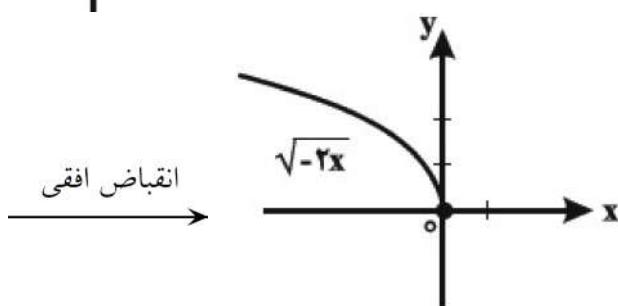
- ۲۶۷ - گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع، محور  $y$  را در ۲ قطع می‌کند، بنابراین گزینه‌های ۳ و ۴ نادرست می‌باشند. همچنین به‌ازای  $x = -4$ ، مقدار  $y$  صفر باید باشد که فقط گزینه ۱ این شرایط را دارد.

۲۶۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

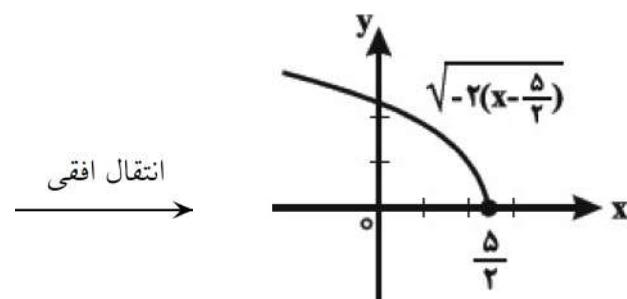
$$y = \sqrt{-2\left(x - \frac{5}{2}\right)} - 1$$



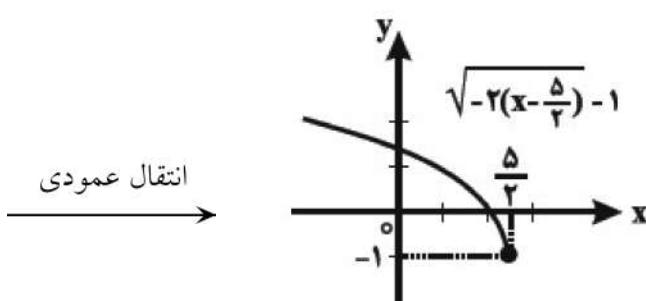
قرینه نسبت به  
محور عرض ها



انقباض افقی



انتقال افقی

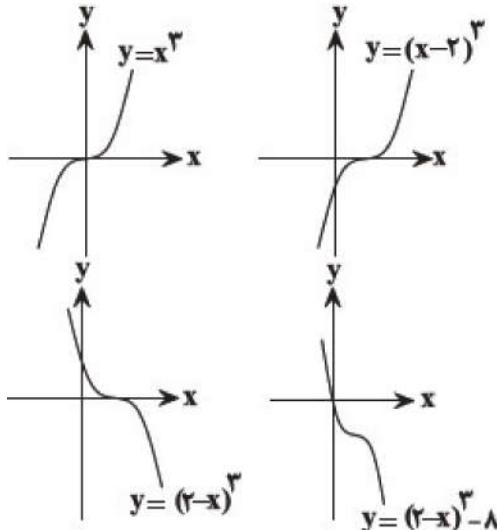


انتقال عمودی

-۲۶۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \underbrace{6x^3 - x^3}_{(2-x)^3} - 12x + 8 - 8 = (2-x)^3 - 8$$

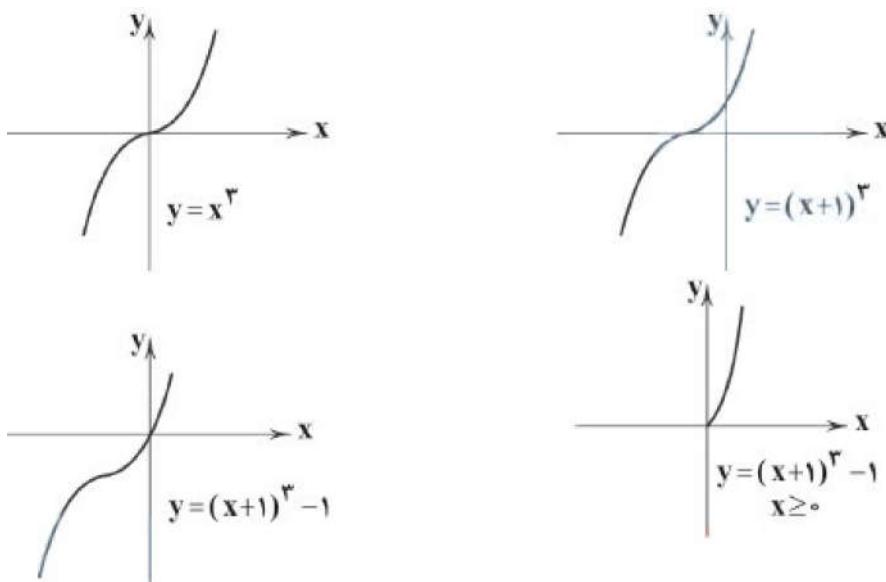
حال مرحله به مرحله نمودار تابع را رسم می کنیم:



-۲۷۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون  $x \geq 0$  باید لذا  $x+1 > 0$  است. بنابراین:

$$y = x^3 + 3x(x+1) = x^3 + 3x^2 + 3x = (x+1)^3 - 1$$

اگر نمودار  $y = x^3$ , سپس نمودار  $y = (x+1)^3 - 1$  و نهایتاً نمودار  $y = (x+1)^3$  را رسم کنیم و دامنه را محدود کنیم، آنگاه به جواب مسئله می رسیم.



- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: برای رسم نمودار تابع  $y = f(kx)$ , کافی است طول نقاط تابع  $y = f(x)$  را در  $\frac{1}{k}$  ضرب کنیم.

نقطه‌ی (۲, -۱) روی نمودار تابع  $y = f(x)$  قرار دارد، پس  $-1 = f(2)$ . با توجه به نکته طول نقطه‌ی متناظر با نقطه‌ی

(۲, -۱) روی نمودار نقطه‌ی  $y = f(2x)$  برابر  $\frac{1}{2} \times -1 = -\frac{1}{2}$  است. برای یافتن عرض این نقطه،  $x = 1$  را در ضابطه‌ی

تابع ۳ -  $y = 2f(2x)$  جای‌گذاری می‌کنیم:

$$y = 2f(2 \times 1) - 3 = 2f(2) - 3 = 2(-1) - 3 = -5$$

پس نقطه‌ی (۱, -۵) حتماً روی نمودار تابع ۳ -  $y = 2f(2x)$  قرار دارد.

- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ورودی تابع (۱ -  $x$ ) را برابر  $x$  قرار می‌دهیم:

$$2x - 1 = x_0 \Rightarrow x = \frac{x_0 + 1}{2}$$

در واقع در تابع (۱ -  $x$ ) به ازای  $y = f(2x - 1)$  داریم:

$$f(2x - 1) = f\left(2\left(\frac{x_0 + 1}{2}\right) - 1\right) = f(x_0 + 1 - 1) = f(x_0) = y.$$

- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{array}{ccccc} A(2, -3) & \xrightarrow[1 \text{ واحد به چپ}]{f(x+1)} & (1, -3) & \xrightarrow[\text{عرض نقطه ۲ برابر}]{2f(x+1)} & (1, -6) \\ & & & & \xrightarrow[3 \text{ واحد پایین}]{2f(x+1)-3} \\ & & & & (1, -9) \end{array}$$

- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$D_f(2-x) = [-1, 2] \xrightarrow[\text{به سمت چپ}]{\text{انتقال دو واحد}} D_f(-x) = [-3, 0]$$

$$\xrightarrow[\text{محور y ها}]{\text{قرینه نسبت به}} D_f(x) = [0, 3] \xrightarrow[\text{به سمت چپ}]{\text{انتقال ۴ واحد}} D_f(x+4) = [-4, -1]$$

$$\xrightarrow[\text{افقی با ضریب } \frac{1}{3}]{\text{انقباض در راستای}} D_f(3x+4) = \left[-\frac{4}{3}, -\frac{1}{3}\right]$$

- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع  $f(x+3)$  از انتقال افقی تابع  $f(x)$  به دست می‌آید و چون انتقال در راستای افقی تأثیری در برد توابع ندارد، بنابراین برد  $f(x+3)$  و  $f(x)$  یکسان است، در نتیجه داریم:

$$-1 \leq x < 2 \Rightarrow -2 < -x \leq 1$$

$$\Rightarrow 0 < 2 - x \leq 3 \Rightarrow R_f(x+3) = R_f(x) = (0, 3]$$

- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. انتقال افقی روی برد تابع تأثیر ندارد ولی انتقال‌های عمودی و انساط (یا انقباض) عمودی برد تابع را تغییر می‌دهد و دقیقاً همان تغییرات روی برد اعمال می‌شود.

$$\begin{aligned}
 R_f &= [-\sqrt{5}, 1] \Rightarrow -\sqrt{5} \leq f(x) \leq 1 \\
 &\xrightarrow{\text{انتقال افقی}} -\sqrt{5} \leq f(x+1) \leq 1 \\
 &\xrightarrow{\text{برد تغییر نمی کند}} \times (-\sqrt{2}) \\
 &\xrightarrow{-\sqrt{2}} -\sqrt{2} \leq -\sqrt{2}f(x+1) \leq \sqrt{10} \\
 &\xrightarrow{-3} -\sqrt{2} - 3 \leq -\sqrt{2}f(x+1) - 3 \leq \sqrt{10} - 3 \\
 &\Rightarrow -\sqrt{2} - 3 \leq g(x) \leq \sqrt{10} - 3 \\
 &\Rightarrow R_g = [-\sqrt{2} - 3, \sqrt{10} - 3]
 \end{aligned}$$

از آنجا که  $-\sqrt{2} - 3 < -5$  برد تابع  $g$  شامل پنج عدد صحیح  $-5, -4, -3, -2, -1$  و صفر است.

- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای محاسبه دامنه  $2f(x-1)-1$  کافی است که  $x-1 < 1$  باشد، پس:

$$D_{2f(x-1)-1} = D_{g(x)} = [0, 5] \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 5 \end{cases}$$

و اما برد:

$$\begin{aligned} 0 \leq f(x) \leq 6 &\Rightarrow 0 \leq f(x-1) \leq 6 \Rightarrow 0 \times 2 - 1 \leq 2f(x-1) - 1 \leq 2 \times 6 - 1 \Rightarrow -1 \leq g(x) \leq 11 \\ \Rightarrow \begin{cases} c = -1 \\ d = 11 \end{cases} &\Rightarrow \frac{c+d}{a+b} = \frac{10}{5} = 2 \end{aligned}$$

- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}
 -1 \leq 2x - 3 &\leq 2 \Rightarrow 2 \leq 2x \leq 5 \Rightarrow 1 \leq x \leq \frac{5}{2} \Rightarrow D_g = \left[1, \frac{5}{2}\right] \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = \frac{5}{2} \end{cases} \\
 2 \leq f(x) &\leq 6 \Rightarrow 2 \leq f(2x-3) \leq 6 \Rightarrow 4 \leq 2f(2x-3) \leq 12 \Rightarrow 5 \leq 2f(2x-3) + 1 \leq 13 \\
 \Rightarrow 5 \leq g(x) &\leq 13 \Rightarrow R_g = [5, 13] = [a, b] \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 13 \end{cases} \\
 \frac{a}{m} + \frac{b}{n} &= \frac{5}{1} + \frac{13}{\frac{5}{2}} = 5 + \frac{26}{5} = 10.2
 \end{aligned}$$

- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای رسم نمودار تابع  $y = f(x) - f(-x)$  کافی است نمودار تابع  $y = f(x)$  را نسبت به مبدأ مختصات قرینه کنیم، بنابراین:



بنابراین نمودار تابع  $y = -f(-x)$  در ناحیه سوم قرار دارد.

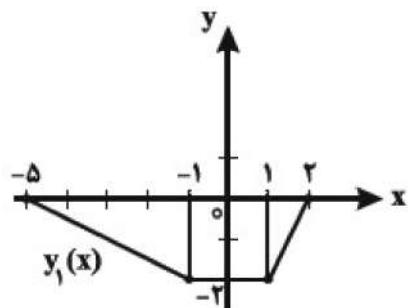
- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دامنه تابع  $f$ ، بازده  $[7, -4]$  می‌باشد. بنابراین:  
 $-4 \leq 2x - 1 \leq 7 \Rightarrow -3 \leq 2x \leq 8 \Rightarrow -\frac{3}{2} \leq x \leq 4$

$$\{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

اعداد صحیح موجود در بازه  $\left[-\frac{3}{2}, 4\right]$  عبارت‌اند از:

- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دامنه تابع  $f(x)$  دو برابر شده است، یعنی در راستای محور  $x$  ها، دو برابر منبسط شده است. هم چنین یک واحد در راستای محور  $y$  ها به سمت بالا منتقل شده است. بنابراین رابطه  $g(x) = f\left(\frac{x}{2}\right) + 1$  صحیح است.

- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر نمودار تابع  $f(x)$  را نسبت به محور  $x$  ها قرینه کنیم و سپس یک واحد به سمت چپ انتقال دهیم، به نمودار تابع  $y_1(x) = -f(x+1)$  خواهیم رسید:



حال با دقت به دو نمودار  $g(x)$  و  $y_1(x)$  درمی‌یابیم که برای رسیدن به نمودار تابع  $y_1(x) = g(x)$ ، راستای افقی، دو برابر منقبض کنیم و سپس دو واحد در راستای عمودی به سمت بالا انتقال دهیم. یعنی:

$$g(x) = 2 + y_1(2x) \Rightarrow g(x) = 2 - f(2x + 1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 2 \end{cases} \Rightarrow 2m + n = 6$$

- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نمودار تابع  $g(x) = kf(x) + b$  از مبدأ مختصات عبور می‌کند، بنابراین  $b = g(0)$  و خواهیم داشت:

$$g(x) = kf(x) + b \xrightarrow{g(0) = 0} 0 = kf(0) + b \Rightarrow f(0) = \frac{-b}{k}$$

با توجه به نمودار  $f(0) = 4$ ، پس داریم:  $b = -4k$  یا  $\frac{-b}{k} = 4$  تنهای گزینه‌ای که در این رابطه صدق می‌کند گزینه (۲) است.

- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.  $y = f(x)$  از ناحیه‌ی اول نمی‌گذرد، بنابراین نمودار  $y = f(-x)$  که قرینه‌ی  $y = f(x)$  نسبت به محور  $y$  هاست از ناحیه‌ی دوم نمی‌گذرد. سپس نمودار  $y = f(-x)$  را نسبت به محور طول قرینه کنیم که  $y = -f(-x)$  به دست آید. بنابراین نمودار  $y = -f(-x)$  از ناحیه‌ی سوم نمی‌گذرد.

- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: برای رسم نمودار تابع  $y = kf(x)$ , کافی است عرض نقاط نمودار تابع  $y = f(x)$  را در  $k$  ضرب کنیم. اگر  $k > 1$ , نمودار  $y = kf(x)$  از انبساط عمودی نمودار  $y = f(x)$  حاصل می‌شود و اگر  $0 < k < 1$ , نمودار  $y = kf(x)$  از انقباض عمودی نمودار  $y = f(x)$  به دست می‌آید.

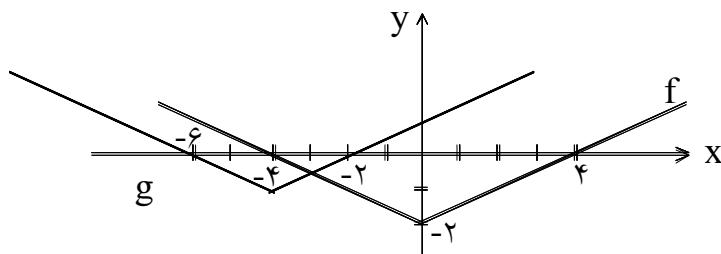
$f(x) = a(x+3)(x-1)$  مطابق نمودار، اعداد ۱ و -۳ صفرهای این سهمی هستند. پس معادله‌ی سهمی به صورت  $(x+3)(x-1) = 0$  است.

از طرفی این سهمی از نقطه‌ی  $(0, 3)$  می‌گذرد، پس:  
پس معادله‌ی سهمی به صورت  $(x+3)(x-1) = 0$  است.  
بنابراین طول رأس سهمی برابر  $\frac{-3+1}{2} = -1$  و در نتیجه عرض آن برابر  $4 = f(-1)$  است. عرض رأس سهمی  $2f(1) = 2$  مطابق نکته، دو برابر عرض رأس سهمی  $f(x)$ , یعنی برابر ۸ است.

- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{1}{2}|x| - 2$$

x	-4	0	4
y	0	-2	0



$$g(x) = \left(\frac{1}{2}|x+4| - 2\right) + 1 \Rightarrow g(x) = \frac{1}{2}|x+4| - 1$$

$$\frac{1}{2}(x+4) - 1 = -\frac{1}{2}x - 2 \Rightarrow x+4-2=-x-4 \Rightarrow 2x=-6 \Rightarrow x=-3$$

نقطه‌ی برخورد:

x	-6	-4	-2
y	0	-1	0

- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.  $f(x)$  را مربع کامل می‌کنیم:

$$f(x) = (x-2)^2 - 3 \xrightarrow{\text{تبديل}} f(x+2) = x^2 - 3 \Rightarrow f(x+2) + 3 = x^2$$

$$\Rightarrow g(x) = f(x+2) + 3$$

پس ابتدا نمودار  $f(x)$  را دو واحد انتقال طولی به سمت چپ، سپس سه واحد انتقال عرضی به سمت بالا می‌دهیم و به نمودار  $g(x)$  می‌رسیم.

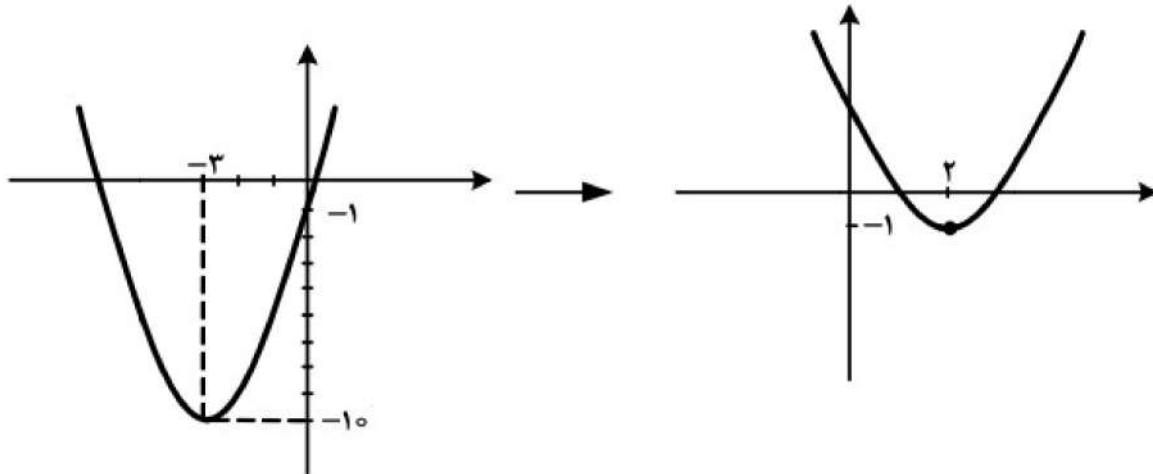
- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = (x+2)^2 - (x+2) + 3 \Rightarrow y = x^2 + 3x + 5$$

-۲۸۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. حالت مربع کامل دو تابع به همراه نمودارشان به شکل زیر است:

$$y = x^2 + 6x - 1 = (x + 3)^2 - 10$$

$$y = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$$



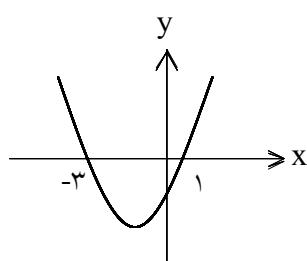
کافی است نمودار  $y = x^2 + 6x - 1$ , ۵ واحد به راست و ۹ واحد به بالا منتقل شود.

-۲۹۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. کافی است نمودار تابع را رسم کنیم.

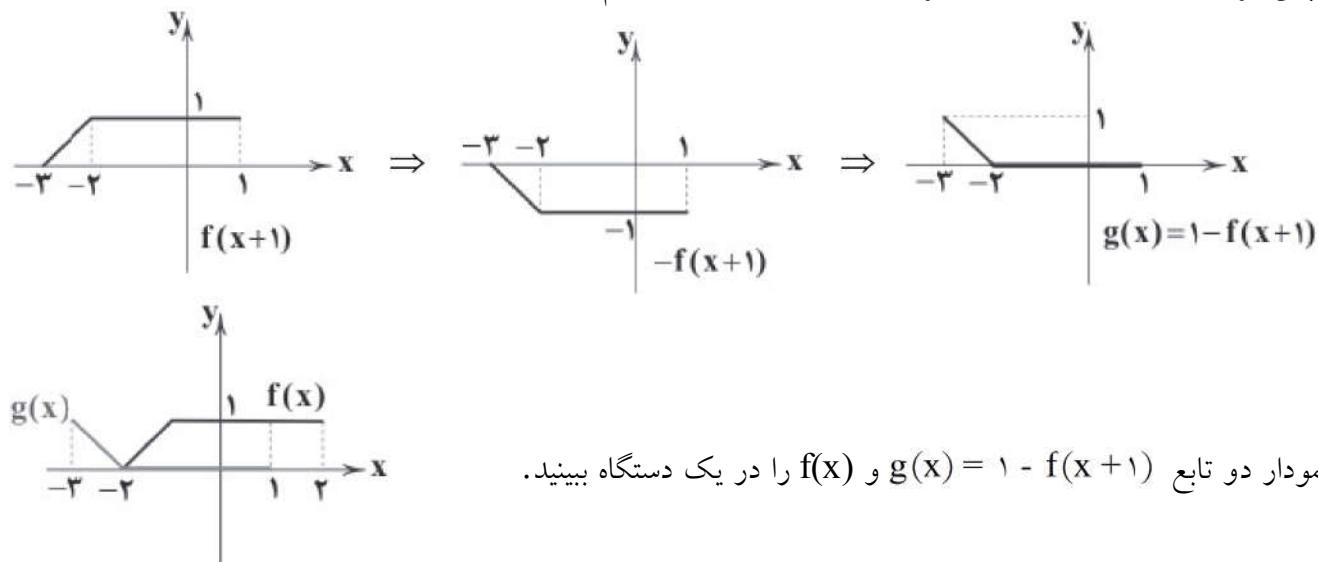
$$y = x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0 \Rightarrow x = 1, -3$$

نمودار رو به بالا  $a > 0$

با توجه به نمودار مشاهده می‌شود که نمودار باید حداقل ۳ واحد به سمت  $x$  های مثبت منتقل شود تا طول نقاط تلاقی آن با محور  $x$  ها غیرمنفی شود.



-۲۹۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای رسم تابع  $g(x) = 1 - f(x+1)$  باید نمودار  $f(x)$  را به ترتیب، یک واحد به چپ، سپس قرینه نسبت به  $x$  ها و در آخر یک واحد به بالا انتقال دهیم.



نمودار دو تابع  $f(x)$  و  $g(x) = 1 - f(x+1)$  را در یک دستگاه بینید.

نمودارهای این دو تابع، فقط در  $x = -2$  متقاطع‌اند.

-۲۹۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

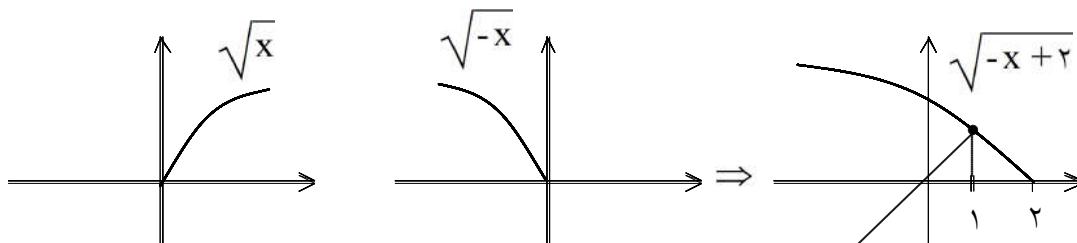
$$f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f(-x) = \sqrt{-x} \xrightarrow{\text{انتقال}} f(x-2) = \sqrt{-x+2}$$

$$y = x \Rightarrow \sqrt{-x+2} = x \Rightarrow x^2 = -x + 2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x+2) = 0 \quad \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$x = 1 \Rightarrow \sqrt{-1+2} = 1 \quad \checkmark \quad x = -2 \Rightarrow \sqrt{-(-2)+2} = -2 \times$$

روش دوم:

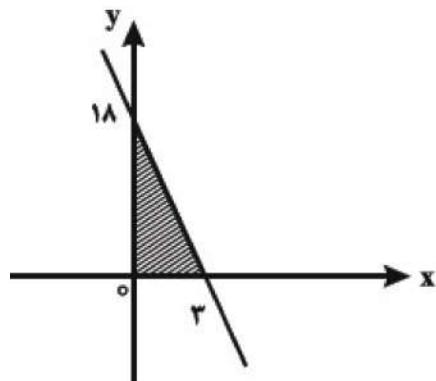


-۲۹۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تابع  $(x)g$  یک خط با شیب (-۱) و عرض از مبدأ +۳ است، بنابراین:

$$g(x) = -x + 3 \Rightarrow f(x) = -x + 5$$

$$h(x) = 3[-(2x - 1) + 5] = -6x + 18$$

شکل زیر، نمودار  $(x)h$  را نمایش می‌دهد:



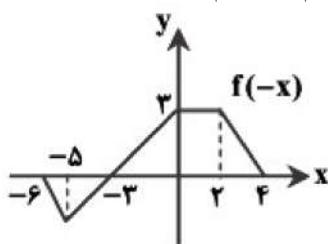
$$S = \frac{1}{2}(3)(18) = 27 : \text{مساحت مثلث هاشور خورده} \Rightarrow$$

-۲۹۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: برای رسم نمودار  $y = f(x + k)$ ، اگر  $k > 0$  کافی است نمودار تابع  $f(x)$  را ۱ واحد در جهت افقی به سمت چپ انتقال دهیم و برای  $k < 0$ ، این انتقال به اندازه  $|k|$  واحد به سمت راست انجام می‌شود.

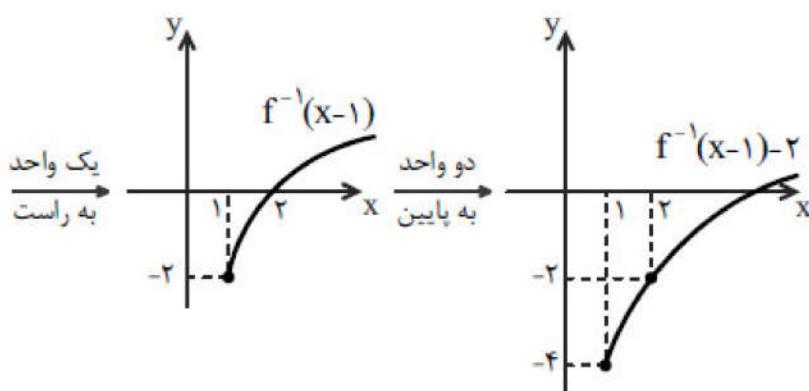
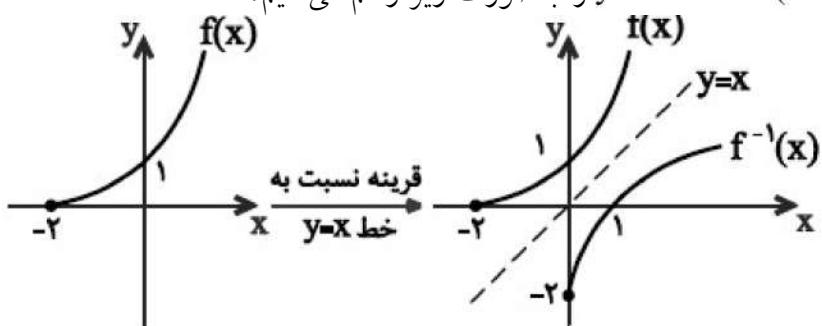
نکته: اگر طول نقاط تابع  $y = f(x)$  را قرینه کنیم، نقاط تابع  $y = f(-x)$  به دست می‌آیند. بنابراین نمودار تابع  $y = f(-x)$  قرینه‌ی نمودار تابع  $y = f(x)$  نسبت به محور y است.

ابتدا نمودار  $f(-x)$  را از روی نمودار  $f(x)$  رسم می‌کنیم.



برای آنکه این تابع از ناحیه‌ی سوم عبور نکند، باید حداقل ۶ واحد، نمودار  $f(-x)$  را به سمت راست منتقل کنیم. بنابراین a هر عددی بزرگ‌تر یا مساوی ۶ می‌تواند باشد، دقیق‌تر  $f(-(x - a)) = f(-x + a)$  مقدار a باید مثبت باشد.

۲۹۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نمودار تابع  $y = -2 + f^{-1}(x - 1)$  را به صورت زیر رسم می‌کنیم.



بنابراین نمودار از ناحیه دوم و سوم عبور نمی‌کند.

-۲۹۶ - گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: برای رسم نمودار  $y = f(x + k)$ , اگر  $k > 0$ , کافی است نمودار تابع  $f(x)$  را  $k$  واحد در جهت افقی به سمت چپ انتقال دهیم و برای  $k < 0$ , این انتقال به اندازه  $|k|$  واحد به سمت راست انجام می‌شود.

اگر  $|x| = y^3$  واحد به سمت راست انتقال دهیم، ضابطه آن  $|x - 3| = y_1$  و اگر  $k$  واحد به سمت چپ انتقال دهیم، ضابطه آن  $|x - 3| = y_2$  و اگر  $k$  واحد به سمت چپ انتقال دهیم، ضابطه آن  $|x + k| = y_2$  است. پس  $AB = k + 3$  می‌توان نتیجه گرفت:

فاصله‌ی رأس  $C$  تا محور  $x$ ‌ها، ارتفاع مثلث است که عرض نقطه‌ی تلاقی دو نمودار است.

$$|x + k| = |x - 3| \Rightarrow \begin{cases} x + k = x - 3 \Rightarrow k = -3 \\ x + k = -(x - 3) \Rightarrow 2x = 3 - k \Rightarrow x = \frac{3 - k}{2} \end{cases}$$

در معادله‌ی اول هیچ مقداری برای  $x$  به دست نمی‌آید، پس قابل قبول نیست. پس ارتفاع این مثلث برابر است با:

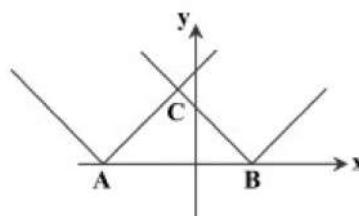
$$y = \left| \frac{3 - k}{2} + k \right| = \left| \frac{3 + k}{2} \right| \stackrel{k > 0}{=} \frac{3 + k}{2}$$

مساحت مثلث مطابق فرض سؤال مقدار ۱۶ است. پس می‌توان نوشت:

$$S = \frac{1}{2} \times \left( \frac{3 + k}{2} \right) \times (k + 3) \Rightarrow 16 = \frac{(k + 3)^2}{4} \Rightarrow (k + 3)^2 = 64$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k + 3 = -8 \Rightarrow k = -11 \\ k + 3 = 8 \Rightarrow k = 5 \end{cases}$$

چون  $k$  مقداری مثبت است (انتقال به سمت چپ بوده)، پس فقط مقدار  $5$  قابل قبول است.

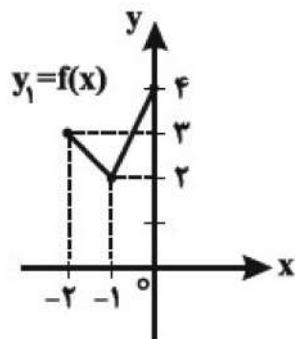


-۲۹۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از روی نمودار  $y = f(x)$ ، نمودار  $y = 2f(2x)$  را در دو مرحله‌ی الف) و ب) رسم می‌کنیم. خط  $y = \frac{4}{3}(x - 2)$  از دو نقطه‌ی  $A(0, 4)$  و  $B(-1, 1)$  عبور می‌کند.

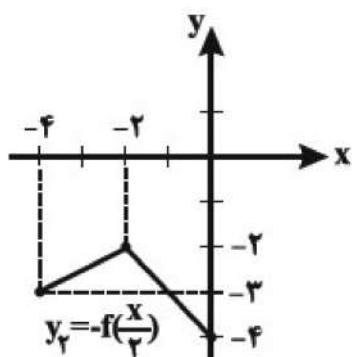


مالحظه می‌کنید که دو تابع در دو نقطه متقطع‌اند.

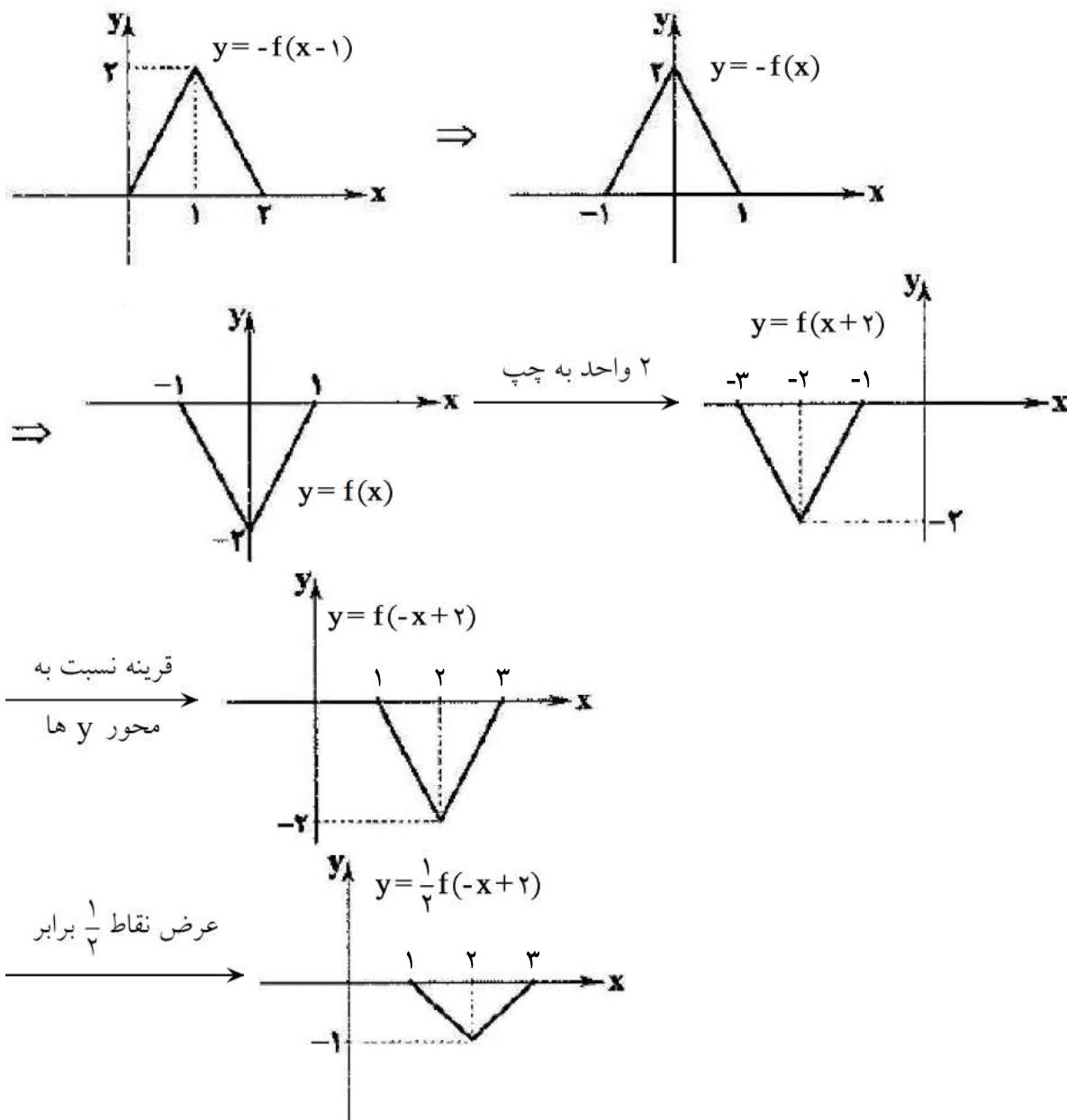
-۲۹۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا باید نمودار تابع  $y_1 = f(x)$  را به دست آوریم. برای این منظور، کافی است نمودار  $y = h(x)$  را یک واحد به سمت چپ و دو واحد به سمت بالا منتقال دهیم، بنابراین:



حال برای رسم  $y_2 = -f\left(\frac{x}{2}\right)$  کافی است نمودار تابع  $y_1 = f(x)$  را در راستای افقی دو برابر منبسط و سپس نسبت به محور X ها قرینه کنیم، در نتیجه تابع  $y_2 = -f\left(\frac{x}{2}\right)$  به صورت زیر به دست می‌آید.



- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا نمودار  $y = -f(x-1)$  را ۱ واحد به چپ منتقل کرده سپس نسبت به محور طول ها قرینه می کنیم تا نمودار  $y = f(x)$  به دست آید.

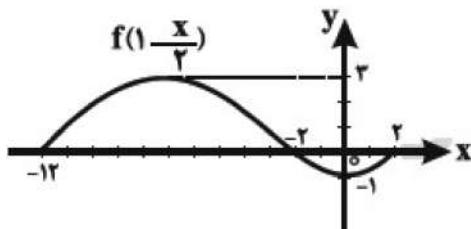


- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$-x^2 + 4x + 12 \geq 0 \Rightarrow -2 \leq x \leq 6$$

برای تابع  $f(2x)$  داریم:  $-1 \leq x \leq 2 \leq 2x \leq 6$  در نتیجه:  $-1 \leq x \leq 3$

۳۰۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا باید نمودار تابع  $f\left(1 - \frac{x}{2}\right)$  را رسم کنیم. برای این امر کافی است نمودار  $f(x+2)$  را یک واحد به سمت راست منتقل کنیم، سپس دامنه (x ها) را دو برابر و در نهایت نمودار حاصل را نسبت به محور y ها قرینه کنیم، بنابراین تابع  $f\left(1 - \frac{x}{2}\right)$  به صورت زیر به دست می آید:



حال بازه‌ای از X جزء دامنه است که به ازای آنها x و  $f\left(1 - \frac{x}{2}\right)$  هم علامت یا برابر صفر باشند.

x	-12	-2	*	2
$f\left(1 - \frac{x}{2}\right)$	X	+	-	X
$xf\left(1 - \frac{x}{2}\right)$	X	-	+	X

$$xf\left(1 - \frac{x}{2}\right) \geq 0 \Rightarrow D_y = [-2, 0] \cup \{-12, 2\}$$