



RIA2ISRA

سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

هواحق

# "ریاضیا"

((چهل تست))

تمامی تست های سراسری، سنجش و گزینه ۲ از سال ۸۰ الی ۹۸

## علی فقیهی

دبیر ریاضی ناحیه ۴ استان قم

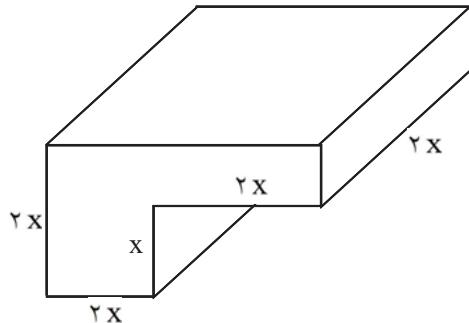
۰۹۱۹۸۶۹۰۴۵۰

تلگرام و اینستاگرام

@aliifaghihi

دانلود از سایت ریاضی سرا

[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)



- ۱- در شکل زیر، یک منبع آب به گنجایش ۱۵۰۰ لیتر رسم شده است. مقدار  $x$  کدام است؟

۳ (۱)  
۴ (۲)  
۵ (۳)  
۶ (۴)

آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

- ۲- در یک دوره مسابقه ورزشی، هر تیم با هر یک از تیم‌های دیگر فقط یک بازی انجام داده است. اگر جمیعاً ۴۵ بازی صورت گرفته باشد، تعداد تیم‌های این دوره کدام است؟

۸ (۴) ۹ (۳) ۱۰ (۲) ۱۲ (۱)  
آزمونهای گزینه ۲ = دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

- ۳- مجموع مربعات سه عدد طبیعی متولی برابر با ۷۷ است. مجموع این سه عدد کدام است؟

۲۱ (۴) ۱۸ (۳) ۱۵ (۲) ۱۲ (۱)  
آزمونهای گزینه ۲ = دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

- ۴- سه جمله‌ای درجه دوم  $a(x - k)^2 + bx - c$  را به صورت  $a(x - k)^2 + bx - c$  بنویسیم. مقدار  $k$  کدام است؟

$-\frac{49}{16}$  (۴)  $-\frac{49}{8}$  (۳) -۸ (۲) -۴ (۱)

آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

- ۵- اگر سه جمله‌ای درجه دوم  $2x^2 - 3x + b$  را به صورت مربع كامل بنویسیم، مقدار  $b$  کدام است؟

$\frac{9}{16}$  (۴)  $\frac{9}{10}$  (۳)  $\frac{9}{8}$  (۲)  $\frac{9}{4}$  (۱)

آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

- ۶- اگر معادله  $x_0 + y_0 = \alpha(x - x_0)^2 + y_0$  را به صورت  $P(x) = ax^2 + bx + c$  بنویسیم، مقدار  $a$  کدام است؟

$\frac{\sqrt{2}}{4} + 16$  (۴)  $\frac{\sqrt{2} + 16}{4}$  (۳)  $\frac{\sqrt{2} + 15}{4}$  (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{4} + 15$  (۱)

آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

- ۷- برای حل معادله  $x^2 - 2x - 17 = 0$  به روش مربع كامل کردن، معادله را به صورت  $(x + h)^2 = k$  درآورده‌ایم.

مقدار  $\frac{k}{h}$  کدام است؟

$-\frac{43}{9}$  (۴) -۶ (۳)  $\frac{7}{3}$  (۲) ۱۸ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ = دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

چهل تست ریاضی ۱ ..... فصل چهارم ( معادله ها و نامعادله ها ) ..... علی فقیهی ..... صفحه ۲

- مجموع مربعات دو عدد صحیح متولی ۳۱۳ است. حاصل جمع این دو عدد کدام است؟

$$\pm 27 \quad (4) \quad \pm 25 \quad (3) \quad \pm 23 \quad (2) \quad \pm 21 \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

- اگر یکی از ریشه های معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  با دلتای معادله ( $\Delta$ ) برابر باشد، بیشترین مقدار  $ab$  کدام است؟

$$\frac{1}{8} \quad (4) \quad \frac{1}{4} \quad (3) \quad \frac{1}{2} \quad (2) \quad 1 \quad (1)$$

آزمایشی سنجش => دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

- مجموع مربعات دو عدد طبیعی زوج متولی از مربع مجموع همان دو عدد ۱۰۵۶ واحد کمتر است. مجموع ارقام عدد بزرگتر کدام است؟

$$6 \quad (4) \quad 4 \quad (3) \quad 10 \quad (2) \quad 8 \quad (1)$$

آزمایشی سنجش => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

- عبارت گویای  $\frac{3x+1}{ax^2+3x+9}$  به ازای تمامی مقادیر حقیقی  $x$  تعریف شده است. حدود  $a$  کدام است؟

$$a < -\frac{1}{4} \quad (4) \quad a > \frac{1}{4} \quad (3) \quad a < \frac{1}{4} \quad (2) \quad a > -\frac{1}{4} \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

- اگر معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  ریشه حقیقی نداشته باشد، کدام یک از معادلات زیر ریشه حقیقی ندارد؟

$$ax^2 - bx + c = 0 \quad (2) \quad -ax^2 + bx + c = 0 \quad (1)$$

$$ax^2 - bx - c = 0 \quad (4) \quad ax^2 + bx - c = 0 \quad (3)$$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

- اگر معادله  $x^2 + ax + b = 0$  دارای ریشه مضاعف  $\frac{1}{2}$  باشد،  $a + b$  کدام است؟

$$\frac{3}{4} \quad (4) \quad \frac{1}{4} \quad (3) \quad -\frac{1}{4} \quad (2) \quad -\frac{3}{4} \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

- معادله  $m x^2 - mx + 1 = 0$  دارای ریشه مضاعف است.  $m$  کدام است؟

$$\pm \frac{1}{2} \quad (4) \quad -2 \quad (3) \quad 2 \quad (2) \quad \pm 2 \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

- کدام یک از معادلات زیر به ازای تمام مقادیر حقیقی  $a$  جواب دارد؟

$$a^2 x^2 + x + 1 = 0 \quad (2) \quad x^2 - 2x + a = 0 \quad (1)$$

$$-x^2 + ax - 1 = 0 \quad (4) \quad x^2 + (a+1)x + a = 0 \quad (3)$$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

باشند، حاصل  $\frac{\alpha}{\beta}$  کدام است؟  $(\alpha > \beta)$

$$-\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (3)$$

$$-\sqrt{2} \quad (2)$$

-۲ (۱)

-۱۶ اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله

آزمونهای گزینه ۲ = دهم سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱۷- اگر معادله درجه دوم  $9x^2 - 12x + c = 0$  تنها یک ریشه مضاعف داشته باشد، مقدار این ریشه کدام است؟

$$\frac{4}{3} \quad (4)$$

$$-\frac{4}{3} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$-\frac{2}{3} \quad (1)$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱۸- در معادله درجه دوم  $bx^2 = 4a(a + c)$ ، رابطه  $ax^2 + bx + c = 0$  برقرار است. قدر مطلق تفاضل ریشه های این معادله کدام است؟

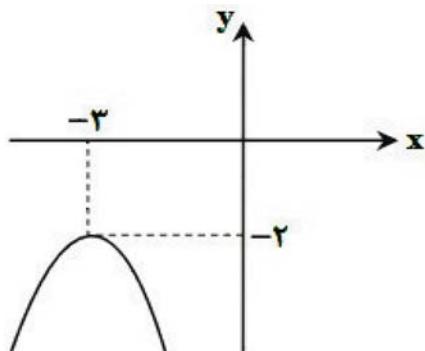
۲ (۲)

۱ (۱)

۴) به مقدار  $a$ ,  $b$  و  $c$  بستگی دارد.

۳ (۳)

آزمونهای گزینه ۲ = دهم سال تحصیلی ۹۵-۹۶



۱۹- نمودار مقابل، مربوط به کدام سهمی می تواند باشد؟

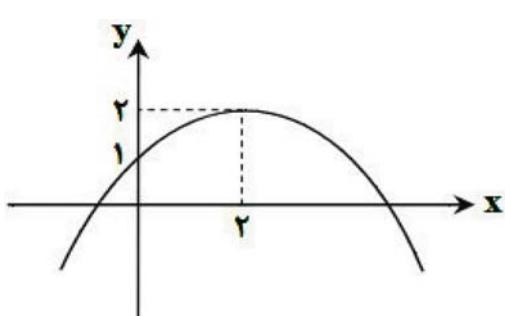
$$y = (x - 3)^2 + 2 \quad (1)$$

$$y = -(x + 3)^2 - 2 \quad (2)$$

$$y = -(x - 3)^2 - 2 \quad (3)$$

$$y = (x + 3)^2 - 2 \quad (4)$$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم سال تحصیلی ۹۵-۹۶



۲۰- کدام یک از نقاط زیر روی سهمی شکل مقابل قرار دارد؟

$$(4, 0) \quad (1)$$

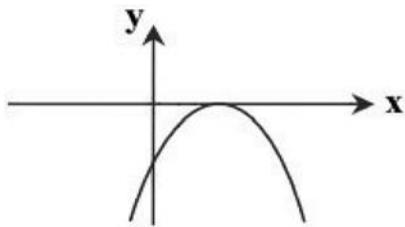
$$\left(1, \frac{3}{2}\right) \quad (2)$$

$$\left(-\frac{1}{2}, 0\right) \quad (3)$$

$$\left(3, \frac{7}{4}\right) \quad (4)$$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۲۱- معادله سهمی مقابله کدام گزینه می‌تواند باشد؟



$$y = -x^2 + 4x - 3 \quad (1)$$

$$y = -x^2 - 2\sqrt{2}x - 2 \quad (2)$$

$$y = x^2 - 8x + 16 \quad (3)$$

$$y = -x^2 + 2\sqrt{2}x - 2 \quad (4)$$

آزمونهای گزینه ۲ == دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۲۲- اگر  $(-2, 5)$  و  $(0, 5)$  دو نقطه از یک سهمی باشند، خط تقارن این سهمی کدام است؟

$$x = 0 \quad (4)$$

$$x = -1 \quad (3)$$

$$x = 2 \quad (2)$$

$$x = 1 \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ == دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲۳- اگر خط  $x = 2$  خط تقارن سهمی  $y = (m - 1)x^2 + x + 3$  باشد، مقدار  $m$  کدام است؟

$$\frac{5}{4} \quad (4)$$

$$\frac{4}{5} \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{4}{3} \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ == دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲۴- نمودار سهمی به معادله  $y = ax^2 + bx + c$ ، محور  $y$  را در نقطه به عرض ۳ قطع می‌کند. اگر معادله محور تقارن این سهمی  $-x = 1$  و یک ریشهٔ معادله  $y = 0$  برابر  $-3$  باشد، حاصل جمع ریشهٔ دیگر معادله با مقدار  $a + b + c$ ، کدام است؟

$$4 \quad (\text{صفیر})$$

$$3 \quad (\text{۳})$$

$$2 \quad (\text{۲})$$

$$1 \quad (\text{۱})$$

آزمایشی سنجش == دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۵- دو سهمی به معادلات  $y = a'x^2 + b'x$  و  $y = ax^2$  یکدیگر را در نقاط  $(1, -1)$  و  $\left(\frac{1}{5}, -\frac{13}{5}\right)$  قطع می‌کنند. کوتاه‌ترین فاصله میان محورهای تقارن دو منحنی، کدام است؟

$$\frac{8}{25} \quad (4)$$

$$\frac{8}{3} \quad (3)$$

$$\frac{8}{15} \quad (2)$$

$$\frac{8}{5} \quad (1)$$

آزمایشی سنجش == دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۶- خط  $y = mx + 3$ ، سهمی به معادله  $f(x) = ax^2 + bx + 2$  را در نقاط  $(h, 2)$  و  $(k, 2)$  قطع کرده و از نقطه  $(-1, 4)$  می‌گذرد. مقدار  $a - b$  از مقدار  $k + m + h$  چه مقدار کمتر است؟

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (\text{۳})$$

$$2 \quad (\text{۲})$$

$$1 \quad (\text{۱})$$

آزمایشی سنجش == دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۷- اگر معادله سهمی به معادله  $y = -2(x - h)^2 + k$ ، بنویسیم، مقدار  $h + k$  کدام است؟

$$3 \quad (4)$$

$$2 \quad (\text{۳})$$

$$1 \quad (\text{۲})$$

$$0 \quad (\text{صفیر})$$

آزمایشی سنجش == دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

چهل تست ریاضی ۱ ..... فصل چهارم ( معادله ها و نامعادله ها ) ..... علی فقیهی ..... صفحه ۵۰۴۵۰ ۹۱۹۸۶۹۰

۲۸- نمودارهای دو سهمی به معادلات  $y = 3x^2 - 2x - 5$  و  $y = 2x^2 - 3x - 5$  در چند نقطه و در کدام ناحیه ها یک دیگر را قطع می کنند؟

(۱) نقطه - ناحیه سوم

(۲) نقطه - ناحیه دوم و چهارم

(۱) نقطه - ناحیه چهارم

(۳) نقطه - ناحیه اول و سوم

آزمایشی سنجش = < سال تحصیلی ۹۶-۹۷ دهم = <

۲۹- اگر معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$ ، دارای دو ریشه متقابن باشد، آنگاه لزوماً رأس سهمی در کجا قرار دارد؟

(۲) ناحیه دوم دستگاه مختصات

(۴) محور y ها

(۱) ناحیه اول دستگاه مختصات

(۳) محور X ها

آزمایشی سنجش = < سال تحصیلی ۹۶-۹۷ دهم = <

۳۰- به ازای چه مقادیری از m نمودار سهمی به معادله  $y = mx^2 + 2mx + 3$  همواره بالای خط ۱ قرار دارد؟

(۱)  $m > 2$  (۲)  $m > 3$  (۳)  $0 < m < 2$  (۴)  $0 < m < 3$

آزمایشی سنجش = < سال تحصیلی ۹۶-۹۷ دهم = <

۳۱- در سهمی به معادله  $y = 2ax^2 + bx + c$ ، خط ۱ =  $x =$  محور تقارن سهمی و نمودار آن محور X ها را در نقطه به طول  $\frac{1}{2}$  قطع می کند. اگر مقدار ماکریم نمودار سهمی برابر ۱ باشد، عرض نقطه تلاقی نمودار سهمی با محور y ها، کدام است؟

-۲ (۴)

$-\frac{5}{2}$  (۳)

-۳ (۲)

$-\frac{3}{2}$  (۱)

آزمایشی سنجش = < سال تحصیلی ۹۶-۹۷ دهم = <

۳۲- خط تقارن سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  خط ۱ =  $x =$  است و نمودار سهمی از نقطه (۱، ۱) می گذرد. مقدار a - c کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ = < سال تحصیلی ۹۶-۹۷ دهم = <

۳۳- دو سهمی به معادلات  $y = x^2 - bx - 2$  و  $y = ax^2 + x + 1$  یک دیگر را در نقاط به طول ۱ و ۲، قطع می کنند. اختلاف طول های نقاط رأس دو سهمی، کدام است؟

$\frac{3}{4}$  (۴)

$\frac{5}{4}$  (۳)

$\frac{1}{2}$  (۲)

۱ (۱)

آزمایشی سنجش = < سال تحصیلی ۹۵-۹۶ دهم = <

۳۴- یک جسم از بالای یک ساختمان که ۱۳ متر ارتفاع دارد، به هوا پرتاب می شود. ارتفاع این جسم از سطح زمین در ثانیه t م از رابطه  $h = -5t^2 + 18t + 13$  محاسبه می شود. تا چند ثانیه پس از آغاز حرکت، ارتفاع توپ از سطح زمین بیشتر از ۱۳ متر خواهد بود؟

$\frac{3}{6}$  (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

$\frac{3}{2}$  (۱)

آزمونهای گزینه ۲ = < سال تحصیلی ۹۶-۹۷ دهم = <

۳۵- رأس سهمی  $y = -7x^2 + 3x - 1$  در کدام ناحیه مختصات قرار دارد؟

(۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

آزمونهای گزینه ۲ <= دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۳۶- خط تقارن سهمی  $y = (x - 5)^2 + (x + 1)^2$  کدام است؟

(۱)  $x = 1$  (۲)  $x = 2$  (۳)  $x = 3$  (۴)  $x = 4$

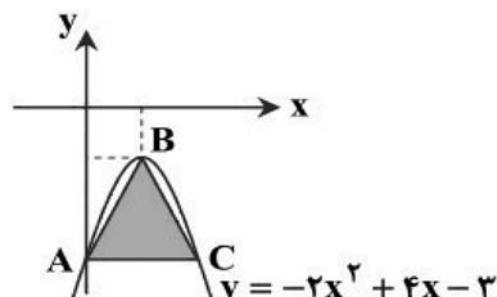
آزمونهای گزینه ۲ <= دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۳۷- خطی که مبدأ مختصات را به رأس سهمی  $y = x^2 - 4x + 9$  وصل می‌کند، سهمی را در نقطه دیگری با کدام طول قطع می‌کند؟

(۱)  $\frac{2}{5}$  (۲)  $\frac{3}{5}$  (۳)  $\frac{4}{5}$  (۴)  $\frac{5}{5}$

آزمونهای گزینه ۲ <= دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۳۸- در شکل مقابل، اگر معادله سهمی  $y = -2x^2 + 4x - 3$  و  $AC$  موازی محور طولها باشد، مساحت مثلث  $ABC$  کدام است؟



آزمونهای گزینه ۲ <= دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۳۹- اگر  $S$  رأس سهمی  $y = -\sqrt{3}x^2 + 4x - \sqrt{3}$  و دو نقطه  $A$  و  $B$  محل تلاقی این سهمی با محور طولها باشد، مساحت مثلث  $ASB$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{1}$  (۲)  $\frac{2}{2}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

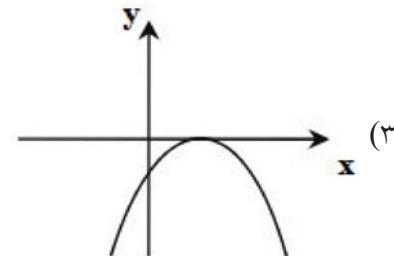
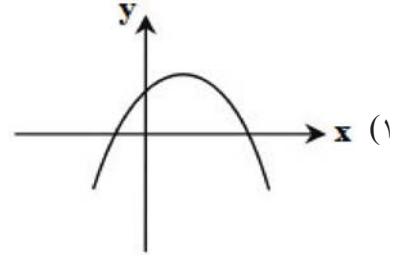
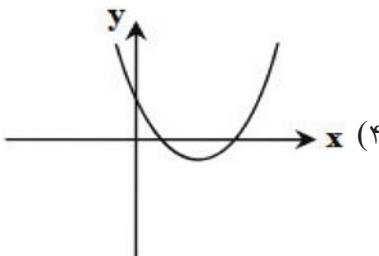
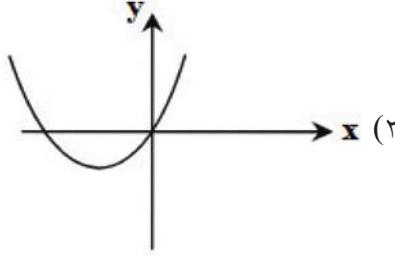
آزمونهای گزینه ۲ <= دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۴۰- اگر رأس سهمی  $y = x^2 + kx + k - 1$  بر روی خط  $y = x + 1$  واقع باشد، مقدار  $k$  کدام است؟

(۱) ۱ و ۳ (۲) ۲ و ۴ (۳) ۳ و ۱ (۴) ۴ و ۲

آزمونهای گزینه ۲ <= دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۴۱- نمودارهای زیر مربوط به سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  عددی مثبت است؟



آزمونهای گزینه ۲ => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۴۲- اگر (۳, ۴) و (-۱, ۴) دو نقطه از یک سهمی باشند، خط تقارن این سهمی کدام است؟

$$y = 4 \quad (4)$$

$$x = 2 \quad (3)$$

$$x = 2 \quad (2)$$

$$x = 1 \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۴۳- اگر نمودارهای دوتابع با ضابطه های  $y = ax^2 + bx - 3$  و  $y = 2x + b$  روی محور  $x$  ها در نقطه ای به طول ۱ متقاطع باشند کدام است؟

$$5 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

سراسری => تجربی ۸۲

x		2
$ax + b$	+	-

۴۴- اگر جدول تعیین علامت  $y = ax + b$  به شکل مقابل باشد، جدول تعیین علامت  $y = bx - a$  به کدام صورت میتواند باشد؟

x		$\frac{1}{2}$
$bx - a$	-	+

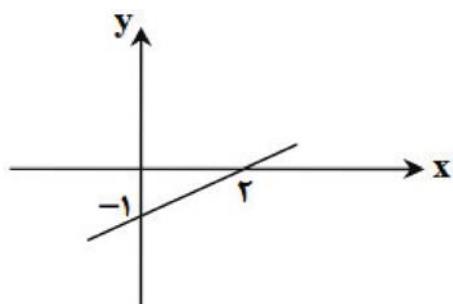
x		$-\frac{1}{2}$
$bx - a$	+	-

آزمونهای گزینه ۲ => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

x		$-\frac{1}{2}$
$bx - a$	-	+

x		$\frac{1}{2}$
$bx - a$	+	-

۴۵- نمودار خط  $y = ax + b$  به صورت مقابل است. جدول تعیین علامت آن کدام است؟



$x$	-	0	+	(۱)
$y$	+	0	-	(۲)
$x$	-	0	-	(۳)
$y$	-	0	+	(۴)

آزمونهای گزینه ۲ => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۴۶- اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه های معادله  $x^2 - bx + c = 0$  بین ریشه ها برقرار باشد، حدود  $b$  کدام است؟

$$b < 7 \quad (۴)$$

$$b > 7 \quad (۳)$$

$$b < -7 \quad (۲)$$

$$b > -7 \quad (۱)$$

آزمایشی سنجش => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۴۷- عبارت  $P(x) = x^3 + ax + b$  کدام است؟

$$-11 \quad (۴)$$

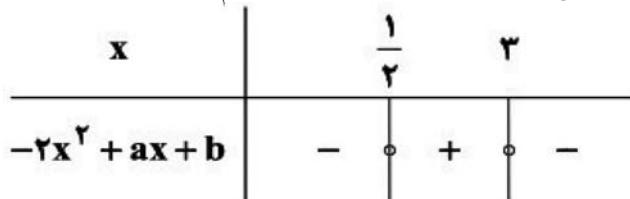
$$11 \quad (۳)$$

$$-1 \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

آزمونهای گزینه ۲ => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۴۸- علامت عبارت  $-2x^2 + ax + b$  مطابق جدول مقابل مشخص شده است. مقدار  $a - b$  کدام است؟



$$-10 \quad (۱)$$

$$10 \quad (۲)$$

$$-4 \quad (۳)$$

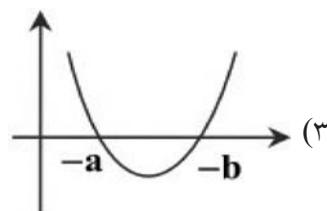
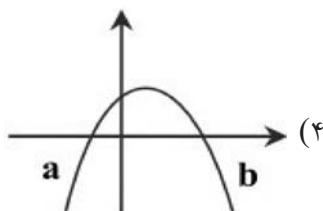
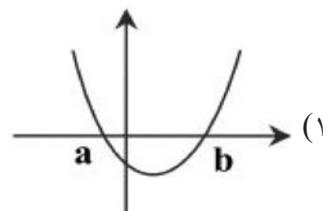
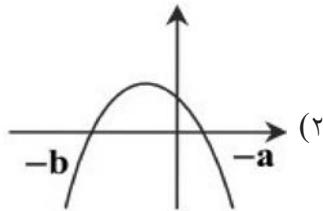
$$4 \quad (۴)$$

آزمونهای گزینه ۲ => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۴۹- اگر جدول تعیین علامت چندجمله‌ای درجه دوم  $P(x)$  به صورت زیر باشد، آنگاه نمودار  $y = -P(x)$  کدام گزینه

<b>x</b>		<b>a</b>	<b>b</b>
<b>P(x)</b>	+	○	-

می‌تواند باشد؟



آزمونهای گزینه ۲ => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۵۰- اگر جدول تعیین علامت عبارت  $P(x) = mx^2 + (m^2 + 2)x + 2m$  به صورت

<b>x</b>		<b>n</b>	
<b>P(x)</b>	-	○	-

باشد، مقدار عددی  $m + n$  کدام است؟

$$-\sqrt{2} \quad (4)$$

$$-1 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$2\sqrt{2} \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۵۱- در تعیین علامت عبارت  $P(x) = \frac{-x^4(x-1)^2(x^2+2)(-x^2+4)}{|x-2|(\sqrt{x^2+1})(x+3)}$  تغییر علامت در بازه  $(2, 0)$  حول نقطه

۱، کدام است؟

۱) از مثبت به مثبت

۲) از مثبت به منفی

۳) از منفی به مثبت

۴) از منفی به منفی

آزمایشی سنجش => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۵۲- کدام گزینه جدول تعیین علامت عبارت  $P(x) = \frac{x(x-3)^2}{x^2 + x - 2}$  را به درستی نشان می‌دهد؟

$x$	-	+	1	3
$P(x)$	+	-	+	-

(۱)

$x$	-	+	2	3
$P(x)$	-	+	-	+

(۲)

تعريف نشده      تعريف نشده

$x$	-	+	1	3
$P(x)$	-	+	-	+

(۳)

تعريف نشده      تعريف نشده

$x$	-	+	1	
$P(x)$	-	+	-	+

(۴)

تعريف نشده      تعريف نشده

آزمونهای گزینه ۲ =< سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۵۳- علامت عبارت  $P(x) = \frac{(1+|x|)(x^4+1)(x^2)(x^2-7x+10)}{|x|(1-x^2)(x^3+1)\sqrt{25-x^2}}$  در بازه (a, b) منفی و در بازه (b, c) مثبت است، مقدار  $a+b+c$  کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۶ (۲)

۱ (۱)

آزمایشی سنجش =< سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۵۴- علامت عبارت  $P(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}(x^2+1)(\sqrt{|x|-1})}{(1-x)^4(x^5)(x^3+1)(2-x)}$  در بازه های (۲, ۳) و (۱-۳, ۲) به ترتیب، کدام است؟

۴ (۴) منفی - منفی

۳ (۳) مثبت - مثبت

۲ (۲) منفی - مثبت

۱ (۱) مثبت - مثبت

آزمایشی سنجش =< سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۵۵- علامت عبارت  $P(x) = \frac{x^4(x^2+1)|2x-1|(x-4)^2}{|x|(\sqrt{9-x^2})(x^2+3x-4)}$  روی بازه (a, b) منفی و روی بازه (c, d) مثبت است. مقدار  $a+b+c+d$  کدام است؟

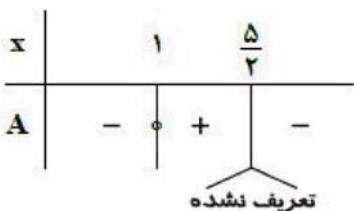
۴ (۴)

۳ (۳)

۵/۵ (۲)

۴/۵ (۱)

آزمایشی سنجش =< سال تحصیلی ۹۶-۹۷



۵۶- جدول تعیین علامت عبارت  $A = \frac{ax+b}{a-2x}$  به صورت مقابل است.

مقدار  $b$  کدام است؟

۲ (۲) ۵ (۱)

-۵ (۴) -۲ (۳)

آزمونهای گزینه ۲ = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۵۷- جواب نامعادله  $\frac{x-1}{x+1} > 2x$  کدام مجموعه است؟

$\{x : -2 < x < -1\}$  (۴)

$\{x : -1 < x < 1\}$  (۳)

$\{x : x > -1\}$  (۲)

$\{x : x < -1\}$  (۱)

سراسری = تجربی

۵۸- منحنی به معادله  $y = (x-1)(x^2 - ax + a)$  به کدام صورت است؟

$a > 4$  (۴)

$0 < a < 4$  (۳)

$0 < a < 2$  (۲)

$-4 < a < 0$  (۱)

سراسری = ریاضی

۵۹- به ازای کدام مجموعه مقادیر  $m$ ، معادله درجه دوم  $2x^2 + (m+1)x + \frac{1}{4}m + 2 = 0$ ، فاقد ریشه حقیقی است؟

$-1 < m < 5$  (۴)

$-2 < m < 4$  (۳)

$-3 < m < 4$  (۲)

$-3 < m < 5$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور = سراسری

۶۰- مجموعه جواب نامعادله  $\frac{3x+1}{x-3} < -1$ ، به کدام صورت است؟

$\frac{1}{2} < x < 3$  (۴)

$-\frac{1}{2} < x < 3$  (۳)

$x < 3$  (۲)

$x < \frac{1}{2}$  (۱)

سراسری = تجربی

۶۱- به ازای چه مقادیری از  $m$ ، سهمی  $y = mx^2 - mx - 1$  همواره پایین محور  $X$  ها است؟

$(-\infty, -4) \cup (0, +\infty)$  (۴)

$(-\infty, -4]$  (۳)

$(-4, 0)$  (۲)

$(0, +\infty)$  (۱)

آزمونهای گزینه ۲ = سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۶۲- نمودار سهمی به معادله  $y = (1-m)x^2 + mx - m$ ، کدام است؟

$1 < m < \frac{4}{3}$  (۴)

$m > 1$  (۳)

$m > \frac{4}{3}$  (۲)

$0 < m < \frac{4}{3}$  (۱)

آزمایشی سنجش = سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۶۳- مجموعه جواب نامعادله  $\frac{\sqrt{x}-4}{2-x} > \frac{x}{x-2}$ ، به صورت بازه، کدام است؟

$(2, 4)$  (۲)

$(-1, 2)$  (۴)

$(-4, 2) \cup (2, 1)$  (۱)

$(-1, 2) \cup (2, 4)$  (۳)

کنکورهای خارج از کشور = سراسری

۶۴- به ازای کدام مجموعه مقادیر  $m$ ، معادله درجه دوم  $x^2 + 6x + m - 2 = 0$  دارای دو ریشهٔ حقیقی است؟

$$-1 < m < 2/5 \quad (4) \quad -1 < m < 3/5 \quad (3) \quad -2 < m < 3/5 \quad (2) \quad -2 < m < 2/5 \quad (1)$$

سراسری = ریاضی

۶۵- حاصل عبارت  $p(x) = \frac{x^2(x-1)(2-x)(x-1)}{4}$  در کدام بازه بزرگ‌تر یا مساوی صفر است؟

$$-|x+2|(-2x^2+x-1)(x+1)$$

$$[1, 2] \quad (2) \quad [0, 1] \quad (1)$$

$$(-1, 0] \cup [0, 1] \quad (4) \quad (-2, -1) \cup [1, 2] \quad (3)$$

آزمایشی سنجش = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶۶- به ازای چه مقداری از  $k$ ، عبارت  $x^2 + 3x + k$  همواره مثبت است؟

$$k < -\frac{9}{4} \quad (4) \quad k > -\frac{9}{4} \quad (3) \quad k < \frac{9}{4} \quad (2) \quad k > \frac{9}{4} \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم = سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۶۷- اگر مجموعه جواب نامعادلهای  $a + b < 2x - 1 < \frac{x+1}{2} < 2x$  کدام است؟

$$-\frac{14}{3} \quad (3) \quad -3 \quad (2) \quad \frac{7}{2} \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم = سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۶۸- مجموعه جواب نامعادله  $\frac{(x^2+4)(|x|+2)}{(x^2-4)(x^2-x+1)} < 0$  کدام است؟

$$(-2, 2) \quad (2) \quad (2, +\infty) \quad (1)$$

$$(-\infty, -2) \quad (4) \quad (-\infty, -2) \cup (2, +\infty) \quad (3)$$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم = سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۶۹- کدام یک از گزینه‌ها، قسمتی از جواب نامعادله  $\frac{x^2-9}{2x+1} > 0$  است؟

$$-2 < x < -1 \quad (4) \quad -1 < x < 0 \quad (3) \quad 0 < x < 1 \quad (2) \quad 1 < x < 2 \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۷۰- به ازای کدام مقادیر  $m$ ، نمودار تابع  $y = (m+2)x^2 - 2mx + 1$  همواره در بالای محور  $x$  ها است؟

$$-1 < m < 2 \quad (4) \quad -2 < m < -1 \quad (2) \quad m > -2 \quad (1)$$

کنکورهای خارج از کشور = سراسری = ریاضی

چهل تست ریاضی ۱ ..... فصل چهارم ( معادله ها و نامعادله ها ) ..... علی فقیهی ..... صفحه ۱۳

-۷۱ مجموعه جواب نامعادله  $|x - a| > b + 2$ ، برابر اجتماع دو بازه  $(-\infty, -2)$  و  $(1, +\infty)$  می باشد. مقدار  $\frac{a}{b}$  کدام است؟

-۲ (۴)

$-\frac{1}{4}$  (۳)

۱ (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

آزمایشی سنجش =< دهم =< سال تحصیلی ۹۷-۹۸

-۷۲ اگر مجموعه جواب نامعادله قدرمطلقی  $|-2x - b| > c$  به صورت  $(-\infty, 2) \cup (1, +\infty)$  باشد مقدار  $b + c$  کدام است؟

-۴ (۴)

-۳ (۳)

-۲ (۲)

-۱ (۱)

آزمایشی سنجش =< دهم =< سال تحصیلی ۹۶-۹۷

-۷۳ مجموعه جواب نامعادله  $\left| \frac{x-2}{3} - 1 \right| \leq 5x - 2$  کدام است؟

$\frac{1}{14} \leq x \leq \frac{11}{16}$  (۴)

$x \geq \frac{11}{16}$  (۳)

$x \geq \frac{1}{14}$  (۲)

$x \leq \frac{1}{14}$  (۱)

آزمایشی سنجش =< دهم =< سال تحصیلی ۹۶-۹۷

-۷۴ مجموعه جواب نامعادله  $|x - 2|^2 - 2|x - 3| + 1 \leq 0$  کدام است؟

$x \leq -1 \cup x \geq 1$  (۲)

$\frac{8}{3} \leq x \leq \frac{10}{3}$  (۱)

$x \leq \frac{8}{3} \cup x \geq \frac{10}{3}$  (۴)

$(-1 \leq x \leq 1) \cup \left( \frac{8}{3} \leq x \leq \frac{10}{3} \right)$  (۳)

آزمایشی سنجش =< دهم =< سال تحصیلی ۹۶-۹۷

-۷۵ مجموعه جواب نامعادله  $x^2 - 2x < |x - 2|$  به صورت کدام بازه است؟

(۱ ، ۲) (۴)

(۰ ، ۲) (۳)

(-۱ ، ۲) (۲)

(-۱ ، ۱) (۱)

کنکورهای خارج از کشور =< سراسری =< تجربی

(-۱, ۳) (۴)

-۷۶ مجموعه جواب نامعادله  $|x - 2| - 2 < 1$  کدام است؟

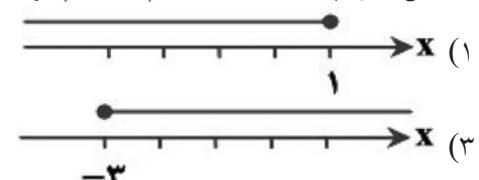
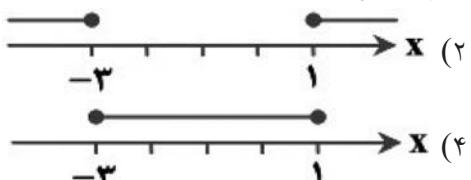
(-۱, ۵) (۳)

(-∞, -1) ∪ (5, +∞) (۲)

(-۱, ۱) (۳, ۵) (۱)

آزمونهای گزینه ۲ =< دهم =< سال تحصیلی ۹۵-۹۶

-۷۷ نمایش جواب نامعادله  $|x + 1| \leq 2$  بر روی محور  $X$  ها، به چه صورت است؟



آزمونهای گزینه ۲ =< دهم =< سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۷۸- مجموعه جواب دستگاه نامعادله

$$\begin{cases} \left| \frac{1-2x}{3} - 2 \right| \geq 3 \\ \frac{2x^2}{2x^2 - 5x + 2} \leq 1 \end{cases}$$

$$-7 < x < \frac{1}{2} \quad (4)$$

$$x \leq -7 \quad (3)$$

$$x \geq 2 \quad (2)$$

$$x \leq \frac{2}{5} \quad (1)$$

آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

حتماً برقرار است؟

۷۹- به ازای کدام مجموعه از مقادیر  $a$ ، رابطه

$$a < -2 \quad (4)$$

$$a > 0 \quad (3)$$

$$a \leq 1 \quad (2)$$

$$a > \frac{1}{3} \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۸۰- مجموعه جواب نامعادله

$$\frac{|3x - 2|}{x^2 + 2x + 4} < \frac{7}{x^2 + 2x + 4}$$

$$4 \quad (4)$$

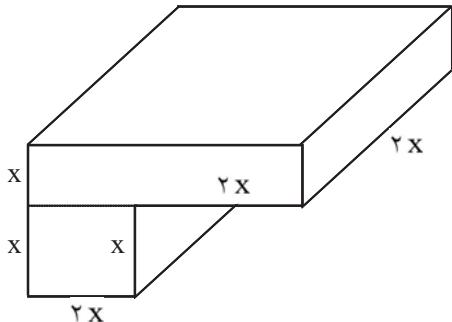
$$6 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$7 \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر خط چین نشان داده شده در شکل را رسم کنیم منبع آب به دو مکعب مستطیل تقسیم می شود.



$$\text{حجم مکعب مستطیل کوچک} = 2x(x)2x = 4x^3$$

$$\text{حجم مکعب مستطیل بزرگ} = 4x(x)2x = 8x^3$$

$$4x^3 + 8x^3 = 1500 \Rightarrow 12x^3 = 1500 \Rightarrow x^3 = 125$$

$$x = 5$$

۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فرض کنیم تعداد تیمها برابر  $n$  باشد. چون هر تیم غیر از خودش با سایر تیمها بازی می کند؛ یعنی هر تیم با  $1 - n$  تیم دیگر بازی می کند، پس تعداد بازی ها برابر  $\frac{n(n-1)}{2}$  است. طبق فرض این مقدار برابر ۴۵ است. بنابراین:

۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. سه عدد طبیعی متولی را  $1, n, n+1$  در نظر می گیریم. طبق فرض داریم:

$$(n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 = 77 \Rightarrow (n^2 - 2n + 1) + n^2 + (n^2 + 2n + 1) = 77$$

$$\Rightarrow 3n^2 + 2 = 77 \Rightarrow 3n^2 = 75 \Rightarrow n^2 = 25 \quad \underset{n \in N}{\longrightarrow} \quad n = 5$$

بنابراین اعداد مورد نظر ۴، ۵ و ۶ هستند، پس مجموع آنها برابر است با:  $1 + 5 + 6 = 12$

۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$-4\left(x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{b}{4}\right)$$

$$\left(\frac{-\frac{3}{4}}{2}\right)^2 = \frac{b}{4}$$

$$\frac{9}{64} = \frac{b}{4} \Rightarrow b = \frac{9}{16}$$

$$: x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{b}{4}$$

شرط مربع کامل بودن سه جمله‌ای درجه دوم

$$-4x^2 + 3x - \frac{9}{16} = -4\left(x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{9}{64}\right) = -4\left(x - \frac{3}{8}\right)^2 \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ k = \frac{3}{8} \end{cases}$$

۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$2\left(x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{b}{2}\right)$$

$$\left(\frac{-\frac{3}{2}}{2}\right)^2 = \frac{b}{2} \Rightarrow \frac{9}{16} = \frac{b}{2} \Rightarrow b = \frac{18}{16} = \frac{9}{8}$$

۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$p(x) = 2x^2 - \sqrt{2}x + 4 = 2\left(x^2 - \frac{\sqrt{2}}{2}x + 2\right)$$

شرط آن که سه جمله‌ای  $x^2 + bx + c = 0$  مربع کامل باشد:

$$\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \left(\frac{-\sqrt{2}}{4}\right)^2 = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

$$p(x) = 2 \left[ \left( x^2 - \frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{1}{8} \right) - \frac{1}{8} + 2 \right] = 2 \left[ \left( x - \frac{1}{2\sqrt{2}} \right)^2 + \frac{15}{8} \right]$$

بنابراین:

در نتیجه:

$$x_* = \frac{1}{2\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}, y_* = \frac{15}{4} \Rightarrow x_* + y_* = \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{15}{4} = \frac{\sqrt{2} + 15}{4}$$

- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: برای حل معادله  $a^2x^2 + bx + c = 0$ , به روش مربع کامل ابتدا کل عبارت را بر ضریب  $x^2$  تقسیم می‌کنیم. سپس مربع نصف ضریب  $x$  را به طرفین معادله اضافه می‌کنیم.

$$\Rightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}$$

مطابق نکته می‌توان نوشت:

$$9x^2 - 6x = 17 \xrightarrow{\text{تقسیم بر ضریب } x^2} x^2 - \frac{2}{3}x = \frac{17}{9} \xrightarrow{\substack{\text{اضافه کردن} \\ \text{مربع نصف ضریب } x}} x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = \frac{17}{9} + \frac{1}{9} \Rightarrow \left(x - \frac{1}{3}\right)^2 = 2$$

$$\frac{k}{h} = \frac{2}{\frac{1}{3}} = -6 \quad \text{و } h = -\frac{1}{3}, \text{ در نتیجه: } k = 2$$

- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دو عدد را  $k$  و  $k+1$  درنظر می‌گیریم. مطابق فرض مسئله داریم:

$$k^2 + (k+1)^2 = 313 \Rightarrow k^2 + k^2 + 2k + 1 = 313 \Rightarrow 2k^2 + 2k - 312 = 0$$

$$\Rightarrow k^2 + k - 156 = 0$$

$$\Rightarrow k = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 + 4 \times 156}}{2} = \frac{-1 \pm 25}{2} \Rightarrow \begin{cases} k = 12 \Rightarrow k+1 = 13 \\ \text{یا} \\ k = -13 \Rightarrow k+1 = -12 \end{cases}$$

بنابراین، مجموع این دو عدد به ازای  $12$  برابر  $25$  و به ازای  $-13$  برابر  $-25$  است.

- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دو ریشه معادله  $\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$  است، بنابراین باید یکی از این دو مقدار با  $\Delta$  برابر باشد.

$$\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \Delta \xrightarrow{\sqrt{\Delta} = u} \frac{-b \pm u}{2a} = u^2 \Rightarrow 2au^2 \pm u + b = 0$$

بنابر فرض مسئله قطعاً ریشه دارد.

$$\Delta_{\text{new}} \geq 0 \Rightarrow 1 - 4(2a)b \geq 0 \Rightarrow ab \leq \frac{1}{8}$$

۱۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} a^2 + (a+2)^2 &= (a+a+2)^2 - 1056 \\ a^2 + a^2 + 4a + 4 &= 4a^2 + 8a + 4 - 1056 \\ a^2 + 2a - 528 &= 0 \end{aligned}$$

در نتیجه:

$$a = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 528}}{1} = -1 \pm 23 = \begin{cases} 22 & \text{قابل قبول} \\ -24 & \text{غیرقابل قبول} \end{cases}$$

$$a = 22 \Rightarrow a+2 = 24 \Rightarrow 2+4 = 6$$

۱۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: یک عبارت گویا به ازای مقادیری از متغیر که مخرج را صفر می‌کند تعریف نشده است.

نکته: در معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  اگر  $\Delta < 0$ , معادله ریشهٔ حقیقی ندارد.

از آنجایی که عبارت در کل مجموعهٔ اعداد حقیقی تعریف شده است، پس مخرج کسر نباید ریشهٔ حقیقی داشته باشد.

بنابراین باید در معادله  $0 = ax^2 + 3x + 9$  داشته باشیم:

$$\Delta < 0 \Rightarrow 9 - 4(a)(9) < 0 \Rightarrow 9 - 36a < 0 \Rightarrow 36a > 9 \Rightarrow a > \frac{1}{4}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۱۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  در صورتی ریشهٔ حقیقی ندارد که:

$$\Delta = b^2 - 4ac < 0$$

(\*)  $\Delta = b^2 - 4ac < 0$  طبق فرض، معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  ریشهٔ حقیقی ندارد، پس:

(\*\*)  $4ac > 0$  بنابراین  $b^2 < 4ac$ . با توجه به اینکه  $b^2 \geq 0$ , نتیجه می‌گیریم: اکنون هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$-ax^2 + bx + c = 0 : \Delta = b^2 + 4ac \xrightarrow{(**)} \Delta > 0 \Rightarrow$  گزینه ۱ دو ریشهٔ حقیقی دارد.

$ax^2 - bx + c = 0 : \Delta = b^2 - 4ac \xrightarrow{(*)} \Delta < 0 \Rightarrow$  گزینه ۲ ریشهٔ حقیقی ندارد.

$ax^2 + bx - c = 0 : \Delta = b^2 + 4ac \xrightarrow{(**)} \Delta > 0 \Rightarrow$  گزینه ۳ دو ریشهٔ حقیقی دارد.

$ax^2 - bx - c = 0 : \Delta = b^2 + 4ac \xrightarrow{(**)} \Delta > 0 \Rightarrow$  گزینه ۴ دو ریشهٔ حقیقی دارد.

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۱۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. راه حل اول: نکته: معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  در صورتی دارای ریشه مضاعف است که  $\Delta = 0$ . در این صورت مقدار ریشه مضاعف برابر  $x = \frac{-b}{2a}$  است.

با توجه به نکته بالا، ریشه مضاعف معادله  $x^2 + ax + b = 0$  برابر است با:

$$\frac{-a}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = -1$$

طبق فرض، این مقدار برابر  $x = \frac{1}{2}$  است، پس

$$\Delta = 0 \Rightarrow a^2 - 4(1)(b) = 0 \xrightarrow{a = -1} b = \frac{1}{4}$$

$$a + b = -1 + \frac{1}{4} = -\frac{3}{4}$$

راه حل دوم: تنها ریشه معادله  $x^2 + ax + b = 0$  است، پس معادله به صورت  $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = 0$  است.

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$$

از مقایسه این معادله با معادله  $x^2 + ax + b = 0$  نتیجه می‌گیریم:

$$a = -1, b = \frac{1}{4} \Rightarrow a + b = -\frac{3}{4}$$

۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  دارای ریشه مضاعف است، هرگاه:

طبق فرض، معادله  $x^2 - mx + 1 = 0$  دارای ریشه مضاعف است. پس با استفاده از نکته بالا داریم:

$$\Delta = b^2 - 4ac = m^2 - 4(-1 + m)(1) = 0 \Rightarrow m^2 - 4m + 4 = 0 \Rightarrow (m - 2)^2 = 0 \Rightarrow m = 2$$

۱۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای این که معادله درجه دومی دارای جواب باشد، باید دلتای آن معادله نامنفی ( $\Delta \geq 0$ ) باشد. مقدار  $\Delta$  را برای چهار گزینه بررسی می کنیم:

به ازای بعضی مقادیر،  $\Delta$  منفی می شود. ✗  
گزینه ۱

$$\Delta = (1)^2 - 4(a^2) \times 1 = 1 - 4a^2$$

$$\Delta = (a+1)^2 - 4(1)(a) = a^2 - 2a + 1 = (a-1)^2 \geq 0$$

$$\Delta = a^2 - 4(-1)(-1) = a^2 - 4$$

به ازای بعضی مقادیر،  $\Delta$  منفی می شود. ✗  
گزینه ۲

به ازای بعضی مقادیر،  $\Delta$  منفی می شود. ✗  
گزینه ۳

$\Delta$  همواره نامنفی است. ✓  
گزینه ۴

به ازای بعضی مقادیر،  $\Delta$  منفی می شود. ✗  
گزینه ۴

۱۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: ریشه های معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  در صورت وجود، از رابطه زیر به دست می آید:

$$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

مطابق نکته، ریشه های معادله را به دست می آوریم:

$$b^2 + \sqrt{2}b - 4 = 0 \Rightarrow b_{1,2} = \frac{-\sqrt{2} \pm \sqrt{2 - 4(-4)}}{2} \Rightarrow b_{1,2} = \frac{-\sqrt{2} \pm \sqrt{18}}{2}$$

$$\Rightarrow b_{1,2} = \frac{-\sqrt{2} \pm 3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \begin{cases} b_1 = \sqrt{2} \\ b_2 = -2\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\sqrt{2}}{-2\sqrt{2}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \beta = -2\sqrt{2} \text{ و } \alpha = \sqrt{2}$$

چون  $\alpha > \beta$ ، پس

۱۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: در معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  اگر مقدار  $\Delta$  برابر صفر شود، این معادله دارای یک ریشه مضاعف است که مقدار آن برابر  $\frac{b}{2a}$  می باشد.

مطابق نکته، چون معادله داده شده دارای یک ریشه مضاعف است، پس مقدار ریشه آن برابر  $\frac{-b}{2a}$  می باشد. دقت کنید که نیاز به محاسبه مقدار  $c$  نمی باشد.

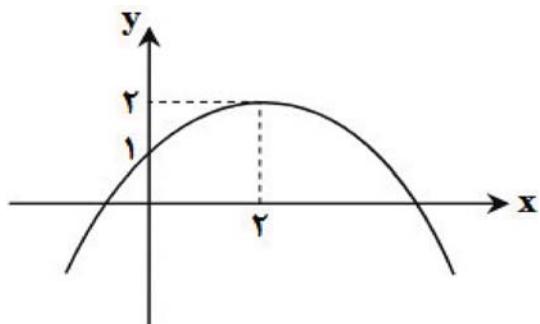
۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه داده شده داریم:  
 $b^2 = 4a(a+c) \Rightarrow b^2 = 4a^2 + 4ac \Rightarrow b^2 - 4ac = 4a^2 \Rightarrow \Delta = 4a^2$  (\*)

با توجه به اینکه ریشه های معادله درجه دوم به صورت  $\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$  می باشد، پس قدر مطلق تفاضل ریشه ها برابر است با:

$$|x_1 - x_2| = \left| \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} - \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \right| = \left| \frac{2\sqrt{\Delta}}{2a} \right| = \left| \frac{\sqrt{\Delta}}{a} \right| \cdot \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{4a^2}}{|a|} = \frac{2|a|}{|a|} = 2$$

۱۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: هر سهمی به صورت  $y = a(x - h)^2 + k$  که  $a \neq 0$ , رأسی به مختصات  $(h, k)$  دارد. همچنین اگر  $a > 0$  نمودار سهمی رو به بالا و اگر  $a < 0$  نمودار سهمی رو به پایین خواهد بود. با توجه به نمودار داده شده، رأس سهمی نقطه  $(-2, -3)$  و نمودار آن رو به پایین است. با توجه به نکته بالا، گزینه ۲ یعنی  $y = -(x + 2)^2 - 2$  پاسخ درست است.

۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نقطه  $(2, 2)$  رأس سهمی است، بنابراین معادله سهمی به صورت زیر است:



$$y = a(x - 2)^2 + 2$$

با توجه به شکل، نقطه  $(0, 2)$  روی سهمی قرار دارد، با جایگذاری مختصات این نقطه در معادله سهمی داریم:

$$2 = a(0 - 2)^2 + 2 \Rightarrow 4a + 2 = 2 \Rightarrow a = -\frac{1}{4}$$

بنابراین معادله سهمی به صورت  $y = -\frac{1}{4}(x - 2)^2 + 2$  است. با

جایگذاری نقاط داده شده در گزینه ها، فقط نقطه  $\left(\frac{7}{4}, \frac{7}{4}\right)$  روی این سهمی قرار دارد.

۲۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: مختصات رأس سهمی نقطه  $y = ax^2 + bx + c$  می باشد.

سهمی بر محور طول ها مماس است، پس عرض رأس سهمی برابر صفر است، بنابراین مطابق نکته داریم:

$$\frac{4ac - b^2}{4a} = 0 \Rightarrow 4ac - b^2 = 0 \Rightarrow -(b^2 - 4ac) = 0 \Rightarrow -\Delta = 0 \Rightarrow \Delta = 0$$

ضمناً سهمی رو به پایین است، پس  $a < 0$ . همچنین طول رأس سهمی عددی مثبت است، پس:

$$\frac{-b}{2a} > 0, \frac{a < 0}{b > 0}$$

تنها گزینه ۴ تمامی این شرایط را دارا می باشد. در این گزینه داریم:

$$b = 2\sqrt{2} > 0, a = -1 < 0, \Delta = b^2 - 4ac = (2\sqrt{2})^2 - 4(-1)(-2) = 0$$

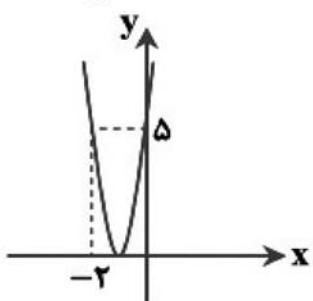
- ۲۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. راه حل اول:

نکته، معادله محور تقارن سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  خط  $x = \frac{-b}{2a}$  است.

فرض کنیم معادله سهمی به صورت  $y = ax^2 + bx + c$  باشد. طبق فرض، نقاط  $(0, 5)$  و  $(-2, 5)$  روی این سهمی قرار دارند. پس مختصات آنها در معادله سهمی صدق می‌کند.

$$\begin{cases} 5 = a(0) + b(0) + c \Rightarrow c = 5 \\ 5 = a(-2)^2 + b(-2) + c \xrightarrow{c=5} 4a - 2b = 0 \Rightarrow 2a = b \end{cases}$$

بنابراین معادله سهمی به صورت  $y = ax^2 + 2ax + 5$  است. با توجه به نکته، خط تقارن این سهمی عبارت است از:



راه حل دوم:

طبق فرض، دو نقطه  $(-2, 5)$  و  $(0, 5)$  روی این سهمی قرار دارند. با توجه به اینکه این دو نقطه دارای عرض یکسان هستند، پس نسبت به خط تقارن، قرینه یکدیگرند. بنابراین خط تقارن سهمی، همان خط تقارن این دو نقطه می‌باشد که به صورت

$$x = \frac{-2 + 0}{2} = -1$$

- ۲۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: در سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  خطی که از رأس سهمی می‌گذرد و موازی محور  $y$  هاست، خط تقارن سهمی نامیده می‌شود. معادله این خط به صورت  $x = -\frac{b}{2a}$  است.

با توجه به نکته بالا، معادله خط تقارن سهمی  $y = (m - 1)x^2 + x + 3$  به صورت  $x = \frac{-1}{2(m - 1)}$  است. طبق

فرض، معادله این خط به صورت  $x = 2$  است، پس:

$$\frac{-1}{2(m - 1)} = 2 \Rightarrow 4(m - 1) = -1 \Rightarrow m - 1 = -\frac{1}{4} \Rightarrow m = \frac{3}{4}$$

- ۲۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$(0, 3) =$  نقطه تلاقی با محور عرض ها

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = -1 \Rightarrow \frac{b}{2a} = 1 \Rightarrow b = 2a$$

$$0 = a(-3)^2 + b(-3) + 3 \Rightarrow 9a - 3b = -3 \Rightarrow -9a - 3(2a) = -3$$

$$3a = -3 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow b = 2(-1) = -2$$

$$a + b + c = -1 - 2 + 3 = 0$$

در نتیجه:

مجموع ضرایب صفر است. بنابراین یک ریشه معادله (ریشه دیگر) برابر یک است.

$$1 + 0 = 1$$

- ۲۵ - گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$-1 = a(1)^2 + c \Rightarrow a + c = -1, \quad -\frac{13}{5} = a\left(\frac{1}{5}\right)^2 + c \Rightarrow \frac{a}{25} + c = -\frac{13}{5}$$

$$\begin{cases} a + c = -1 \\ \frac{a}{25} + c = -\frac{13}{5} \end{cases} \Rightarrow \frac{24a}{25} = \frac{8}{5} \Rightarrow a = \frac{5}{3} \Rightarrow c = -1 - \frac{5}{3} = -\frac{8}{3} \Rightarrow y = \frac{5}{3}x^2 - \frac{8}{3}$$

$$\begin{cases} a' + b' = -1 \\ \frac{a'}{25} + \frac{b'}{5} = -\frac{13}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a' + b' = -1 \\ a' + 5b' = -65 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4b' = -64 \Rightarrow b' = -\frac{64}{4} = -16 \Rightarrow a' = 15 \Rightarrow y = 15x^2 - 16x$$

معادلات محورهای تقارن دو منحنی

$$\frac{8}{15} - \cdot = \frac{8}{15}$$

- ۲۶ - گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$k = -2m + 3 \Rightarrow k + 2m = 3$$

$$2 = mh + 3 \Rightarrow mh = -1$$

$$4 = m(-1) + 3 \Rightarrow m = -1 \Rightarrow k - 2 = 3 \Rightarrow k = 5$$

$$mh = (-1)h = -1 \Rightarrow h = 1$$

$$(-2, 5) \in f \Rightarrow \begin{cases} 5 = 4a - 2b + 2 \\ 2 = a + b + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a - 2b = 3 \\ a + b = 0 \end{cases}$$

$$4a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{4} \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \Rightarrow a - b = \frac{3}{4} - \left(-\frac{1}{2}\right) = 1$$

$$m + h + k = -1 + 1 + 5 = 5 - 1 = 4$$

- ۲۷ - گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = -2\left(x^2 - 2x + \frac{1}{2}\right)$$

$$y = -2\left(x^2 - 2x + 1 - 1 + \frac{1}{2}\right) = -2 \left[\left(x - 1\right)^2 - \frac{1}{2}\right] = -2(x - 1)^2 + 1$$

$$h = 1, k = 1 \Rightarrow h + k = 2$$

در نتیجه:

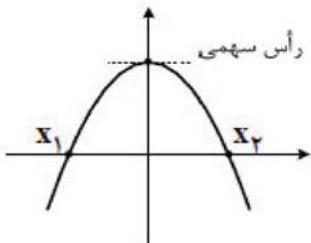
- ۲۸ - گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} y = 3x^2 - 3x - 5 \\ y = x^2 - 2x - 2 \end{cases} \Rightarrow 3x^2 - 3x - 5 = x^2 - 2x - 2 \Rightarrow 2x^2 - x - 3 = 0$$

$$\begin{cases} x = -1 < 0 \Rightarrow y = 3(-1)^2 - 3(-1) - 5 = 1 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{9}{4} > 0 \Rightarrow y = \left(\frac{9}{4}\right)^2 - 2\left(\frac{9}{4}\right) - 2 = \frac{9}{4} - 5 = -\frac{11}{4} < 0 \end{cases}$$

- ۲۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$x_1 = -x_2$$

- ۳۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} \cdot < m < 3 \\ m > \cdot \end{cases} \cap \cdot < m < 3$$

بنابراین:

$$y_{\cdot} = \frac{-b^2 + 4ac}{4a} > 1 \Rightarrow \frac{-(2m)^2 + 4m(3)}{4m} > 1 \Rightarrow -4m^2 + 12m > 4m$$

$$-4m^2 + 12m < 1 \Rightarrow 4m(m-3) < 1 \Rightarrow \cdot < m < 3$$

در نتیجه:

$$\begin{cases} \cdot < m < 3 \\ \cdot < m < 2 \end{cases} \cap \cdot < m < 2$$

بنابراین:

- ۳۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x_{\cdot} = \frac{-b}{2(2a)} = \frac{-b}{4a} = 1 \Rightarrow b = -4a$$

$$y_{\cdot} = 2a\left(\frac{1}{2}\right)^2 + b\left(\frac{1}{2}\right) + c \Rightarrow \frac{a}{2} + \frac{b}{2} + c = 1$$

$$\frac{a}{2} - \frac{4a}{2} + c = 1 \Rightarrow \frac{a}{2} - 2a + c = 1 \Rightarrow c = \frac{3}{2}a$$

در نتیجه:

$$y_{\cdot} = 2a(1)^2 + b(1) + c = 2a + b + c = 1$$

$$2a - 4a + \frac{3}{2}a = 1 \Rightarrow -\frac{a}{2} = 1 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow b = 8, c = -3$$

بنابراین:

$$y = -4x^2 + 8x - 3$$

$$x = 1 \Rightarrow y = -3$$

در نتیجه:

- ۳۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: در سهمی  $y = ax^2 + bx + c$ ، خط به معادله  $x = \frac{-b}{2a}$  خط تقارن سهمی است.

$$\frac{-b}{2a} = 1 \Rightarrow b = -2a$$

با توجه به اینکه  $x = 1$  خط تقارن سهمی داده شده است، می‌توان نوشت:

$$y = ax^2 + bx + c \xrightarrow{b = -2a} y = ax^2 - 2ax + c$$

پس معادله سهمی به صورت زیر است:

$$1 = a - 2a + c \Rightarrow c - a = 1$$

سهمی از نقطه  $(1, 1)$  می‌گذرد، پس:

دانلود از سایت ریاضی سرا:

۳۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} y = ax^2 + x + 1 \Rightarrow ax^2 + x + 1 = x^2 - bx - 2 \\ y = x^2 - bx - 2 \end{cases}$$

$$x = -1 \Rightarrow a - 1 + 1 = 1 + b - 2 \Rightarrow a - b = -1$$

$$x = 2 \Rightarrow 4a + 2 + 1 = 4 - 2b - 2 \Rightarrow 4a + 2b = -1$$

در نتیجه:

بنابراین:

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 1 \Rightarrow x_1 = -\frac{b}{2a} = \frac{-1}{2(-\frac{1}{2})} = \frac{-1}{-\frac{1}{2}} = 1$$

$$y = x^2 - \frac{1}{2}x - 2 \Rightarrow x'_1 = -\frac{b}{2a} = \frac{+\frac{1}{2}}{2(1)} = \frac{1}{4}$$

$$x_1 - x'_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

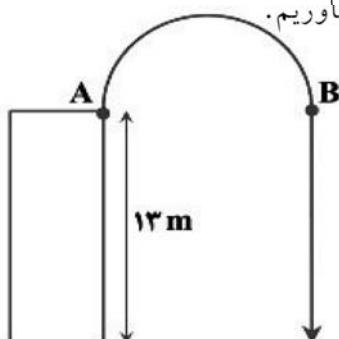
۳۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. رابطه ارتفاع جسم از سطح زمین، یک سهمی به معادله  $h(t) = -5t^2 + 18t + 13$

است. با توجه به شکل، باید  $t_B$ ؛ یعنی زمانی که جسم به نقطه B می‌رسد را به دست بیاوریم.  
ارتفاع نقطه B برابر ۱۳ متر است، پس باید معادله  $h(t) = 13$  را حل کنیم.

$$h(t) = 13 \Rightarrow -5t^2 + 18t + 13 = 13 \Rightarrow -5t^2 + 18t = 0$$

$$t(-5t + 18) = 0 \Rightarrow t = 0 \text{ یا } t = \frac{18}{5} = \frac{3}{6}$$

با توجه به شکل،  $t = 0$  مربوط به نقطه A است، پس:  $t_B = \frac{3}{6}$



- ۳۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. راه حل اول:

نکته: رأس سهمی  $y = ax^2 + bx + c$ , نقطه است.

با توجه به نکته بالا، مختصات رأس سهمی  $y = -7x^2 + 3x - 1$  عبارت است از:

$$S\left(\frac{-3}{-14}, \frac{28-9}{-28}\right) \Rightarrow S\left(\frac{3}{14}, \frac{-19}{28}\right)$$

با توجه به اینکه مؤلفه اول رأس، مثبت و مؤلفه دوم آن، منفی است، نتیجه می‌گیریم رأس سهمی در ناحیه چهارم قرار دارد.

راه حل دوم:

نکته: طول رأس سهمی  $x = \frac{-b}{2a}$  است و عرض آن از جایگذاری این مقدار در معادله سهمی به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} y = -7x^2 + 3x - 1 &\Rightarrow x_{\text{راس}} = \frac{-3}{2(-7)} = \frac{3}{14} \Rightarrow y_{\text{راس}} = -7\left(\frac{3}{14}\right)^2 + 3\left(\frac{3}{14}\right) - 1 \\ &= \frac{-9}{28} + \frac{9}{14} - 1 = \frac{-9 + 18 - 28}{28} = \frac{-19}{28} \end{aligned}$$

بنابراین مختصات رأس سهمی به صورت  $S\left(\frac{3}{14}, \frac{-19}{28}\right)$  است. پس رأس سهمی در ناحیه چهارم قرار دارد.

- ۳۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: به خط عمودی که از رأس سهمی می‌گذرد، خط تقارن سهمی می‌گویند. در سهمی

$$y = ax^2 + bx + c$$
 معادله خط تقارن به صورت  $x = \frac{-b}{2a}$  می‌باشد.

ابتدا معادله سهمی داده شده را ساده می‌کنیم:

$$y = (x - 5)^2 + (x + 1)^2 = x^2 - 10x + 25 + x^2 + 2x + 1 = 2x^2 - 8x + 26$$

$$x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x = \frac{8}{4} \Rightarrow x = 2$$
 حال مطابق نکته معادله خط تقارن را به دست می‌آوریم:

- ۳۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا مختصات رأس سهمی را به دست می‌آوریم:

$$x_{\text{راس}} = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2} = 2, \quad y_{\text{راس}} = (2)^2 - 4(2) + 9 = 5$$

حل معادله خطی را که از دو نقطه  $(0, 0)$  و  $(5, 0)$  می‌گذرد، به دست می‌آوریم:

$$m = \frac{0-0}{2-0} = \frac{0}{2} \Rightarrow y - 0 = \frac{0}{2}(x - 0) \Rightarrow y = \frac{0}{2}x$$

با مساوی قرار دادن معادلات خط و سهمی، نقاط تقاطع آنها را به دست می‌آوریم:

$$x^2 - 4x + 9 = \frac{0}{2}x \Rightarrow x^2 - \frac{13}{2}x + 9 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 13x + 18 = 0$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{4} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{13 \pm 5}{4} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{9}{2}, 2$$

نقاطهای با طول ۲، همان رأس سهمی است. بنابراین طول نقطه برخورد دیگر برابر  $4/5$  است.

- ۳۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا مختصات نقاط  $A$ ,  $B$  و  $C$  را مشخص می‌کنیم.

محل برخورد نمودار با محور عرض‌ها است، پس مختصات آن به صورت  $(-3, 0)$  است.

$B$  رأس سهمی است. با استفاده از رابطه  $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$  مختصات این نقطه به صورت  $(1, -1)$  است.

چون  $AC$  موازی محور طول‌ها است، پس نقاط  $A$  و  $C$  دارای عرض برابر  $-3$  هستند.

$y = -3 \Rightarrow -2x^2 + 4x - 3 = -3 \Rightarrow -2x^2 + 4x = 0 \Rightarrow -2x(x - 2) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2$   
پس مختصات نقطه  $C$  هم به صورت  $(2, -3)$  است.

حال با محاسبه طول  $BH$  و  $AC$  (ارتفاع و قاعده مثلث)، مساحت مثلث  $ABC$  را به دست می‌آوریم:

- ۳۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. محل تلاقی سهمی با محور طول‌ها نقاطی است که عرض آن‌ها برابر صفر است، پس در سهمی داده شده مقدار  $y$  را برابر صفر قرار می‌دهیم تا نقاط تلاقی را پیدا کنیم:

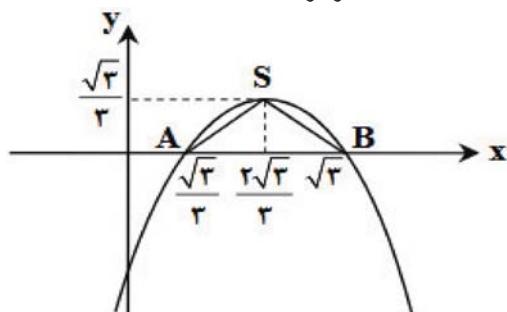
$$-\sqrt{3}x^2 + 4x - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4(-\sqrt{3})(-\sqrt{3})}}{2(-\sqrt{3})} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{-2\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow x_1 = \sqrt{3}, x_2 = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

همچنین رأس سهمی عبارت است از:

$$x_{\text{راس}} = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}, \quad y_{\text{راس}} = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{-4}{-4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

حال با داشتن مختصات نقاط  $A$ ,  $B$ ,  $S$  و به کمک شکل مقابل، مساحت مثلث  $ASB$  برابر است با:



$$\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} \times \left( \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} \right) = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}$$

- ۴۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا طول رأس سهمی را به دست می آوریم:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-k}{2}$$

با جایگذاری آن در معادله سهمی، عرض رأس سهمی را به دست می آوریم:

$$y = \left(-\frac{k}{2}\right)^2 + k\left(-\frac{k}{2}\right) + k - 1 = \frac{-k^2 + 4k - 4}{4}$$

بنابر فرض مسئله، رأس سهمی روی خط  $y = x + 1$  است، بنابراین مختصات آن در معادله خط صدق می کند. با جایگذاری این نقطه در خط داریم:

$$\begin{aligned} \frac{-k^2 + 4k - 4}{4} &= -\frac{k}{2} + 1 \Rightarrow \frac{k^2 - 8k + 8}{4} = 0 \Rightarrow (k - 2)(k - 4) = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} k - 2 = 0 \Rightarrow k = 2 \\ \text{یا} \\ k - 4 = 0 \Rightarrow k = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

- ۴۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: در سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ )

(۱) طول رأس سهمی برابر  $\frac{b}{2a}$  است.

(۲) اگر  $a > 0$ ، نمودار رو به بالا و اگر  $a < 0$ ، نمودار رو به پایین است.

(۳) اگر  $c > 0$ ، نمودار محور عرضها را در بالای محور طولها اگر  $c < 0$ ، نمودار محور عرضها را در پایین محور طولها قطع می کند و اگر  $c = 0$ ، نمودار سهمی از مبدأ مختصات می گذرد.

با توجه به نکته بالا، در هر گزینه علامت  $a$ ,  $b$  و  $c$  را پیدا می کنیم.

۱:  $c > 0$ ,  $a < 0$ ,  $-\frac{b}{2a} > 0 \Rightarrow b > 0 \Rightarrow abc < 0$  ✗

۲:  $c = 0 \Rightarrow abc = 0$  ✗

۳:  $c < 0$ ,  $a < 0$ ,  $-\frac{b}{2a} > 0 \Rightarrow b > 0 \Rightarrow abc > 0$  ✓

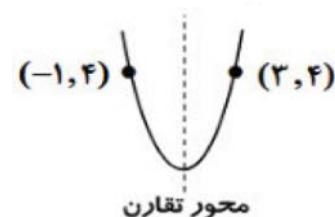
۴:  $c > 0$ ,  $a > 0$ ,  $-\frac{b}{2a} > 0 \Rightarrow b < 0 \Rightarrow abc < 0$  ✗

- ۴۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: خط عمودی که از رأس سهمی می گذرد، خط تقارن سهمی نامیده می شود.

نکته: اگر نقاط  $A$  و  $B$  بر روی یک سهمی و دارای عرض یکسان باشند، نسبت به خط تقارن، قرینه هستند.

مطابق نکته، دو نقطه  $(4, 3)$  و  $(4, -1)$  روی یک سهمی و دارای عرض های یکسان هستند، پس نسبت به محور تقارن قرینه اند. یعنی خط تقارن سهمی از وسط این دو نقطه عبور می کند. بنابراین:

$$x = \frac{3 + (-1)}{2} = 1$$



سهمی های متفاوتی را می توان در نظر گرفت. به طور مثال:

$$A \left| \begin{array}{l} -1 \\ . \end{array} \right. \in y = 2x + b \Rightarrow b = 2$$

۴۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A \left| \begin{array}{l} -1 \\ . \end{array} \right. \in y = ax^2 + 2x - 3 \Rightarrow 0 = a - 2 - 3 \Rightarrow a = 5$$

۴۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: جدول تعیین علامت عبارت درجه اول  $y = ax + b$  به صورت زیر است:

$x$	$\frac{-b}{a}$
$y = ax + b$	ا مخالف علامت $a$ متوافق علامت $a$

با توجه به جدول داده شده، دو مطلب را می‌توان فهمید:

(۱)  $x = 2$  ریشه این عبارت است، پس:  $0 = 2a + b \Rightarrow b = -2a$

(۲) علامت  $a$  منفی است.

برای تعیین علامت  $y = bx - a$ ، ابتدا به جای  $b$  مقدار  $-2a$  را قرار می‌دهیم:

$$y = -2ax - a = -a(2x + 1)$$

$$y = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$x$	$-\frac{1}{2}$
$-a(2x + 1)$	-      +

چون  $a$  منفی است، پس جدول تعیین علامت به صورت مقابل است:

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. راه حل اول:

نکته: علامت عبارت  $y = ax + b$  برای  $X$  های مختلف از جدول زیر تعیین می شود.

<b>x</b>	$\frac{b}{a}$
<b>y</b>	مخالف علامت $a$

که در آن  $\frac{b}{a}$  - ریشه معادله  $0 = y$  و  $a$  شیب خط است.

در نمودار داده شده خط محور  $X$  ها را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع کرده است، پس  $2 = X$  ریشه معادله  $0 = y$  است. از طرفی چون خط با قسمت مثبت محور  $X$  ها زاویه‌ای کوچک‌تر از  $90^\circ$  می‌سازد، پس شیب خط یعنی علامت  $a$  مثبت است.

راه حل دوم:

همان‌طور که از نمودار مشخص است، مقادیر خط بهازای  $2 > x$  مثبت، بهازای  $2 < x$  منفی و بهازای  $2 = x$  صفر است.

راه حل سوم:

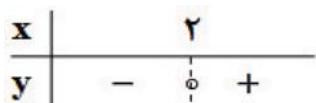
نکته: به محل تقاطع هر خط با محور  $y$  ها، عرض از مبدأ خط می‌گویند.

نکته: معادله خطی با شیب  $a$  و عرض از مبدأ  $b$  برابر است با:  $y = ax + b$

با توجه به نمودار، خط از دو نقطه  $(0, 2)$  و  $(-1, 0)$  می‌گذرد، پس شیب آن برابر  $\frac{1}{2} = \frac{0 - (-1)}{2 - 0}$  می‌باشد. از طرفی

عرض از مبدأ خط برابر ۱- است، پس مطابق نکته معادله آن به صورت  $1 = y - \frac{1}{2}x$  می‌باشد. حال با توجه به نکته راه

حل اول، خط را تعیین علامت می‌کنیم.



- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

<b>x</b>	$x_1$	۲	$x_2$
$P(x)$	+	◦	-

$$2(2)^2 - 2b + 6 < 0 \Rightarrow -2b + 14 < 0 \Rightarrow 2b > 14 \Rightarrow b > 7$$

بنابراین:

- ۴۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: در عبارت درجه دوم  $P(x) = x^2 + bx + c$  اگر  $\Delta > 0$ , عبارت دو ریشهٔ حقیقی متمایز دارد و جدول تعیین علامت آن به صورت زیر است:

$x$	$x_1$	$x_2$
$P(x)$	+	-

صورت تست بیانگر آن است که ریشه‌های معادله  $x^2 + ax + b = 0$ , مقادیر  $x = 2$  و  $x = 3$  هستند.

راه حل اول:

نکته: ریشه‌های هر معادله، در آن صدق می‌کند.

با توجه به نکته بالا داریم:

$$\begin{cases} x = 2 \Rightarrow 4 + 2a + b = 0 \Rightarrow 2a + b = -4 \\ x = 3 \Rightarrow 9 + 3a + b = 0 \Rightarrow 3a + b = -9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = 6 \end{cases} \Rightarrow a + b = 1$$

راه حل دوم:

( $x - 2$ )( $x - 3$ ) =  $x^2 - 5x + 6 = 0$  معادله به صورت  $x^2 + ax + b = 0$  است.

از مقایسه این معادله با معادله  $x^2 + ax + b = 0$ . پس:  $a = -5$  و  $b = 6$ .

- ۴۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: ریشه‌های هر معادله، در آن صدق می‌کند.

نکته: اگر یک چندجمله‌ای در  $a$  تغییر علامت دهد،  $a$  ریشه آن است.

$x$	$\frac{1}{2}$	$3$
$-2x^2 + ax + b$	-	+

با توجه به جدول، چندجمله‌ای  $-2x^2 + ax + b$  در

$$\begin{cases} x = 3: & -18 + 3a + b = 0 \Rightarrow 3a + b = 18 \\ x = \frac{1}{2}: & -\frac{1}{2} + \frac{a}{2} + b = 0 \Rightarrow \frac{a}{2} + b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow b - a = -10$$

- ۴۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: جدول تعیین علامت عبارت  $ax^2 + bx + c$  که دارای دو ریشه حقیقی متمایز  $x_1$  و  $x_2$  ( $x_1 < x_2$ ) می‌باشد، به صورت زیر است:

$x$	$x_1$	$x_2$
$ax^2 + bx + c$	موافق علامت $a$	مخالف علامت $a$

ابتدا با توجه به جدول داده شده، علامت چندجمله‌ای درجه دوم  $P(x)$ - را به دست می‌آوریم:

$x$	$a$	$b$
$P(x)$	+	-
$-P(x)$	-	+

با توجه به جدول، نمودار  $P(x)$ - در نقاط  $x = a$  و  $x = b$  محور  $x$  را قطع می‌کند و فقط در بازه  $(a, b)$  دارای علامت مثبت است.

۵۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به جدول تعیین علامت داده شده، نتیجه می‌شود که عبارت  $P(x)$  دارای ریشه مضاعف  $b$  است، پس باید  $\Delta = 0$  باشد:

$$b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow \underbrace{(m^2 + 2)^2}_{m^4 + 4m^2 + 4} - \underbrace{4(m)(2m)}_{8m^2} = 0 \Rightarrow m^4 + 4 - 4m^2 = 0 \Rightarrow (m^2 - 2)^2 = 0$$

$$\Rightarrow m^2 = 2 \Rightarrow m = \pm\sqrt{2}$$

از آنجایی که عبارت  $P(x)$  همواره منفی است (به جز در ریشه)، بنابراین باید  $m < 0$ ، پس تنها  $m = -\sqrt{2}$  قابل قبول است.

$$m = -\sqrt{2} \text{ داریم: } P(x) = -\sqrt{2}x^2 + 4x - 2\sqrt{2}$$

$$n = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{-2\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow m + n = -\sqrt{2} + \sqrt{2} = 0$$

۵۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

x	-∞	-3	-2	0	1	2	3	+∞
P(x)	-	-	+	-	-	+	-	+

۵۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا ریشه‌های هر کدام از عبارت‌های صورت و مخرج را به دست می‌آوریم و جدول را کامل می‌کنیم.

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 0 \\ (x - 3)^2 = 0 \Rightarrow x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \\ x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x + 2)(x - 1) = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ یا } x = 1 \end{array} \right.$$

x	-2	+	1	3
(x - 3) <sup>2</sup>	+	+	+	+
x <sup>2</sup> + x - 2	+	-	-	+
P(x)	-	+	-	+

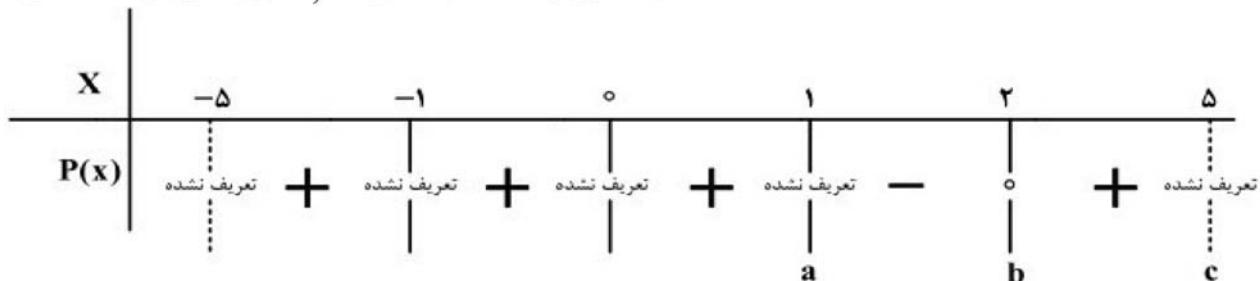
تعريف نشده      تعريف نشده

-۵۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$25 - x^2 > 0 \Rightarrow x^2 < 25 \Rightarrow -5 < x < 5$$

$$x^2 = 0 \Rightarrow x = 0, |x| = 0 \Rightarrow x = 0, (x - 5)(x + 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -5 \end{cases}$$

$$1 - x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 1, x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$



-۵۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$9 - x^2 \geq 0 \Rightarrow -3 \leq x \leq 3$$

$$|x| - 1 \geq 0 \Rightarrow x \leq -1, x \geq 1$$

$$1 - x \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$$

$$2 - x \neq 0 \Rightarrow x \neq 2$$

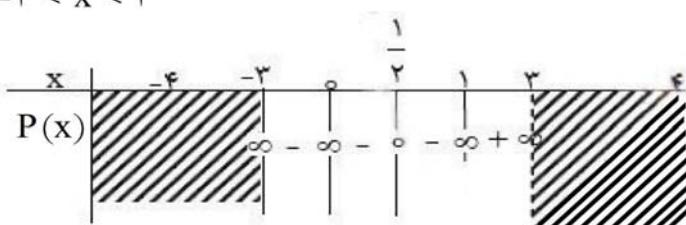
$$x^3 + 1 > 0 \Rightarrow x > -1$$

$$x^5 \neq 0 \Rightarrow x \neq 0$$

$$9 - x^2 > 0 \Rightarrow x^2 < 9$$

$$-3 < x < 3$$

-۵۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بنابراین:



$$(a, b) = \left(-\frac{1}{2}, 1\right), (b, c) = (1, 3) \Rightarrow a = -\frac{1}{2}, b = 1, c = 3$$

$$a+b+c = -\frac{1}{2} + 1 + 3 = 4/2$$

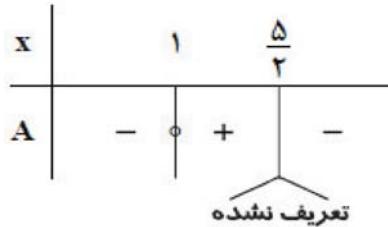
در نتیجه:

۵۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. کافی است  $x = \frac{5}{2}$  ریشهٔ صورت و  $x = 1$  ریشهٔ مخرج باشد، زیرا عبارت به ازای  $x = \frac{5}{2}$  تعريف نشده است.

$$a - 2x \implies a - 2 \times \frac{5}{2} = 0 \Rightarrow a = 5$$

$$5x + b = 1 \cdot \Rightarrow 5 + b = 0 \Rightarrow b = -5$$

بنابراین  $A = \frac{5x - 5}{5 - 2x}$  و جدول تعیین علامت آن به شکل زیر است:



پس  $a$  و  $b$  به دست آمده قابل قبول است، بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

۵۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{x-1}{x+1} > 2x$$

$$\frac{x-1}{x+1} - 2x > 0$$

$$\frac{-2x^2 - 2x + x - 1}{x+1} > 0 \Rightarrow \frac{-2x^2 - x - 1}{x+1} > 0.$$

توجه داریم که  $-x^2 - x - 2 < 0$  و در نتیجه  $x+1 < 0$  پس  $x < -1$ .

روش دوم: آزمون عدد: اگر  $x = -2$  آنگاه  $-2 > 3$  و  $-2 = x$  فقط در گزینه‌ی ۱ وجود دارد.

۵۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۵۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای آنکه معادله‌ی درجه دوم  $2x^2 + (m+1)x + \frac{1}{2}m + 2 = 0$  فاقد ریشه‌ی حقیقی باشد باید  $\Delta < 0$  باشد، پس داریم:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (m+1)^2 - 4(2)\left(\frac{1}{2}m + 2\right) < 0 \Rightarrow m^2 + 2m + 1 - 4m - 16 < 0$$

$$m^2 - 2m - 15 < 0 \Rightarrow (m-5)(m+3) < 0 \Rightarrow -3 < m < 5$$

۶۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$(1) \cap (2) \rightarrow x < \frac{1}{2}$$

۶۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: برای آنکه عبارت درجه دوم  $y = ax^2 + bx + c$  همواره منفی باشد، باید  $a < 0$  باشد.

مطابق فرض مسأله، سهمی داده شده پایین محور  $x$  ها است. یعنی همواره منفی است. پس مطابق نکته، باید دو شرط زیر برقرار باشد:

$$\begin{cases} \Delta < 0 \\ a < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m^2 + 4m < 0 \Rightarrow m(m+4) < 0 \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} m & -4 & & \\ \hline & + & + & + \end{array} \\ m < 0 \end{cases} \Rightarrow -4 < m < 0 \quad \boxed{1}$$

از اشتراک  $\boxed{1}$  و  $\boxed{2}$  محدوده  $m$  به صورت  $(-4, 0)$  خواهد بود.

۶۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$1 - m < 0 \Rightarrow m > 1$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow m^2 - 4(1-m)(-m) < 0 \Rightarrow m^2 + 4m - 4m^2 < 0$$

در نتیجه:

$$m(4 - 3m) < 0 \Rightarrow m < 0 \text{ یا } m > \frac{4}{3}$$

$$m > 1 \cap m > \frac{4}{3} \Rightarrow m > \frac{4}{3}$$

۶۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{vx - \lambda}{x - x - 2} > \frac{x}{x - 2} \Rightarrow \frac{vx - \lambda}{(x - 2)(x + 1)} - \frac{x}{x - 2} > 0 \Rightarrow \frac{vx - \lambda - x(x + 1)}{(x - 2)(x + 1)} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{-x^2 + vx - \lambda}{(x - 2)(x + 1)} > 0 \Rightarrow \frac{-(x - v)(x - \lambda)}{(x - 2)(x + 1)} > 0 \Rightarrow \frac{x - v}{x + 1} < 0 \xrightarrow{x \neq -1} -1 < x < v, x \neq -2$$

$$\Rightarrow x \in (-1, v) \cup (v, 2)$$

۶۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$(2m-1)x^2 + 6x + (m-2) = 0$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow 36 - 4(2m-1)(m-2) > 0 \Rightarrow 4(9 - (2m-1)(m-2)) > 0$$

$$\Rightarrow -1 < m < \frac{3}{5}$$

$$m = -1, m = \frac{\sqrt{v}}{2} = \frac{3}{5}$$

تذکر: صورت مسأله تأکید کرده است که معادله درجه دوم است یعنی  $m \neq -\frac{1}{2}$  پس  $m \neq -\frac{1}{2}$  در نتیجه از گزینه ها

$m = \frac{1}{2}$  باید حذف می شد.

۶۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

x	-2	-1	0	1	2
P(x)	-	$\infty$	-	$\infty$	-
	+	+	+	+	+
	+	+	+	+	+

۶۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: برای آنکه سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  همواره مثبت باشد، باید شرایط زیر برقرار باشد:

$$\begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow 9 - 4k < 0 \Rightarrow k > \frac{9}{4} \\ a > 0 \Rightarrow 1 > 0 \quad \checkmark \end{cases}$$

با توجه به نکته داریم:

شرط دوم همواره برقرار است.

۶۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا مجموعه جواب نامعادله  $2x - 1 < \frac{x+1}{2} < 2x$  را بدست می‌آوریم.

$$2x - 1 < \frac{x+1}{2} < 2x \Rightarrow \begin{cases} \frac{x+1}{2} < 2x \Rightarrow x+1 < 4x \Rightarrow x > \frac{1}{3} \\ 2x - 1 < \frac{x+1}{2} \Rightarrow 4x - 2 < x + 1 \Rightarrow x < 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{3} < x < 1$$

راه حل اول:

به کمک  $\frac{1}{3} < x < 1$  نامعادله دوم را می‌سازیم:

$$\frac{1}{3} < x < 1 \xrightarrow{\times(-3)} -1 < -3x < -1 \xrightarrow{+2} -1 < 2 - 3x < 1 \xrightarrow{\div 2} -\frac{1}{2} < \frac{2 - 3x}{2} < \frac{1}{2}$$

از مقایسه نامعادله بالا با  $a = -\frac{1}{2}$  و  $b = \frac{1}{2}$  می‌توان نتیجه گرفت بنا براین

$$a + b = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

راه حل دوم:

نامعادله دوم را هم حل می‌کنیم:

$$a < \frac{2 - 3x}{2} < b \Rightarrow 2a < 2 - 3x < 2b \Rightarrow 2a - 2 < -3x < 2b - 2 \Rightarrow \frac{2b - 2}{-3} < x < \frac{2a - 2}{-3}$$

چون مجموعه جواب هر دو نامعادله یکسان است، پس:

$$\frac{2b - 2}{-3} = \frac{1}{3} \Rightarrow 2b - 2 = -1 \Rightarrow 2b = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2a - 2}{-3} = 1 \Rightarrow 2a - 2 = -3 \Rightarrow 2a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$a + b = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

۶۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: اگر معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  دارای  $\Delta < 0$  باشد (دارای ریشه حقیقی نباشد)، آن‌گاه این عبارت در کل اعداد حقیقی، هم‌علامت  $a$  است.

$$x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 = -4 \Rightarrow \text{ریشه حقیقی ندارد.}$$

$$|x| + 2 = 0 \Rightarrow |x| = -2 \Rightarrow \text{ریشه حقیقی ندارد.}$$

$$x^2 - x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 1 - 4 = -3 < 0 \Rightarrow \text{ریشه حقیقی ندارد.}$$

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

$x$	-2	2
$x^2 + 4$	+	+
$ x  + 2$	+	+
$x^2 - x + 1$	+	+
$x^2 - 4$	+	-
عبارت	+	-

تعريف نشده      تعريف نشده

: مجموعه جواب  $\Rightarrow (-2, 2)$

۶۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ریشه‌های عبارت‌های صورت و مخرج کسر را پیدا می‌کنیم و جدول تعیین علامت را تشکیل می‌دهیم.

$$\begin{cases} x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x = \pm 3 \\ 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$x$	-3	$-\frac{1}{2}$	3
$x^2 - 9$	+	○	-
$2x + 1$	-	-	○
$\frac{x^2 - 9}{2x + 1}$	-	○	+

با توجه به جدول، مجموعه جواب نامعادله به صورت  $(-3, -\frac{1}{2}) \cup (3, +\infty)$  پاسخ است.

۷۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای آنکه همواره  $y = ax^2 + bx + c > 0$  باشد، اولاً  $\Delta < 0$  و ثانیاً  $a > 0$ .

$$y = (m+2)x^2 - 2mx + 1 \Rightarrow \begin{cases} a = m+2 > 0 \Rightarrow m > -2 \\ \Delta = 4m^2 - 4(m+2) < 0 \Rightarrow -1 < m < 2 \end{cases}$$

بنابراین:

اشتراع  
→  $-1 < m < 2$

- ۷۱ - گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$(-\infty, -2) \cup (1, +\infty) \Rightarrow \begin{cases} x < -2 \\ x > 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + b + 2 = 1 \Rightarrow a + b = -1 \\ a - b - 2 = -2 \Rightarrow a - b = 0 \end{cases} \Rightarrow 2a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = -1$$

- ۷۲ - گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} -2x - b > c \Rightarrow -2x > b + c \Rightarrow x < \frac{b + c}{-2} \\ -2x - b < -c \Rightarrow -2x < b - c \Rightarrow x > \frac{b - c}{-2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{b + c}{-2} = 1 \Rightarrow b + c = -2 \\ \frac{b - c}{-2} = 2 \Rightarrow b - c = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2b = -6 \Rightarrow b = -3 \\ b - c = -4 \Rightarrow c = 1 \end{cases}$$

در نتیجه:

$b + c = -3 + 1 = -2$

بنابراین:

- ۷۳ - گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left| \frac{x-2}{3} - 1 \right| \leq 5x - 2 \Rightarrow -(5x - 2) \leq \frac{x-2}{3} - 1 \leq 5x - 2$$

در نتیجه:

$$\begin{cases} \frac{x-2}{3} \leq 5x - 1 \\ \frac{x-2}{3} \geq -5x + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 2 \leq 15x - 3 \\ x - 2 \geq -15x + 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 14x \geq 1 \\ 16x \geq 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{14} \\ x \geq \frac{11}{16} \end{cases}$$

$\cup$

$\rightarrow x \geq \frac{11}{16}$

- ۷۴ - گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$-3|x - 3|^2 - 2|x - 3| + 1 \leq 0, |x - 3| = A$$

نتیجه:

$$-3A^2 - 2A + 1 \leq 0 \Rightarrow (-3A + 1)(A + 1) \leq 0 \Rightarrow A \leq -1 \text{ یا } A \geq \frac{1}{3}$$

$$\begin{cases} |x - 3| \leq -1 & \text{غیرقابل قبول} \\ |x - 3| \geq \frac{1}{3} & \text{قابل قبول} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 3 \geq \frac{1}{3} \\ x - 3 \leq -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow x \leq \frac{8}{3} \text{ یا } x \geq \frac{10}{3}$$

بنابراین:

$$x^2 - 2x < |x - 2| \Rightarrow x(x - 2) - |x - 2| < 0$$

۷۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} x \leq 2 \Rightarrow x(x - 2) + (x - 2) < 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 1) < 0 \Rightarrow -1 < x < 2 \\ x > 2 \Rightarrow x(x - 2) - (x - 2) < 0 \Rightarrow (x - 2)(x - 1) < 0 \Rightarrow 1 < x < 2 \end{cases}$$

غ ق ق

جواب  $\Rightarrow$

۷۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: فرض کنیم  $a$  یک عدد حقیقی مثبت و  $u$  یک عبارت جبری باشد. در این صورت:

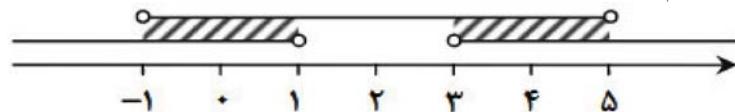
$$1) |u| \leq a \Rightarrow -a \leq u \leq a$$

$$2) |u| \geq a \Rightarrow u \geq a \text{ یا } u \leq -a$$

$$||x - 2| - 2| < 1 \Rightarrow -1 < |x - 2| - 2 < 1 \Rightarrow 1 < |x - 2| < 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |x - 2| < 3 \Rightarrow -3 < x - 2 < 3 \Rightarrow -1 < x < 5 & (1) \\ |x - 2| > 1 \Rightarrow x - 2 > 1 \text{ یا } x - 2 < -1 \Rightarrow x > 3 \text{ یا } x < 1 & (2) \end{cases}$$

حال به کمک محور، اشتراک (۱) و (۲) را به دست می‌آوریم:



بنابراین مجموعه جواب این نامعادله  $(-1, 1) \cup (3, 5)$  است.

۷۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: با فرض  $a > 0$ , داریم:  $|x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$ : با استفاده از نکته بالا داریم:



$$|x + 1| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x + 1 \leq 2 \Rightarrow -3 \leq x \leq 1$$

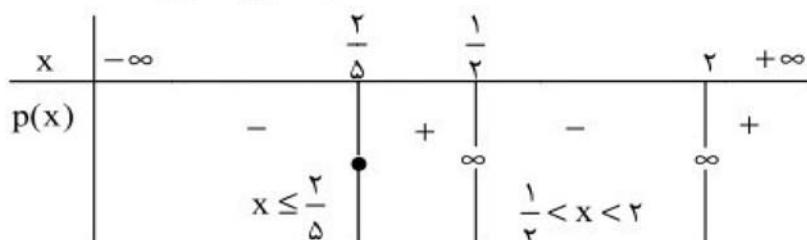
۷۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1 - 2x - 6}{3} \geq 3 \text{ یا } \frac{1 - 2x - 6}{3} \leq -3 \Rightarrow -2x - 5 \geq 9 \text{ یا } -2x - 5 \leq -9$$

$$x \leq -7 \text{ یا } x \geq 2$$

بنابراین:

$$\frac{2x}{2x^2 - 5x + 2} - 1 \leq 0 \Rightarrow \frac{2x^2 - 2x^2 + 5x - 2}{2x^2 - 5x + 2} \leq 0 \Rightarrow \frac{5x - 2}{(2x - 1)(x - 2)} \leq 0$$



$$[(-\infty, -7] \cup [2, +\infty)] \cap \left[(-\infty, \frac{2}{5}] \cup \left(\frac{1}{2}, 2\right)\right] = (-\infty, -7]$$

۷۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته:  $\sqrt{x^2} = |x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$

ابتدا سمت چپ تساوی را ساده می‌کنیم. می‌توان نوشت:

$$3a - 1 \leq 0 \Rightarrow 3a \leq 1 \Rightarrow a \leq \frac{1}{3} \quad \text{لذا باید داشته باشیم } |3a - 1| = 1 - 3a, \text{ بنابراین:}$$

از میان گزینه‌های داده شده، تنها مجموعه گزینه ۴، زیرمجموعه  $a \leq \frac{1}{3}$  می‌باشد، بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

۸۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: اگر  $a$  یک عدد مثبت باشد، آن‌گاه:  $|u| < a \Rightarrow -a < u < a$ . راه حل اول:

در نامعادله داده شده، عبارت  $x^2 + 2x + 4 < 7$  دارای  $0 < \Delta = 12$  است. از طرفی چون ضریب  $x^2$  مثبت است، پس این عبارت همواره مثبت می‌باشد. می‌دانیم یک عبارت همواره مثبت را می‌توان از طرفین یک نامساوی ساده کرد و علامت نامساوی نیز تغییری نمی‌کند، بنابراین:

$$\frac{|3x - 2|}{x^2 + 2x + 4} < \frac{7}{x^2 + 2x + 4} \Rightarrow |3x - 2| < 7 \Rightarrow -7 < 3x - 2 < 7 \\ \Rightarrow -5 < 3x < 9 \Rightarrow -\frac{5}{3} < x < 3$$

بنابراین اعداد صحیح  $-1, 0, 1$  در مجموعه جواب این نامعادله قرار دارند.

راه حل دوم:

همه عبارات را به یک سمت نامساوی برد و پس از ساده کردن، تعیین علامت می‌کنیم:

$$\frac{|3x - 2|}{x^2 + 2x + 4} < \frac{7}{x^2 + 2x + 4} \Rightarrow \frac{|3x - 2|}{x^2 + 2x + 4} - \frac{7}{x^2 + 2x + 4} < 0 \Rightarrow \frac{|3x - 2| - 7}{x^2 + 2x + 4} < 0$$

عبارت مخرج دارای  $0 < \Delta$  و ضریب  $x^2$  مثبت است. پس علامت آن همواره مثبت است. پس برای آنکه علامت کل عبارت منفی باشد، باید علامت صورت منفی باشد.

ادامه راه حل مشابه است.

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
□	■	□	□	- ۴۱	□	□	■	□	- ۱
□	□	□	■	- ۴۲	□	□	□	■	- ۲
■	□	□	□	- ۴۳	□	□	□	■	- ۳
□	□	□	■	- ۴۴	■	□	□	□	- ۴
■	□	□	□	- ۴۵	□	□	■	□	- ۵
□	■	□	□	- ۴۶	□	□	■	□	- ۶
□	□	□	■	- ۴۷	□	■	□	□	- ۷
□	□	□	□	- ۴۸	□	■	□	□	- ۸
■	□	□	□	- ۴۹	■	□	□	□	- ۹
□	□	□	■	- ۵۰	■	□	□	□	- ۱۰
■	□	□	□	- ۵۱	□	■	□	□	- ۱۱
□	■	□	□	- ۵۲	□	□	■	□	- ۱۲
■	□	□	□	- ۵۳	□	□	□	■	- ۱۳
□	□	□	■	- ۵۴	□	□	■	□	- ۱۴
□	□	□	□	- ۵۵	□	■	□	□	- ۱۵
■	□	□	□	- ۵۶	■	□	□	□	- ۱۶
□	□	□	□	- ۵۷	□	□	■	□	- ۱۷
□	■	□	□	- ۵۸	□	□	■	□	- ۱۸
□	□	□	□	- ۵۹	□	□	■	□	- ۱۹
□	□	□	■	- ۶۰	■	□	□	□	- ۲۰
□	□	□	□	- ۶۱	■	□	□	□	- ۲۱
□	□	□	■	- ۶۲	□	■	□	□	- ۲۲
□	□	□	□	- ۶۳	□	□	■	□	- ۲۳
□	□	□	■	- ۶۴	□	□	□	■	- ۲۴
□	□	□	□	- ۶۵	□	□	■	□	- ۲۵
■	□	□	□	- ۶۶	■	□	□	□	- ۲۶
□	□	□	■	- ۶۷	□	■	□	□	- ۲۷
□	□	□	□	- ۶۸	■	□	□	□	- ۲۸
■	□	□	□	- ۶۹	■	□	□	□	- ۲۹
□	□	□	■	- ۷۰	□	■	□	□	- ۳۰
□	□	□	□	- ۷۱	□	□	■	□	- ۳۱
□	□	□	■	- ۷۲	□	□	□	■	- ۳۲
□	■	□	□	- ۷۳	■	□	□	□	- ۳۳
■	□	□	□	- ۷۴	■	□	□	□	- ۳۴
□	□	□	■	- ۷۵	■	□	□	□	- ۳۵
□	□	□	□	- ۷۶	□	□	■	□	- ۳۶
■	□	□	□	- ۷۷	□	■	□	□	- ۳۷
□	■	□	□	- ۷۸	□	□	■	□	- ۳۸
■	□	□	□	- ۷۹	□	■	□	□	- ۳۹
■	□	□	□	- ۸۰	■	□	□	□	- ۴۰