



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی**

**سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور**

**نمونه سوالات امتحانات ریاضی**

**نرم افزارهای ریاضیات**

...و

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

سراسری ریاضی ۹۵

اگر  $\alpha = \sqrt[4]{3\sqrt{2}-4}$  و  $\beta = \sqrt[4]{3\sqrt{2}+4}$  باشند، حاصل عبارت  $(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta)$ ، کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳)  $6\sqrt{2}$  (۴)  $7\sqrt{2}$

نکته: رادیکال های مرکب  $\sqrt{a+\sqrt{b}} \xrightarrow{k^2=a^2-b} \sqrt{\frac{a+k}{2}} + \sqrt{\frac{a-k}{2}}$

$$(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta) = \alpha^4 + \beta^4 - \alpha^2\beta^2 = 3\sqrt{2} - 4 + 3\sqrt{2} + 4 + \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$

$$\alpha^2\beta^2 = \sqrt{3\sqrt{2}-4} \times \sqrt{3\sqrt{2}+4} = \sqrt{18-16} = \sqrt{2}$$

سراسری ریاضی ۹۵ - خارج از کشور

حاصل عبارت  $\sqrt[6]{12} \times \sqrt[4]{54} \times \sqrt[3]{2^4 \sqrt{6}}$ ، کدام است؟

- (۱)  $6\sqrt{2}$  (۲)  $3\sqrt[3]{32}$  (۳)  $2\sqrt[3]{9}$  (۴) ۶

$$\sqrt[6]{12} \times \sqrt[4]{54} \times \sqrt[3]{2^4 \sqrt{6}} = (2^2 \times 3)^{\frac{1}{6}} \times (2 \times 3^3)^{\frac{1}{4}} \times (2^5 \times 3)^{\frac{1}{12}} = 2^{\frac{2}{6}} \times 3^{\frac{1}{6}} \times 2^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{3}{4}} \times 2^{\frac{5}{12}} \times 3^{\frac{1}{12}} = 6$$

سراسری ریاضی ۹۵ - خارج از کشور

در دنباله های حسابی  $2, 9, 16, 23, \dots$  و  $12, 17, 22, 27, \dots$  چند عدد سه رقمی مشترک کوچک تر از ۳۰۰ موجود است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

$$a_n: 2, 9, 16, 23, 30, 37, \dots \longrightarrow d' = 7 \longrightarrow d = [7, 5] = 35, t_1 = 37$$

$$b_n: 12, 17, 22, 27, 32, 37, \dots \longrightarrow d'' = 5$$

$$n_1 = \left\lfloor \frac{300}{35} \right\rfloor = 8 \quad n_2 = \left\lfloor \frac{99}{35} \right\rfloor = 2 \longrightarrow n = 8 - 2 = 6$$

$$t_n = 37 + (n-1)(35) \longrightarrow t_n = 35n + 2 \quad 37, 72, 107, \dots, 282 \longrightarrow n = 8 - 2 = 6$$

سراسری ریاضی ۹۴

جملات دنباله  $2/39, 2/399, 2/3999, 2/39999, \dots$ ، به یک عدد ثابت و گویا بسیار نزدیک می شود. جمله دهم دنباله تفاضل آنها از این عدد ثابت، کدام است؟

- (۱)  $10^{-11}$  (۲)  $10^{-10}$  (۳)  $10^{-9}$  (۴)  $2 \times 10^{-10}$

دنباله تفاضلات به صورت زیر است:

$$a_1 = 2/4 - 2/39 = 0/01 = 10^{-2} \quad a_2 = 2/4 - 2/399 = 0/001 = 10^{-3}$$

$$a_3 = 2/4 - 2/3999 = 0/0001 = 10^{-4} \quad a_{10} = 10^{-11}$$

سراسری ریاضی ۹۴ - خارج از کشور

دنباله اعداد  $1/45, 1/4545, 1/454545, \dots$  به عدد ثابت و گویای  $A$  بسیار نزدیک می شود. عدد  $\frac{1}{A}$  دارای چند رقم اعشاری است؟

۷ (۴)                      ۶ (۳)                      ۵ (۲)                      ۴ (۱)

$a_1 = 1/45$        $a_2 = 1/4545$        $a_3 = 1/454545$        $a_n = 1/454545\dots\dots$

$$A = 1/\overline{45} = \frac{145}{99} \longrightarrow \frac{1}{A} = \frac{99}{145} = 0/6875$$

سراسری ریاضی ۹۴ - خارج از کشور

در دو دنباله حسابی به صورت های  $2, 7, 12, \dots$  و  $8, 11, 14, \dots$  چند عدد سه رقمی مشترک وجود دارد؟

۶۱ (۴)                      ۶۰ (۳)                      ۵۹ (۲)                      ۵۸ (۱)

$a_n: 2, 7, 12, 17, 22, \dots \longrightarrow d' = 5$   
 $b_n: 8, 11, 14, 17, 20, \dots \longrightarrow d'' = 3$

$\longrightarrow d = [5, 3] = 15, t_1 = 17 \longrightarrow n_1 = \left[ \frac{999}{15} \right] = 66$

$n_2 = \left[ \frac{99}{15} \right] = 6 \longrightarrow n = 66 - 6 = 60$

$t_n = 17 + (n-1)(15) \longrightarrow t_n = 15n + 2$        $17, 32, 47, \dots \longrightarrow n = 60$

سراسری ریاضی ۹۳

حاصل عبارت  $\sqrt[3]{2\sqrt{2}} \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3})$ ، کدام است؟

$2\sqrt{3}$  (۴)                       $1 + \sqrt{3}$  (۳)                      ۲ (۲)                       $\sqrt{3}$  (۱)

نکته: رادیکال های مرکب

$$\sqrt{a+\sqrt{b}} \xrightarrow{k^2=a^2-b} \sqrt{\frac{a+k}{2}} + \sqrt{\frac{a-k}{2}}$$

$$(\sqrt{2}-\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3}) \cdot \sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right) \times \sqrt{2} = \left(\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right) \times \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{2}-\sqrt{3} \xrightarrow{k^2=4-3=1 \longrightarrow k=1} \sqrt{\frac{2+1}{2}} - \sqrt{\frac{2-1}{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{2}+\sqrt{3} \xrightarrow{k^2=4-3=1 \longrightarrow k=1} \sqrt{\frac{2+1}{2}} + \sqrt{\frac{2-1}{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \sqrt[3]{\sqrt{2^3}} = \sqrt{2}$$

سراسری ریاضی ۹۳

حاصل عبارت  $\frac{t^{11} + t^{10} + t^9 + \dots + t + 1}{t^9 + t^6 + t^3 + 1}$  ، به ازای  $t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$  ، کدام است ؟

- (۱) ۲      (۲) ۳      (۳) ۴      (۴) ۵

۸

$$1 + t + \dots + t^9 + t^{10} + t^{11} \xrightarrow[q=t]{a=1} S_{12} = 1 \times \frac{1-t^{12}}{1-t} \longrightarrow \frac{S_{12}}{S_4} = \frac{1-t^{12}}{1-t} = \frac{(1-t)(1+t+t^2)}{1-t}$$

$$1 + t^3 + t^6 + t^9 \xrightarrow[q=t^3]{a=1} S_4 = 1 \times \frac{1-t^{12}}{1-t^3}$$

$$\frac{S_{12}}{S_4} = t^2 + t + 1 = \left(t + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \longrightarrow \frac{S_{12}}{S_4} = \left(\frac{-1 + \sqrt{5}}{2} + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = 2$$

سراسری ریاضی ۹۳ - خارج از کشور

اگر حاصل عبارت  $\sqrt[3]{\sqrt{2}} \times \sqrt[4]{(2 + \sqrt{3})^3} \times (2 - \sqrt{3})^{\frac{2}{3}}$  ، به صورت  $\sqrt[3]{A}$  باشد ، A کدام است ؟

- (۱)  $\sqrt{3} - 1$       (۲)  $\sqrt{3}$       (۳) ۲      (۴)  $\sqrt{3} + 1$

۹

$$\sqrt[3]{A} = (2 - \sqrt{3})^{\frac{2}{3}} (2 + \sqrt{3})^{\frac{4}{3}} \times \sqrt[3]{\sqrt{2}} \longrightarrow A = (2 - \sqrt{3})^2 (2 + \sqrt{3})^4 \times \sqrt{2}$$

$$A = (2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{2}} (2 - \sqrt{3})^4 (2 + \sqrt{3})^4 \times \sqrt{2} \longrightarrow A = \sqrt{2 - \sqrt{3}} \times \sqrt{2} = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$$

$$A = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} \xrightarrow[k^2=16-12=4]{k^2=16-12=4} k=2 \longrightarrow A = \sqrt{\frac{4+2}{2}} - \sqrt{\frac{4-2}{2}} = \sqrt{3} - 1$$

سراسری ریاضی ۹۳ - خارج از کشور

حاصل عبارت  $\frac{t^8 - t^7 + t^6 - \dots - t + 1}{t^6 - t^3 + 1}$  ، به ازای  $t = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$  ، کدام است ؟

- (۱) ۳      (۲) ۴      (۳) ۵      (۴) ۶

۱۰

$$1 - t + t^2 - \dots + t^6 - t^7 + t^8 \xrightarrow[q=-t]{a=1} S_9 = 1 \times \frac{1+t^9}{1+t} \longrightarrow \frac{S_9}{S_3} = \frac{1+t^9}{1+t} = \frac{(1+t)(1-t+t^2)}{1-t}$$

$$1 - t^3 + t^6 \xrightarrow[q=-t^3]{a=1} S_3 = 1 \times \frac{1+t^9}{1+t^3}$$

$$\frac{S_9}{S_3} = t^2 - t + 1 = \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \longrightarrow \frac{S_9}{S_3} = \left(\frac{1 + \sqrt{17}}{2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = 5$$

<p>سراسری ریاضی ۹۱ - خارج از کشور</p> <p>اعداد طبیعی فرد را به طریقی دسته بندی می کنیم که تعداد جملات هر دسته برابر با شماره آن دسته باشد ، ....., (۱), (۳, ۵), (۷, ۹, ۱۱), (۱) جمله آخر در دسته بیستم کدام است ؟</p> <p>۴۱۵ (۱)      ۴۲۱ (۳)      ۴۱۹ (۲)      ۴۲۳ (۴)</p> <p>اعداد طبیعی فرد به صورت <math>n = 2k - 1, k \in \mathbb{N}</math> در نظر می گیریم . تعداد اعداد به کار رفته از دسته اول تا دسته بیستم برابر است :</p> $1 + 2 + 3 + \dots + 20 = \frac{20 \times 21}{2} = 210 \quad n = 2 \times 210 - 1 = 419$	<p>۱۱</p>
<p>سراسری ریاضی ۹۱ - خارج از کشور</p> <p>بین دو عدد ۳۲۴ و ۴ ، سه عدد چنان درج شده است که پنج عدد حاصل تشکیل یک دنباله هندسی دهند ، مجموع این پنج عدد مثبت کدام است ؟</p> <p>۴۸۲ (۱)      ۴۸۴ (۲)      ۴۸۶ (۳)      ۴۸۸ (۴)</p> <p><math>t_1</math>      <math>t_5</math>  <math>\boxed{4} \quad \boxed{\quad} \quad \boxed{\quad} \quad \boxed{\quad} \quad \boxed{324}</math>      <math>t_5 = a \times q^4 \rightarrow 324 = 4 \times q^4 \rightarrow q^4 = 81 \xrightarrow{q &gt; 0} q = 3</math></p> $S_5 = a \times \frac{q^5 - 1}{q - 1} \rightarrow S_5 = 4 \times \frac{3^5 - 1}{3 - 1} = 484$	<p>۱۲</p>
<p>سراسری ریاضی ۹۰</p> <p>در یک تصاعد عددی ، مجموع بیست جمله اول سه برابر مجموع دوازده جمله اول آن است . اگر جمله سوم برابر ۶ باشد جمله دهم کدام است ؟</p> <p>۳۲ (۱)      ۳۶ (۲)      ۳۴ (۳)      ۳۸ (۴)</p> $\begin{cases} S_{20} = 3S_{12} \rightarrow 2a + d = 0 \\ t_3 = 6 \rightarrow a + 2d = 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2a + d = 0 \\ a + 2d = 6 \end{cases} \rightarrow a = -2, d = 4 \rightarrow t_{10} = -2 + 36 = 34$	<p>۱۳</p>
<p>سراسری ریاضی ۹۰ - خارج از کشور</p> <p>مجموع <math>n</math> جمله اول از یک دنباله عددی به صورت <math>S_n = \frac{n(n-15)}{6}</math> است . در این دنباله ، مجموع جملات با شروع از جمله هفتم و ختم به جمله هجدهم ، کدام است ؟</p> <p>۹ (۱)      <math>\frac{29}{3}</math> (۲)      <math>\frac{49}{3}</math> (۳)      ۱۸ (۴)</p> $t_7 + t_8 + \dots + t_{18} = S_{18} - S_6 = \frac{18(18-15)}{6} - \frac{6(6-15)}{6} = 9 + 9 = 18$ <p><b>نکته:</b> در دنباله حسابی همواره داریم: <math>t_n = S_n - S_{n-1}</math></p>	<p>۱۴</p>

سراسری ریاضی ۸۹

در یک تصاعد هندسی، مجموع سه جمله اول ۱۳۶ و مجموع شش جمله اول آن ۱۵۳ می باشد. جمله اول چند برابر جمله پنجم است؟

۱۶ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

(۱)  $\frac{8}{16}$ 

$$\frac{S_{2n}}{S_n} = q^n + 1 \quad \text{نکته:}$$

۱۵

$$\begin{cases} S_3 = 136 \\ S_6 = 153 \end{cases} \rightarrow \frac{S_6}{S_3} = \frac{153}{136} \rightarrow \frac{1-q^6}{1-q^3} = \frac{9 \times 17}{8 \times 17} \rightarrow 1+q^3 = \frac{9}{8} \rightarrow q^3 = \frac{1}{8}$$

$$q = \frac{1}{2} \quad \frac{t_1}{t_5} = \frac{t_1}{t_1 \times q^4} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^4} = 16$$

سراسری ریاضی ۸۹ - خارج از کشور

در یک تصاعد هندسی صعودی به صورت  $4, a, 9, b, \dots$ ، مجموع شش جمله اول، کدام است؟

۸۳  $\frac{1}{8}$  (۴)۸۲  $\frac{3}{8}$  (۳)۸۱  $\frac{7}{8}$  (۲)(۱)  $\frac{3}{8}$ 

۱۶

$$\begin{matrix} t_1 & t_2 & t_3 \\ 4, a, 9, b, \dots \end{matrix} \rightarrow \frac{t_3}{t_1} = \frac{9}{4} \rightarrow \frac{t_1 \times q^2}{t_1} = \frac{9}{4} \rightarrow q^2 = \frac{9}{4} \xrightarrow{q > 0} q = \frac{3}{2}$$

$$S_6 = 4 \times \frac{1 - \left(\frac{3}{2}\right)^6}{1 - \frac{3}{2}} = 4 \times \frac{1 - \frac{729}{64}}{-\frac{1}{2}} = -8 \times \frac{-665}{64} = \frac{665}{8} = 83 \frac{1}{8}$$

سراسری ریاضی ۸۸

در یک تصاعد هندسی، مجموع جملات اول و سوم برابر ۱ و مجموع چهار جمله اول آن ۳ می باشد، مجموع ۶ جمله اول، کدام است؟

۱۳/۴ (۴)

۱۲/۶ (۳)

۱۱/۲ (۲)

(۱) ۱۰/۸

۱۷

$$\begin{cases} t_1 + t_3 = 1 \rightarrow t_1 + t_1 q^2 = 1 \\ t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = 3 \end{cases} \rightarrow t_1 + t_1 q + t_1 q^2 + t_1 q^3 = 3 \rightarrow 1 + t_1 q + t_1 q^3 = 3 \rightarrow q(t_1 + t_1 q^2) = 2 \rightarrow q = 2$$

$$t_1 + t_1 q^2 = 1 \rightarrow 5t_1 = 1 \rightarrow t_1 = \frac{1}{5}$$

$$S_6 = t_1 \times \frac{1-q^6}{1-q} \longrightarrow S_6 = \frac{1}{5} \times \frac{1-64}{1-2} = \frac{63}{5} = 12.6$$

سراسری ریاضی ۸۸ - خارج از کشور

بین دو عدد ۲ و  $16\sqrt{2}$  ، شش عدد چنان درج شده اند که هشت عدد حاصل ، تصاعد هندسی تشکیل داده اند .  
مجموع این هشت عدد ، کدام است ؟

۱۸

(۱)  $30(2+\sqrt{2})$  (۲)  $48\sqrt{2}$  (۳)  $30(1+\sqrt{2})$  (۴)  $30(2+\sqrt{2})$

$$t_1, \square, \square, \square, \square, \square, 16\sqrt{2} \xrightarrow{t_8} t_8 = t_1 \times q^7 \longrightarrow 16\sqrt{2} = 2 \times q^7 \longrightarrow q^7 = 8\sqrt{2}$$

$$q^7 = \sqrt{2^7} \longrightarrow q = \sqrt[7]{\sqrt{2^7}} \longrightarrow q = \sqrt{2}$$

$$S_8 = t_1 \times \frac{1-q^8}{1-q} \longrightarrow S_8 = 2 \times \frac{1-16}{1-\sqrt{2}} = \frac{-30}{1-\sqrt{2}} = \frac{30}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = 30(\sqrt{2}+1)$$

سراسری ریاضی ۸۷

اعداد  $2^a$  ،  $4\sqrt{2}$  و  $2^b$  ، سه جمله متوالی از تصاعد هندسی اند . واسطه عددی بین  $a$  و  $b$  ، کدام است ؟

(۱)  $2/5$  (۲)  $2$  (۳)  $1/5$  (۴)  $\sqrt{2}$

$$2^a, 4\sqrt{2}, 2^b \longrightarrow 2^a \times 2^b = (4\sqrt{2})^2 \longrightarrow 2^{a+b} = 2^5 \longrightarrow a+b=5$$

$$\frac{a+b}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$$

۱۹

سراسری ریاضی ۸۷ - خارج از کشور

در یک دنباله عددی ، جملات اول ، پنجم و یازدهم به ترتیب سه جمله متوالی از تصاعد هندسی صعودی اند .  
قدر نسبت تصاعد هندسی ، کدام است ؟

(۱)  $\frac{6}{5}$  (۲)  $\frac{5}{4}$  (۳)  $\frac{4}{3}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

اگر جملات متوالی دنباله هندسی را  $a, aq, aq^2$  در نظر بگیریم ، آن گاه جملات دنباله حسابی  $t_1 = a$  و  $t_5 = aq$  و

$$t_{11} = aq^2 \text{ می باشند ، که با استفاده از فرمول دنباله حسابی } d = \frac{t_m - t_n}{m - n} \text{ داریم :}$$

$$t_1 = a, t_5 = a + 4d, t_{11} = a + 10d \longrightarrow (a + 4d)^2 = a(a + 10d) \longrightarrow a = 8d$$

$$q = \frac{t_5}{t_1} = \frac{a + 4d}{a} = \frac{12d}{8d} = \frac{3}{2} \quad t_1, t_5, t_{11} \longrightarrow q = \frac{11-5}{5-1} = \frac{3}{2}$$

۲۰

سراسری ریاضی ۸۶

تصادف هندسی  $2, x, \frac{1}{2}, 0, \dots$  غیر نزولی است، مجموع شش جمله اول آن، کدام است؟

- (۱)  $\frac{41}{32}$  (۲)  $\frac{21}{16}$  (۳)  $\frac{11}{8}$  (۴)  $\frac{23}{16}$

۲۱

**نکته:** چون دنباله هندسی داده شده غیر نزولی (غیر یکنوا) است در نتیجه قطعاً  $q < 0$  می باشد.

$$2, x, \frac{1}{2}, \dots \xrightarrow{t_1} \frac{t_3}{t_1} = q^{3-1} \xrightarrow{t_2} q^2 = \frac{1}{4} \xrightarrow{q < 0} q = -\frac{1}{2}$$

$$S_6 = a \times \frac{1-q^6}{1-q} = 2 \times \frac{63}{\frac{3}{2}} = \frac{21}{16}$$

سراسری ریاضی ۸۶ - خارج از کشور

اعداد  $1, x, y, \frac{5}{2}$  به ترتیب چهار جمله اول از یک تصاعد عددی اند. مجموع پانزده جمله اول این تصاعد، کدام است؟

- (۱) ۵۷ (۲)  $\frac{62}{5}$  (۳)  $\frac{67}{5}$  (۴) ۶۸

۲۲

$$1, x, y, \frac{5}{2} \xrightarrow{t_1} d = \frac{t_4 - t_1}{4-1} = \frac{\frac{5}{2} - 1}{3} \xrightarrow{t_2} d = \frac{1}{2}$$

$$S_{15} = \frac{15}{2} \left[ 2(1) + 14\left(\frac{1}{2}\right) \right] = \frac{15}{2} [2 + 7] = \frac{135}{2} = \frac{67}{5}$$

سراسری ریاضی ۸۵

در یک تصاعد هندسی، مجموع هشت جمله اول  $\frac{5}{4}$  مجموع چهار جمله اول آن است، جمله هفتم چند برابر جمله اول است؟

- (۱)  $\frac{1}{16}$  (۲)  $\frac{1}{8}$  (۳)  $\frac{5}{32}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

۲۳

$$S_8 = \frac{5}{4} S_4 \xrightarrow{a} a \times \frac{1-q^8}{1-q} = \frac{5}{4} \times a \times \frac{1-q^4}{1-q} \xrightarrow{a} 1-q^8 = \frac{5}{4} (1-q^4)$$

$$1+q^4 = \frac{5}{4} \xrightarrow{q^4} q^4 = \frac{1}{4} \xrightarrow{q^2} q^2 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{t_7}{t_1} = \frac{t_1 \times q^6}{t_1} = q^6 = (q^2)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$



سراسری ریاضی ۸۵ - خارج از کشور

در یک تصاعد عددی، مجموع چهار جمله اول ۱۵ و مجموع پنج جمله بعدی آن ۳۰ می باشد، جمله یازدهم این تصاعد کدام است؟

۹ (۴)                      ۸/۵ (۳)                      ۸ (۲)                      ۷/۵ (۱)

۲۴

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = 15 \longrightarrow S_4 = 15 \longrightarrow 2(2a + 3d) = 15 \longrightarrow 2a + 3d = 7/5$$

$$t_5 + t_6 + t_7 + t_8 + t_9 = 30 \longrightarrow S_9 = 45 \longrightarrow 4/5(2a + 8d) = 45 \longrightarrow 2a + 8d = 10$$

$$\begin{cases} 2a + 3d = 7/5 \\ 2a + 8d = 10 \end{cases} \longrightarrow d = \frac{1}{2}, a = 3 \quad t_{11} = 3 + 5 = 8$$

سراسری ریاضی ۸۴

اعداد  $2p+3$ ،  $3p+4$ ،  $5p-1$  سه جمله متوالی یک تصاعد عددی هستند. قدر نسبت این تصاعد کدام است؟

۷ (۴)                      ۶ (۳)                      ۵ (۲)                      ۴ (۱)

۲۵

$$2p+3, 3p+4, 5p-1 \longrightarrow 2p+3+5p-1 = 6p+8 \longrightarrow p=6$$

$$15, 22, 29 \longrightarrow d = 22 - 15 = 7$$

سراسری ریاضی ۸۴

به ازای کدام مقدار  $m$ ، عدد  $\frac{1}{8}$  واسطه عددی بین دو ریشه حقیقی معادله  $(m^2 - 4)x^2 - 3x + m = 0$  است؟

-۴ (۴)                      ۴ (۳)                      -۳ (۲)                      ۳ (۱)

۲۶

$$(m^2 - 4)x^2 - 3x + m = 0 \xrightarrow{\alpha, \beta} S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \longrightarrow \alpha + \beta = -\frac{-3}{m^2 - 4} = \frac{3}{m^2 - 4}$$

$$a, b, c \longrightarrow b = \frac{a+c}{2} \longrightarrow \frac{a+c}{2} = \frac{1}{8} \longrightarrow a+b = \frac{1}{4} \longrightarrow \frac{3}{m^2 - 4} = \frac{1}{4}$$

$$m^2 = 16 \longrightarrow m = \pm 4$$

جواب  $m = 4$  قابل قبول نیست، چون معادله  $12x^2 - 3x + 4 = 0$  ریشه حقیقی ندارد.

سراسری ریاضی ۸۴ - خارج از کشور

تفاضل جمله دهم از جمله دوازدهم یک تصاعد عددی ۵ و مجموع جمله دهم و دوازدهم ۲۵ است. جمله بیست و یکم این تصاعد، کدام است؟

۳۸/۵ (۴)                      ۳۷/۵ (۳)                      ۳۶ (۲)                      ۳۵ (۱)

۲۷

$$\begin{cases} t_{12} - t_{10} = 5 \longrightarrow d = \frac{t_{12} - t_{10}}{12 - 10} \longrightarrow d = \frac{5}{2} \\ t_{10} + t_{12} = 25 \longrightarrow 2t_{11} = 25 \longrightarrow t_{11} = \frac{25}{2} \end{cases} \longrightarrow t_{21} = t_{11} + 10d \longrightarrow t_{21} = 37/5$$

سراسری ریاضی ۸۴ - خارج از کشور

اعداد طبیعی را به طریقی دسته بندی می کنیم که آخرین جمله هر دسته ، مجذور کامل باشد  
 .....، (۱)، (۲، ۳، ۴)، (۵، ۶، ۷، ۸، ۹)، (۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹)، (۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰)، ...

(۱) ۱۶۹۱ (۲) ۱۷۱۰ (۳) ۱۷۲۹ (۴) ۱۷۴۸

$$(1), (2, 3, 4), (5, 6, 7, 8, 9), \dots, (65, 66, 67, \dots, 81), (82, 83, 84, \dots, 100)$$

$$1^2 \quad 2^2 \quad 3^2 \quad 4^2 \quad 5^2 \quad 6^2 \quad 7^2 \quad 8^2 \quad 9^2 \quad 10^2$$

$$1 \quad 2 \times 2 - 1 = 3 \quad 3 \times 2 - 1 = 5 \quad 4 \times 2 - 1 = 7 \quad 5 \times 2 - 1 = 9 \quad 6 \times 2 - 1 = 11 \quad 7 \times 2 - 1 = 13 \quad 8 \times 2 - 1 = 15 \quad 9 \times 2 - 1 = 17 \quad 10 \times 2 - 1 = 19$$

تعداد جملات در هر دسته ، دسته اول  $1 \times 2 - 1 = 1$  و دسته دوم  $2 \times 2 - 1 = 3$  و  $2^2$  و

دسته سوم  $3 \times 2 - 1 = 5$  و دسته دهم  $10 \times 2 - 1 = 19$  می باشد .

با توجه به صورت مسئله ، جملات دسته دهم به صورت زیر است .  $\{a_n\}: (82, 83, 84, \dots, 100)$

که یک دنباله حسابی متناهی با جمله اول  $a = 82$  و قدر نسبت  $d = 1$  و  $a_{19} = 100$  می باشد ، پس مجموع این

$$S_{19} = \frac{19}{2} [82 + 100] = 1729$$

۲۸

سراسری ریاضی ۸۴ - خارج از کشور

به ازای کدام مقدار  $m$  ، عدد  $\sqrt{2}$  واسطه هندسی بین ریشه های حقیقی معادله  $mx^2 - 5x + m^2 - 3 = 0$  است ؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) -۳

$$a, b, c \longrightarrow b^2 = a.c \longrightarrow b = \sqrt{a.c} \longrightarrow \sqrt{2} = \sqrt{a.c} \longrightarrow a.c = 2$$

$$mx^2 - 5x + m^2 - 3 = 0 \xrightarrow{\alpha, \beta} P = \alpha.\beta = \frac{m^2 - 3}{m}$$

$$\frac{m^2 - 3}{m} = 2 \longrightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \longrightarrow (m - 3)(m + 1) = 0 \longrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -1 \end{cases}$$

جواب  $m = 3$  قابل قبول نیست چون معادله  $3x^2 - 5x + 6 = 0$  ریشه حقیقی ندارد .

۲۹

سراسری ریاضی ۸۳

در یک تصاعد عددی با جمله اول  $a$  ، اگر یک واحد به قدر نسبت جملات افزوده شود ، آن گاه به مجموع  $20$  جمله اول چقدر افزوده خواهد شد ؟

(۱) ۱۶۰ (۲) ۱۷۰ (۳) ۱۸۰ (۴) ۱۹۰

$$a, a + d, a + 2d, \dots \longrightarrow S_{20} = 10[2a + 19d]$$

$$a, a + d + 1, a + 2d + 2, \dots \longrightarrow S'_{20} = 10[2a + 19(d + 1)] = 10[2a + 19d + 19]$$

$$S'_{20} = 10[2a + 19d] + 190 \longrightarrow S'_{20} = S_{20} + 190$$

۳۰

( سید علی موسوی ۰۹۱۵۳۲۱۵۶۱۴ )

ایمیل: [seyedalimousavi48@gmail.com](mailto:seyedalimousavi48@gmail.com)