



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

<p>سراسری تجربی ۹۵</p> <p>در یک دنباله اعداد، $a_1 = 1$ و برای هر $n \geq 2$ داریم: $a_n = 2a_{n-1} + 1$، جمله هشتم این دنباله، کدام است؟</p> <p>۱۲۷ (۱) ۲۴۷ (۳) ۱۵۹ (۲) ۲۵۵ (۴)</p> <p>دنباله بازگشتی $t_n = 2^n - 1 \rightarrow 1, 3, 7, 15, 31, 63, 127, 255, \dots$ $a_n = 2a_{n-1} + 1 \xrightarrow{n \geq 2}$</p> <p>نکته: اگر در یک دنباله، هر جمله را بر حسب جمله یا جملات قبل از آن بنویسیم، این دنباله را بازگشتی می گوئیم.</p>	<p>۱</p>
<p>سراسری تجربی ۹۵ - خارج از کشور</p> <p>در یک دنباله اعداد، $a_1 = 3$ و برای هر $n \geq 2$ داریم: $a_n = 2a_{n-1} - 2$، حاصل $a_8 - a_7$، کدام است؟</p> <p>۳۲ (۱) ۴۸ (۲) ۵۶ (۳) ۶۴ (۴)</p> <p>$a_n = 2a_{n-1} - 2 \xrightarrow{n \geq 2} a_1 = 3 \rightarrow 3, 4, 6, 10, 18, 34, 66, 130, \dots \rightarrow a_8 - a_7 = 130 - 66 = 64$</p>	<p>۲</p>
<p>سراسری تجربی ۹۴</p> <p>اعداد طبیعی فرد را به طریقی دسته بندی می کنیم، که تعداد جملات در هر دسته، برابر شماره آن دسته باشد. $(1), (3, 5), (7, 9, 11), \dots$ مجموع دو جمله اول و آخر دسته سی ام، کدام است؟</p> <p>۱۷۵۰ (۱) ۱۷۵۰ (۲) ۱۸۰۰ (۳) ۱۸۵۰ (۴)</p> <p>نکته: کافی است رابطه بین تعداد جملات با اولین یا آخرین جمله هر دسته را بیابیم یعنی اگر تعداد جملات هر دسته را با تعداد جملات دسته های ماقبل خود را جمع کرده و حاصل را دو برابر و با یک جمع کنیم، اولین جمله دسته بعدی به دست می آید.</p> <p>$(1), (3, 5), (7, 9, 11), (13, 15, 17, 19), (21, 23, 25, 27, 29), \dots$</p> <p>$1 + 2 = 3 \rightarrow 2(3) + 1 = 7$ $1 + 2 + 3 = 6 \rightarrow 2(6) + 1 = 13$</p> <p>$1 + 2 + 3 + 4 = 10 \rightarrow 2(10) + 1 = 21$</p> <p>$1 + 2 + 3 + \dots + 29 = \frac{29 \times 30}{2} = 435 \rightarrow 2(435) + 1 = 871$</p> <p>$1 + 2 + 3 + \dots + 30 = \frac{30 \times 31}{2} = 465 \rightarrow 2(465) + 1 = 931 \rightarrow 931 - 2 = 929$</p> <p>$871 + 929 = 1800$</p>	<p>۳</p>
<p>سراسری تجربی ۹۴ - خارج از کشور</p> <p>اعداد طبیعی را به طریقی دسته بندی می کنیم، که تعداد جملات در هر دسته، برابر شماره آن دسته باشد. $(1), (2, 3), (4, 5, 6), (7, 8, 9, 10), \dots$ مجموع جملات در دسته بیستم، کدام است؟</p> <p>۴۰۴۰ (۴) ۴۰۳۰ (۳) ۴۰۲۰ (۲) ۴۰۱۰ (۱)</p> <p>نکته: کافی است رابطه بین تعداد جملات با اولین یا آخرین جمله هر دسته را بیابیم یعنی اگر تعداد جملات هر دسته را با تعداد جملات دسته های ماقبل خود را جمع کنیم آخرین جمله آن دسته به دست می آید و سپس اگر یک واحد به</p>	<p>۴</p>

آن اضافه کنیم، اولین جملهٔ دستهٔ بعدی به دست می آید.

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1 + 2 = 3 \longrightarrow 3 + 1 = 4 \quad 1 + 2 + 3 = 6 \longrightarrow 6 + 1 = 7$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + 19 = \frac{19 \times 20}{2} = 190 \longrightarrow 190 + 1 = 191$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + 20 = \frac{20 \times 21}{2} = 210 \quad S = \frac{20}{2} (191 + 210) = 4010$$

سراسری تجربی ۹۳

به ازای یک مقدار x ، اعداد $x^2 - 2$ و $2x$ و $x^2 + 4$ ، به ترتیب سه جملهٔ اول از دنبالهٔ هندسی نزولی اند. مجموع هفت جملهٔ اول این دنباله، کدام است؟

$$\frac{127}{8} \quad (4) \quad \frac{63}{4} \quad (3) \quad \frac{125}{16} \quad (2) \quad \frac{117}{16} \quad (1)$$

$$x^2 + 4, 2x, x^2 - 2 \longrightarrow (2x)^2 = (x^2 + 4)(x^2 - 2) \longrightarrow 4x^2 = x^4 + 2x^2 - 8$$

$$x^4 - 2x^2 - 8 = 0 \longrightarrow (x^2 - 4)(x^2 + 2) = 0 \longrightarrow \begin{cases} x^2 - 4 = 0 \longrightarrow x = \pm 2 \\ x^2 + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\text{if } x = 2 \longrightarrow 8, 4, 2 \longrightarrow q = \frac{1}{2} \quad S_7 = 8 \times \frac{1 - (\frac{1}{2})^7}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{127}{8}$$

$$\text{if } x = -2 \longrightarrow 8, -4, 2 \longrightarrow \text{false}$$

سراسری تجربی ۹۳ - خارج از کشور

به ازای یک مقدار x ، اعداد $8 - x$ و x و $12 + x$ ، به ترتیب سه جملهٔ اول هندسی نزولی اند. حد مجموع جملات این دنباله، کدام است؟

$$27 \quad (4) \quad 24 \quad (3) \quad 21 \quad (2) \quad 18 \quad (1)$$

$$12 + x, x, 8 - x \longrightarrow (x)^2 = (12 + x)(8 - x) \longrightarrow x^2 + 2x - 48 = 0 \longrightarrow (x + 8)(x - 6) = 0$$

$$x = -8 \longrightarrow 4, -8, 16$$

$$x = 6 \longrightarrow 18, 6, 2 \longrightarrow q = \frac{6}{18} = \frac{1}{3} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = S_\infty = \frac{a_1}{1 - q} = \frac{18}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{18}{\frac{2}{3}} = \frac{18 \times 3}{2} = 27$$

سراسری تجربی ۹۲

جملات دوم و پنجم و دوازدهم از یک دنباله حسابی، می توانند سه جمله متوالی از دنباله هندسی باشند، قدر نسبت دنباله هندسی کدام است؟

$$\frac{7}{3} \quad (4) \quad \frac{9}{4} \quad (3) \quad \frac{7}{4} \quad (2) \quad \frac{5}{3} \quad (1)$$

$$t_x, t_y, t_z \xrightarrow{y^2=xz} (a+4d)^2 = (a+d)(a+11d) \rightarrow 5d^2 - 4ad = 0 \rightarrow d(5d - 4a) = 0$$

$$d = 0 \rightarrow \text{false}$$

$$d = \frac{4}{5}a \rightarrow \begin{cases} x = a + d = a + \frac{4}{5}a = \frac{9}{5}a \\ y = a + 4d = a + \frac{16}{5}a = \frac{21}{5}a \\ z = a + 11d = a + \frac{44}{5}a = \frac{49}{5}a \end{cases} \rightarrow q = \frac{\frac{21}{5}a}{\frac{9}{5}a} = \frac{21}{9} = \frac{7}{3}$$

نکته: اگر جملات t_m, t_n, t_k از یک دنباله حسابی، سه جمله متوالی دنباله هندسی باشند در این صورت

$$q = \frac{k-n}{n-m} \text{ قدر نسبت دنباله هندسی به صورت زیر به دست می آید.}$$

$$t_x, t_y, t_z \rightarrow q = \frac{12-5}{5-2} = \frac{7}{3}$$

سراسری تجربی ۹۲ - خارج از کشور

در یک دنباله هندسی، جمله دوم، دو برابر جمله پنجم و جمله هشتم می توانند سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی باشند. بزرگ ترین این سه عدد چند برابر کوچک ترین آن ها است؟

$$7 + 4\sqrt{3} \quad (4) \quad 5 + 4\sqrt{3} \quad (3) \quad 5 + 2\sqrt{3} \quad (2) \quad 2 + \sqrt{3} \quad (1)$$

$$t_x, 2t_y, t_z \rightarrow aq, 2aq^2, aq^3 \xrightarrow{2y=x+z} 4aq^2 = aq + aq^3 \rightarrow aq^3 - 4aq^2 + aq = 0 \xrightarrow{\div aq}$$

$$q^3 - 4q^2 + 1 = 0 \xrightarrow{q^2=t} t^2 - 4t + 1 = 0 \xrightarrow{b'=\frac{b}{2}} \Delta' = (-2)^2 - 1 = 3 \rightarrow t = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$q^3 = 2 + \sqrt{3} \quad \frac{t_z}{t_x} = \frac{aq^3}{aq} = q^2 = (q^3)^2 = (2 + \sqrt{3})^2 = 4 + 4\sqrt{3} + 3 = 7 + 4\sqrt{3}$$

سراسری تجربی ۹۰

در یک تصاعد هندسی، مجموع سه جمله متوالی ۱۹ و حاصلضرب آنها ۲۱۶ می باشد. تفاضل کوچکترین و بزرگترین این سه عدد کدام است؟

$$7 \quad (4) \quad 6 \quad (3) \quad 5 \quad (2) \quad 4 \quad (1)$$

$$\frac{a}{q}, a, aq \rightarrow \begin{cases} \frac{a}{q} + a + aq = 19 \rightarrow \frac{6}{q} + 6 + 6q = 19 \rightarrow \frac{6}{q} + 6q - 13 = 0 \xrightarrow{\times q} \\ \frac{a}{q} \times a \times aq = 216 \rightarrow a^3 = 216 \rightarrow a = 6 \end{cases}$$

$$6q^2 - 13q + 6 = 0 \xrightarrow{\Delta=25} \begin{cases} q = \frac{13+5}{12} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} \rightarrow 4, 6, 9 \\ q = \frac{13-5}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \rightarrow 9, 6, 4 \end{cases} \rightarrow 9 - 4 = 5$$

سراسری تجربی ۹۰ - خارج از کشور

در دنباله هندسی $1, 2, 4, \dots$ ، مجموع چهارده جمله اول چند برابر مجموع هفت جمله اول آن است؟

۱۲۹ (۴) ۱۲۷ (۳) ۶۳ (۲) ۶۵ (۱)

$$1, 2, 4, 8, \dots \rightarrow q = 2 \quad S_{14} = 1 \times \frac{2^{14} - 1}{2 - 1} = 2^{14} - 1 \quad S_7 = 1 \times \frac{2^7 - 1}{2 - 1} = 2^7 - 1$$

$$\frac{S_{14}}{S_7} = \frac{2^{14} - 1}{2^7 - 1} = \frac{(2^7 - 1)(2^7 + 1)}{(2^7 - 1)} = 2^7 + 1 = 128 + 1 = 129$$

۱۰

سراسری تجربی ۸۹

در یک تصاعد عددی، جمله n ام به صورت $a_n = \frac{3}{2}n - 5$ است. مجموع ۱۵ جمله اول این تصاعد کدام است؟

۱۳۵ (۴) ۱۲۰ (۳) ۱۰۵ (۲) ۹۰ (۱)

$$a_n = \frac{3}{2}n - 5 \rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{3}{2} - 5 = -\frac{7}{2} \\ a_{15} = \frac{45}{2} - 5 = \frac{35}{2} \end{cases} \rightarrow S_{15} = \frac{15}{2} \left[-\frac{7}{2} + \frac{35}{2} \right] = 105$$

۱۱

سراسری تجربی ۸۹ - خارج از کشور

مجموع n جمله اول از یک تصاعد عددی به صورت $S_n = \frac{n(n-3)}{4}$ است. مجموع جملاتی از این تصاعد که از

جمله بیست و پنجم شروع و به جمله سی و پنجم ختم شوند، کدام است؟

۱۵۴ (۴) ۱۴۸ (۳) ۱۴۵ (۲) ۱۳۲ (۱)

$$t_{25} + t_{26} + \dots + t_{35} = S_{35} - S_{24} = \frac{35(35-3)}{4} - \frac{24(24-3)}{4} = 280 - 126 = 154$$

۱۲

<p>سراسری تجربی ۸۸</p> <p>در یک تصاعد عددی، جملات سوم و هفتم و نهم، می توانند سه جمله متوالی از تصاعد هندسی باشند. چندمین جمله این تصاعد، صفر است؟</p> <p>۹ (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴)</p> $t_x, t_y, t_z \xrightarrow{y^2=xz} (a+6d)^2 = (a+2d)(a+8d) \longrightarrow a^2 + 12ad + 36d^2 = a^2 + 10ad + 16d^2$ $2ad + 20d^2 = 0 \longrightarrow ad + 10d^2 = 0 \longrightarrow d(a + 10d) = 0 \xrightarrow{d \neq 0} a + 10d = 0 \longrightarrow t_{11} = 0$	<p>۱۳</p>
<p>سراسری تجربی ۸۸ - خارج از کشور</p> <p>در یک تصاعد عددی، جمله هفتم نصف جمله سوم است. مجموع چند جمله اول از این تصاعد، برابر صفر است؟</p> <p>۱۸ (۱) ۱۹ (۲) ۲۰ (۳) ۲۱ (۴)</p> $\begin{cases} t_7 = \frac{1}{2}t_3 \longrightarrow a + 6d = \frac{1}{2}(a + 2d) \xrightarrow{\times 2} 2a + 12d = a + 2d \longrightarrow a = -10d \\ S_n = 0 \longrightarrow \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = 0 \xrightarrow{n \neq 0} 2a + (n-1)d = 0 \longrightarrow -20d + nd - d = 0 \\ -21d + nd = 0 \longrightarrow d(-21 + n) = 0 \xrightarrow{d \neq 0} -21 + n = 0 \longrightarrow n = 21 \end{cases}$	<p>۱۴</p>
<p>سراسری تجربی ۸۵</p> <p>مجموع اعداد طبیعی فرد بخش پذیر بر ۳ و کوچکتر از ۱۰۱ کدام است؟</p> <p>۸۱۶ (۱) ۸۵۲ (۲) ۸۶۷ (۳) ۸۸۴ (۴)</p> <p>۳, ۶, ۹, ..., ۹۹ $\longrightarrow 99 = 3 + 3n - 3 \longrightarrow n = 33$</p> <p>از این اعداد ۱۶ عدد زوج و ۱۷ عدد فرد هستند که بر ۳ بخش پذیرند.</p> $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \longrightarrow S_{17} = \frac{17}{2}(3 + 99) = 867$	<p>۱۵</p>
<p>سراسری تجربی ۸۵ - خارج از کشور</p> <p>در بیست جمله اول از تصاعد عددی، مجموع جملات ردیف فرد ۱۳۵ و مجموع جملات ردیف زوج ۱۵۰ می باشد. جمله اول کدام است؟</p> <p>۰ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)</p> $\begin{cases} t_1 + t_3 + \dots + t_{19} = 135 \\ t_2 + t_4 + \dots + t_{20} = 150 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 10a + 90d = 135 \\ 10a + 100d = 150 \end{cases} \longrightarrow d = 1/5 \longrightarrow a = 0$	<p>۱۶</p>
<p>سراسری تجربی ۸۲</p> <p>در یک تصاعد عددی جمله پنجم برابر ۳ و هر جمله از جمله ما قبل خود به اندازه $\frac{1}{2}$ کمتر است، مجموع ۱۰ جمله اول آن کدام است؟</p> <p>۲۲/۵ (۱) ۲۵ (۲) ۲۷/۵ (۳) ۳۰ (۴)</p>	<p>۱۷</p>

$$t_5 = 3, d = -\frac{1}{2} \rightarrow t_5 = a_1 + 4d \rightarrow 3 = a_1 + 4(-\frac{1}{2}) \rightarrow a_1 = 5 \quad t_{10} = 5 - \frac{9}{2} = \frac{1}{2}$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + t_n) \rightarrow S_{10} = \frac{10}{2}(5 + \frac{1}{2}) = \frac{55}{2} = 27\frac{1}{2}$$

سراسری تجربی ۸۱

مجموع تمام اعداد طبیعی بخش پذیر بر ۶ بین دو عدد ۱۰۰ و ۲۰۰ کدام است؟

- ۲۴۲۰ (۱) ۲۴۵۰ (۲) ۲۵۲۰ (۳) ۲۵۵۰ (۴)

۱۸

$$102 \leq 6k \leq 198 \rightarrow 17 \leq k \leq 32 \rightarrow n = 17$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \rightarrow S_{17} = \frac{17}{2}(102 + 198) = 2550$$

سراسری تجربی ۸۰

در یک تصاعد عددی، مجموع ۱۲ جمله اول آن ۱۳۸ و جمله ششم آن ۱۰ است. جمله اول این تصاعد کدام است؟

- ۵ (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) -۲ (۴)

۱۹

$$\begin{cases} S_{12} = 138 \rightarrow 6[2a_1 + 11d] = 138 \rightarrow 2a_1 + 11d = 23 \\ t_6 = 10 \rightarrow a_1 + 5d = 10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2a_1 + 11d = 23 \\ a_1 + 5d = 10 \end{cases} \rightarrow a_1 = -5$$

سراسری تجربی ۷۹

مجموع هشت جمله اول از تصاعد حسابی برابر ۲ و جمله یازدهم آن برابر ۱۰ می باشد، قدر نسبت این تصاعد کدام است؟

- $\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴)

۲۰

$$\begin{cases} S_8 = 2 \rightarrow 4[2a_1 + 7d] = 2 \rightarrow 2a_1 + 7d = \frac{1}{2} \\ t_{11} = 10 \rightarrow a_1 + 10d = 10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2a_1 + 14d = 1 \\ a_1 + 10d = 10 \end{cases} \rightarrow d = \frac{3}{2}$$

سراسری تجربی ۷۱

اگر $a+14$ و 21 و a سه جمله متوالی یک دنباله حسابی با جمله اول a باشند، جمله چهارم آن کدام است؟

- ۲۸ (۱) ۳۵ (۲) ۴۳ (۳) ۴۹ (۴)

۲۱

$$a, 21, a+14 \rightarrow a + a + 14 = 42 \rightarrow 2a = 28 \rightarrow a = 14 \rightarrow 14, 21, 28, 35, \dots$$

$$1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

نکته ۱: مجموع اعداد طبیعی متوالی از ۱ تا n :

$$2+4+6+\dots+2n = n(n+1)$$

نکته ۲: مجموع اعداد طبیعی زوج از ۲ تا 2n :

$$1+3+5+\dots+(2n-1) = n^2$$

نکته ۳: مجموع اعداد طبیعی فرد از ۱ تا 2n-1 :

(سید علی موسوی ۰۹۱۵۳۲۱۵۶۱۴)

ایمیل: seyedalimousavi48@gmail.com

همکاران و دانش آموزان عزیز قبل از مطالعه هزینه این جزوات را پرداخت کنید و هزینه آن یک صلوات و یک فاتحه برای روح پدرم است .

با تشکر : سید علی موسوی