سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)
https://t.me/riazisara

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)
https://www.instagram.com/riazisara.ir

هوالحق

"ریاضی۱"

((چهل تست))

تمامی تست های سراسری،سنجش و گزینه۲ ازسال۸۰ الی ۹۸

علی فقیهی

دبیر ریاضی ناحیه ٤ استان قم

۰۹۱۹۸۶۹۰٤۵۰

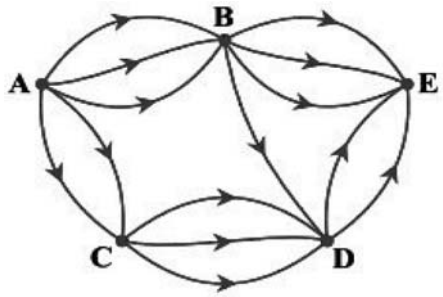
تلگرام و اینستاگرام

@aliifaghihi

دانلود از سایت ریاضی سرا

www.riazisara.ir

۱- در نمودار شکل مقابل، به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر E رفت؟



۱) ۲۷
۲) ۲۱
۳) ۱۵
۴) ۱۸

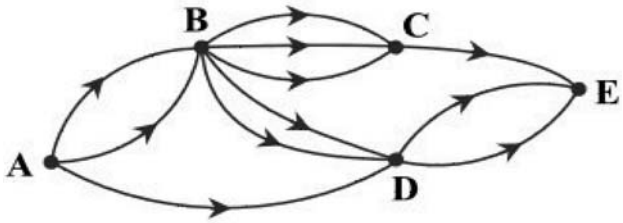
آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۲- در یک همایش ۵ نفر جهت سخنرانی ثبت‌نام کرده‌اند. چند طریق ترتیب سخنرانی برای آنان وجود دارد، به طوری که بین سخنرانی دو فرد موردنظر a و b از آنان فقط یک نفر سخنرانی کند؟

۱) ۲۰ ۲) ۲۴ ۳) ۳۶ ۴) ۴۰

سراسری => ریاضی => ۸۷

۳- اگر شکل مقابل نشان‌دهندهٔ جاده‌های بین شهرهای A، B، C، D و E باشند و همهٔ جاده‌ها یک‌طرفه باشند، به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر E رفت، اگر بخواهیم حتماً از شهر B عبور کنیم؟



۱) ۱۶ ۲) ۱۱
۳) ۱۲ ۴) ۱۴

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۴- m تاس و n سکه را به هم پرتاب می‌کنیم. تعداد اعضای فضای نمونه‌ای این آزمایش کدام است؟

۱) mn ۲) $۱۲mn$ ۳) $۲^n \times ۶^m$ ۴) $(mn)^{۱۲}$

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۵- از مجموعهٔ $A = \{۱, ۳, ۵, ۷, ۹\}$ به مجموعهٔ $B = \{۱, ۳, ۵, ۷, ۹\}$ چند تابع می‌توان نوشت؟

۱) ۳۱۲۵ ۲) ۲۵ ۳) ۶۲۵ ۴) ۱۲۵

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۶- یک سالن آمفی‌تئاتر ۱۰ در دارد. به چند طریق می‌توان از یک در وارد سالن شد و از در دیگر خارج شد؟

۱) ۱۰۰ ۲) ۹۰ ۳) ۹ ۴) ۱۰

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۷- به چند طریق می‌توان رئوس یک چهارضلعی را با ۳ رنگ، رنگ‌آمیزی کرد به‌طوری که هیچ دو رأس مجاوری هم‌رنگ نباشند؟

۱) ۳۶ ۲) ۱۲ ۳) ۱۸ ۴) ۲۴

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۸- یک اتوبوس با ۱۰ مسافر در ۱۲ ایستگاه توقف می‌کند و همهٔ مسافرین در این ایستگاه‌ها از اتوبوس پیاده می‌شوند. این کار به چند طریق امکان‌پذیر است؟

۱) ۱۲۰ ۲) $۱۰^{۱۲}$ ۳) $۱۲^{۱۰}$ ۴) ۱۴۴

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۹- حاصل $A = \frac{۸! + ۷!}{۸! - ۷!}$ کدام است؟

۱) ۱۵ ۲) $\frac{۹}{۷}$ ۳) ۶! ۴) ۱۵!

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۱۰- اگر $(۲x^۲ - x)! = ۱$، در این صورت چند مقدار صحیح برای x وجود دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۱۱- اگر $(n^۲ - ۳n)! = ۲۴$ آنگاه $(n + ۲)!$ کدام است؟ $(n \in N)$

۱) ۶ ۲) ۲۴ ۳) ۱۲۰ ۴) ۷۲۰

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۱۲- با حروف کلمه‌ی سلسله چند کلمه‌ی پنج حرفی می‌توان نوشت؟

۱) ۳۰ ۲) ۶۰ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲۰

سوالات و مطالب تالیفی => سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ => چهارم.

۱۳- تعداد اعداد چهار رقمی زوج با ارقام متمایز که شامل رقم‌های ۴ و ۷ نباشد، کدام است؟

۱) ۷۲۰ ۲) ۷۵۰ ۳) ۸۴۰ ۴) ۹۶۰

آزمایشی سنجش => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۱۴- با حروف کلمه، «بادبان» چند کلمه سه حرفی رمز عبور می‌توان نوشت؟

۱) ۳۶ ۲) ۴۲ ۳) ۴۸ ۴) ۶۴

آزمایشی سنجش => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۱۵- پنج پسر به‌همراه پدرشان به چند طریق می‌توانند در یک ردیف کنار هم بنشینند به‌طوری که هر فرد بخواهد کنار پدرش باشد؟

۱) ۵! ۲) ۳۲ × ۵! ۳) ۱۰! ۴) ۳۲ × ۱۰!

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۱۶- با حروف کلمهٔ «پردیس» چند کلمهٔ ۳ حروفی با حروف غیرتکراری می‌توان نوشت؟

۱) $۴^۳$ ۲) $۳^۴$ ۳) ۲۴ ۴) ۶۰

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۱۷- ۲۰ مسافر داخل مترو، به چند طریق می‌توانند در ۷ ایستگاه از قطار پیاده شوند؟

۱) $۲۰^۷$ ۲) $P(۲۰ , ۷)$ ۳) $۷^{۲۰}$ ۴) $\frac{۲۰!}{۷!}$

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۱۸- در یک همایش ادبی، ردیف اول سالن که دارای ۲۰ صندلی است، برای نشستن ۱۵ صاحب اثر ادبی برگزیده درنظر گرفته شده است. این افراد به چند طریق می‌توانند روی این صندلی‌ها بنشینند؛ به‌طوری که هیچ صندلی خالی بین آن‌ها نباشد؟

۱) $P(۲۰ , ۱۵)$ ۲) ۶ × ۱۵! ۳) ۶! × ۱۵! ۴) $C(۲۰ , ۱۵)$

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۹- اگر $P(n , ۲) = ۵n + ۷$، حاصل $P(n - ۱, ۳)$ کدام است؟

۱) ۶۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۲۱۰ ۴) ۳۳۶

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۲۰- با جابه‌جایی ارقام عدد ۵۷۶۲۲۲ چند عدد شش رقمی می‌توان تشکیل داد، به‌طوری که رقم‌های ۲ یک در میان قرار گیرند؟

۱) ۹ ۲) ۱۲ ۳) ۱۸ ۴) ۲۴

کنکورهای خارج از کشور => سراسری => ریاضی

۲۱- با ارقام ۴ و ۳ و ۲ و ۱ و ۰ چند عدد سه رقمی زوج می‌توان نوشت؟ (بدون تکرار)

۱) ۳۰ ۲) ۲۷ ۳) ۱۸ ۴) ۱۲

سوالات و مطالب تالیفی => تجربی. => ۸۲-۸۱. و سوالات و مطالب تالیفی => انسانی. => ۸۲-۸۱.

۲۲- به چند طریق می‌توان ۹ ماشین متمایز را در یک ردیف چید به طوری که ۳ ماشین مخصوص کنار هم **نباشند**؟

۱) $۹! - ۳!$ ۲) $۹! - ۷!$ ۳) $۷! ۳!$ ۴) $۹! - ۷! ۳!$

سوالات و مطالب تالیفی => تجربی. => ۸۲-۸۱.

۲۳- ارقام ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ را به طریقی کنار هم قرار داده‌ایم که همواره رقم‌های فرد کنار هم باشند تعداد پنج رقمی‌های حاصل کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۲۴ ۳) ۳۶ ۴) ۴۸

سراسری => تجربی => ۸۲

۲۴- اگر $p(n , ۲) - c(n , ۲) = ۳۶$ باشد، مقدار $\binom{n}{۶}$ کدام است؟

۱) ۷۲ ۲) ۹۶ ۳) ۱۰۸ ۴) ۸۴

سوالات و مطالب تالیفی => سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ => چهارم.

۲۵- اگر $P(n - ۱ , ۳) = ۳C(n , ۳)$ باشد، مقدار $P(n , ۳) + C(n - ۱ , ۲)$، کدام است؟

۱) ۱۳۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۱۱۰ ۴) ۱۰۰

آزمایشی سنجش => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۲۶- اگر $n + ۳P(n , n - ۴) = C(n , n - ۲) + \frac{n!}{۸} - ۵$، باشد، مقدار $\frac{P(n , n - ۳)}{C(n , n - ۲)}$، کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) $\frac{۵}{۳}$ ۳) ۱ ۴) ۲

آزمایشی سنجش => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۲۷- در کیسه‌ای ۱۰ مهره‌ی سفید و ۷ مهره‌ی سیاه موجود است. در انتخاب ۴ مهره از کیسه در چند حالت حداقل یک مهره سیاه در دست خواهیم داشت؟

۱) ۲۰۸۰ ۲) ۲۲۴۰ ۳) ۲۳۸۰ ۴) ۲۱۷۰

سوالات و مطالب تالیفی => سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ => چهارم.

۲۸- ۱۰ زوج در ۱۰ طبقه‌ی یک ساختمان زندگی می‌کنند. به چند طریق می‌توان سه نفر برای تشکیل هیئت مدیره‌ی ساختمان انتخاب کرد هرگاه هیچ زن و شوهری در هیئت مدیره نباشند؟

۱) ۱۹۲۰ ۲) ۹۶۰ ۳) ۴۸۰ ۴) ۸۴۰

سوالات و مطالب تالیفی => سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ => چهارم.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۲۹- چند عدد سه رقمی وجود دارد که ارقام آن به‌صورت نزولی مرتّب شده است؟

۱) ۸۴ ۲) ۱۲۰ ۳) ۲۴۰ ۴) ۱۷۶

سوالات و مطالب تالیفی => سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ => چهارم.

۳۰- پنج نقطه بر روی محیط و ۴ نقطه بر روی قطر یک نیم‌دایره وجود دارند. چند مثلث می‌توان رسم کرد که رئوس آن، این نقاط باشند؟

۱) ۶۴ ۲) ۷۲ ۳) ۸۰ ۴) ۸۴

آزمایشی سنجش => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۳۱- گل‌فروشی در فروشگاه خود ۷ نوع گل مختلف دارد. او در هر دسته گل از ۲ تا ۴ شاخه گل متمایز قرار می‌دهد. او چند دسته گل مختلف درست کند؟

۱) ۷ ۲) ۵۰۴۰ ۳) ۱۰۹۲ ۴) ۹۱

سوالات و مطالب تالیفی => سال تحصیلی ۹۷ - ۹۶ => دهم

۳۲- حاصل عبارت $\binom{۲۲}{۶} - \binom{۲۲}{۱۴} - \binom{۲۲}{۸} + \binom{۲۲}{۱۶}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۷۳۱۵ ۳) ۴۶۲ ۴) صفر

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۳۳- با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ چند عدد ۴ رقمی می‌توان نوشت به‌طوری که دقیقاً دو رقم زوج در آن عدد به‌کار رفته باشد؟ (تکرار ارقام مجاز است.)

۱) ۱۴۴ ۲) ۲۱۶ ۳) ۲۴۰ ۴) ۳۶۰

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۳۴- از بین ۱۰ دانش‌آموز که دو نفر آن‌ها برادر هستند، به چند طریق می‌توان یک گروه ۳ نفره انتخاب کرد به‌طوری که هر دو برادر با هم انتخاب نشوند؟

۱) ۷۲ ۲) ۹۰ ۳) ۱۱۲ ۴) ۱۲۰

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۳۵- بر روی یک دایره ۸ نقطه متمایز وجود دارد، تعداد چهار ضلعیهای محدب که هر رأس یک چهار ضلعی واقع بر نقاط مفروض باشد، کدام است؟

۱) ۵۶ ۲) ۶۸ ۳) ۷۰ ۴) ۷۲

سراسری => تجربی => ۸۰

۳۶- از ۵ نفر عضو یک انجمن، به چند طریق می‌توان یک رئیس و یک معاون انتخاب نمود؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۲۴ ۴) ۱۲۰

سوالات و مطالب تالیفی => تجربی. => ۸۲-۸۱.

۳۷- حروف کلمه‌ی LAGRANGE را با جایگشت‌های مختلف کنار هم قرار می‌دهیم در چند حالت حروف یکسان کنار هم قرار می‌گیرند؟

۱) ۳۶۰ ۲) ۵۴۰ ۳) ۷۲۰ ۴) ۱۴۴۰

سراسری => تجربی => ۸۴

۳۸- در یک کشور نوعی اتومبیل در ۳ مدل، ۵ رنگ و ۲ نوع دنده (اتوماتیک و غیر اتوماتیک) تولید می‌شود. چند نوع مختلف از این اتومبیل تولید می‌شود؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۳۹- یک مربی فوتبال به چند طریق می‌تواند از بین شش بازیکن دفاعی که در تمامی پست‌های دفاعی می‌توانند بازی کنند، ۴ بازیکن را برای بازی در چهار پست مختلف دفاع انتخاب کند؟

۱) ۱۸۰ ۲) ۳۶۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۳۰

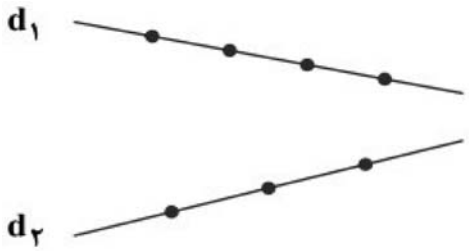
آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۴۰- می‌خواهیم رئوس یک مثلث را با ۳ رنگ قرمز، آبی و سفید رنگ کنیم. به چند طریق می‌توان این رنگ‌آمیزی را انجام داد به‌طوری که اضلاعی که به هم متصل هستند، هم‌رنگ نباشند؟

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۱۲ ۴) ۱۸

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۴۱- با استفاده از نقاط واقع شده بر روی دو خط d_1 و d_2 مطابق شکل زیر، چند مثلث می‌توان ساخت؟



۱) ۱۵
۲) ۲۴
۳) ۳۰
۴) ۳۵

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۴۲- فردی برای استفاده از رایانهٔ شخصی خود یک رمز شامل دو حرف a و b و ۴ رقم از بین ارقام ۹ ,... ,۱ ,۰ با الگوی «حرف، رقم، رقم، رقم، رقم، حرف» انتخاب کرده است، اما ارقام رمز خود و ترتیب حروف a و b را فراموش کرده است. اگر بخواهد به‌صورت تصادفی رمز را وارد نماید و وارد کردن هر رمز ۳ ثانیه زمان نیاز داشته باشد، این فرد حداکثر در چه زمانی می‌تواند به اطلاعات رایانهٔ خود دسترسی پیدا کند؟

۱) ۶۰۰ دقیقه ۲) ۱۰۰ دقیقه ۳) ۱۰۰۰ دقیقه ۴) ۶۰۰۰۰ دقیقه

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۴۳- چند عدد ۴ رقمی با ارقام متمایز وجود دارد که رقم صفر در آن به‌کار نرفته باشد، اما رقم ۷ در آن به‌کار رفته است؟

۱) ۳۳۶ ۲) ۴۴۸ ۳) ۶۷۲ ۴) ۱۳۴۴

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۴۴- به چند طریق می‌توان طبقات مختلف یک ساختمان ۵ طبقه را با چهار رنگ سفید، قرمز، زرد و سبز، رنگ کرد به شرطی که رنگ طبقات مجاور، متمایز باشد؟

۱) $4!$ ۲) 4^5 ۳) 4×3^4 ۴) 5^4

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۴۵- محمد و علی به‌همراه ۳ دوست دیگرشان در صف نانوایی ایستاده‌اند. علی به‌رسم ادب هیچ‌گاه جلوتر از محمد نان نمی‌خرد. این افراد به چند طریق می‌توانند در صف نانوایی پشت‌سرهم بایستند؟

۱) ۱۵ ۲) ۳۰ ۳) ۶۰ ۴) ۱۲۰

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۴۶- ۷ نفر را به چند طریق می‌توان به یک تیم ۴ نفره و یک تیم ۳ نفره تقسیم کرد؟

۱) ۲۱ ۲) ۳۵ ۳) $(۳۵)^۲$ ۴) ۲۱۰

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۴۷- با ۷ نقطهٔ A، B، C، D، E، F و G روی محیط یک دایره چند مثلث مختلف می‌توان ساخت که رئوس آن‌ها از این ۷ نقطه انتخاب شده باشد؟

۱) ۲۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۱۰۵ ۴) ۳۵

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۴۸- زهرا می‌خواهد برای تولد دوستش یک روان‌نویس یا یک کتاب شعر و یا یک قاب هدیه بخرد. در مغازه‌ای که وارد شده است ۶ مدل روان‌نویس، ۷ کتاب شعر متفاوت و ۳ مدل قاب وجود دارد. چند انتخاب برای خرید کادو وجود دارد؟

۱) ۱۶ ۲) ۱۲۶ ۳) ۱۶! ۴) $P(۱۶ , ۳)$

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۴۹- با حروف I, R, A, N, O, H, M چند کلمهٔ ۵ حرفی بدون تکرار حروف می‌توان نوشت که با O آغاز و به M ختم شود؟

۱) $P(۷,۳)$ ۲) $P(۵,۳)$ ۳) $P(۷,۵)$ ۴) $P(۵,۵)$

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۵۰- مجموعهٔ $A = \{a_۱ , a_۲ , a_۳, \ldots , a_{۱۰}\}$ چند زیرمجموعهٔ ۵ عضوی دارد که شامل عضوهای $a_۱$ و $a_۲$، ولی فاقد عضوهای $a_۹$ و $a_{۱۰}$ باشد؟

۱) ۲۰ ۲) ۸ ۳) ۵۶ ۴) ۱۲۰

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۵۱- کدام گزینه نادرست است؟

۱) $\frac{n!}{(n-۲)!} = n^۲ - n \quad (n > ۲)$

۲) $۰! = ۱!$

۳) $۴! \times ۲ = ۸!$

۴) $۲! \times ۲! \times ۳! = ۴!$

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۵۲- تعدادی دبیر ریاضی داریم که تمام آن‌ها توانایی تدریس درس‌های آمار، ریاضی و هندسه را دارند. اگر معاون یک مدرسه بخواهد برای انتخاب دبیر دروس آمار، ریاضی و هندسه از بین این دبیران، برای هر درس دبیر متفاوت انتخاب کند، ۱۲۰ حالت دارد. تعداد این دبیران چند نفر است؟

۱) ۷ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۴

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۵۳- با ارقام ۱, ۲, ۳, ۵ اعداد ۳ رقمی نوشته‌ایم. تعداد حالت‌هایی که تکرار ارقام مجاز است، چقدر بیشتر از تعداد حالاتی است که تکرار ارقام مجاز نیست؟

۱) ۵۸ ۲) ۴۰ ۳) ۴۸ ۴) ۳۶

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۵۴- اگر $(۲x - x^۲)! = ۱$، آنگاه برای x چند مقدار وجود دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۵۵- از میان ۴ دارو ایرانی، ۳ داور ژاپنی و ۲ داور روسی، به چند طریق می‌توان یک کمیتهٔ داوران ۵ نفره تشکیل داد به‌طوری که در این کمیته حداقل ۲ داور ایرانی حضور داشته باشد؟

۱) ۶۵ ۲) ۱۰۵ ۳) ۲۱۰ ۴) ۶۰

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۵۶- در کدام گزینه ترتیب قرار گرفتن اشیا اهمیت ندارد؟

۱) انتخاب دفاع چپ، راست و وسط از بین ۷ مدافعی که همگی توانایی بازی در تمام حالت‌های دفاعی را دارند.

۲) ساخت کلمهٔ ۳ حرفی به‌کمک حروف کلمهٔ «موفق» و بدون تکرار حروف

۳) حداقل ۲ بار «رو» آمدن یک سکه در ۳ پرتاب متوالی آن

۴) انتخاب یک دسته‌گل با ۳ شاخه گل از بین ۵ شاخه گل رز، مریم، میخک، شب‌بو و گلایل

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۵۷- گل‌فروشی در فروشگاه خود ۱۰ نوع گل مختلف دارد. او در هر دسته گل، از ۳ تا ۵ شاخه گل متمایز قرار می‌دهد. او چند دسته‌گل متفاوت می‌تواند درست کند؟

۱) ۵۸۲ ۲) ۷۳۰ ۳) ۴۸۲ ۴) ۳۷۸

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۵۸- به چند طریق می‌توان ۳ کتاب ریاضی متمایز و ۴ کتاب داستان متمایز را در یک قفسه کنار هم قرار داد به شرطی که کتاب‌های ریاضی کنار هم و کتاب‌های داستان کنار هم باشند؟

۱) ۱۴۴ ۲) ۲۸۸ ۳) ۲۸۸۰ ۴) ۵۰۴۰

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۵۹- به چند طریق می‌توان یک رمز ۳ رقمی با ارقام ۱ تا ۹ ساخت به‌طوری که ارقام یکی درمیان زوج و فرد باشند؟ (تکرار ارقام مجاز است.)

۱) ۱۴۰ ۲) ۱۸۰ ۳) ۲۰۰ ۴) ۲۵۰

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۶۰- با ارقام ۰ , ۱ , ۲ , ۳ , ۴ , ۵ چند عدد سه رقمی بزرگ‌تر از ۳۰۰ می‌توان نوشت؟

۱) ۷۱ ۲) ۵۹ ۳) ۸۹ ۴) ۱۰۷

سوالات و مطالب تالیفی => سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ => چهارم.

۶۱- مقدار عددی $P(۷ , ۳)$ چند برابر مقدار عددی $\binom{۶}{۴}$ است؟

۱) ۵۶ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۴

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۶۲- از بین ۳ دبیر رشتهٔ ریاضی، ۳ دبیر رشتهٔ تجربی، ۳ دبیر رشتهٔ انسانی و ۳ دبیر رشتهٔ هنر، به چند طریق می‌توان یک کمیتهٔ ۳ نفره انتخاب کرد به‌طوری که هیچ دو نفری از اعضای کمیته هم‌رشته نباشند؟

۱) ۲۲۰ ۲) ۱۰۸ ۳) ۶۴۸ ۴) ۲۷

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۶۳- چند عدد ۴ رقمی زوج کوچک‌تر از ۴۰۰۰ با ارقام متمایز وجود دارد؟

۱) ۵۶۰ ۲) ۶۷۲ ۳) ۷۸۴ ۴) ۸۴۰

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۶۴- چه تعداد از زیرمجموعه‌های مجموعهٔ $\{a, b, c, d, e\}$ دارای ۲ عضو a و b هستند؟

۱) ۸ ۲) ۲ ۳) ۱۶ ۴) ۴

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۶۵- با حروف کلمهٔ «ماسوله» و بدون تکرار حروف، چند کلمهٔ ۶ حرفی می‌توان نوشت که بخشی از آن کلمهٔ «سلام» باشد؟

۱) $۳!$ ۲) $۲ \times ۳!$ ۳) ۳×۳ ۴) $۴ \times ۳!$

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۶۶- به چند طریق می‌توان ۳ کتاب متمایز را بین ۵ نفر تقسیم کرد، به‌طوری که به هر نفر بیش از یک کتاب نرسد؟

۱) $۳^۵$ ۲) $۵^۳$ ۳) ۶۰ ۴) ۱۲۰

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۶۷- می‌خواهیم از بین تعدادی کتاب مختلف، ۳ کتاب را انتخاب کنیم و در قفسه‌ای بچینیم. اگر تعداد همهٔ حالت‌های مختلف برای این کار برابر ۲۱۰ باشد، تعداد کتاب‌ها کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۶۸- یک آزمون تستی شامل ۱۰ سؤال ۴ گزینه‌ای و ۳ سؤال ۲ گزینه‌ای است. اگر فردی بخواهد به‌طور تصادفی به همهٔ سؤالات پاسخ بدهد، به چند روش می‌تواند این کار را انجام بدهد؟ (امکان پاسخ ندادن به هیچ سؤالی وجود ندارد.)

۱) $۱۰^۴ \times ۳^۲$ ۲) $۴^{۱۰} \times ۲^۳$ ۳) $۱۰^۴ \times ۲^۳$ ۴) $۴^{۱۰} \times ۳^۲$

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۶۹- چند عدد سه‌رقمی داریم که رقم صدگان آن‌ها برابر مجموع ارقام یکان و دهگان آن باشد؟

۱) ۵۴ ۲) ۵۵ ۳) ۴۴ ۴) ۴۵

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۷۰- تعداد زیرمجموعه‌های ۵ عضوی یک مجموعه با تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی آن برابر است. این مجموعه چند زیرمجموعهٔ ۳ عضوی دارد؟

۱) ۱۲۰ ۲) ۶۰ ۳) ۳۶ ۴) ۸۴

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۷۱- با ارقام ۵ , ۴ , ۲ , ۰ چند عدد چهار رقمی زوج بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۴ ۴) ۱۸

سوالات و مطالب تالیفی => سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ => چهارم.

۷۲- به چند طریق می‌توان با حروف a , b , b , b , c و a یک کد چهارحرفی ساخت؟

۱) ۳۸ ۲) ۴۸ ۳) ۵۴ ۴) ۶۰

آزمایشی سنجش => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۷۳- با ارقام ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷، چند عدد ۷ رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت به طوری‌که در هیچ‌یک از آن‌ها دو رقم متوالی، فرد نباشند؟

۱) ۷۲ ۲) ۱۰۸ ۳) ۱۳۶ ۴) ۱۴۴

آزمایشی سنجش => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۷۴- در جعبه‌ای ۴ مهرهٔ قرمز متمایز و ۳ مهرهٔ آبی متمایز موجود است. اگر به‌تصادف از این جعبه ۴ مهره خارج کنیم، پیشامد آنکه «۲ مهره قرمز و ۲ مهره آبی باشد» چند عضو دارد؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۸ ۳) ۷ ۴) ۴

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۷۵- چند عدد ۴ رقمی می‌توان ساخت به‌طوری که ارقام آن یک‌درمیان زوج و یا فرد باشند؟ (تکرار مجاز است.)

۱) ۷۲۰ ۲) ۸۷۰ ۳) ۱۱۲۵ ۴) ۱۳۴۵۹

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۷۶- گل‌فروشی از ۸ نوع گل مختلف، به چند طریق، می‌تواند دسته گل‌های متمایز درست کند، به طوری‌که در هر دسته ۴ یا ۵ یا ۶ شاخه مختلف، موجود باشد؟

۱) ۱۲۶ ۲) ۱۴۰ ۳) ۱۵۴ ۴) ۱۶۸

سراسری => تجربی => ۹۸

۷۷- ساده‌شدهٔ عبارت $\frac{۱۱ \times (۱۲! + ۱۱!)}{۱۲! - ۱۱!}$ کدام است؟

۱) ۱۳ ۲) ۱۱ ۳) ۱۱×۱۳ ۴) $۱۱ \times ۱۳!$

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۷۸- به چند طریق می‌توان یک رمز با ۷ نماد ساخت که اولاً دو بخشی باشد، ثانیاً یک بخش شامل هر چهار حرف A ، B ، C و D و بخش دیگر عددی سه رقمی با ارقام زوج (بدون تکرار ارقام) باشد؟

۱) $۲^۸ \times ۳$ ۲) $۲^۶ \times ۳$ ۳) $۲^۸ \times ۳^۲$ ۴) ۲×۳^۲

آزمایشی سنجش => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۷۹- با ارقام صفر، ۱، ۲، ۳، ۶ و ۷ و بدون تکرار ارقام، چند عدد سه‌رقمی می‌توان ساخت به‌طوری که حتماً شامل ۲ باشد؟

۱) ۵۲ ۲) ۴۸ ۳) ۴۴ ۴) ۳۶

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۸۰- با استفاده از ۴ رنگ قرمز، سبز، زرد و آبی به چند طریق می‌توان پنج خانهٔ کنار هم را که در یک ردیف قرار گرفته‌اند، رنگ کرد، به‌طوری که خانه‌های مجاور هم‌رنگ نباشند؟

۱) ۵۷۶ ۲) ۳۲۴ ۳) ۱۰۲۴ ۴) ۲۴۳

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته (اصل جمع): اگر کاری را بتوان به دو روش انجام داد، به‌طوری که در روش اول m انتخاب و در روش دوم n انتخاب وجود داشته باشد، برای انجام کار موردنظر $m+n$ روش وجود دارد.

* در اصل جمع نهایتاً قرار است کار موردنظر فقط به یکی از روش‌ها انجام شود.

نکته (اصل ضرب): اگر انجام کاری شامل دو مرحله باشد، به‌طوری که برای انجام مرحلهٔ اول m روش و برای هر کدام از این m روش، مرحلهٔ دوم را بتوان به n روش انجام داد، در کل کار موردنظر با $m \times n$ روش قابل انجام است.

برای رفتن از A به E سه راه وجود دارد. این سه راه شامل مسیرهای ABE، ABDE و ACDE است. مطابق اصل ضرب داریم:

مسیر ABE: $A \xrightarrow{\text{۳ راه}} B \xrightarrow{\text{۳ راه}} E: ۳ \times ۳ = ۹$ راه

مسیر ACDE: $A \xrightarrow{\text{۲ راه}} C \xrightarrow{\text{۳ راه}} D \xrightarrow{\text{۲ راه}} E: ۲ \times ۳ \times ۲ = ۱۲$ راه

مسیر ABDE: $A \xrightarrow{\text{۳ راه}} B \xrightarrow{\text{۱ راه}} D \xrightarrow{\text{۲ راه}} E: ۳ \times ۱ \times ۲ = ۶$ راه

بنابراین: طبق اصل جمع از $۲۷ = ۶ + ۱۲ + ۹$ راه می‌توان از A به E رفت.

۲- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

حالت های کلی:

$\underline{a}\ ۳\ \underline{b}\ ۲\ ۱ \rightarrow ۳! \times \textcircled{۲} \rightarrow$ جابه جایی a و b

$۳\ \underline{a}\ ۲\ \underline{b}\ ۱ \rightarrow ۳! \times ۲$

$۳\ ۲\ \underline{a}\ ۱\ \underline{b} \rightarrow ۳! \times ۲$

$\xrightarrow{+} ۳۶$

۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای رفتن از شهر A به شهر E طوری‌که حتماً از شهر B عبور کنیم دو حالت زیر را می‌توان درنظر گرفت:

۱) از A به B، از B به C و از C به E برویم. در این حالت $۲ \times ۳ \times ۱ = ۶$ حالت وجود دارد.

۲) از A به B، از B به D و از D به E برویم. در این حالت $۲ \times ۲ \times ۲ = ۸$ حالت وجود دارد.

بنابراین طبق اصل جمع $۱۴ = ۸ + ۶$ حالت وجود دارد.

۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته (اصل ضرب): اگر انجام کاری شامل دو مرحله باشد، به‌طوری که برای انجام مرحلهٔ اول m روش و برای هر کدام از این m روش، مرحلهٔ دوم را بتوان به n روش انجام داد، در کل کار مورد نظر با $m \times n$ روش قابل انجام است.

با توجه به اصل ضرب، فضای نمونهٔ این آزمایش برابر است با:

$$\underbrace{۶ \times ۶ \times \ldots \times ۶}_{m\text{بار}} \times \underbrace{۲ \times ۲ \times \ldots \times ۲} = ۶^m \times ۲^n$$

۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

همهٔ توابعی که از A به B می‌توان ساخت به‌صورت $f = \{(۱, \ldots), (۳, \ldots), (۵, \ldots), (۷, \ldots), (۹, \ldots)\}$ است که در آن‌ها مؤلفهٔ دوم هر زوج مرتب، هر یک از پنج عضو مجموعهٔ B می‌تواند باشد، بنابراین تعداد کل توابعی که از A به B می‌توان نوشت برابر $۵^۵ = ۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵ = ۳۱۲۵$ است.

۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته (اصل ضرب): اگر انجام کاری شامل دو مرحله باشد، به‌طوری که برای انجام مرحلهٔ اول m روش و برای هر کدام از این m روش، مرحلهٔ دوم را بتوان به n روش انجام داد، در کل کار موردنظر با $m \times n$ روش قابل انجام است.

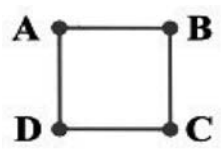
برای ورود به سالن، ۱۰ در وجود دارد (۱۰ حالت). اما برای خروج، از در ورودی نمی‌توان خارج شد، پس ۹ در برای خروج وجود دارد (۹ حالت). در نتیجه مطابق اصل ضرب تعداد حالت‌ها برابر است با: $۱۰ \times ۹ = ۹۰$

۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته (اصل ضرب): اگر انجام کاری شامل دو مرحله باشد، به‌طوری که برای انجام مرحلهٔ اول m روش و برای هر کدام از این m روش، مرحلهٔ دوم را بتوان به n روش انجام داد، در کل کار موردنظر با $m \times n$ روش قابل انجام است.

نکته (اصل جمع): اگر کاری را بتوان به دو روش انجام داد، به‌طوری که در روش اول m انتخاب و در روش دوم n انتخاب وجود داشته باشد، برای انجام کار موردنظر $m + n$ روش وجود دارد.

چهارضلعی $ABCD$ را درنظر می‌گیریم:



رأس A را می‌توان به ۳ حالت رنگ کرد. رأس B (چون نباید هم‌رنگ A باشد)، به ۲ حالت رنگ می‌شود. برای رنگ کردن رأس C (چون نباید هم‌رنگ B باشد، ولی می‌تواند با A هم‌رنگ شود)، ۲ حالت وجود دارد. برای رأس D (چون نباید با A و C هم‌رنگ باشد)، باید با توجه به رنگ‌های A و C تصمیم بگیریم. بنابراین برای حل مسئله ۲ حالت کلی که و C هم‌رنگ یا غیر هم‌رنگ باشند، درنظر می‌گیریم:

A و C هم‌رنگ: حالت اول $\rightarrow \underbrace{A}_{\text{۳ حالت}} \times \underbrace{B}_{\text{۲ حالت}} \times \underbrace{C}_{\text{۱ حالت}} \times \underbrace{D}_{\text{۲ حالت}}$

$\xrightarrow{\text{اصل ضرب}}$ تعداد حالات $= ۳ \times ۲ \times ۱ \times ۲ = ۱۲$

یا

A و C غیرهم‌رنگ: حالت دوم $\rightarrow \underbrace{A}_{\text{۳ حالت}} \times \underbrace{B}_{\text{۲ حالت}} \times \underbrace{C}_{\text{۱ حالت}} \times \underbrace{D}_{\text{۱ حالت}}$

$\xrightarrow{\text{اصل ضرب}}$ تعداد حالات $= ۳ \times ۲ \times ۱ \times ۱ = ۶$

پس طبق اصل جمع، کل حالات برابر $۱۸ = ۶ + ۱۲$ است.

۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته (اصل ضرب): اگر انجام کاری شامل دو مرحله باشد، به‌طوری که برای انجام مرحلهٔ اول m روش و برای هر کدام از این m روش، مرحلهٔ دوم را بتوان به n روش انجام داد، در کل کار موردنظر با $m \times n$ روش قابل انجام است.

هر کدام از ۱۰ مسافر می‌توانند در هر کدام از ۱۲ ایستگاه پیاده شوند و به عبارت دیگر هر مسافر ۱۲ حالت برای پیاده شدن دارد. بنابراین تعداد کل حالات برابر است با:

$$\underbrace{۱۲ \times ۱۲ \times \ldots \times ۱۲}_{\text{۱۰ تا}} = ۱۲^{۱۰}$$

۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: $n! = n \times (n-1)! = n(n-1) \times (n-2)! = n(n-1) \times (n-2) \times \ldots \times ۲ \times ۱$

$$\frac{۸! + ۷!}{۸! - ۷!} = \frac{۸ \times ۷! + ۷!}{۸ \times ۷! - ۷!} = \frac{۷!(۸+۱)}{۷!(۸-۱)} = \frac{۹}{۷}$$

۱۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: $۱! = ۱ \, , \, ۰! = ۱$

با توجه به نکته نتیجه می‌گیریم: $۲x^۲ - x = ۱$ یا $۲x^۲ - x = ۰$

بنابراین خواهیم داشت:

به دنبال مقادیر صحیح x هستیم، پس از میان مقادیر به‌دست آمده، فقط دو جواب $x = ۰$ و $x = ۱$ قابل قبول هستند.

۱۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$(n^۲ - ۳n)! = ۲۴ \Rightarrow (n^۲ - ۳n)! = ۴!$$

$$\Rightarrow n^۲ - ۳n = ۴ \Rightarrow n^۲ - ۳n - ۴ = ۰ \Rightarrow (n-۴)(n+۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} n - ۴ = ۰ \Rightarrow n = ۴ \\ n + ۱ = ۰ \Rightarrow n = -۱ \end{cases}$$

با توجه به این‌که $n \in N$، پس مقدار $n = -۱$ قابل قبول نیست، بنابراین داریم: $n = ۴ \Rightarrow (n+۲)! = ۶! = ۷۲۰$

۱۲- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{۵!}{۲!۲!} = \frac{۵ \times ۴ \times ۳}{۲} = ۳۰$$

۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ارقام مورد استفاده: ۹ ، ۸ ، ۶ ، ۵ ، ۳ ، ۲ ، ۱ ، ۰

□ □ □ ۰

۷ ۶ ۵ ۱

عدد $۷ \times ۶ \times ۵ \times ۱ = ۲۱۰$

□ □ □ (۲ یا ۶ یا ۸)

۶ ۶ ۵ ۳

عدد $۶ \times ۶ \times ۵ \times ۳ = ۵۴۰$

$\Rightarrow ۲۱۰ + ۵۴۰ = ۷۵۰$ عدد

۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

الف: هر سه حرف متمایز باشد یعنی: ب، ا، د، ن

ب: دو حرف یکسان باشد.

مثلاً «آ» و «آ»، به همراه یکی از دو حرف متمایز از ۳ حرف

[۱] [۱] [ ] $۱ \times ۱ \times ۳ = ۳$
۱ ۱ ۳

[۱] [ ] [۱] $۱ \times ۳ \times ۱ = ۳$
۱ ۳ ۱

[ ] [۱] [۱] $۳ \times ۱ \times ۱ = ۳$
۳ ۱ ۱

در نتیجه: $۳ \times ۳ = ۹$

و به طریق مشابه برای دو حرف «ب»: $۳ \times ۳ = ۹$

در نتیجه: $۲۴ + ۹ + ۹ = ۴۲$

۱۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: تعداد جای‌گشت‌های مختلف n شیء متمایز در یک ردیف برابر است با: $n!$
هر زوج پدر و پسر را یک دسته فرض می‌کنیم. بنابراین ۵ دسته داریم که می‌توانند با هم $۵!$ جای‌گشت داشته باشند. همچنین در هر دسته، پدر و پسر می‌توانند خودشان با هم $۲!$ جای‌گشت داشته باشند. پس تعداد کل حالات برابر است با: $۵! \times ۲! \times ۲! \times ۲! \times ۲! \times ۲! = ۳۲ \times ۵!$

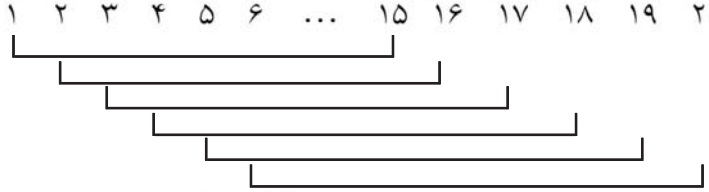
۱۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته (اصل ضرب): اگر انجام کاری شامل دو مرحله باشد، به‌طوری که برای انجام مرحلهٔ اول m روش و برای هر کدام از این m روش، مرحلهٔ دوم را بتوان به n روش انجام داد، در کل کار موردنظر با $m \times n$ روش قابل انجام است.
تعداد حروف کلمهٔ «پردیس» یعنی «پ، ر، د، ی، س» برابر ۵ است، پس برای ساختن کلمات ۳ حرفی مطابق اصل ضرب داریم:

$$\underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} = ۶۰$$
۵ حالت ۴ حالت ۳ حالت

۱۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. هر مسافر می‌تواند در ۷ ایستگاه از قطار پیاده شود، پس هر مسافر ۷ حالت دارد:

$$\underbrace{۷ \times ۷ \times \ldots \times ۷}_{۲۰ \text{ تا}} = ۷^{۲۰}$$

۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای اینکه این ۱۵ نفر طوری بنشینند که صندلی خالی بین آن‌ها نباشد، مطابق شکل زیر ۶ حالت امکان‌پذیر است. یعنی نفر اول ردیف، فقط می‌تواند روی صندلی‌های ۱ تا ۶ بنشیند.



این ۱۵ نفر نیز به $۱۵!$ حالت می‌توانند روی این ۱۵ صندلی کنار هم بنشینند، بنابراین در کل $۶ \times ۱۵!$ حالت امکان‌پذیر است.

۱۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

می‌دانیم $P(n , r) = \frac{n!}{(n - r)!}$، پس می‌توان نوشت:

$$P(n , ۲) = ۵n + ۷ \Rightarrow \frac{n!}{(n - ۲)!} = ۵n + ۷ \Rightarrow n \times (n - ۱) = ۵n + ۷$$

$$\Rightarrow n^{۲} - ۶n - ۷ = ۰ \Rightarrow (n - ۷)(n + ۱) = ۰ \Rightarrow n = ۷ , n = -۱$$

n نمی‌تواند عددی منفی باشد، پس فقط $n = ۷$ قابل قبول است، بنابراین:

۲۰- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. می‌خواهیم ۲ ها یک در میان باشند، بنابراین عدد یا باید با ۲ شروع شود، به این صورت: ۲○۲○۲○ مثل عدد۲۵۲۷۲۶ و یا با دو پایان پذیرد، به این صورت : ۲○۲○۲○۲ مثل عدد ۵۲۷۲۶۲.

خُب در هر کدام از دو حالت، جای ۲ها ثابت است، اما رقم‌های دیگر می‌توانند با هم جابه‌جا شوند که می‌دانیم که جای گشت ۳ رقم برابر است با $!۳$ یا ۶ بنابراین : $۶ \times ۲ = ۱۲$

۲۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$\boxed{۴}\boxed{۳}\boxed{۱}_{۰} = ۱۲$ اگر صفر سمت راست عدد قرار گیرد

$\boxed{۳}\boxed{۳}\underset{۲و۴}{\boxed{۲}} = ۱۸$ اگر صفر سمت راست عدد قرار نگیرد

$\Rightarrow ۱۸ + ۱۲ = ۳۰$

۲۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳ ماشین کنار هم حکم یک ماشین را دارد.

تعداد حالات چیدمان ۹ ماشین متمایز در یک ردیف $\rightarrow !۹$

اگر ۳ ماشین مخصوص کنار هم نباشند:

○○○○○○$\underbrace{\boxed{○○○}}_{!۷ \times !۳}$ $\rightarrow$

$!۹ - !۷ !۳$

۲۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اعداد فرد را یک عدد در نظر گرفته با دو عدد زوج مجموعاً ۳ عدد خواهیم داشت که به $!۳$ طریق جابجا می‌شوند از طرفی اعداد فرد نیز خود به $!۳$ طریق جابجا می‌شوندپس $!۳ \times !۳ = ۳۶$

۲۴- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{n!}{(n - ۲)!} = \frac{n!}{۲!(n - ۲)!} = ۳۶ \Rightarrow n(n - ۱) - \frac{n(n - ۱)}{۲} = ۳۶ \Rightarrow \frac{n(n - ۱)}{۲} = ۳۶$$

$$\Rightarrow n(n - ۱) = ۷۲ \Rightarrow n = ۹ \Rightarrow \binom{۹}{۶} = \frac{۹ \times ۸ \times ۷}{۶} = ۸۴$$

۲۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{(n-1)!}{(n-1-3)!}=3\frac{n!}{(n-3)!3!}$$

$$\frac{(n-4)!(n-3)(n-2)(n-1)}{(n-4)!}=\frac{3(n-3)!(n-2)(n-1)(n)}{(n-3)!\,6}$$

در نتیجه:

$$(n-3)(n-2)(n-1)=\frac{n(n-1)(n-2)}{2}$$

بنابراین:

$$n-3=\frac{n}{2}\Rightarrow 2n-6=n\Rightarrow n=6$$

۲۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$n+\frac{3n!}{(n-n+4)!}=\frac{n!}{(n-n+2)!(n-2)!}+\frac{n!}{8}-5$$

بنابراین:

$$n+\frac{3\cancel{n!}}{\cancel{4!}}=\frac{n!}{2(n-2)!}+\frac{\cancel{n!}}{\cancel{8}}-5$$

در نتیجه:

$$\frac{(n-2)!(n-1)!}{(n-2)!2}=n+5\Rightarrow n^2-n=2n+10\Rightarrow n^2-3n-10=0$$

$$(n-5)(n+2)=0\Rightarrow\begin{cases}n=5 & \text{قابل قبول}\\ n=-2 & \text{غیرقابل قبول}\end{cases}$$

بنابراین:

$$\frac{P(5,2)}{C(5,3)}=\frac{\frac{5!}{(5-2)!}}{\frac{5!}{(5-3)!3!}}=\frac{2!3!}{3!}=2$$

۲۷- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

راه ۱ :
$$\binom{7}{1}\binom{10}{3}+\binom{7}{2}\binom{10}{2}+\binom{7}{3}\binom{10}{1}+\binom{7}{4}=21700$$

راه ۲ :
$$\binom{17}{4}-\binom{10}{4}=21700$$

۲۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

راه ۱ :
$$\binom{10}{3}\binom{2}{1}\binom{2}{1}\binom{2}{1}=120\times 8=960$$

راه ۲ :
$$\frac{\binom{20}{1}\binom{18}{1}\binom{16}{1}}{3!}=960$$

۲۹- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

ارقام موجود : ۰ , ۱ , ۲ , ۳ , ... , ۹

سه رقم انتخاب می کنیم = $\binom{10}{3}\times 1=120$ (فقط به یک صورت مرتب می شود)

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

۳۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

- تعداد کل حالت‌های انتخاب ۳ نقطه از ۹ نقطه

تعداد حالاتی که سه نقطه روی یک خط قرار دارند و تشکیل مثلث نمی‌دهند $= c(۹ , ۳) - c(۴ , ۳)$

۳۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\binom{۷}{۲} + \binom{۷}{۳} + \binom{۷}{۴} = ۲۱ + ۳۵ + ۳۵ = ۹۱$$

۳۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: $\binom{n}{r} = \binom{n}{n - r}$

با توجه به نکته داریم:

$$\begin{cases} \binom{۲۲}{۱۶} = \binom{۲۲}{۲۲ - ۱۶} = \binom{۲۲}{۶} \\ \binom{۲۲}{۸} = \binom{۲۲}{۲۲ - ۸} = \binom{۲۲}{۱۴} \end{cases} \Rightarrow \binom{۲۲}{۱۶} + \binom{۲۲}{۸} - \binom{۲۲}{۱۴} - \binom{۲۲}{۶} = ۰$$

صفر (بین $\binom{۲۲}{۸}$ و $\binom{۲۲}{۱۴}$)

صفر (بین $\binom{۲۲}{۱۶}$ و $\binom{۲۲}{۶}$)

۳۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا از میان ۴ جایگاه، ۲ جایگاه را برای ارقام زوج انتخاب می‌کنیم. سپس چون تکرار مجاز است و ۲ رقم زوج داریم، هر کدام از این دو جایگاه ۲ حالت می‌تواند داشته باشد. در ۲ جایگاه باقی‌مانده نیز ۳ رقم فرد می‌تواند قرار گیرد، بنابراین کل حالات برابر است با:

$$\binom{۴}{۲} \times ۲^{۲} \times ۳^{۲} = ۶ \times ۴ \times ۹ = ۲۱۶$$

$\binom{۴}{۲}$: انتخاب مکان دو رقم زوج در عدد

$۲^{۲}$: جایگشت های ارقام زوج

$۳^{۲}$: جایگشت های ارقام فرد

۳۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. راه حل اول: می‌دانیم کل حالات برابر تعداد حالات انتخاب ۳ نفر از ۱۰ نفر است. کافی است از این مقدار حالاتی را که هر دو برادر با هم انتخاب می‌شوند، کم کنیم. داریم:

$$\underset{\text{کل حالات}}{\binom{۱۰}{۳}} - \underset{\text{انتخاب هر دو برادر}}{\binom{۲}{۲}} - \underset{\substack{\text{انتخاب یک نفر از}\\ \text{۸ نفر باقی مانده}}}{\binom{۸}{۱}} = \frac{۱۰!}{۳!\,۷!} - ۱ \times ۸ = ۱۲۰ - ۸ = ۱۱۲$$

راه حل دوم:
برای اینکه دو برادر با هم انتخاب نشوند، دو حالت درنظرمی‌گیریم:
حالت اول: یکی از دو برادر انتخاب شود و ۲ نفر از بقیهٔ دانش‌آموزان:

$$\binom{۲}{۱} \times \binom{۸}{۲} = ۲ \times \frac{۸!}{۲!\,۶!} = ۲ \times ۲۸ = ۵۶$$

حالت دوم: هیچ کدام از دو برادر انتخاب نشوند، یعنی هر ۳ نفر، از ۸ نفر باقی‌مانده باشند:

$$\binom{۸}{۳} = \frac{۸!}{۳!\,۵!} = ۵۶$$

مطابق اصل جمع، کل حالات برابر ۱۱۲ = ۵۶ + ۵۶ است.

۳۵- هر ۴ نقطه‌ای که انتخاب شود، می‌توان یک چهار ضلعی محدب ساخت پس: $\binom{۸}{۴} = ۷۰$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۳۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. $p(۵ \text{ و } ۲) = \frac{۵!}{(۵-۲)!} = \frac{۵!}{۳!} = ۲۰$

۳۷- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

LAGRANGE

دو حرف A و دو حرف G را کنار هم قرار می‌دهیم و بنابراین جایگشت حروف زیر مورد نظر است:

L $\boxed{AA}$ RNE $\boxed{GG}$ ، $۶! = ۷۲۰$

۳۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته (اصل ضرب): اگر انجام کاری شامل دو مرحله باشد، به‌طوری که برای انجام مرحلهٔ اول m را بتوان به n روش انجام داد، در کل، کار مورد نظر با $m \times n$ روش قابل انجام است.
با توجه به نکته می‌توان نوشت:

$$\text{تعداد انواع اتومبیل} = \underset{\text{انواع مدل}}{۳} \times \underset{\text{انواع رنگ}}{۵} \times \underset{\text{انواع دنده}}{۲} = ۳۰$$

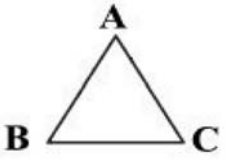
۳۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: تعداد جایگشت‌های r تایی از n شیء متمایز یا به عبارتی تعداد انتخاب‌های r شیء از بین n شیء متمایز را که در آن‌ها ترتیب قرار گرفتن مهم باشد، با $P(n , r)$ نمایش دهیم و مقدار آن از دستور زیر محاسبه می‌شود:

$$P(n , r) = \frac{n!}{(n - r)!}$$

با توجه به نکته می‌توان نوشت:

$$P(۶ , ۴) = \frac{۶!}{(۶ - ۴)!} = ۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳ = ۳۶۰$$

۴۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مثلث دلخواه ABC را مانند شکل مقابل در نظر می‌گیریم و در آن به بررسی تعداد انتخاب‌های ممکن برای رنگ‌آمیزی هر رأس می‌پردازیم:



برای رنگ کردن رأس A، ۳ انتخاب (به تعداد کل رنگ‌ها) وجود دارد. برای رنگ کردن رأس B، از رنگ استفاده شده در رأس A نباید استفاده کرد، پس ۲ انتخاب وجود دارد. در انتها برای رنگ کردن رأس C، از رنگ‌های استفاده شده در رئوس A و B نباید استفاده کرد، پس تنها یک انتخاب وجود دارد. بنابراین کل حالت‌های ممکن طبق اصل ضرب برابر است با:

$$۳ \times ۲ \times ۱ = ۶$$

۴۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای تشکیل یک مثلث به ۳ رأس نیاز داریم که با توجه به شکل داده شده لازم است دو رأس (نقطه) را از روی یک خط و رأس (نقطهٔ) سوم را از روی خط دیگر انتخاب کنیم. برای این انتخاب دو حالت می‌توان درنظرگرفت:

الف) ۲ نقطه را از خط $d_۱$ و نقطهٔ سوم را از خط $d_۲$ انتخاب کنیم.

ب) ۲ نقطه را از خط $d_۲$ و نقطهٔ سوم را از خط $d_۱$ انتخاب کنیم.

بنابراین تعداد حالات برابر است با:

$$\binom{۴}{۲}\binom{۳}{۱} + \binom{۴}{۱}\binom{۳}{۲} = \frac{۴!}{۲! \times ۲!} \times \frac{۳!}{۲! \times ۱!} + \frac{۴!}{۳! \times ۱!} \times \frac{۳!}{۲! \times ۱!} = ۶ \times ۳ + ۴ \times ۳ = ۳۰$$

راه حل دوم (روش متمم):

باید تعداد حالاتی را که سه نقطهٔ انتخابی تشکیل مثلث نمی‌دهند، از تعداد کل حالات کم کنیم:

$$\binom{۷}{۳} - \underset{\text{هر ۳ از } d_۱}{\binom{۴}{۳}} - \underset{\text{هر ۳ از } d_۲}{\binom{۳}{۳}} = ۳۵ - ۴ - ۱ = ۳۰$$

۴۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به الگوی داده شده تعداد انتخاب‌های ممکن برای وارد کردن رمز برابر است با:

$$\underbrace{\text{حرف}}_{۲} \underbrace{\text{رقم}}_{۱۰} \underbrace{\text{رقم}}_{۱۰} \underbrace{\text{رقم}}_{۱۰} \underbrace{\text{رقم}}_{۱۰} \underbrace{\text{رقم}}_{۱۰} \underbrace{\text{حرف}}_{۱} \Rightarrow ۲ \times ۱۰^{۴} = ۲۰۰۰۰$$

وارد کردن هر رمز ۳ ثانیه زمان نیاز دارد، بنابراین این شخص حداکثر $۳ \times ۲۰۰۰۰ = ۶۰۰۰۰$ ثانیه که برابر $\frac{۶۰۰۰۰}{۶۰} = ۱۰۰۰$ دقیقه است زمان لازم دارد تا بتواند به اطلاعات کامپیوتر خود دسترسی پیدا کند.

۴۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. راه حل اول:
ابتدا از بین ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۸ و ۹، سه رقم را انتخاب می‌کنیم تا به‌همراه رقم ۷، چهار رقم عدد مورد نظرمان را تشکیل دهند، سپس جایگشت این ۴ رقم را محاسبه می‌کنیم. طبق اصل ضرب خواهیم داشت:

$$\binom{۸}{۳} \times ۴! = \frac{۸ \times ۷ \times ۶}{۶} \times ۲۴ = ۵۶ \times ۲۴ = ۱۳۴۴$$

راه حل دوم:
ابتدا رقم ۷ را در یکی از جایگاه‌های ارقام قرار می‌دهیم. مثلاً اگر ۷ را در هزارگان قرار دهیم، تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$\underbrace{\text{رقم } ۷}_{۱} \quad \underbrace{\text{سایر ارقام}}_{۸} \quad \underbrace{\text{سایر ارقام}}_{۷} \quad \underbrace{\text{سایر ارقام}}_{۶} \quad \Rightarrow ۱ \times ۸ \times ۷ \times ۶ = ۳۳۶$$

چون رقم ۷ می‌تواند به طور مشابه در هر یک از ارزش مکانی‌ها قرار گیرد، پس کل حالات برابر است با:

$$۴ \times ۳۳۶ = ۱۳۴۴$$

۴۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طبقه اول را به هر یک از چهار رنگ می‌توان رنگ‌آمیزی کرد. امّا برای سایر طبقات ۳ انتخاب داریم؛ زیرا نباید رنگ هر طبقه با رنگ طبقهٔ مجاور یکسان باشد.

$$\frac{۴}{\text{طبقه اول}} \times \frac{۳}{\text{طبقه دوم}} \times \frac{۳}{\text{طبقه سوم}} \times \frac{۳}{\text{طبقه چهارم}} \times \frac{۳}{\text{طبقه پنجم}} = ۴ \times ۳^{۴}$$

۴۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: تعداد جایگشت‌ها r تایی از n شیء متمایز یا به‌عبارتی تعداد انتخاب‌های r شیء از n شیء متمایز را که در آن‌ها ترتیب قرار گرفتن مهم باشد، با $P(n,r)$ نمایش می‌دهیم و داریم: $P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$
محمد و علی به‌همراه ۳ دوستشان ۵ نفر می‌شوند و اگر محدودیتی نباشد، می توانند به $۵!$ حالت در صف نانوایی پشت‌سرهم بایستند. در نیمی از این حالت‌ها، محمد جلوتر از علی خواهد بود و در نیمی دیگر علی جلوتر از محمد است، پس از این افراد می‌توانند به $\frac{۵!}{۲} = ۶۰$ حالت در یک صف پشت‌سرهم بایستند، به‌طوری که محمد جلوتر از علی باشد.

۴۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: به هر انتخاب r شیء از n شیء متمایز که در آن ترتیب انتخاب اهمیت نداشته باشد، یک ترکیب r تایی از n شیء می‌گوییم که با نماد $C(n , r)$ یا $\binom{n}{r}$ نمایش می‌دهیم و داریم:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \qquad (۰ \le r \le n)$$

راه حل اول:

ابتدا تیم ۴ نفره و سپس تیم ۳ نفره را انتخاب می‌کنیم. تیم ۴ نفره را به $\binom{۷}{۴}$ حالت می‌توان انتخاب کرد. بعد از انتخاب این ۴ نفر، از ۷ نفر، فقط ۳ نفر باقی می‌مانند، پس تیم ۳ نفره را به $\binom{۳}{۳}$ حالت می‌توان انتخاب کرد، بنابراین:

تعداد کل حالات : $\binom{۷}{۴} \times \binom{۳}{۳} = \frac{۷!}{۴! \times ۳!} \times ۱ = ۳۵$

راه حل دوم:

ابتدا تیم ۳ نفره و سپس تیم ۴ نفره را انتخاب می‌کنیم. تیم ۳ نفره را به $\binom{۷}{۳}$ حالت می‌توان انتخاب کرد. بعد از انتخاب این ۳ نفر، از ۷ نفر فقط ۴ نفر باقی می‌مانند، پس تیم ۴ نفره را به $\binom{۴}{۴}$ حالت می‌توان انتخاب کرد، بنابراین:

تعداد کل حالات : $\binom{۷}{۳} \times \binom{۴}{۴} = \frac{۷!}{۳!\,۴!} \times ۱ = ۳۵$

۴۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته (ترکیب): به هر انتخاب r شیء از n شیء متمایز که در آن ترتیب انتخاب اهمیت نداشته باشد، یک ترکیب r تایی از n شیء می‌گوییم.

تعداد ترکیب‌های r تایی از n شیء متمایز برابر است با:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

: نکته

برای ساختن مثلث نیازمند ۳ نقطه هستیم. پس تعداد مثلث‌ها برابر است با:

$$\binom{۷}{۳} = \frac{۷!}{۳! \times ۴!} = \frac{۷ \times ۶ \times ۵ \times ۴!}{۳! \times (۴!)} = ۳۵$$

۴۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته (اصل جمع): اگر کاری را بتوان به دو روش انجام داد، به‌طوری که در روش اول m انتخاب و در روش دوم n انتخاب وجود داشته باشد، برای انجام کار مورد نظر $m + n$ روش وجود دارد.

با توجه به نکته، زهرا $۳ + ۷ + ۶ = ۱۶$ انتخاب برای خرید کادوی خود دارد.

۴۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: تعداد جایگشت‌های r تایی از n شیء متمایز یا به عبارتی تعداد انتخاب‌های r شیء از n شیء متمایز را که در آن‌ها ترتیب قرار گرفتن مهم باشد، با $P(n,r)$ نمایش می‌دهیم و داریم:

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

حرف شروع O و حرف پایانی M است. پس برای هر کدام از جایگاه‌های اول و آخر کلمه، ۱ حالت داریم. برای ۳ جایگاه میانی هم داریم:

O				M
۱	۵	۴	۳	۱

مطابق اصل ضرب تعداد حالات برابر $۱ \times ۳ \times ۴ \times ۵ \times ۱$ است. با توجه به گزینه‌ها داریم:

$$۵ \times ۴ \times ۳ = \frac{۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱}{۲ \times ۱} = \frac{۵!}{۲!} = P(۵,۳)$$

۵۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته (ترکیب): به هر انتخاب r شیء از n شیء متمایز که در آن ترتیب انتخاب اهمیت نداشته باشد، یک ترکیب r تایی از n شیء می‌گوییم.

تعداد ترکیب‌های r تایی از n شیء متمایز برابر است با:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

فرض کنیم X یکی از زیرمجموعه‌های موردنظر باشد. چون باید X شامل $a_۱$ و $a_۲$ و فاقد $a_۹$ و $a_{۱۰}$ باشد، داریم:

$$\{a_۱ , a_۲\} \subseteq X \subseteq \{a_۱, a_۲, a_۳, a_۴, a_۵, a_۶, a_۷, a_۸\}$$

چون X باید ۵ عضوی باشد، از ۶ عضوی $a_۳$، $a_۴$، ... و $a_۸$، ۳ عضو را برای عضویت در X انتخاب کنیم. پس تعداد زیرمجموعه‌های موردنظر برابر است با:

$$\binom{۶}{۳} = \frac{۶!}{۳!۳!} = \frac{۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳!}{۳!۳!} = ۲۰$$

۵۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: اگر n یک عدد طبیعی باشد، حاصل‌ضرب اعداد طبیعی و متوالی از ۱ تا n را به‌صورت $n!$ نمایش می‌دهیم. قرارداد می‌کنیم: $۰! = ۱$

نکته: $n! = n(n-۱)! = n(n-۱)(n-۲)!$

تک‌تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ ۱: $\frac{n!}{(n-۲)!} = \frac{n(n-۱)(n-۲۰)!}{(n-۲)!} = n^۲ - n$ ✓

گزینهٔ ۲: $۰! = ۱! = ۱$ ✓

گزینهٔ ۳: $۴! \times ۲ = (۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱) \times ۲ \neq ۸ \times ۷ \times ۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱$ ✗

گزینهٔ ۴: $۲! \times ۲! \times ۳! = ۲ \times ۱ \times ۲ \times ۱ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۴!$ ✓

۵۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. راه‌حل اول: اگر n یک عدد طبیعی باشد، حاصل‌ضرب اعداد طبیعی و متوالی از ۱ تا n را به‌صورت $n!$ نمایش می‌دهیم. قرارداد می‌کنیم: $0! = 1$

نکته: تعداد جایگشت‌های rتایی از n شیء متمایز یا به‌عبارتی تعداد انتخاب‌های r شیء از n شیء متمایز را که در آن‌ها ترتیب قرار گرفتن مهم باشد، با $P(n,r)$ نمایش می‌دهیم و داریم:

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

تعداد درس‌ها برابر ۳ است. اگر تعداد دبیران را n فرض کنیم، قرار است تعداد جایگشت‌های ۳عضوی از بین n عضو برابر ۱۲۰ باشد، بنابراین:

حاصل‌ضرب سه عدد متوالی برابر ۱۲۰ شده است. با توجه به گزینه‌ها، این اعداد ۶، ۵ و ۴ هستند، بنابراین: $n = 6$

راه‌حل دوم: اگر تعداد دبیرها را n فرض کنیم، این معاون برای دبیر درس آمار، n حالت، برای دبیر درس ریاضی $n-1$ حالت و برای دبیر هندسه $n-2$ حالت انتخاب دارد. بنابراین طبق اصل ضرب تعداد کل انتخاب‌ها برابر $n(n-1)(n-2)$ است.

طبق فرض سؤال این مقدار برابر ۱۲۰ است، بنابراین پاسخ گزینهٔ ۳ است.

۵۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: اگر n یک عدد طبیعی باشد، حاصل‌ضرب اعداد طبیعی و متوالی از ۱ تا n را به‌صورت $n!$ نمایش می‌دهیم. قرارداد می‌کنیم: $0! = 1$

نکته: تعداد جایگشت‌های rتایی از n شیء متمایز یا به‌عبارتی تعداد انتخاب‌های r شیء از n شیء متمایز را که در آن‌ها ترتیب قرار گرفتن مهم باشد، با $P(n,r)$ نمایش می‌دهیم و داریم: $P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$

تعداد حالت‌ها با تکرار ارقام و بدون تکرار ارقام را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \text{بدون تکرار ارقام}: P(4,3) = \frac{4!}{1!} = 4\times3\times2 = 24 \\ \text{با تکرار ارقام}: 4\times4\times4 = 64 \end{cases}$$

بنابراین اختلاف این دو مقدار برابر ۴۰ = ۲۴ - ۶۴ است.

۵۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: طبق تعریف فاکتوریل داریم $n! = n(n-1)(n-2)\times\ldots\times3\times2\times1$. قرارداد می‌کنیم: $0! = 1$

با استفاده از نکتهٔ بالا داریم:

$$(2x - x^2)! = 1 \Rightarrow \begin{cases} 2x - x^2 = 0 \Rightarrow x(2-x) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ یا } 2 \\ \text{یا} \\ 2x - x^2 = 1 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

بنابراین ۳ مقدار برای x وجود دارد.

۵۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته (ترکیب): به هر انتخاب r شیء از n شیء متمایز که در آن ترتیب انتخاب اهمیت نداشته باشد، یک ترکیب rتایی از n شیء می‌گوییم.

تعداد ترکیب‌های rتایی از n شیء متمایز برابر است با: $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

راه‌حل اول: برای اینکه حداقل ۲ داور ایرانی داشته باشیم، باید تعداد حالاتی که ۲ داور ایرانی، ۳ داور ایرانی و ۴ داور ایرانی داریم را با هم جمع کنیم:

۳ غیرایرانی ۲ غیرایرانی ۱ غیرایرانی

$$\binom{۴}{۲}\times\binom{۵}{۳} + \binom{۴}{۳}\binom{۵}{۲} + \binom{۴}{۴}\binom{۵}{۱} = ۶۰ + ۴۰ + ۵ = ۱۰۵$$

۲ ایرانی ۳ ایرانی ۴ ایرانی

راه‌حل دوم: تعدادکل حالت‌های تشکیل کمیتهٔ ۵ نفره برابر است با:

$$\binom{۹}{۵} = \frac{۹!}{۴!\,۵!} = ۱۲۶$$

تعداد حالت‌هایی که کمتر از ۲ داور ایرانی در کمیته حضور دارند برابر است با:

$$\binom{۴}{۰}\binom{۵}{۵} + \binom{۴}{۱}\binom{۵}{۴} = ۱ + ۲۰ = ۲۱$$

بنابراین تعداد حالت‌هایی که حداقل ۲ داور ایرانی در کمیته حضور دارند برابر است با: $۱۲۶ - ۲۱ = ۱۰۵$

۵۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. گزینهٔ ۱: اینکه چه کسی در چه دفاعی بایستد مهم است، پس در این مورد ترتیب اهمیت دارد.

گزینهٔ ۲: اینکه چه حرفی در چه جایگاهی قرار بگیرد مهم است، پس در این مورد ترتیب اهمیت دارد.

گزینهٔ ۳: اینکه در چندمین پرتاب «رو» بیاید مهم است، پس در این مورد ترتیب اهمیت دارد.

گزینهٔ ۴: ترتیب قرار گرفتن شاخه‌های گل در دسته‌گل مهم نیست، پس در این مورد ترتیب اهمیتی ندارد.

۵۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: به هر انتخاب r شیء از n شیء متمایز که در آن ترتیب انتخاب اهمیت نداشته باشد، یک ترکیب r تایی از n شیء می‌گوییم. تعداد ترکیب‌های r تایی از n شیء متمایز را معمولاً با $C(n, r)$ یا $\binom{n}{r}$ نمایش می‌دهیم و داریم: $\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}\ (۰ \le r \le n)$

با توجه به اینکه در انتخاب گل ترتیب مهم نیست، تعداد دسته‌گل‌های متفاوت برابر است با:

دسته گل ۳ تایی — دسته گل ۴ تایی — دسته گل ۵ تایی

$$\binom{۱۰}{۳} + \binom{۱۰}{۴} + \binom{۱۰}{۵} = \frac{۱۰\times ۹\times ۸}{۳!} + \frac{۱۰\times ۹\times ۸\times ۷}{۴!} + \frac{۱۰\times ۹\times ۸\times ۷\times ۶}{۵!}$$

$$= ۱۲۰ + ۲۱۰ + ۲۵۲ = ۵۸۲$$

۵۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. کتاب‌های ریاضی را به $۳!$ حالت و کتاب‌های داستان را به $۴!$ حالت می‌توان کنار هم قرار داد، جایگشت کتاب‌های ریاضی و داستان با یکدیگر نیز $۲!$ حالت است، پس کل حالات برابر است با:

$$۳!\times ۴!\times ۲! - ۶\times ۲۴\times ۲ = ۲۸۸$$

۵۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: اگر انجام کاری شامل دو مرحله باشد، به‌طوری که برای انجام مرحلهٔ اول m روش و برای هر کدام از این m روش، مرحلهٔ دوم را بتوان به n روش انجام داد، در کل کار موردنظر با $m \times n$ روش قابل انجام است.

با توجه به اینکه میان ارقام ۱ تا ۹، تعداد ۵ رقم فرد و ۴ رقم زوج داریم، دو حالت زیر را می‌توان در نظر گرفت:

۱) $\frac{۵}{\text{فرد}} \times \frac{۴}{\text{زوج}} \times \frac{۵}{\text{فرد}} = ۱۰۰$

۲) $\frac{۴}{\text{زوج}} \times \frac{۵}{\text{فرد}} \times \frac{۴}{\text{زوج}} = ۸۰$

بنابراین طبق اصل جمع، کل حالات برابر ۱۸۰ = ۸۰ + ۱۰۰ است.

۶۰- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{تکرار مجاز (ارقام ۳ و ۴ و ۵)}: \boxed{۳} \times \boxed{۶} \times \boxed{۶} - \underbrace{۱}_{\text{خود عدد ۳۰۰}} = ۱۰۸ - ۱ = ۱۰۷$$

۶۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: تعداد جایگشت‌های r شیء از n شیء متمایز یا به عبارتی تعداد انتخاب‌های r شیء از بین n شیء متمایز را که در آن‌ها ترتیب قرار گرفتن مهم باشد، با $P(n , r)$ نمایش می‌دهیم و مقدار آن از دستور زیر محاسبه می‌شود:

$$P(n , r) = \frac{n!}{(n - r)!}$$

با توجه به نکته و اینکه $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n - r)!}$، داریم:

$$\frac{P(۷,۳)}{\binom{۶}{۴}} = \frac{\frac{۷!}{(۷ - ۳)!}}{\frac{۶!}{۴!(۶ - ۴)!}} = \frac{\frac{۷!}{۴!}}{\frac{۶!}{۴!۲!}} = \frac{۷! \times ۴! \times ۲!}{۶! \times ۴!} = ۷ \times ۲ = ۱۴$$

۶۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. راه‌حل اول:

نکته: به هر انتخاب r شیء از n شیء متمایز که در آن ترتیب انتخاب اهمیت نداشته باشد، یک ترکیب r تایی از n شیء می‌گوییم. تعداد ترکیب‌های r تایی از n شیء متمایز را معمولاً با $C(n , r)$ یا $\binom{n}{r}$ نمایش می‌دهیم و داریم:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n - r)!\,r!} \quad (۰ \le r \le n)$$

ابتدا ۳ رشته از ۴ رشته را انتخاب می‌کنیم و سپس از هر رشته یک دبیر انتخاب می‌کنیم. پس تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$\binom{۴}{۳} \times \binom{۳}{۱} \times \binom{۳}{۱} \times \binom{۳}{۱} = ۴ \times ۳^{۳} = ۴ \times ۲۷ = ۱۰۸$$

راه‌حل دوم: ابتدا یک نفر از ۱۲ نفر را انتخاب می‌کنیم و ۲ نفر هم‌رشته‌ای او را کنار می‌گذاریم. سپس از ۹ نفر باقی‌مانده ۱ نفر انتخاب و ۲ نفر هم‌رشته‌ای او را کنار می‌گذاریم. سپس از ۶ نفر باقی‌مانده یک نفر انتخاب می‌کنیم. بنابراین تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$\frac{\binom{۱۲}{۱}\binom{۹}{۱}\binom{۶}{۱}}{۳!} = \frac{۱۲ \times ۹ \times ۶}{۳ \times ۲ \times ۱} = ۱۰۸$$

دقت کنید با توجه به اینکه ترتیب انتخاب این ۳ نفر اهمیتی ندارد، عبارت را بر $۳!$ تقسیم کرده‌ایم.

۶۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون می‌خواهیم عدد زوج و کوچک‌تر از ۴۰۰۰ باشد، پس هزارگان باید یکی از اعداد ۱، ۲ یا ۳ باشد و رقم یکان باید یکی از ارقام ۰، ۲، ۴، ۶ یا ۸ باشد.
پاسخ را می‌توان با ۲ راه حل زیر به‌دست آورد:
راه حل اول:
دو حالت درنظرمی‌گیریم. حالتی که رقم ۲ در هزارگان باشد یا نباشد:

$$\underbrace{\text{رقم ۱ یا ۳}}_{۲} \quad \underbrace{\quad}_{۸} \quad \underbrace{\quad}_{۷} \quad \underbrace{\text{ارقام زوج}}_{۵} \quad \Rightarrow ۲\times۸\times۷\times۵ = ۵۶۰$$

$$\underbrace{\text{رقم ۲}}_{۱} \quad \underbrace{\quad}_{۸} \quad \underbrace{\quad}_{۷} \quad \underbrace{\text{ارقام زوج غیر از ۲}}_{۴} \quad \Rightarrow ۱\times۸\times۷\times۴ = ۲۲۴$$

طبق اصل جمع، ۷۸۴ = ۲۲۴ + ۵۶۰ عدد با این شرایط وجود دارد.
راه حل دوم:
دو حالت درنظرمی‌گیریم. حالتی‌که ۲ در یکان باشد یا نباشد:

$$\underbrace{\text{رقم ۱ یا ۳}}_{۲} \quad \underbrace{\quad}_{۸} \quad \underbrace{\quad}_{۷} \quad \underbrace{\text{رقم ۲}}_{۱} \quad \Rightarrow ۲\times۸\times۷\times۱ = ۱۱۲$$

$$\underbrace{\text{رقم ۱، ۲ یا ۳}}_{۳} \quad \underbrace{\quad}_{۸} \quad \underbrace{\quad}_{۷} \quad \underbrace{\text{ارقام زوج غیر از ۲}}_{۴} \quad \Rightarrow ۳\times۸\times۷\times۴ = ۶۷۲$$

طبق اصل جمع، ۷۸۴ = ۶۷۲ + ۱۱۲ عدد با این شرایط وجود دارد.

۶۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فرض کنیم X یکی از زیرمجموعه‌های موردنظر باشد. طبق فرض X شامل اعضای a و b است، پس: $\{a, b\} \subseteq X \subseteq \{a, b, c, d, e\}$
یعنی هریک از اعضای c، d و e دو حالت دارند (عضو X باشند یا نباشند). بنابراین طبق اصل ضرب، تعداد زیرمجموعه‌های موردنظر برابر است با: $۲\times۲\times۲ = ۸$

۶۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.
نکته: تعداد جایگشت‌های r تایی از n شیء متمایز یا به‌عبارتی تعداد انتخاب‌های r شیء از میان n شیء متمایز را که در آن‌ها ترتیب قرار گرفتن مهم باشد، با $P(n, r)$ نمایش می‌دهیم و مقدار آن از دستور مقابل محاسبه می‌شود:

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n - r)!}$$

حروف کلمات «سلام» را به صورت یک بسته در نظر می‌گیریم. تعداد جایگشت‌های این بسته با ۲ حرف دیگر (حرف «و» و حرف «ه») برابر $۳!$ است. دقت کنید که چون باید حروف به‌صورت «سلام» باشند، پس داخل بسته جایگشتی نداریم.

۶۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. راه‌حل اول: تعداد جایگشت‌های r تایی از n شیء متمایز یا همان تعداد انتخاب‌های r شیء از میان n شیء متمایز را که در آن‌ها ترتیب مهم باشد، با $P(n,r)$ نمایش می‌دهیم که برابر است با:

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n - r)!}$$

در این مسئله ابتدا باید از میان ۵ نفر، ۳ نفر را انتخاب کنیم و سپس ۳ کتاب متمایز را بین آن‌ها تقسیم کنیم که همان تعریف جایگشت ۳ از ۵ است، پس: $P(۵,۳) = \frac{۵!}{۲!} = \frac{۱۲۰}{۲} = ۶۰$

راه‌حل دوم: اگر ۳ کتاب را در نظر بگیریم، برای توزیع کتاب اول بین ۵ نفر ۵ حالت، برای توزیع کتاب دوم بین ۴ نفر باقی‌مانده ۴ حالت (به هر نفر نباید بیش از یک کتاب برسد) و برای توزیع کتاب سوم بین ۳ نفر باقی‌مانده، ۳ حالت وجود دارد. بنابراین طبق اصل ضرب تعداد کل حالات برابر $۵\times۴\times۳ = ۶۰$ است.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۶۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: تعداد جایگشت‌های rتایی از n شیء متمایز، برابر است با تعداد انتخاب‌های r شیء از بین n شیء متمایز به‌طوری که در آن‌ها ترتیب قرار گرفته مهم باشد. این مقدار به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

نکته: $n! = n(n-۱)! = n(n-۱)(n-۲)!$

اگر تعداد کل کتاب‌ها n باشد، طبق فرض، جایگشت ۳ از n برابر ۲۱۰ خواهد بود. پس:

$$P(n,۳) = ۲۱۰ \Rightarrow \frac{n!}{(n-۳)!} = ۲۱۰ \Rightarrow \frac{n(n-۱)(n-۲)(n-۳)!}{(n-۳)!} = ۲۱۰$$

$$\Rightarrow n(n-۱)(n-۲) = ۷\times۶\times۵ \Rightarrow n = ۷$$

۶۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای پاسخ به هر سؤال چهارگزینه‌ای، ۴ حالت وجود دارد. چون ۱۰ سؤال چهارگزینه‌ای داریم، $۴^{۱۰}$ حالت برای پاسخ دادن به این دسته سؤال‌ها وجود دارد. برای پاسخ دادن به هر سؤال دوگزینه‌ای، ۲ حالت وجود دارد. چون ۳ سؤال از این نوع وجود دارد، $۲^{۳}$ حالت برای پاسخ به این دسته سؤالات وجود دارد. بنابراین طبق اصل ضرب در کل $۴^{۱۰}\times۲^{۳}$ حالت مختلف برای پاسخ دادن به همهٔ سؤالات وجود دارد.

۶۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته (اصل جمع): اگر کاری را بتوان به دو روش انجام داد به‌طوری که در روش اول m انتخاب و در روش دوم n انتخاب وجود داشته باشد، برای انجام کار مورد نظر $m+n$ روش وجود دارد.

نکته: $۱+۲+\ldots+n = \frac{n(n+۱)}{۲}$

رقم صدگان، برابر مجموع ارقام یکان و دهگان است، پس باید مجموع ارقام یکان و دهگان، عددی یک‌رقمی باشد. تعداد حالت‌هایی را که ارقام یکان و دهگان می‌توانند داشته باشند محاسبه می‌کنیم.

رقم یکان	ارقام قابل قبول برای دهگان	
۰	۰, ۱, ..., ۹	۹ حالت
۱	۰, ۱, ..., ۸	۹ حالت
۲	۰, ۱, ..., ۷	۸ حالت
۳	۰, ۱, ..., ۶	۷ حالت
۴	۰, ۱, ..., ۵	۶ حالت
۵	۰, ۱, ..., ۴	۵ حالت
۶	۰, ۱, ..., ۳	۴ حالت
۷	۰, ۱, ۲	۳ حالت
۸	۰, ۱	۲ حالت
۹	۰	۱ حالت

بنابراین طبق اصل جمع، تعداد اعداد موردنظر برابر است با:

$$(۱+۲+\ldots+۹)+۹ = \frac{۹\times۱۰}{۲}+۹ = ۴۵+۹ = ۵۴$$

۷۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکتهٔ ۱: تعداد زیرمجموعه‌های kعضوی یک مجموعهٔ nعضوی برابر $\binom{n}{k}$ است.

نکتهٔ ۲ : $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$

طبق فرض، تعداد زیرمجموعه‌های ۵ عضوی این مجموعه با تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی آن برابر است. پس مطابق نکتهٔ ۱ داریم: $\binom{n}{۵} = \binom{n}{۴}$

با توجه به نکتهٔ ۲، از این تساوی می‌توان نتیجه گرفت که مجموعه دارای $n = ۵ + ۴ = ۹$ عضو است، بنابراین تعداد زیرمجموعه‌های ۳ عضوی این مجموعه برابر $\binom{۹}{۳} = \frac{۹ \times ۸ \times ۷}{۳ \times ۲ \times ۱} = ۸۴$ است.

۷۱- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

رقم یکان صفر : $۳ \times ۲ \times ۱ \times ۱ = ۶$

یکان ۲ و ۴ : $۲ \times ۲ \times ۱ \times ۲ = ۸$

جمع $\Rightarrow ۶ + ۸ = ۱۴$

۷۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. حالت‌های ممکن:

۷۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

فرد	زوج	فرد	زوج	فرد	زوج	فرد

۴ عدد فرد داریم که $!۴$ جایگشت دارند.

۳ عدد زوج داریم که آن‌ها هم $!۳$ جایگشت دارند.

بنابراین: $!۴ \times !۳ = ۲۴ \times ۶ = ۱۴۴$

۷۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته (فضای نمونه‌ای و پیشامد): در یک آزمایش تصادفی، مجموعهٔ شامل همهٔ حالت‌های ممکن را فضای نمونه‌ای و هر زیرمجموعه از فضای نمونه‌ای را یک پیشامد تصادفی می‌نامیم.

تعداد اعضای پیشامد «خارج شدن ۲ مهرهٔ قرمز» برابر با ترکیب ۲ از ۴ و تعداد اعضای پیشامد «خارج شدن ۲ مهرهٔ آبی» برابر با ترکیب ۲ از ۳ است. پس طبق اصل ضرب، تعداد اعضای پیشامد «خارج شدن ۲ مهرهٔ قرمز و ۲ مهرهٔ آبی» برابر است با:

$$\binom{۴}{۲} \times \binom{۳}{۲} = ۶ \times ۳ = ۱۸$$

۷۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دو حالت داریم:
فرض می‌کنیم که عدد ۴ رقمی با هزارگان زوج (غیر صفر) شروع شود. در این صورت باید در جایگاه‌های صدگان، دهگان، و یکان به‌ترتیب ارقامی فرد، زوج و فرد قرار بگیرد. یعنی تعداد حالت‌های ممکن برابر است با:

ارقام فرد	ارقام زوج	ارقام فرد	ارقام زوج
۵	۵	۵	۴

$$\Rightarrow ۴ \times ۵ \times ۵ \times ۵ = ۵۰۰$$

۲) فرض کنیم که عدد با هزارگان فرد شروع شود. در این صورت سایر جایگاه‌ها به صورت زیر می‌باشند:

ارقام زوج	ارقام فرد	ارقام زوج	ارقام فرد
۵	۵	۵	۵

$$\Rightarrow ۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵ = ۶۲۵$$

بنابراین بنابر اصل جمع کل حالت‌های ممکن برابر است با: ۱۱۲۵ = ۶۲۵ + ۵۰۰

۷۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\binom{۸}{۴} + \binom{۸}{۵} + \binom{۸}{۶} = ۷۰ + ۵۶ + ۲۸ = ۱۵۴$$

انتخاب ۴ دسته از ۸ نوع گل — انتخاب ۵ دسته از ۸ نوع گل — انتخاب ۶ دسته از ۸ نوع گل

۷۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: اگر n یک عدد طبیعی باشد، حاصل‌ضرب اعداد طبیعی و متوالی از ۱ تا n را به‌صورت $n!$ نمایش می‌دهیم. قرارداد می‌کنیم: $۰! = ۱$
نکته: $n! = n(n-۱)! = n(n-۱)(n-۲)!$
با توجه به نکات عبارت را ساده می‌کنیم.

$$\frac{۱۱ \times (۱۲! + ۱۱!)}{۱۲! - ۱۱!} = \frac{۱۱ \times (۱۲ \times ۱۱! + ۱۱!)}{۱۲ \times ۱۱! - ۱۱!} = \frac{۱۱ \times ۱۱! (۱۲ + ۱)}{۱۱! (۱۲ - ۱)} = \frac{۱۱ \times ۱۳}{۱۱} = ۱۳$$

۷۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

بخش عددی			بخش حرفی			
۴	۴	۳	۴	۳	۲	۱

ارقام زوج: ۸ , ۶ , ۴ , ۲ , ۰

$$۴ \times ۴ \times ۳ \times \ ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ \ \times \ ۲! = ۴۸ \times ۲۴ \times ۲ = ۲^{۸} \times ۳^{۲}$$

۷۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته (اصل جمع): اگر کاری را بتوان به دو روش انجام داد به‌طوری که در روش اول m انتخاب و در روش دوم n انتخاب وجود داشته باشد، برای انجام کار موردنظر $m+n$ روش وجود دارد.
نکته (اصل ضرب): اگر انجام کاری شامل دو مرحله باشد به‌طوری که برای انجام مرحلهٔ اول m روش و برای هر کدام از این m روش، مرحلهٔ دوم را بتوان به n روش انجام داد، در کل کار موردنظر با $m \times n$ روش قابل انجام است.
راه‌حل اول: رقم ۲ می‌تواند در هریک از جایگاه‌های یکان، دهگان یا صدگان قرار بگیرد. پس هر کدام را جداگانه محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{۱}{۲} \times \frac{۵}{} \times \frac{۴}{} = ۲۰ \qquad \frac{۴}{\text{غیرصفر}} \times \frac{۱}{۲} \times \frac{۴}{} = ۱۶ \qquad \frac{۴}{\text{غیرصفر}} \times \frac{۴}{} \times \frac{۱}{۲} = ۱۶$$

بنابراین طبق اصل جمع، تعداد اعداد موردنظر برابر است با: $۲۰ + ۱۶ + ۱۶ = ۵۲$
راه‌حل دوم: تعداد کل اعداد سه رقمی با ارقام صفر، ۱، ۲، ۳، ۶ و ۷ بدون تکرار ارقام، برابر است با:

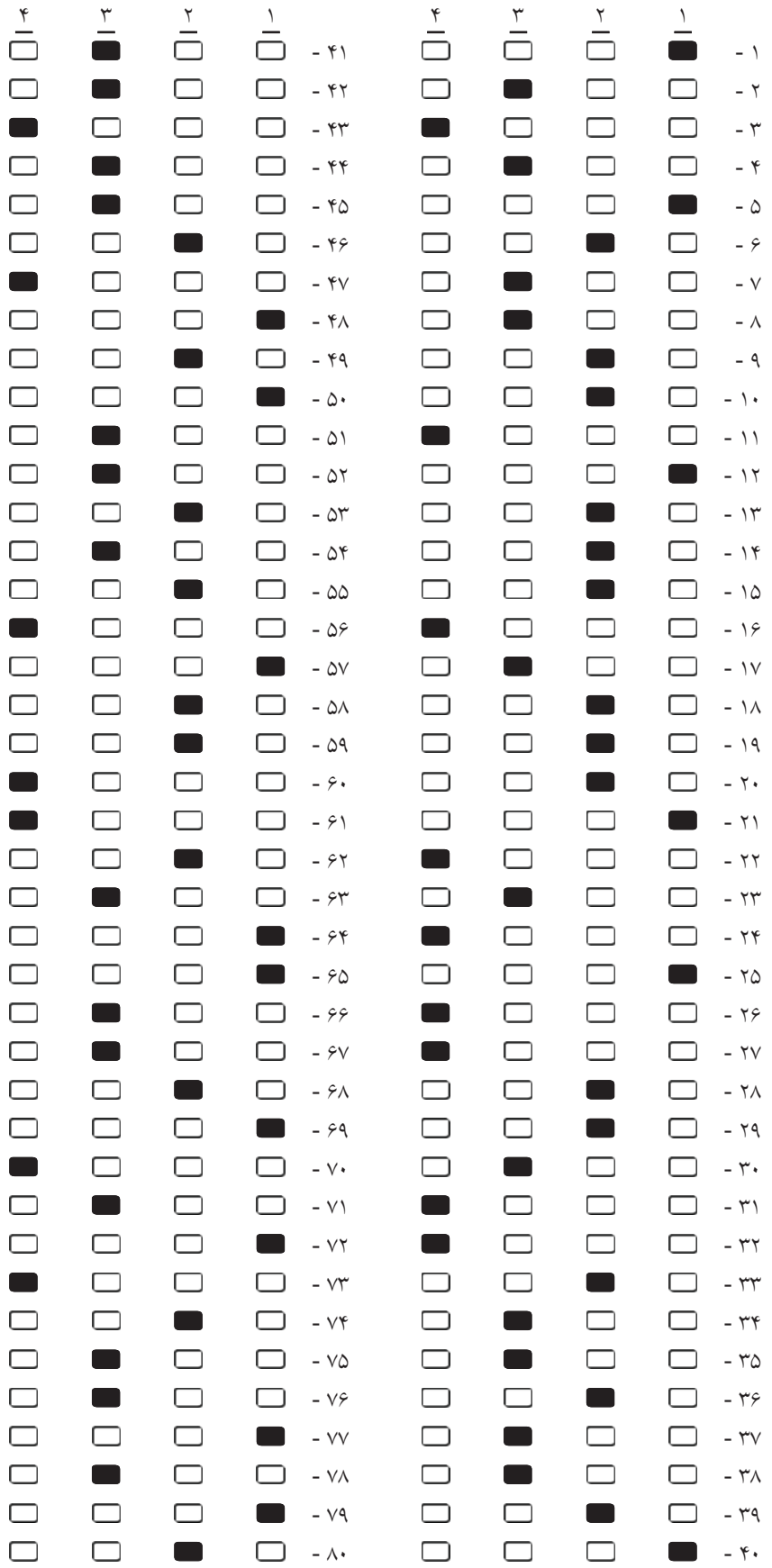
$$\frac{۵}{\text{غیرصفر}} \frac{۵}{} \frac{۴}{} = ۱۰۰$$

تعداد اعداد سه‌رقمی با ارقام متمایز که فاقد رقم ۲ باشد، برابر است با:

$$\frac{۴}{\text{غیرصفر}} \frac{۴}{} \frac{۳}{} = ۴۸$$

بنابراین تعداد اعداد سه‌رقمی که احتمالاً شامل ۲ باشد، برابر است با: $۱۰۰ - ۴۸ = ۵۲$

۸۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: اگر انجام کاری شامل دو مرحله باشد، به‌طوری که برای انجام مرحلهٔ اول m روش و برای هر کدام از این m روش، مرحلهٔ دوم را بتوان به n روش انجام داد، در کل کار موردنظر با $m \times n$ روش قابل انجام است.
برای رنگ کردن خانهٔ اول، از هر چهار رنگ می‌توان استفاده کرد. برای رنگ کردن خانهٔ بعدی، از رنگ خانهٔ قبلی نمی‌توان استفاده کرد، پس از ۳ رنگ می‌توان استفاده کرد. به همین ترتیب برای بقیهٔ خانه‌ها نیز از ۳ رنگ می‌توان استفاده کرد، پس داریم: $\underline{۴} \times \underline{۳} \times \underline{۳} \times \underline{۳} \times \underline{۳} = ۴ \times ۸۱ = ۳۲۴$



دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir