



[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir)

ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

فصل دوم

@riazi10

امید نورانی

درسنامه

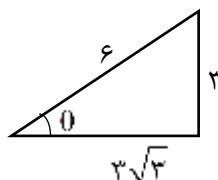
۱۰۸

[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

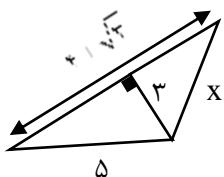
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱. شخصی به طول قد cm ۱۸۰ سانتی‌متر در ۲ متری چراغی به طول ۳ متر قرار گرفته است، طول سایه‌ی شخص چند متر خواهد بود؟

۲. در مثلث زیر، نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌ی  $\theta$  را بدست آورید و اندازه زاویه‌ی  $\theta$  را مشخص کنید.



۳. در شکل زیر مقدار x را محاسبه کنید.



۴. مثلث قائم الزاویه‌ای با وتر ۱۰ داریم که در آن کسینوس یک زاویه‌ی حاده‌ی آن  $8/0$  است. مساحت مثلث را بدست آورید.

۵. جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. ( $0 < \alpha < 90^\circ$ )

- الف) تنها زاویه  $\alpha$  که  $\sin \alpha$  و  $\cos \alpha$  برابر دارد ..... است.
- پ) سینوس زاویه ..... برابر  $\cos 30^\circ$  است.

۶. درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.
- الف) اگر  $\alpha + \beta = 90^\circ$  آنگاه  $\sin \alpha = \cos \beta$ .
- ب) در مثلث قائم الزاویه، ضلع روبرو به زاویه  $30^\circ$  نصف وتر است.

۷. علی در مسیر مستقیم حرکت می‌کند و حسن با  $60^\circ$  انحراف به راست نسبت به او. اگر علی با سرعت  $\frac{m}{s}$  و به مدت یک

دقیقه حرکت کند:

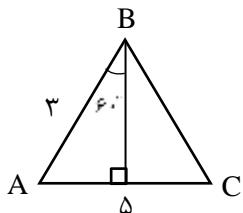
الف) فاصله‌اش با حسن چقدر خواهد بود؟

ب) حسن چند متر حرکت کرده است؟

پ) فاصله این دو پس از چند دقیقه به  $100$  متر می‌رسد؟

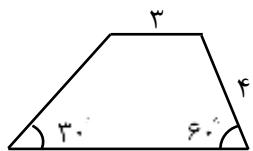
$$8. \text{ اگر } A = \frac{\cos^2 45}{2} - \frac{\sin 30}{3} + \tan 45 \text{ را بدست آورید.}$$

۹. مساحت مثلث رو برو را به دست بیاورید.



۱۰. شهاب سنگی به صورت مایل در حال سقوط به سطح زمین است و با افق زاویه‌ی  $30^\circ$  درجه می‌سازد و در ارتفاع  $40$  متری سطح زمین قرار دارد. تا زمانی که این شهاب سنگ با زمین برخورد کند، چند متر به سمت جلو حرکت کرده است؟

۱۱. مساحت ذوزنقه‌ی رو برو را به دست آورید.



@riazi10

امید نورانی

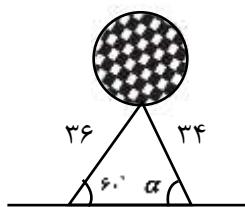
یادداشت



[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

دانلود از سایت ریاضی سرا

۱. یک بالن اطلاع‌رسانی مطابق شکل زیر توسط دو طناب به طول‌های ۳۶ و ۳۴ متر به زمین بسته شده است. مقدار سینوس زاویه  $\alpha$  تقریبا کدام است؟ ( $\sqrt{3} \approx 1.73$ )



۰/۹ (۴)

۰/۸۸ (۳)

۰/۸۷ (۲)

۰/۸۵ (۱)

۲. حاصل عبارت  $\frac{2\cos^2 45^\circ + 4\sin^2 60^\circ}{2 - 3 \cot 30^\circ \times \tan 30^\circ}$  کدام است؟

 $\frac{4}{3}$  (۴) $-\frac{1}{2}$  (۳)

۵ (۲)

-۴ (۱)

۳. یک موشک در ارتفاع ۲۰ متری از سطح زمین، با زاویه  $45^\circ$  پرتاب می‌شود، پس از طی ۲۰۰۰ متر با همین زاویه، موشک به چه ارتفاعی از سطح زمین می‌رسد؟

۲۰۲۰ (۴)

۲۰۰۰+۲۰۰۰ $\sqrt{2}$  (۳)۱۰۰۰ $\sqrt{2}$ +۲۰ (۲)۲۰۰۰ $\sqrt{2}$ +۲۰ (۱)

$$(a \neq 1, b \neq 0) \text{ باشد، کدام رابطه بین } a \text{ و } b \text{ برقرار است؟} \quad (.)$$

$$a = \frac{b+6}{b-2} \quad (۴)$$

$$b = \frac{a^2 + 2a - 3}{2} \quad (۳)$$

$$a = \frac{b+3}{b} \quad (۲)$$

$$b = \frac{a+3}{a-1} \quad (۱)$$

۵. اگر  $\cot^2 \alpha - \cos^2 \alpha = 5a$  و  $\cos^2 \alpha = \frac{2}{a}$  کدام است؟

۱۰ (۴)

 $\frac{a}{3}$  (۳)

۳ (۲)

۳a (۱)

۶. اگر  $\tan x = \frac{2}{3}$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{4\cos x - \sin x}{\sin x + \cos x}$  کدام است؟

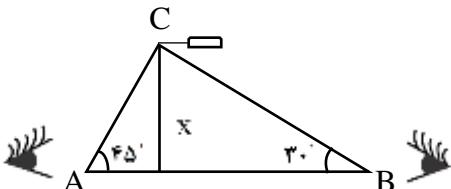
 $\frac{4}{3}$  (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

 $\frac{1}{3}$  (۱)

۷. دو نفر مطابق شکل با قد یکسان، یک تیر چراغ برق را از نقاط A و B به ترتیب با زواياي ۳۰° و ۴۵° می‌بینند، اگر فاصله A تا B برابر ۱۸ متر باشد. ارتفاع تیر چراغ برق (x) کدام است؟

(۱)  $18(\sqrt{3}-\sqrt{2})$ (۲)  $18(\sqrt{3}+1)$ (۳)  $18(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ (۴)  $9(\sqrt{3}-1)$ 

۸. حاصل عبارت  $A = \frac{2 \tan 30^\circ}{1 - \cot^2 60^\circ} + 4 \cos^2 45^\circ \sin 30^\circ - \tan 60^\circ$  کدام است؟

 $\sqrt{3}$  (۴)

۱ (۳)

 $1 - \sqrt{3}$  (۲) $1 + \sqrt{3}$  (۱)

۹. آرشن می‌خواهد ارتفاع ساختمانی را که طول سایه‌ی آن بر روی زمین  $10\text{ m}$  است، حساب کند. قد آرشن  $1.5\text{ m}$  و طول سایه‌ی او  $5\text{ m}$  است، ارتفاع ساختمان چند متر است؟
- (۱) ۲۵      (۲) ۲۰      (۳) ۱۵      (۴) ۳۰

۱۰. شش ضلعی منتظمی در داخل دایره‌ای به شعاع  $3\text{ cm}$  محاط شده است، مساحت بین شش ضلعی و دایره‌ی محیطی کدام است؟ ( $\pi = 3$ )

$$\frac{\sqrt{3}-1}{4} \quad \frac{3-\sqrt{3}}{2} \quad \frac{\sqrt{3}-1}{2} \quad \frac{2-\sqrt{3}}{2}$$

۱۱. حاصل  $(\sin 45^\circ - \cos 60^\circ)(\sin 30^\circ + \cos 45^\circ)$  کدام است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{2}$$

۱۲. حاصل عبارت  $\frac{\tan^2 60^\circ - \tan^2 45^\circ}{\sin 30^\circ + \sqrt{2} \cos 45^\circ}$  کدام است؟

$$\frac{4}{3} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3}$$

۱۳. با درنظر گرفتن  $\frac{13A}{2}$  کدام است؟

$$A = \frac{\cot 30^\circ - 2\sin 60^\circ + \tan 45^\circ}{\tan^2 30^\circ - \frac{1}{2}\cos 60^\circ + \cot 45^\circ}$$

 $\frac{1}{6} (4)$ 

۶ (۳)

 $\frac{13}{12} (2)$  $\frac{12}{13} (1)$ 

۱۴. حاصل عبارت  $\sin 45^\circ + \cos 30^\circ + \sqrt{2} \sin 90^\circ + \tan 60^\circ$  کدام است؟

$\frac{2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{2} (4)$

$\frac{2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{2} (3)$

$\frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{2} (2)$

$\frac{3\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{2} (1)$

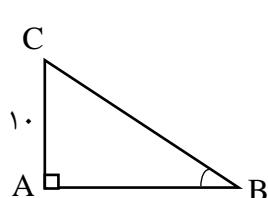
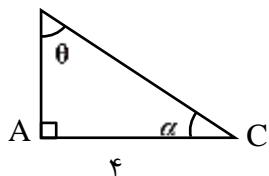
۱۵. در مثلث  $ABC$  زاویه  $\hat{A}$  قائم و طول یکی از اضلاع زاویه قائمه آن  $4$  است. اگر تانژانت زاویه‌ی واقع بر رأس دیگر این ضلع،  $\frac{3}{4}$  باشد، سینوس زاویه سوم کدام است؟

۰/۸ (۴)

۰/۶ (۳)

۰/۴ (۲)

۰/۲ (۱)



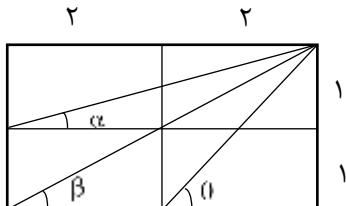
۱۶. مساحت مثلث  $ABC$  کدام است؟  $(\cos C = \frac{\sqrt{46}}{7})$

$50\sqrt{\frac{3}{46}} (4)$

$100\sqrt{\frac{3}{46}} (3)$

$50\sqrt{\frac{46}{3}} (2)$

$100\sqrt{\frac{46}{3}} (1)$



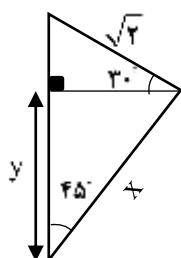
۱۷. مقدار  $\tan \alpha + \tan \beta + \tan \theta$  کدام است؟

$$\frac{7}{4} \text{ (۴)}$$

$$\frac{4}{7} \text{ (۳)}$$

$$\frac{7}{3} \text{ (۲)}$$

$$\frac{3}{7} \text{ (۱)}$$



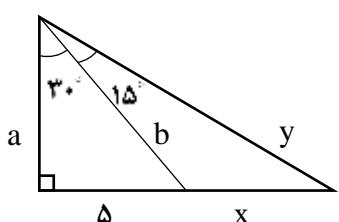
۱۸. در شکل مقابل مقدار  $x + y$  برابر با کدام گزینه است؟

$$\frac{2\sqrt{2} + \sqrt{5}}{2} \text{ (۲)}$$

$$\frac{2\sqrt{2} + \sqrt{5}}{4} \text{ (۴)}$$

$$\frac{2\sqrt{3} + \sqrt{6}}{2} \text{ (۱)}$$

$$\frac{2\sqrt{3} + \sqrt{6}}{4} \text{ (۳)}$$



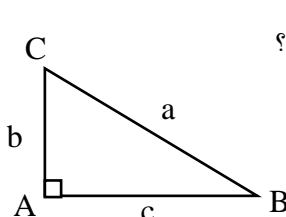
۱۹. اگر وتر مثلث بزرگ مقابل را  $y$  بنامیم، حاصل  $y + x$  کدام است؟

$$5(-2\sqrt{3} + 1) \text{ (۲)}$$

$$5(2\sqrt{3} - 1) \text{ (۱)}$$

$$5(-\sqrt{3} + 1 - 2\sqrt{\frac{3}{2}}) \text{ (۴)}$$

$$5(\sqrt{3} - 1 + 2\sqrt{\frac{3}{2}}) \text{ (۳)}$$



۲۰. در مثلث قائم‌الزاویه ABC که در رأس A قائمه است، حاصل  $\frac{\tan^r C}{\sin B} \times \cot B$  کدام است؟

$$\cot C \text{ (۴)}$$

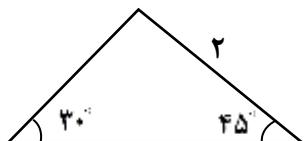
$$\tan C \text{ (۳)}$$

$$\cos C \text{ (۲)}$$

$$\sin C \text{ (۱)}$$

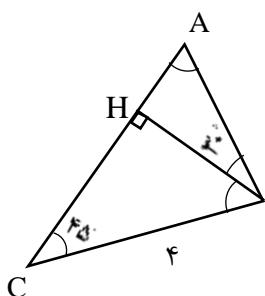
۲۱. ارتفاع نظیر بزرگترین ضلع مثلث مقابل کدام است؟

۲) ۴      ۳)  $\sqrt{3}$       ۲)  $\sqrt{2}$       ۱) ۱



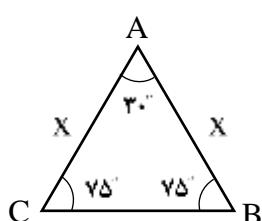
۲۲. در مثلث مقابل طول ضلع AC چقدر است؟

$\frac{\sqrt{2}}{3}$  (۴)       $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  (۳)       $\frac{2\sqrt{6}}{3}$  (۲)       $2(\frac{\sqrt{6}}{3} + \sqrt{2})$  (۱)



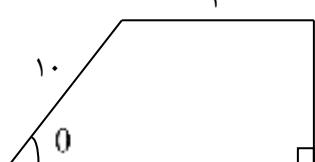
۲۳. در مثلث متساوی الساقین  $\hat{B} = 75^\circ$  و  $AB = AC$ . مساحت مثلث  $ABC$  ۱۸ واحد است. مجموع طول دو ساق کدام خواهد بود؟

۱۲ (۴)       $12\sqrt{2}$  (۳)       $\sqrt{72}$  (۲)      ۶ (۱)



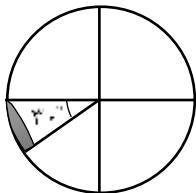
۲۴. مطلوبست محاسبه مساحت ذوزنقه رو به رو اگر داشته باشیم

$\sin \theta = \frac{3}{5}$  (۴)      ۲۶ (۳)      ۲۴ (۲)      ۱۲ (۱)



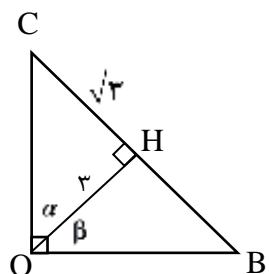
۲۵. در دایره‌ی مقابل، به شعاع ۳ واحد، مساحت قسمت رنگی کدام است؟

$$\frac{9}{4} \quad (4) \quad \frac{9}{4}(\pi - 1) \quad (3) \quad \frac{9\pi}{4} - 1 \quad (2) \quad \frac{9\pi}{4} \quad (1)$$



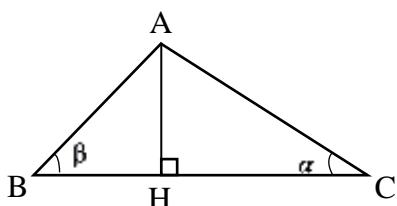
۲۶. اگر  $BC = 3$  باشد،  $OC^2$  برابر با کدام است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (4) \quad 3\sqrt{3} \quad (3) \quad 3 \quad (2) \quad \sqrt{3} \quad (1)$$



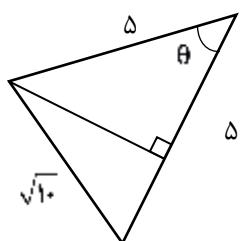
۲۷. حاصل  $\frac{BH}{AC}$  در شکل مقابل کدام است؟

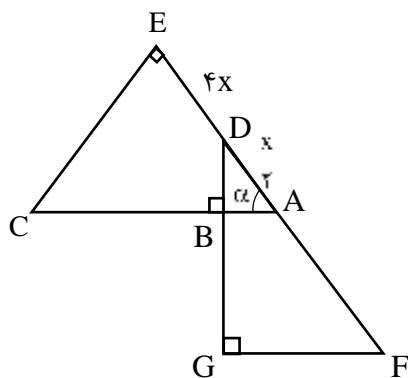
$$\tan \beta \times \cos \alpha \quad (2) \quad \cot \beta \times \sin \alpha \quad (1) \\ \tan \beta \cot \alpha \quad (4) \quad \cot \alpha \cos \beta \quad (3)$$



۲۸. در شکل مقابل  $\tan \theta$  کدام است؟

$$\frac{25}{16} \quad (4) \quad \frac{4}{3} \quad (3) \quad \frac{3}{4} \quad (2) \quad \frac{16}{25} \quad (1)$$





اگر  $AC = 16AB$  باشد،  $\cos \alpha$  کدام است؟

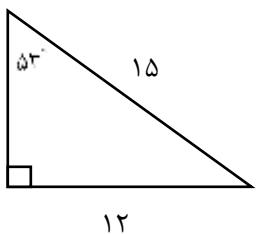
$$\frac{1}{2} (4)$$

$$\frac{3}{5} (3)$$

$$\frac{1}{4} (2)$$

$$\frac{3}{4} (1)$$

۳۰. پارسا برای اندازه‌گیری نسبت‌های مثلثاتی زاویه  $53^\circ$  درجه، ابتدا یک مثلث قائم‌الزاویه با یک زاویه  $53^\circ$  درجه رسم کرد. بعد با اندازه‌گیری طول دو ضلع مثلث به شکل زیر، توانست  $\sin 53^\circ$  را محاسبه کند. اگر او می‌خواست  $\tan 37^\circ$  را محاسبه کند، کدام گزینه را به دست می‌آورد؟



$$\frac{4}{5} (4)$$

$$\frac{4}{3} (3)$$

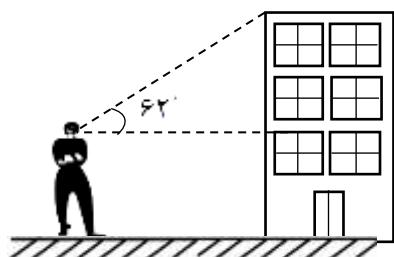
$$\frac{3}{4} (2)$$

$$\frac{3}{5} (1)$$

۳۱. مطابق شکل زیر، شخصی با قد  $200\text{ cm}$  در فاصله‌ی افقی  $5\text{ m}$  از یک ساختمان قرار دارد. اگر این شخص با زاویه‌ی  $63^\circ$  درجه نسبت به افق، لبه‌ی بالای ساختمان را ببیند، ارتفاع ساختمان چند متر است؟

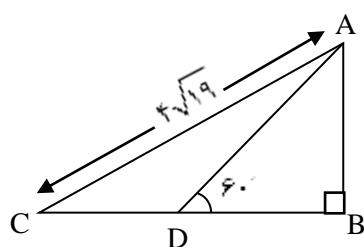
$$(\tan 62^\circ \approx 2)$$

$$4/5 (4) \quad 7/5 (3) \quad 12/2 (2) \quad 10/1 (1)$$



۳۲. اگر  $ABC$  در مثلث از شکل زیر،  $AB = 4\sqrt{3}$  باشد، مساحت مثلث  $ACD$  کدام است؟

$$28\sqrt{3} (4) \quad 24\sqrt{3} (3) \quad 8\sqrt{3} (2) \quad 12\sqrt{3} (1)$$



۳۳. مقدار عددی عبارت مثلثاتی  $A = 2\sin^2 30^\circ - \cos 60^\circ + \tan 45^\circ \sin^2 60^\circ$  کدام است؟

(۴) ۰/۸

(۳) ۰/۷۵

(۲) ۱/۲۵

(۱) صفر

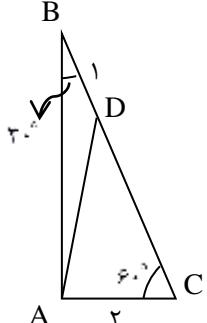
۳۴. در مثلث زیر، اگر مساحت مثلث  $ABC$  برابر  $27\sqrt{3}$  باشد، مساحت مثلث  $ABD$  برابر کدام گزینه است؟ ( $BD = 1$ )

$$\frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sqrt{3}$$



۳۵. در کدامیک از گزینه‌ها، همه مقادیر داده شده تعریف شده هستند؟

$$\cot 270^\circ, \frac{1}{\sin 18^\circ}, \tan 0^\circ$$

$$\cot 180^\circ, \frac{1}{\cos 0^\circ}, \tan 360^\circ$$

$$\cot 90^\circ, \frac{1}{\cos 18^\circ}, \tan 90^\circ$$

$$\cot 90^\circ, \frac{1}{\cos 0^\circ}, \tan 180^\circ$$

۳۶. حاصل عبارت  $\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta} - \frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}$  کدام است؟

$$2\sin\theta$$

$$\frac{2}{\cos^2\theta}$$

$$\frac{4\tan\theta}{\cos\theta}$$

$$4\cot\theta\cos\theta$$

۳۷. نقطه  $P$  روی محیط دایره‌ی مثلثاتی و در ربع چهارم قرار دارد. کدام گزینه می‌تواند مختصات نقطه‌ی  $P$  باشد؟

$$\left(\frac{\sqrt{5}}{3}, -\frac{2}{3}\right) \quad (4) \quad \left(\frac{3}{8}, -\frac{\sqrt{7}}{8}\right) \quad (3) \quad \left(-\frac{1}{3}, \frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \quad (2) \quad \left(\frac{2}{5}, -\frac{3}{5}\right) \quad (1)$$

۳۸. اگر  $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$  و  $\alpha$  زاویه‌ای در ناحیه‌ی دوم مثلثاتی باشد، مقدار  $\tan \alpha$  کدام است؟

$$3 \quad (4) \quad \frac{2}{5} \quad (3) \quad -\frac{4}{3} \quad (2) \quad -\frac{4}{5} \quad (1)$$

۳۹. کدامیک از نامساوی‌های زیر درست است؟

$$\sin 150^\circ > \sin 10^\circ \quad (2) \quad \sin 10^\circ > \sin 70^\circ \quad (1)$$

$$\cos(-90^\circ) < \cos 150^\circ \quad (4) \quad \cos 10^\circ < \cos 70^\circ \quad (3)$$

۴۰. اگر خط  $y = x + 1$  را حول محل تقاطع آن با محور طول‌ها ۱۵ درجه در جهت مثبت مثلثاتی دوران دهیم، معادله‌ی خط بدست آمده کدام است؟

$$y = \sqrt{3}x + \sqrt{3} \quad (4) \quad 3y = \sqrt{3}x + 1 \quad (3) \quad y = \sqrt{3}x + 1 \quad (2) \quad 3y = \sqrt{3}x + \sqrt{3} \quad (1)$$

۴۱. اگر بیشترین مقدار عبارت  $A = (2a + 1) - 3 \sin x$  برابر ۸ باشد، کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۴۲. اگر در مثلث ABC داشته باشیم،  $\cos(\hat{A} - \hat{B}) + \sin\left(\frac{\hat{B}}{\hat{C}} - \hat{C}\right) = 2$  نوع مثلث ABC کدام است؟

۲) قائم‌الزاویه متساوی الساقین

۱) قائم‌الزاویه غیرمتساوی الساقین

۴) مختلف‌الاضلاع با یک زاویه بزرگ‌تر از  $90^\circ$ 

۳) متساوی‌الاضلاع

۴۳. اگر  $\sin \theta = \frac{7m-2}{4}$  و  $30^\circ < \theta < 135^\circ$  آنگاه حدود m کدام است؟

 $m \leq 2$  (۴) $\frac{1}{2} < m \leq 2$  (۳) $\frac{4}{3} < m \leq 2$  (۲) $\frac{1}{2} < m < \frac{\sqrt{2}}{2}$  (۱)

۴۴. اگر  $\cot^2 \alpha - \cos^2 \alpha = 5a$ ،  $\cos^2 \alpha = \frac{2}{a}$  عددی حقیقی و مثبت باشد، حاصل  $\cot^2 \alpha - \cos^2 \alpha$  کدام است؟

 $\frac{a}{3}$  (۴)

۱۰ (۳)

۳ (۲)

۳a (۱)

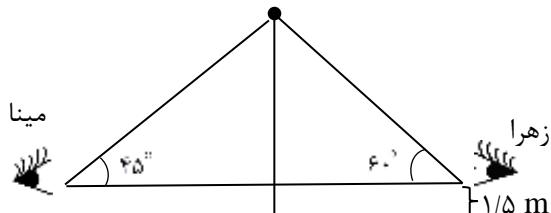
۴۵. زهرا و مینا که قد هر کدام  $1/5$  متر است، به فاصله  $27 + 9\sqrt{3}$  از یک دیگر در یک نمایشگاه ایستاده‌اند. بین این دو نفر یک تیرک قرار دارد. زهرا و مینا سر تیرک را مطابق شکل با زاویه‌های  $60^\circ$  و  $45^\circ$  نسبت به افق می‌بینند. ارتفاع تیرک چقدر است؟

۲۸/۵ (۴)

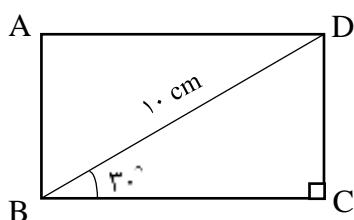
۲۷ (۳)

۱۵/۵ (۲)

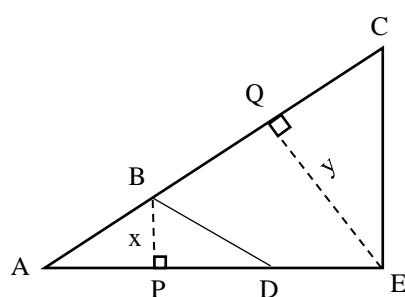
۲۰ (۱)



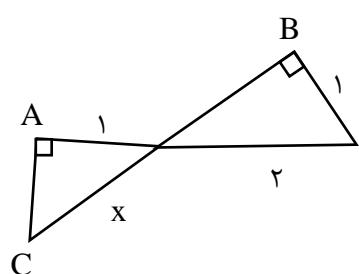
۴۶. در شکل زیر محیط مستطیل ABCD کدام است؟

 $5(1+\sqrt{3})$  (۲) $10\sqrt{3}$  (۱) $10(1+\sqrt{3})$  (۴) $5\sqrt{3}$  (۳)

۴۷. در شکل،  $\frac{x}{y}$  نسبت BC = ۱۰، AB = ۶، DE = ۴، AD = ۸ کدام است؟

 $\frac{4}{5}$  (۴) $\frac{2}{3}$  (۳) $\frac{5}{9}$  (۲) $\frac{1}{4}$  (۱)

۴۸. در شکل مقابله دو زاویه A, B قائمه‌اند. مقدار x کدام است؟

 $\frac{3}{2}$  (۴) $\frac{4}{3}$  (۳) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  (۲) $\sqrt{\frac{3}{2}}$  (۱)

۴۹. ارتفاع مثلث قائم الزاویه  $ABC$  است که در راس  $\hat{A}$  قائم است و  $HK$  ارتفاع مثلث  $AHB$  می‌باشد. کدام دو مثلث متشابه نیستند؟

- AHK, ABH (۴)      AHK, BHK (۳)      AHC, AHB (۲)      ABC, AKC (۱)

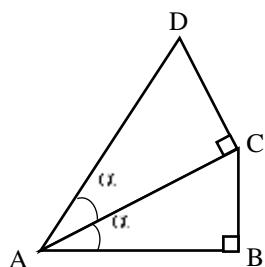
۵۰. در مثلث قائم الزاویه‌ای سینوس یکی از زاویه‌ها  $\frac{5}{\sqrt{7}}$  و اندازه وتر ۱۴ واحد است. کوچکترین ضلع مثلث کدام است؟

- $5\sqrt{2}$  (۴)       $4\sqrt{6}$  (۳)       $3\sqrt{7}$  (۲)       $2\sqrt{3}$  (۱)

۵۱. در مثلث قائم الزاویه  $\triangle ABC$  داریم:  $\hat{A} = 90^\circ$  و  $\sin \hat{B} \cdot AB = 2AC$ . کدام است؟

- $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۴)       $\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۳)       $\frac{2\sqrt{5}}{5}$  (۲)       $\frac{\sqrt{5}}{5}$  (۱)

۵۲. در شکل مقابل،  $\angle CAB = \angle DAC = \alpha$  و  $\angle ABC = \angle ACD = 90^\circ$ . طول ضلع  $AD$  کدام است؟



$$\frac{1}{\cos 2\alpha} \quad (۲) \qquad \cos \alpha + \tan \alpha \quad (۱)$$

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad (۴) \qquad \cos^2 \alpha \quad (۳)$$

۵۳. در مثلث قائم الزاویه  $\triangle ABC$ ، زاویه  $\hat{A}$  قائم و  $\tan \hat{C} = \frac{5}{12}$  مقدار  $\cos A + \cos B + \cos C$  کدام است؟

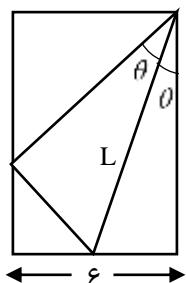
$$\frac{12}{13} \quad (4)$$

$$\frac{7}{13} \quad (3)$$

$$\frac{17}{13} \quad (2)$$

$$\frac{3}{13} \quad (1)$$

۵۴. یک برگ کاغذ مستطیل شکل به پهنه‌ای  $6 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$  را به مطابق شکل تا کردایم به طوری که یکی از گوش‌ها در ضلع مقابل منطبق شده است. طول خط تای کاغذ ( $L$ ) بر حسب زاویه  $\theta$  کدام است؟



$$6 \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad (2)$$

$$\frac{6}{\sin \theta (1 + \cos 2\theta)} \quad (1)$$

$$\frac{6}{\cos \theta \times \sin 2\theta} \quad (3)$$

$$3 \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad (3)$$

۵۵. حاصل  $\sin^2 30^\circ + \cos 60^\circ - \sin 90^\circ$  کدام است؟

$$\frac{-1}{2} \quad (4)$$

$$\frac{-1}{4} \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

۵۶. حاصل  $1 + \cot^2 60^\circ$  کدام است؟

$$2 + \tan^2 45^\circ \quad (4)$$

$$1 + \tan^2 30^\circ \quad (3)$$

$$1 - \tan^2 30^\circ \quad (2)$$

$$1 + \tan^2 45^\circ \quad (1)$$

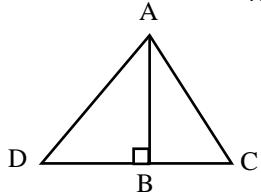
۵۷. در شکل زیر  $\hat{D}\hat{A}\hat{C}$  اندازه زاویه  $AC = 2BC = 2$  و  $AB = \sqrt{3}$ .  $AD = \sqrt{2}AB$  کدام است؟

۷۵ (۴)

۱۲۰ (۳)

۱۳۵ (۲)

۱۰۵ (۱)

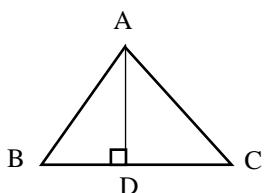


۵۸. در شکل زیر  $\hat{B}\hat{A}\hat{C} = \hat{A}\hat{C}\hat{D}$  چند برابر زاویه  $ABD$  می‌باشد؟

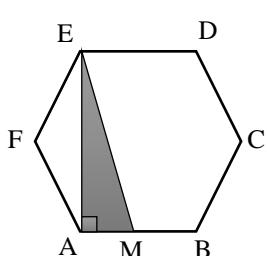
 $\frac{7}{2}$  (۴) $\frac{7}{3}$  (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)



۵۹. در شکل مقابل طول هر ضلع شش ضلعی منتظم ۲۰ و  $M$  وسط  $AB$  است مساحت مثلث  $AME$  کدام است؟

 $100\sqrt{3}$  (۴) $300\sqrt{3}$  (۳) $200\sqrt{3}$  (۲) $400\sqrt{3}$  (۱)

۶۰. در مثلث  $\triangle ABC$  اگر  $\hat{A} = 60^\circ$  و  $\hat{B} = 30^\circ$  باشد، طول نیمساز ( $AD$ ) چند برابر طول  $BC$  است؟

 $\frac{2}{3}$  (۴) $\frac{\sqrt{3}}{4}$  (۳) $\frac{4}{3}$  (۲) $\frac{4}{\sqrt{3}}$  (۱)

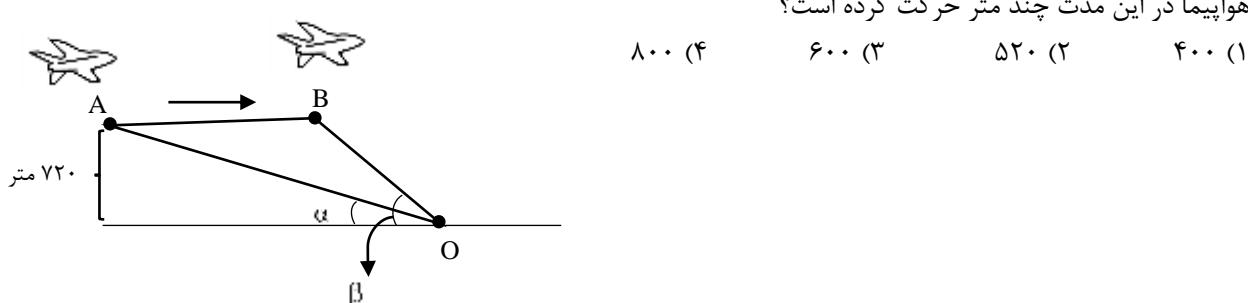
۶۱. اگر طول ضلع مثلث متساوی الاضلاعی عدد طبیعی باشد، مساحت کدام می‌تواند باشد؟

- $\sqrt{5}$  (۴)      ۲ (۳)       $\sqrt{2}$  (۲)       $\sqrt{3}$  (۱)

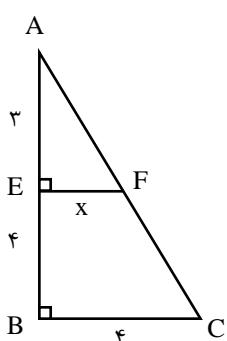
۶۲. در متوازی الاضلاعی اندازه دو قطر ۱۲ و ۸ است و زاویه بین دو قطر است مساحت متوازی الاضلاع چند برابر  $\sqrt{2}$  است؟

- ۳۲ (۴)      ۳۶ (۳)      ۲۴ (۲)      ۱۸ (۱)

۶۳. مطابق شکل هواپیمای دشمن موازی سطح زمین در ارتفاع ۷۲۰ متری در حال حرکت است. اگر پدافند هوایی نقطه‌ی (O) این هواپیما را در دو لحظه‌ی مختلف با زاویه‌های  $\alpha$  و  $\beta$  مشاهده کند. به طوری که  $\tan \beta = \frac{1}{4}$  و  $\tan \alpha = \frac{1}{3}$  هواپیما در این مدت چند متر حرکت کرده است؟



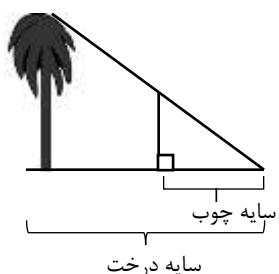
- ۸۰۰ (۴)      ۶۰۰ (۳)      ۵۲۰ (۲)      ۴۰۰ (۱)



۶۴. با توجه به اندازه‌های داده شده در شکل، x کدام است؟

- $\frac{12}{7}$  (۴)      ۷ (۳)       $\frac{3}{7}$  (۲)      ۳ (۱)

۶۵. برای محاسبه ارتفاع یک درخت از یک قطعه چوب به طول یک متر که به صورت عمودی موازی درخت قرار دارد استفاده کرده ایم، به طوری که سایه‌ی چوب مطابق شکل منطبق بر سایه درخت است. در صورتی که طول سایه‌ی چوب ۴ متر و طول سایه درخت ۳۲ متر باشد، ارتفاع درخت چند متر است؟



۱۲(۴)

۱۰(۳)

۸(۲)

۶(۱)

۶۶. اگر  $\tan x + \frac{1}{\tan x} = k - 1$  باشد، حدود  $k$  برای آنکه معادله جواب داشته باشد کدام است؟

 $k < -\frac{1}{2}$  (۴) $k > 2$  (۳) $k \leq -1$  یا  $k \geq 3$  (۲) $-1 < k < 3$  (۱)

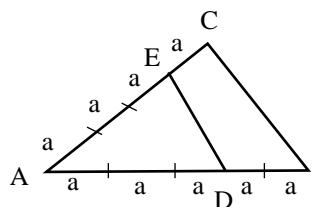
۶۷. اگر  $\sin^2 x + \cos^5 x = 2$  باشد، آنگاه مقدار عبارت  $\sin x + \frac{1}{\sin x}$  کدام است؟

 $\sqrt{2} - 1$  (۴) $2 - \sqrt{2}$  (۳)

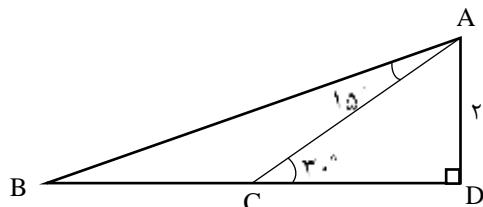
۱(۲)

۲(۱)

۶۸. در شکل زیر مساحت مثلث  $ABC$  چند برابر مساحت مثلث  $ADE$  است؟

 $\frac{4}{5}$  (۴) $\frac{3}{5}$  (۳) $\frac{1}{2}$  (۲) $\frac{20}{9}$  (۱)

۶۹ در شکل زیر مساحت مثلث ABC کدام است؟



۴ (۲)

$$4 \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

$4 \tan 15^\circ \quad (4)$

$$4\sqrt{3} \quad (3)$$

۷۰. اگر ضلع زاویه‌ی  $\theta$ ، دایره‌ی مثلثاتی را در ربع سوم در نقطه‌ی P قطع کند و  $\cos \theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$  باشد، مختصات نقطه‌ی P به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟

$$1, \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \quad (2)$$

$$-1, \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \quad (1)$$

$$1, \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \quad (4)$$

$$-1, \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \quad (3)$$

@riazi10

امید نورانی

یادداشت

۱. در دایره‌ی مثلثاتی، محل زوایای زیر را نشان دهید.

۲۷، -۵۳، ۲۴۵، -۲۷۰

۲. ربع هریک از زاویه‌های زیر را مشخص کنید.

-۱۵، ۲۲۰، ۱۴۵، -۲۷۳

۳. درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

الف) تمام نسبت‌های مثلثاتی برای تمام زوایا تعریف شده‌اند.

ب) زاویه‌ی بزرگتر از  $275^\circ$  داریم که جزء هیچ یک از ربع‌ها نباشد.

۴. اگر  $\theta$  زاویه‌ای در ربع سوم و  $\alpha$  زاویه‌ای در ربع چهارم باشد، علامت هریک از عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

$$\sin \theta \cos \alpha$$

$$\frac{\sin \alpha}{\tan \theta}$$

$$\frac{\cos \alpha}{\sin \theta}$$

$$\sin \theta - \cos \alpha$$

۵. همواره عددی در بازه‌ی  $\sin \theta + \cos \alpha$  است. مطلوبست محاسبه‌ی مقدار عددی  $?3a - 5b [a, b]$

۶. فرض کنید  $\theta$  زاویه‌ای در ربع دوم دایره‌ی مثلثاتی باشد و  $\sin \theta = \frac{2\sqrt{6}}{\gamma}$  مقدار  $\tan \theta$  را بدست آورید.

۷. اگر داشته باشیم و  $\frac{\cos^2 \theta}{\sin \theta} < 0$  آنگاه  $\theta$  در کدام ربع است؟

۸. خط  $\frac{y}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}x = 1$  محور  $x$ ها را با کدام زاویه قطع می‌کند؟

۹. خطی از نقطه‌ی  $(2, 3)$  گذشته و محور  $x$ ها را با زاویه‌ی  $45^\circ$  قطع می‌کند، عرض نقطه‌ای به طول ۴ متر بر روی این خط کدام است؟

۱۰. صرفنظر از علامت، در مسیرهای زیر مقدار سینوس و کسینوس چگونه تغییر می‌کنند؟

- |   |   |
|---|---|
| ۱) افزایش زاویه از $30^\circ$ به $120^\circ$  | ۲) کاهش زاویه از $275^\circ$ به $265^\circ$ |
| ۳) افزایش زاویه از $120^\circ$ به $190^\circ$ | ۴) کاهش از $370^\circ$ به $190^\circ$       |

۱۱. مقایسه کنید:

$$\cos 40^\circ \boxed{\phantom{00}} \cos 320^\circ \quad (2)$$

$$\cos 30^\circ \boxed{\phantom{00}} \sin 60^\circ \quad (4)$$

$$\sin 75^\circ \boxed{\phantom{00}} \sin 85^\circ \quad (1)$$

$$\sin 123^\circ \boxed{\phantom{00}} \sin 321^\circ \quad (3)$$

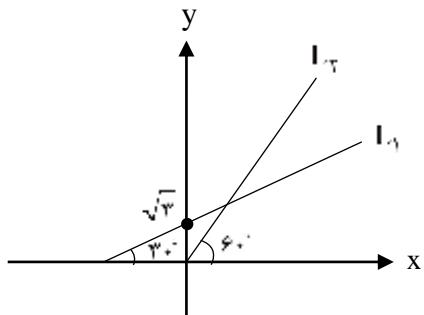
۱۲. زاویه‌ای در ربع دوم است. حاصل عبارت زیر را بیابید.

$$\frac{\sin \theta |\cos \theta| - |\sin \theta| \cos \theta}{|\sin \theta \cos \theta|} =$$

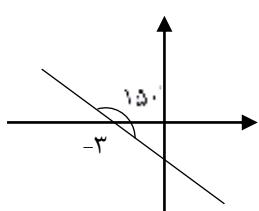
۱۳. اگر  $\sin \alpha = \frac{1}{5}$  و  $\alpha$  زویه‌ای در ربع دوم باشد، حاصل  $\sqrt{25 - \cot^2 \alpha}$  را بیابید.

۱۴. اگر  $\theta$  زویه‌ای در بازه‌ی  $190^\circ < \theta < 260^\circ$  باشد، حاصل عبارت زیر را بیابید.

$$\frac{|\sin \theta| |\tan \theta + \cot \theta|}{|\sin \theta + \cos \theta| |\sin \theta|} =$$



۱۵. مختصات محل تلاقی خطوط زیر را بدست آورید.



۱۶. معادله‌ی خط روبرو را بنویسید.

$$L_1 : \sqrt{3}x - 1$$

$$L_2 : -x + 7$$

۱۷. دو خط  $L_1$  و  $L_2$  یکدیگر را با چه زویه‌ای قطع می‌کنند؟

۱۸. اگر  $a \leq \sin \alpha \cos \alpha \leq b$  باشد  $a$  و  $b$  را بیابید.

۱۹. حدود تغییرات  $\sin \alpha + \cos \alpha$  را بدست آورید.

۲۰. ثابت کنید  $\tan^r \alpha + \cot^r \alpha \geq 2$

@riazi10

امید نورانی

یادداشت

۱. اگر  $A$  و  $B$  به صورت زیر داده شده باشند، حاصل  $A+B$  کدام است؟

$$A = \frac{\sin 45}{\sin 90} \times \frac{\sin 46}{\sin 91} \times \dots \times \frac{\sin 89}{\sin 134} \times \frac{\sin 90}{\sin 135}$$
۲ (۴)      -۱ (۳)      + (۲)      ۱ (۱)

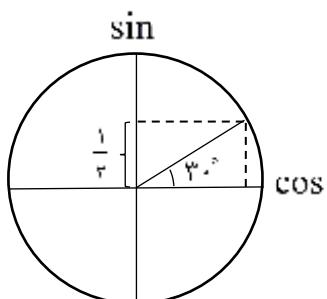
$$B = \frac{\cos 1}{\cos 135} \times \frac{\cos 2}{\cos 136} \times \dots \times \frac{\cos 44}{\cos 178} \times \frac{\cos 45}{\cos 179}$$

۲. کدامیک از زوایای زیر، در ناحیه ای متفاوت با بقیه واقع است؟

۱۹۰ (۴)      ۱۶۰ (۳)      ۱۳۰ (۲)      ۱۰۰ (۱)

۳. مقدار  $\frac{2\sin 120 - 2\sin 180}{2\cos 150 + 2\tan 135}$  کدام است؟

$\frac{1}{2}$  (۴)      -۱ (۳)      + (۲)      ۱ (۱)



۴. با توجه به شکل مقابله مقدار  $\cos(330^\circ)$  کدام است؟

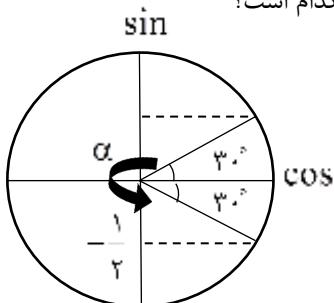
$\frac{1}{4}$  (۴)       $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۳)       $\frac{3}{4}$  (۲)       $\frac{1}{2}$  (۱)

۵. اگر انتهای کمان روبرو به زاویه  $\alpha$  در ربع دوم، نقطه‌ی  $(\frac{-1}{2}, y)$  باشد،  $\tan \alpha$  کدام است؟

- $-\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۴)       $-\sqrt{3}$  (۳)       $\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۲)       $\sqrt{3}$  (۱)

۶. اگر  $\sin \alpha = -\frac{1}{2}$  باشد و انتهای کمان روبرو به زاویه  $\alpha$  در ربع چهارم باشد، آنگاه  $\cot \alpha$  کدام است؟

- $-\sqrt{3}$  (۴)       $\sqrt{3}$  (۳)       $-\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲)       $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۱)



۷. اگر  $\sin \alpha + \cos \alpha < 0$  باشد،  $\alpha$  در کدام ربع است؟

- (۴) چهارم      (۳) سوم      (۲) دوم      (۱) اول

۸. اگر  $\sqrt{1-\cos^2 \alpha} = \sin \alpha$  و  $\sqrt{1-\sin^2 \alpha} = -\cos \alpha$  باشد، آنگاه  $\alpha$  در کدام ربع است؟

- (۴) اول      (۳) دوم      (۲) سوم      (۱) چهارم

۹. علامت کدامیک از گزینه‌های زیر با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟

- $\cot 130^\circ$  (۴)       $\tan 195^\circ$  (۳)       $\cos 345^\circ$  (۲)       $\sin 75^\circ$  (۱)

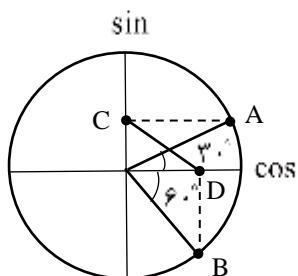
۱۰. کدامیک از گزینه‌های زیر، مقدار عددی بزرگتری دارد؟

$\cos 1^\circ$  (۴)

$\cos 280^\circ$  (۳)

$\sin 100^\circ$  (۲)

$\sin 80^\circ$  (۱)



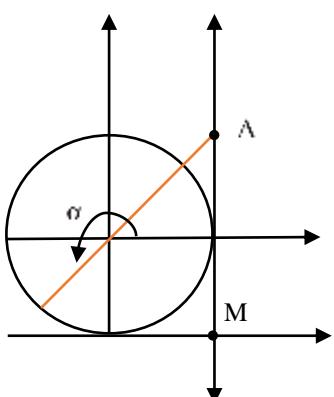
۱۱. طول پاره خط CD کدام است؟

$1^\circ$  (۴)

$\frac{1}{2}$  (۳)

$\frac{\sqrt{2}}{3}$  (۲)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۱)



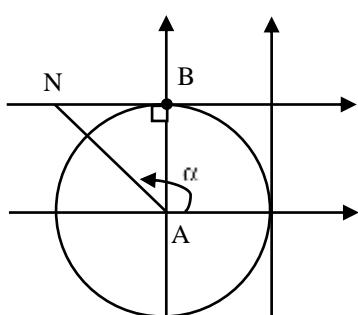
۱۲. اگر  $\tan \alpha = \lambda$  باشد، طول پاره خط AM کدام است؟

$12^\circ$  (۴)

$9^\circ$  (۳)

$6^\circ$  (۲)

$3^\circ$  (۱)



۱۳. اگر  $\sin \alpha = \frac{2}{3}$  باشد، طول پاره خط AN کدام است؟

$-\frac{3}{4}$  (۴)

$\frac{4}{3}$  (۳)

$\frac{3}{2}$  (۲)

$\frac{2}{3}$  (۱)

۱۴. اگر  $\alpha$  در ربع دوم باشد و  $\cos \alpha = \frac{m+2}{3}$  باشد، حدود کدام است؟

$$-5 \leq m \leq -2 \quad (4) \quad -1 \leq m \leq 1 \quad (3) \quad -3 < m < 0 \quad (2) \quad -5 < m < -2 \quad (1)$$

۱۵. اگر  $\tan \alpha > 0$  و  $\sin \alpha < 0$  باشد، حدود بازه‌ی  $A$  کدام است، در صورتیکه داشته باشیم  $A = \frac{4m-5}{3}$

$$\cos \alpha = \frac{2m-1}{5}$$

$$-\frac{13}{3} < A < -\frac{1}{3} \quad (4) \quad \frac{1}{3} < A < \frac{13}{3} \quad (3) \quad -1 < A < \frac{13}{3} \quad (2) \quad -\frac{13}{3} < A < -1 \quad (1)$$

۱۶. اگر  $270^\circ < \alpha < 360^\circ$  باشد، حدود  $m$  کدام است؟

$$m < \frac{2}{3} \quad (4) \quad m < \frac{3}{2} \quad (3) \quad m > \frac{3}{2} \quad (2) \quad m > \frac{2}{3} \quad (1)$$

۱۷. اگر  $120^\circ \leq \alpha \leq 150^\circ$  باشد و  $\cos \alpha = 2m-1$  باشد، آنگاه حدود تغییرات  $m$  کدام است؟

$$\frac{1+\sqrt{3}}{2} \leq m \leq \frac{1}{2} \quad (2) \quad -1 \leq m \leq 1 \quad (1)$$

$$\frac{1-\sqrt{3}}{4} \leq m \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (4) \quad \frac{2-\sqrt{3}}{4} \leq m \leq \frac{1}{4} \quad (3)$$

۱۸. اگر  $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$  باشد، محدوده عبارت  $A = 1 + \sin^2 \alpha$  کدام است؟
- $-1 \leq \alpha \leq 1$  (۴)       $\frac{-\sqrt{2}}{2} \leq \sin \alpha \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)       $\frac{3}{2} \leq A \leq 2$  (۲)       $\frac{2}{3} \leq A \leq \frac{3}{2}$  (۱)

۱۹. مجموع بیشترین و کمترین مقدار عبارت  $\frac{-1 + \cos \alpha}{-2 + \cos \alpha}$  کدام است؟
- $\frac{2}{3}$  (۴)       $\frac{-1}{3}$  (۳)      ۲ (۲)       $\frac{3}{2}$  (۱)

۲۰. برای هر مقدار دلخواه  $\alpha$  حاصل نسبت بیشترین به کمترین مقدار ممکن برای عبارت  $A = \frac{4 \cos^2 \alpha - 1}{3}$  کدام است؟
- $\frac{-1}{3}$  (۴)      ۱ (۳)      ۳ (۲)      -۳ (۱)

۲۱. اگر داشته باشیم  $|\sin \alpha| > |\cot \alpha| > |\cos \alpha|$  کدامیک از مقادیر زیر می‌تواند  $\alpha$  باشد؟
- ۳۴۰ (۴)      ۱۷۰ (۳)      ۳۰ (۲)      ۲۴۰ (۱)

۲۲. کدامیک از عبارت‌های زیر صحیح است؟

$\cos 145 < \cos 140$  (۴)

$\sin 145 > \sin 140$  (۳)

$\cot 37 > \cot 27$  (۲)

$\tan 20 > \tan 21$  (۱)

۲۳. کدامیک نادرست است؟

$\cot 110 > \cot 60$  (۴)

$\tan 225 > \tan 30$  (۳)

$\cos 30 > \cos 140$  (۲)

$\sin 134 > \sin 45$  (۱)

۲۴. اگر  $\alpha$  و  $\beta$  هردو در ربع سوم باشند و  $\cos \beta = \frac{-1}{4}$ ,  $\cos \alpha = \frac{-1}{2}$  باشد، کدام رابطه زیر برقرار است؟

$\beta > \alpha$  (۴)

$\alpha > \beta$  (۳)

$\beta = 2\alpha$  (۲)

$\alpha = 2\beta$  (۱)

۲۵. حاصل  $|\sin 47 - \cos 47| - |\sin 143 - \cos 143|$  کدام است؟

$2\cos 47$  (۴)

$2\sin 47$  (۳)

$2\cos 143$  (۲)

$2\sin 143$  (۱)

۲۶. ساده شدهی عبارت  $\frac{|2-\cos \alpha|-|2+\cos \alpha|}{|3-\sin \alpha|-|3+\sin \alpha|}$  کدام است؟

$\frac{3}{2} \cot \alpha$  (۴)

$\frac{2}{3} \cot \alpha$  (۳)

$\frac{3}{2} \tan \alpha$  (۲)

$\frac{2}{3} \tan \alpha$  (۱)

۲۷. خطی که از نقطه  $(2, 5)$  می‌گذرد و عرض از مبدأ آن  $3$  است. با قسمت مثبت محور طول‌ها چه زاویه‌ای می‌سازد؟

۹۰ (۴)

۶۰ (۳)

۴۵ (۲)

۳۰ (۱)

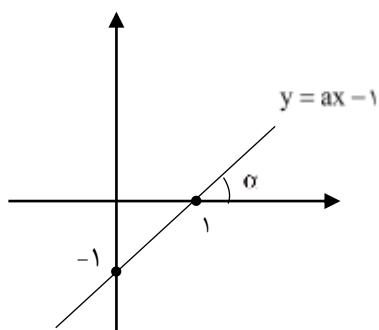
۲۸. معادله خطی که از نقطه  $(2, 3)$  گذشته و با قسمت مثبت محور  $x$ ‌ها زاویه  $60$  درجه می‌سازد کدام است؟

$$3y = 3(x + 3 - \sqrt{2}) \quad (2)$$

$$\sqrt{3}y = 3(x + \sqrt{3} - 2) \quad (1)$$

$$y = 3x + \sqrt{3} \quad (4)$$

$$\sqrt{2}y = 2(x - \sqrt{2} - 3) \quad (3)$$



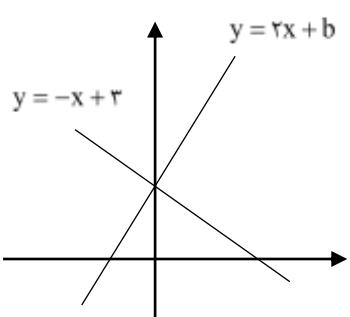
۲۹. در شکل زیر  $\sin \alpha$  کدام است؟

$\frac{1}{4}$  (۴)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)



۳۰. در شکل زیر  $b$  کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۳۱. ساده شده‌ی عبارت  $\frac{2}{1+\cos 2\theta} + \frac{2}{1-\cos 2\theta}$  کدام است؟

$$\frac{2}{\cos^2 2\theta} \quad (4)$$

$$\frac{4}{\sin^2 2\theta} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

۳۲. اگر  $\alpha$  در ربع سوم باشد، حاصل  $3\sin \alpha + 2\cos \alpha - \cot \alpha = \frac{5}{3}$  کدام است؟

$$\sqrt{\frac{19}{34}} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{19}}{34} \quad (3)$$

$$\frac{19}{34} \quad (2)$$

$$\frac{-19}{\sqrt{34}} \quad (1)$$

۳۳. مقدار  $\frac{(1-\tan \alpha)(2+2\cot \alpha)}{(3-3\cot \alpha)(1+\tan \alpha)}$  کدام است؟

$$\frac{-2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$-1 \quad (1)$$

۳۴. اگر  $A = \sin \alpha - \cos \beta$ ,  $B = \sin \alpha + \cos \beta$ ,  $C = \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta$  باشد، حاصل  $AB + C$  کدام است؟

$$2 \quad (4)$$

$$0 \quad (3)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۳۵. اگر  $\tan \alpha = 3$  باشد، حاصل  $\frac{\sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} + 1$  کدام است؟

۱۰) ۴

۹) ۳

۶) ۲

۳) ۱

۳۶. ساده شده‌ی عبارت  $\frac{\cos \alpha \cot \alpha}{1 - \sin \alpha}$  کدام است؟

 $\cos^2 \alpha$  ۴) $\sin^2 \alpha$  ۳) $1 + \tan^2 \alpha$  ۲) $1 + \cot^2 \alpha$  ۱)

۳۷. در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  که در آن  $\hat{C}$  قائم است، حاصل  $\sin^2 A + \cos^2 B$  کدام است؟

 $\frac{\cos B + \sin A}{2}$  ۴) $\frac{\sin^2 A}{2}$  ۳) $3 \sin^2 B$  ۲) $2 \sin^2 A$  ۱)

۳۸. حاصل  $\frac{1 + \sin^2 20^\circ + \sin^2 70^\circ}{1 + \tan 20^\circ \cdot \tan 70^\circ}$  کدام است؟

۴) ۴

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

۳۹. اگر  $\frac{\sqrt{-\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha}}{\cos^2 \alpha}$  شود، آنگاه حاصل  $\frac{2}{\sin^4 \alpha} + \frac{3}{\cos^4 \alpha} =$  کدام است؟

۱) ۴

 $\sqrt{2}$  ۳)

۲) ۲

۴) ۱

۴۰. حاصل  $1 - \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha}}$  کدام است اگر  $\alpha$  در ربع دوم باشد؟

$\cos^2 \alpha$  (۴)

$\sin \alpha$  (۳)

$2 \tan \alpha$  (۲)

(۱) صفر

۴۱. اگر  $\tan \alpha = b+1$  و  $\sin \alpha - \cos \alpha = a$  باشد، آنگاه حاصل  $\frac{a}{b}$  کدام است؟

$\cot \alpha$  (۴)

$\tan \alpha$  (۳)

$\cos \alpha$  (۲)

$\sin \alpha$  (۱)

۴۲. اگر داشته باشیم  $\begin{cases} \sin^2 \alpha = a \\ \cos^2 \alpha = b \end{cases}$  کدام یک نادرست است؟

$$1 + \frac{b}{a} = a \quad (۴)$$

$$b^2 + ab - b = 0 \quad (۳)$$

$$\frac{a}{b} + 1 = \frac{1}{b} \quad (۲)$$

$$a + b = 1 \quad (۱)$$

۴۳. چه تعداد از جملات زیر صحیح است؟

الف) در دایره مثلثاتی زوایایی وجود دارد که تانژانت و کتانژانت آنها مختلف العلامت باشند.

ب) در هر دور از دایره مثلثاتی دو زاویه مثبت وجود دارد که کسینوس آنها برابر  $\frac{1}{3}$  است.

ج) در دایره‌ی مثلثاتی هرچه زاویه بزرگتر باشد، مقدار سینوس آن بزرگ‌تر می‌شود.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

(۱) صفر

۴۴. اگر بدانیم  $A = \sin 330^\circ + \cos 240^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$  و حاصل عبارت  $\tan 330^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$  کدام است؟

$$\frac{1-\sqrt{3}}{2} \quad (4)$$

$$-\sqrt{3} \quad (3)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$1) \text{ صفر}$$

۴۵. اگر زاویه  $\alpha$  به گونه‌ای باشد که  $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 < 1$  آن‌گاه چه تعداد از نسبت‌های مثلثاتی  $\cot \alpha$  و  $\tan \alpha$  مثبت هستند؟

$$4) \text{ ۴}$$

$$3) \text{ ۳}$$

$$2) \text{ ۲}$$

$$1) \text{ ۱}$$

۴۶. اگر نقطه‌ی  $P(x_p, \frac{1}{\sqrt{3}})$  روی دایره‌ی مثلثاتی و در ربع دوم باشد و  $\theta$  زاویه‌ای باشد که  $OP$  با جهت مثبت محور  $x$ ‌ها می‌سازد، آنگاه  $A = \sin \theta + \tan^2 \theta$  کدام است؟ (O مبدأ مختصات است).

$$\frac{5}{6} \quad (4)$$

$$\frac{-2\sqrt{3}+1}{3} \quad (3)$$

$$\frac{-2\sqrt{3}+3}{6} \quad (2)$$

$$\frac{1}{6} \quad (1)$$

۴۷. اگر  $\sin \alpha = \frac{2m-1}{4}$  و  $30^\circ < \alpha \leq 90^\circ$  باشد، حدود  $m$  کدام است؟

$$\frac{1}{2} < m \leq 1 \quad (4)$$

$$\frac{3}{2} < m \leq \frac{5}{2} \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \leq m \leq \frac{5}{2} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} < m < 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

۴۸. معادله‌ی خطی که با جهت مثبت محور  $x$ ‌ها زاویه‌ی  $60^\circ$  می‌سازد و عرض از مبدأ آن ۲ است، کدام است؟

$$y = 3 + \sqrt{3}x \quad (4) \quad y + \sqrt{3}x = 3 \quad (3) \quad y - \sqrt{3}x = 2 \quad (2) \quad y = 2 - \sqrt{3}x \quad (1)$$

۴۹. اگر  $x = 283^\circ$  آنگاه کدام گزینه زیر درست است؟

$$\tan^2 x < \sin^2 x \quad (4) \quad \tan 2x < \sin^2 x \quad (3) \quad \tan x < \sin x \quad (2) \quad \cos x < \sin x \quad (1)$$

۵۰. اگر  $m = 2\cos 3x + 1$  باشد و  $|x| < 20^\circ$  مقادیر  $m$  در کدام بازه است؟

$$(2, 3) \quad (4) \quad [2, 3) \quad (3) \quad (1, 2] \quad (2) \quad [1, 2) \quad (1)$$

۵۱. اگر  $\cos 3x = \frac{m-1}{2}$  باشد، مقادیر  $m$  در کدام فاصله است؟

$$[3, 4) \quad (4) \quad (2, 3] \quad (3) \quad (-1, 2] \quad (2) \quad (1, 2] \quad (1)$$

۵۲. در بازه‌ی  $30^\circ < x < 45^\circ$  کدام نامساوی نادرست است؟

$$\sqrt{\sin x} < \sqrt{\cos x} \quad (2)$$

$$\sqrt{\sin x} > \sqrt{\cos x} \quad (1)$$

$$\cos x - \sin x > 0 \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} < \sin x + \cos x < \sqrt{2} \quad (3)$$

۵۳. اگر  $120^\circ \leq x \leq 225^\circ$  باشد، کدام گزینه درست است؟

$$\frac{-\sqrt{2}}{2} \leq \cos x \leq \frac{-1}{2} \quad (2)$$

$$-1 \leq \cos x \leq \frac{-\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

$$-1 \leq \cos x \leq \frac{-1}{2} \quad (4)$$

$$\frac{-1}{2} \leq \cos x \leq 0 \quad (3)$$

۵۴. حدود k برای آنکه معادله‌ی  $\sin x = k$  در فاصله‌ی  $60^\circ \leq x \leq 120^\circ$  دارای جواب باشد، کدام است؟

$$k > \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \leq k \leq 1 \quad (3)$$

$$-1 \leq k \leq 1 \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

۵۵. با فرض  $60^\circ < x < 150^\circ$  و  $\sin x = \frac{3-m}{3+m}$  مقادیر m در کدام فاصله است؟

$$|m| < \frac{1}{2} \quad (4)$$

$$|m| < 1 \quad (3)$$

$$|m| < \sqrt{2} \quad (2)$$

$$|m| < \sqrt{3} \quad (1)$$

۵۶. اگر  $\sin x = \frac{m}{2}$  و  $45^\circ \leq x \leq 108^\circ$  حدود  $m$  کدام است؟

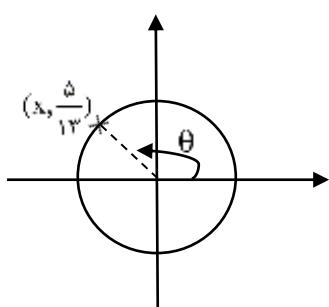
- ۱)  $1 \leq m < \sqrt{2}$  (۴)      ۲)  $\sqrt{2} < m \leq 2$  (۳)      ۳)  $m > \frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)      ۴)  $m \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$  (۱)

۵۷. اگر  $\cos \theta = -\frac{2}{3}$  و  $\tan \theta \cos \theta > 0$  باشد، انتهای کمان  $\theta$  در کدام ربع مثلثاتی است؟

- ۱) اول (۱)      ۲) دوم (۲)      ۳) سوم (۳)      ۴) چهارم (۴)

۵۸. اگر  $\cos \alpha \tan \alpha < 0$  و  $\sin \alpha \cos \alpha > 0$  باشد، آن‌گاه انتهای کمان در ربع چندم است؟

- ۱) اول (۱)      ۲) دوم (۲)      ۳) سوم (۳)      ۴) چهارم (۴)



۵۹. در دایره مثلثاتی شکل زیر مقدار  $\cot \theta$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{5}{12}$  (۱)      ۲)  $-\frac{5}{12}$  (۲)      ۳)  $\frac{2}{5}$  (۳)      ۴)  $-\frac{2}{5}$  (۴)

۶۰. اگر  $\cos x = \sqrt{\frac{\cot x}{\cot x - \alpha^2}}$  و  $\alpha \in \mathbb{R} - \{0\}$  باشد،  $x$  در کدام ربع است؟

(۱) اول      (۲) دوم      (۳) سوم      (۴) چهارم

۶۱. اگر خط  $y = x + 1$  را حول محول تقاطع آن با محور طولها  $15^\circ$  در جهت مثبت مثلثاتی دوران دهیم، معادلهی خط بدست آمده کدام است؟

$$\begin{array}{ll} y = \sqrt{3}x + \sqrt{3} & (۱) \\ y = \sqrt{3}x + 1 & (۲) \\ & (۳) \end{array}$$

۶۲. مقدار عبارت  $\sin(180+45)\cos(180-45)$  کدام است؟

$$\begin{array}{ll} 1 & (۴) \\ \frac{1}{2} & (۳) \\ \frac{-1}{2} & (۲) \\ -1 & (۱) \end{array}$$

۶۳. مقدار  $\cos 20^\circ$  برابر است با:

$$\begin{array}{ll} \cos 200^\circ & (۴) \\ \sin 200^\circ & (۳) \\ \cos 110^\circ & (۲) \\ \sin 110^\circ & (۱) \end{array}$$

۶۴. حاصل کدام گزینه با  $\tan 10^\circ$  برابر است؟

$$\tan 190^\circ \quad (4)$$

$$\tan 170^\circ \quad (3)$$

$$\cot 100^\circ \quad (2)$$

$$\tan(-10^\circ) \quad (1)$$

۶۵. اگر  $\tan \theta = \frac{2}{10}$  باشد مقدار  $\frac{\cos(270^\circ + \theta) - \cos(180^\circ + \theta)}{\sin(180^\circ - \theta) - \sin(180^\circ + \theta)}$  کدام است؟

$$3 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$-2 \quad (1)$$

۶۶. اگر  $\sin \theta = \frac{-2\sqrt{2}}{3}$  و انتهای کمان  $\theta$  در ربع چهارم دایره مثلثاتی باشد، مقدار  $\sin(270^\circ - \theta)$  کدام است؟

$$\frac{-\sqrt{2}}{3} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{3} \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{-1}{3} \quad (1)$$

۶۷. مقدار ماکزیمم  $|5 \sin x - 3|$  کدام است؟

$$\lambda \quad (4)$$

$$\pi \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

۶۸. خط  $5 - \sqrt{3}x = 3y$  با جهت مثبت محور افقی چه زاویه‌ای می‌سازد؟

- ۹۰° (۴)      ۶۰° (۳)      ۴۵° (۲)      ۳۰° (۱)

۶۹. اگر  $\sin^2 \beta + \cos^2 \alpha = 5$  آنگاه  $3\sin \alpha + 2\cos \beta = 5$  کدام است؟

- ۲۵ (۴)      ۵ (۳)      ۱ (۲)      ۰ (۱) صفر

۷۰. خط ۱ به معادله‌ی  $1 = (m-1)x + (2m-1)y$  با جهت مثبت محور  $x$ ها زاویه‌ی  $45^\circ$  می‌سازد. این خط محور  $y$ ها را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

- $\frac{1}{3}$  (۴)       $\frac{2}{3}$  (۳)       $-3$  (۲)       $-\frac{1}{3}$  (۱)

۷۱. حدود  $x$  کدام می‌تواند باشد تا  $\sin x \cdot \cos x < 0$  باشد؟

- $90^\circ < x < 180^\circ$  یا  $270^\circ < x < 360^\circ$  (۲)       $180^\circ < x < 360^\circ$  (۱)

- $90^\circ < x < 270^\circ$  (۴)       $0^\circ < x < 90^\circ$  یا  $180^\circ < x < 270^\circ$  (۳)

@riazi10

امید نورانی

یادداشت

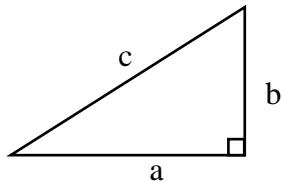
۱. اگر داشته باشیم  $\cot \alpha = \frac{1}{6}$ ،  $\sin \alpha$  را بدست آوردید.

۲. اگر داشته باشیم  $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ ،  $\cot \alpha$  را بدست آورید.

۳. با فرض  $\cot \alpha = 2$ ، حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$\frac{2\cos \alpha - \sin \alpha}{3\sin \alpha + \cos \alpha}$$

۴. در مثلث روپرتو اگر  $\frac{a}{b} = \frac{1}{3}$  باشد، نسبت  $\frac{b}{c}$  را بیابید.



۵. در صورتی که  $\cot \alpha = \frac{1}{5}$  باشد،  $\cos \alpha$  را بدست آورید.

۶. اگر  $\cos \alpha = 2a - 3b$  و  $\sin \alpha = a + 2b$  باشد، آن‌گاه حاصل  $ab$  را بیابید.

۷. اگر  $\cos^4 \alpha = 3$ , حاصل عبارت  $(\sin^2 \alpha + 1)(2 + \cos^2 \alpha)$  را بیابید.

۸. درستی اتحاد زیر را ثابت کنید:

$$\frac{1 - \cos \alpha}{\tan^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

۹. اتحاد زیر را اثبات کنید.

$$\frac{\tan \alpha - \sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \tan \alpha$$

۱۰. اتحاد زیر را اثبات کنید.

$$\frac{(1 + \tan^2 \alpha) \cos^2 \alpha}{\cot \alpha} = \tan \alpha$$

۱۱. درستی اتحاد زیر را بررسی کنید.

$$\left( \frac{1}{\cos \alpha} + \tan \alpha \right) (1 - \sin \alpha) = \cos \alpha$$

۱۲. اتحاد زیر را اثبات کنید.

$$1 - \frac{\cos^2 x}{1 + \sin x} = \sin x$$

۱۳. اتحاد زیر را اثبات کنید.

$$\sqrt{\frac{(\frac{1}{\sin \alpha} - \sin \alpha) \cot \alpha}{\cos \alpha}} = |\cot \alpha|$$

۱۴. اتحاد زیر را اثبات کنید.

$$\frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\cos \alpha (\tan \alpha - 1)} = \sin \alpha + \cos \alpha$$

۱۵. ثابت کنید.

$$\frac{1 - \cos x}{(1 + \tan^2 x)^2} = \frac{1}{(1 + \cos x)(3 + \tan^2 x + 3 \tan^2 x + \cot^2 x)}$$

۱۶. نقطه‌ی  $P'(-1, \sqrt{3})$  را به اندازه‌ی ۷۵ درجه در جهت عقربه‌های ساعت حول مبدأ دوران می‌دهیم تا نقطه‌ی  $(a, b)$

به دست آید. مقادیر  $a$  و  $b$  را بیابید.

۱۷. الف) اگر  $\cos x = a - 2b$  و  $\sin x = 2a + b$  رابطه‌ی بین  $a$  و  $b$  را به دست آورید.

ب) اگر  $\sin^3 x + \cos^3 x$  مقدار عبارت  $\sin x + \frac{1}{\sin x}$  را بیابید.

۱۸. درستی عبارات زیر را بررسی کنید.

الف)  $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta = 1 - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta$

$$\text{دب) } 1 - \tan^4 \alpha = \frac{2}{\cos^4 \alpha} - \frac{1}{\cos^4 \alpha}$$

۱۹. حاصل  $\frac{1}{\sin^4 \theta} - \frac{1}{\sin^2 \theta} - \cot^4 \theta$  را بدست آورید.

۲۰. اگر  $\cos \theta = 2 - m$  و  $-90^\circ < \theta < 0^\circ$  محدوده‌ی  $m$  را بیابید.

۲۱. اگر  $\sin x \cdot \cos x = \frac{\sqrt{8}}{3}$  باشد، حاصل  $\sin x + \cos x$  را بدست آورید.

۲۲. عبارت  $A = \frac{1}{\sin x} \times \sqrt{\frac{1}{1+\cos x} + \frac{1}{1-\cos x}} - \sqrt{2} = ?$  در ناحیه دوم مثلثاتی قرار دارد.

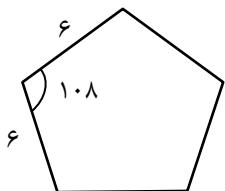
۲۳. اگر  $\sin x + \cos x = a + b$  و  $\sin x - \cos x = a - b$  رابطه‌ای بین  $a$  و  $b$  وجود دارد؟

۲۴. اگر  $\sin x + \cos x = \frac{2\sqrt{2}}{5}$  حاصل  $\sin x - \cos x$  را بدست آورید.

۲۵. حاصل عبارت  $\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \dots + \sin^2 89^\circ$  برابر ..... است.

۲۶. حاصل عبارت  $\tan 1^\circ \times \tan 2^\circ \times \dots \times \tan 89^\circ$  برابر ..... است.

۲۷. طول قطر کوچک یک پنج ضلعی منتظم را بیابید که طول اضلاع آن ۶ واحد باشد.

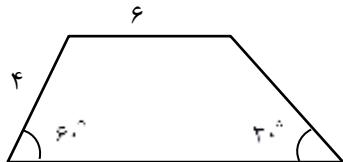


۲۸. مقدار  $x$  را بدست آورید.

$$1) \tan^2 225 - \cos^2 120 = x \sin 135 \cos(-45) \tan^2 240$$

$$2) x \sin 30 \cos^2 135 = \frac{\tan^2 60 - \tan 225 \cdot \sin^2 45 \cdot \sin^2 150}{\cos^2 30}$$

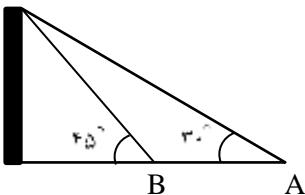
۲۹. محیط و مساحت ذوزنقه‌ی مقابل را بدست آورید.



$$30. \text{ اگر } y = 3 \tan x \text{ و } x = \frac{2}{\cos x} \text{ مقدار } 9x^2 \text{ چقدر است؟}$$

۳۱. در مثلثی رابطه  $\sin\left(\frac{A}{2} + B\right) = 1$  برقرار است، این مثلث همواره چگونه است؟

۳۲. یک برج از نقطه‌های A و B که در فاصله ۷ متری از هم قرار دارند، با زاویه‌های ۳۰ درجه و ۴۵ درجه دیده می‌شود. مطلوب است ارتفاع برج؟



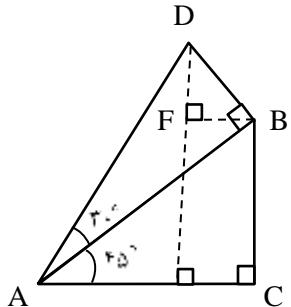
۳۳. اگر  $315 < \alpha < 360$  باشد، ثابت کنید:

$$\sqrt{1+2\sqrt{\cos^3 \alpha - \cos^4 \alpha}} = -\sin \alpha + \cos \alpha$$

۳۴. در دستگاه زیر رابطه‌ای مستقل از x بین پارامترهای e و f پیدا کنید:

$$\begin{cases} \sin^3 x + \cos^3 x = e \\ \sin x + \cos x = f \end{cases}$$

۳۵. با توجه به شکل نسبت‌های مثلثاتی ۷۵ درجه را بدست آورید.



۳۶. اگر داشته باشیم  $\tan x = \sqrt{2}$  آنگاه  $\sin x + \cos x$  را بدست آورید.

۳۷. حاصل عبارت مقابل را بدست آورید.

$$\tan^2 60^\circ - \sin^2 23^\circ + \cos 18^\circ \cdot \sin 9^\circ - \cos^2 23^\circ - \frac{5 \sin 27^\circ}{\cos 63^\circ} =$$

۳۸. اگر خط  $4x - 2y = 3$  با محور x‌ها و درجهت مثبت زاویه  $\theta$  بسازد، حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$\frac{2 \sin^2 \theta + \cot \theta}{\cos^2 \theta} =$$

۳۹. ثابت کنید در هر مثلث تساوی زیر برقرار است.

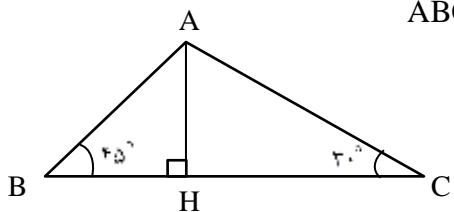
$$\sin\left(\frac{A}{2}\right) = \cos\left(\frac{B}{2} + \frac{C}{2}\right)$$

۴۰. از تساوی  $\sin(x-y) + \cos(x+y) = 2$  . $(\bullet < x , y < 360)$  مقدار x و y را بدست آورید.

۴۱. نشان دهید عبارت مقابل مستقل از x می‌باشد:

$$\frac{\sin^4 x + \cos^4 x - 1}{\sin^6 x + \cos^6 x - 1}$$

۴۲. با توجه به شکل مقابل مطلوب است:



- ج) مساحت مثلث ABC      ب) اندازه BC      الف) اندازه AH, BH, CH

۴۳. اگر  $2m - 1)y + (m + 2)x + 3 = 0$  معادله خطی باشد که با محور  $x$ ها زاویه ۴۵ درجه می‌سازد،  $m$  را بیابید.

۴۴. اگر  $\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x}$  باشد، حاصل  $\sin x + \cos x = -\frac{1}{2}$  را بدست آورید.

۴۵. اگر خط گذرنده از نقاط  $\begin{bmatrix} 3a-2 \\ 2 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 3 \\ 4a+1 \end{bmatrix}$  با جهت محور  $x$ ها زاویه ۴۵ درجه بسازد، مقدار  $a$  را بیابید.

۴۶. اگر  $\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha$  باشد، حاصل  $\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2}$  را بدست آورید.

۴۷. در مثلث قائم الزاویه‌ی  $\hat{A} = 90^\circ$   $ABC$  ثابت کنید:

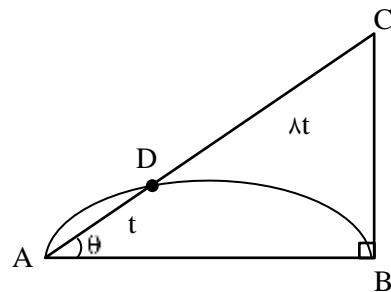
$$\frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C} = \sin A$$

۴۸. اگر  $\cos \alpha = 3 - 2m$  و  $90^\circ \leq \alpha \leq 270^\circ$  باشد، حدود  $m$  را تعیین کنید.

$$\sin x + \frac{1}{\sin x} = 2 \cdot \cos x \cdot \sin x \quad .49$$

$$A = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + 1 \cdot \cos^2 \alpha} \quad .50$$

۵۱. شکل زیر شامل یک مثلث و یک نیم دایره است. حاصل  $\cos \theta$  را بیابید.

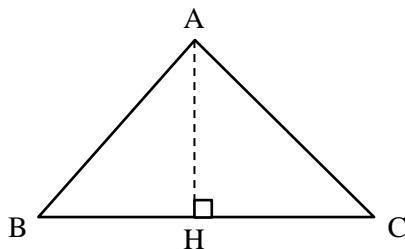


۵۲. اگر  $45^\circ < \alpha < 52^\circ$  باشد و  $\tan 2\alpha = m - 1$  آنگاه حدود  $m$  را بیابید.

۵۳. کمترین مقدار عبارت  $\frac{2 - 2 \sin \alpha}{2 + \sin \alpha}$  را بیابید.

۵۴. چند مثلث متمایز مانند  $ABC$  وجود دارد که در آن  $B = 45^\circ$  و  $\frac{AC}{AB} = \frac{1}{2}$

۵۵. در شکل مقابل آیا مساحت این مثلث می‌تواند  $AH = AB \times AC / 2$  باشد؟



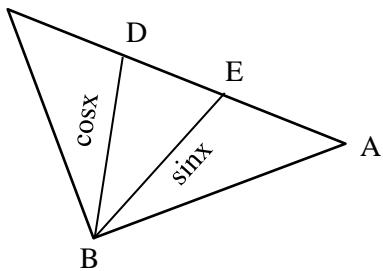
۵۶. اگر  $\frac{\sin x + 2\cos x}{2\sin x - \cos x} = 2$  باشد، حاصل  $\frac{1}{\sin x \cos x}$  را بیابید.

۵۷. اگر  $\sin x + \cos x = \frac{1}{3}$  باشد، آنگاه حاصل  $A = \cot x + \frac{1}{\cot x}$  را بیابید.

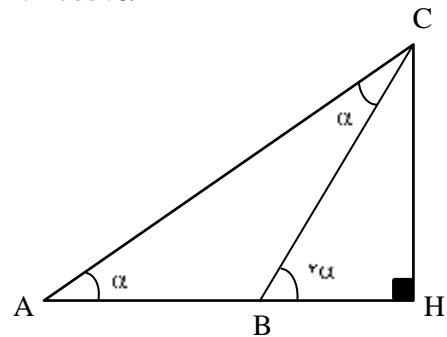
۵۸. نشان دهید حاصل عبارت  $\frac{\sin^4 x + \cos^4 x}{\sin^2 x \cos^2 x} - (\tan x + \cot x)^2$  برابر ۲ است.

۵۹. اگر  $45^\circ < \theta < 90^\circ$  باشد، آنگاه حاصل عبارت  $\sqrt{1 - 2\sqrt{\sin^2 \theta(1 - \sin^2 \theta)}}$  را بیابید.

۶۰. مطابق شکل در مثلث قائم الزاویه‌ی ABC، رابطه‌ی  $CD = DE = EA$  برقرار است. اندازه‌ی وتر AC را بیابید.



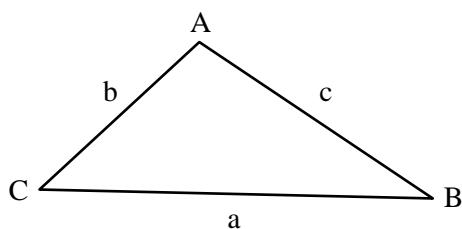
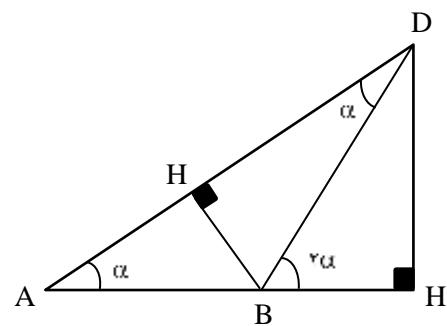
۶۱. به کمک شکل ثابت کنید  $(AB = BC)$  پس مقدار  $\tan 2\alpha / 5$  و  $\tan \alpha$  را بدست آورید.



۶۲. به کمک شکل، تساوی زیر را اثبات کنید.  $(AB = BD)$

الف)  $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$

ب)  $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$



۶۳. در شکل رویه‌رو ثابت کنید:

$$a \cos \hat{B} + b \cos \hat{C} = a$$

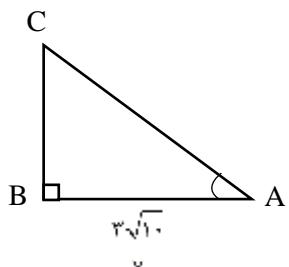
@riazi10

امید نورانی

یادداشت

۱. حاصل عبارت  $\frac{\sin 1}{\cos 1} \times \frac{\sin 2}{\cos 2} \times \dots \times \frac{\sin 89}{\cos 89}$  کدام است؟

$\infty$  (۴)      -۱ (۳)      +۱ (۲)      ۱ (۱)



۲. اندازه وتر مثلث مقابل کدام است؟  $(\sin A = \frac{2}{\sqrt{v}})$

۲ (۴)      sqrt(3) (۳)      sqrt(2) (۲)      ۱ (۱)

۳. حاصل عبارت  $\tan^2 \theta + \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\cos \theta} \times \frac{1}{1 + \tan \theta}$  کدام است؟

$\frac{1}{\cos^2 \theta}$  (۴)       $\cos \theta$  (۳)       $\frac{1}{\sin^2 \theta}$  (۲)       $\sin \theta$  (۱)

۴. در مثلث قائم الزاویه که در راس A قائم است، حاصل  $\frac{\sin(\frac{\gamma(B+C)}{3})}{\cos(\frac{(B+C)}{3})}$  کدام است؟

$\frac{1}{2}$  (۴)       $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۳)       $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)      ۱ (۱)

۵. اگر  $\sin \alpha = -\frac{6}{10}$  باشد و  $\alpha$  زاویه‌ای در ربع سوم باشد، آنگاه حاصل  $\tan \alpha - \cot \alpha$  کدام است؟

$$\frac{-37}{36} \quad (4)$$

$$\frac{36}{91} \quad (3)$$

$$\frac{6}{13} \quad (2)$$

$$\frac{-6}{13} \quad (1)$$

۶. اگر  $A = |\sin x - \cos x|$  باشد، حاصل  $\sin x + \cos x = \frac{1}{4}$  کدام است؟

$$\frac{\sqrt{31}}{4} \quad (4)$$

$$\frac{21}{16} \quad (3)$$

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \quad (1)$$

۷. اگر  $\tan \theta = -\frac{1}{3}$  و  $270^\circ < \theta < 360^\circ$  باشد، حاصل عبارت  $A = \frac{1 - 2 \sin \theta}{\cos^2 \theta}$  کدام است؟

$$\frac{10 - 20\sqrt{10}}{9} \quad (4)$$

$$\frac{10 + 20\sqrt{10}}{9} \quad (3)$$

$$\frac{10 + 20\sqrt{10}}{3} \quad (2)$$

$$\frac{10 - 20\sqrt{10}}{3} \quad (1)$$

۸. حاصل عبارت  $A = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + (\sqrt{2} \sin \alpha \cos \alpha)^2$  همواره کدام است؟

$$1 + \tan^4 \alpha \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

$$2 \text{ صفر} \quad (2)$$

$$-1 \quad (1)$$

۹. اگر  $\alpha$  زاویه‌ای در دایره‌ی مثلثاتی،  $\cos\alpha = \sqrt{1-m^2}$  و  $\cot\alpha = \sqrt{\frac{m}{n}-1}$  باشد، رابطه‌ی بین  $m$  و  $n$  کدام است؟  
 عبارت‌ها تعریف شده‌اند.

$n = m^2$  (۴)

$n = m^2$  (۳)

$m = n^2$  (۲)

$m = n^2$  (۱)

۱۰. ساده شده‌ی عبارت  $\frac{\cos^2 17^\circ}{\sin 17^\circ - \sin^2 17^\circ} - 1$  کدام است؟

$\frac{1}{\cos 17^\circ}$  (۴)

$\frac{1}{\sin 17^\circ}$  (۳)

$\cos 17^\circ$  (۲)

$\sin 17^\circ$  (۱)

۱۱. ساده شده‌ی عبارت  $\cos^2 \alpha (-2 + \frac{\cos^2 \alpha + 1}{\cos^2 \alpha})$  کدام است؟

$\cot^2 \alpha$  (۴)

$\tan^2 \alpha$  (۳)

$\cos^2 \alpha$  (۲)

$\sin^2 \alpha$  (۱)

۱۲. در مثلث قائم الزاویه  $\triangle ABC$  که در راس  $A$  قائم است. حاصل عبارت  $1 - (\cos^2 \hat{B} + \cos^2 \hat{C})$  کدام است؟  
 ۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۰ ۴) صفر

۱۳. اگر  $A = \cos^2 15^\circ + \cos^2 25^\circ + \cos^2 35^\circ + \cos^2 45^\circ + \cos^2 55^\circ + \cos^2 65^\circ + \cos^2 75^\circ$  باشد، مقدار عددی کدام است؟

۱۱ (۴)

۹ (۳)

۷ (۲)

۵ (۱)

۱۴. حاصل عبارت  $\frac{1 + \sin^2 25^\circ + \sin^2 65^\circ}{\cot 35^\circ \cot 55^\circ}$  کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۵. حاصل عبارت  $\frac{\cot^2 \alpha + 11}{\cot^2 \alpha + \cot \alpha} = \frac{7}{15}$  کدام است اگر  $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha + 1 \cdot \sin^2 \alpha}$  باشد؟

۲ (۴)

 $\frac{30}{17}$  (۳) $\frac{15}{7}$  (۲) $\frac{7}{15}$  (۱)

۱۶. اگر داشته باشیم  $\frac{4 \cos \alpha - 5 \sin \alpha}{3 \sin \alpha + 2 \sin \alpha} = 3$ ، مقدار  $\cot \alpha$  کدام است؟

-۷ (۴)

 $\frac{-1}{2}$  (۳)

۷ (۲)

 $\frac{1}{2}$  (۱)

۱۷. اگر داشته باشیم  $3\sin^2 x - 2\cos^2 x = 3$  کدام زاویه می‌تواند باشد؟

- ۹۰) ۴      ۶۰) ۳      ۳۰) ۲      ۱) صفر

۱۸. اگر  $\frac{3\sin^2 x + 5\cos^2 x + 3}{4\cos^2 x - 2\sin^2 x + 1} = 3$  باشد، مقدار  $\tan^2 x$  کدام است؟

- $\frac{7}{3}) 4$        $\frac{3}{7}) 3$        $\frac{9}{7}) 2$        $\frac{7}{9}) 1$

۱۹. اگر داشته باشیم  $\frac{\cos^2 \alpha}{2} + 1 = \frac{\cos^2 x + 1}{2} = \cos \alpha$  کدام است؟

- $\frac{-3}{2}) 4$        $\frac{-1}{2}) 3$        $\frac{3}{2}) 2$        $\frac{1}{2}) 1$

۲۰. اگر  $\tan \alpha - \cot \alpha = 2$  باشد،  $\tan \alpha + \cot \alpha$  کدام است؟

- ۴) صفر       $\frac{1}{2}) 3$       ۱) ۲       $\frac{3}{2}) 1$

۲۱. ساده شده‌ی عبارت  $(\tan^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) \left( \frac{1}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} \right)$  کدام است؟

- $\frac{1}{\cos^2 \alpha}$  (۴)       $\frac{1}{\sin^2 \alpha}$  (۳)       $\cos^2 \alpha$  (۲)       $\sin^2 \alpha$  (۱)

۲۲. اگر  $\alpha$  زاویه‌ی واقع در ربع دوم باشد، ساده شده‌ی عبارت  $(\sin \alpha + 1) \sqrt{\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}}$  کدام است؟

- $\cos \alpha$  (۴)       $-\sin \alpha$  (۳)       $\sin \alpha$  (۲)       $-\cos \alpha$  (۱)

۲۳. اگر  $\tan \alpha + \cot \alpha = 2$  باشد، حاصل کدام است؟

- ۴ (۴)      ۳ (۳)      ۲ (۲)      ۱ (۱)

۲۴. اگر  $\sin \alpha + 4 \cos^2 \alpha = 0$  باشد،  $\sqrt{\sin^2 \alpha + 4 \cos^2 \alpha}$  کدام است؟

- $\sqrt{3}$  (۴)       $\sqrt{\frac{2}{3}}$  (۳)       $\sqrt{2}$  (۲)      ۱ (۱)

۲۵. زاویه‌ی  $\alpha$  متعلق به کدام ربع است، اگر  $\frac{\sqrt{\sin^2 \alpha - \sin^4 \alpha}}{|\cos \alpha|} = \sin \alpha$  و  $\frac{\sqrt{\sin^2 \alpha - \sin^4 \alpha}}{|\sin \alpha|} = -\cos \alpha$  باشد؟

(۴) اول

(۳) دوم

(۲) سوم

(۱) چهارم

۲۶. در مثلث  $\triangle ABC$ ، رابطه  $\tan(\hat{B} + 30^\circ) \tan(\hat{C} + 30^\circ) = 1$  برقرار است. با توجه به این رابطه کدام گزینه صحیح است؟

$$\hat{A} = 30^\circ \quad (۴)$$

$$\hat{A} = 60^\circ \quad (۳)$$

$$\hat{A} = 120^\circ \quad (۲)$$

$$\hat{A} = 150^\circ \quad (۱)$$

۲۷. اگر  $\cos x$  و  $\sin x$  در ربع اول باشد، کدام است؟

$$\frac{9\sqrt{11}}{10} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{10} \quad (۳)$$

$$\frac{3\sqrt{11}}{10} \quad (۲)$$

$$\frac{9}{10} \quad (۱)$$

۲۸. ساده شده عبارت  $\tan^r \theta \cos^r \theta + \cot^r \theta \sin^r \theta$  کدام است؟

$$\tan^r \theta \quad (۴)$$

$$\cos^r \theta \quad (۳)$$

$$\sin^r \theta \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

۲۹. حاصل عبارت  $\cos \theta (\cos \theta + \sin \theta \tan \theta)$  کدام است؟

$$\sin^r \theta \quad (۴)$$

$$1 \quad (۳)$$

$$2 \quad (۲)$$

$$\cos^r \theta \quad (۱)$$

۳۰. ساده شده‌ی عبارت  $(1 - \cos \theta)(1 + \sin \theta \cot \theta) - \tan \theta \cot \theta$  کدام است؟

$$-\cos^2 \theta \quad (4) \quad \cos^2 \theta \quad (3) \quad -\sin^2 \theta \quad (2) \quad \sin^2 \theta \quad (1)$$

۳۱. اگر  $m = 3 \cot \theta$  و  $\theta$  زویه‌ای در ناحیه سوم مثلثاتی باشد، حاصل عبارت  $A = \sqrt{m^2 + 9}$  کدام است؟

$$\frac{-3}{\sin \theta} \quad (4) \quad 3 \cos \theta \quad (3) \quad -(3 \cot \theta + 3) \quad (2) \quad \frac{3}{\cos \theta} \quad (1)$$

۳۲. حاصل عبارت  $A = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\tan \alpha \cot \alpha}$  کدام است؟

$$1 + \cos^2 \alpha \quad (4) \quad 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \quad (3) \quad \sin \alpha + \cos \alpha \quad (2) \quad 1 \quad (1)$$

۳۳. مقدار  $A = \sqrt{1 - 2 \sin x \cos x} - \sqrt{1 + 2 \sin x \cos x}$  به ازای  $x = 20^\circ$  کدام است؟

$$-2 \cos 20^\circ \quad (4) \quad -2 \sin 20^\circ \quad (3) \quad 2 \cos 20^\circ \quad (2) \quad 2 \sin 20^\circ \quad (1)$$

۳۴. اگر  $\tan 50^\circ = a$  باشد، مساحت متوازی الاضلاعی که قطرهای آن ۱۲ و ۸ واحد و زاویه بین قطرهای آن  $50^\circ$  درجه می‌باشد، چند واحد مربع است؟

$$\frac{48\sqrt{1-a^2}}{a} \quad (4)$$

$$\frac{96a}{\sqrt{1+a^2}} \quad (3)$$

$$\frac{96\sqrt{1-a^2}}{a} \quad (2)$$

$$\frac{48a}{\sqrt{1+a^2}} \quad (1)$$

۳۵. حاصل عبارت  $\cos^2 \theta(1+2\tan^2 \theta) + (\cos \theta - 1)(\cos \theta + 1)$  کدام است؟

$$2(4)$$

$$1(3)$$

$$2(2)$$

$$-1(1)$$

۳۶. حاصل عبارت  $(\frac{1}{\cos \theta} - 1)(\frac{1}{\cos \theta} + 1)$  کدام است؟

$$\frac{1}{\cos^2 \theta} \quad (4)$$

$$\frac{1}{\sin^2 \theta} \quad (3)$$

$$\cot^2 \theta \quad (2)$$

$$\tan^2 \theta \quad (1)$$

۳۷. ساده شده‌ی عبارت  $(1-\sin^2 \theta)(1-\tan^2 \theta)$  کدام است؟

$$1-2\sin^2 \theta \quad (4)$$

$$1-2\cos^2 \theta \quad (3)$$

$$2\tan^2 \theta \quad (2)$$

$$2\cot^2 \theta \quad (1)$$

۳۸. حاصل  $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 2 \tan \alpha \cos^2 \alpha$  کدام است؟

- ۱) ۱+ $\cot \alpha$     ۲)  $\tan \alpha$     ۳)  $1+\cot \alpha$     ۴) ۱

۳۹. اگر  $\sin x + \tan x > 0$  باشد،  $x$  در کدام ربع است؟

- ۱) اول    ۲) دوم    ۳) سوم    ۴) چهارم

۴۰. حاصل  $(\frac{1}{1-\sin \theta} + \frac{1}{1+\sin \theta}) - 2 \tan^2 \theta$  کدام است؟

- ۱) ۱    ۲) صفر    ۳) ۲    ۴) ۲

۴۱. ساده شدهٔ عبارت  $(1-\sin^2 \theta)(1+\frac{1}{\cos^2 \theta}) - (1-\cos^2 \theta)$  کدام است؟

- ۱)  $\sin^2 \theta$     ۲)  $\cos^2 \theta$     ۳)  $-\cos^2 \theta$     ۴)  $2\cos \theta$

۴۲. حاصل عبارت  $\frac{\sin^4 x + \cos^4 x}{\sin^2 x \cos^2 x} - (\tan x + \cot x)^2$  کدام است؟

۱) ۳      ۲) ۲      ۳) -۱      ۴) صفر

۴۳. اگر  $\tan x = \frac{3}{4}$  باشد، حاصل  $A = \frac{4}{\cos x} - \frac{3}{\sin x}$  کدام است؟

۱) ۴      ۲) ۳      ۳)  $\frac{3}{4}$       ۴) صفر

۴۴. در صورتی که  $\tan \theta$  برابر است با:  $\frac{\sin \theta}{\sin \theta - \cos \theta} = \frac{3}{2}$

۱) ۴      ۲) ۳      ۳) ۲      ۴) ۱

۴۵. اگر  $\cos x = \frac{\sqrt{5}}{3}$  و  $x$  در ربع اول باشد،  $\tan x$  کدام است؟

۱)  $\frac{2}{\sqrt{5}}$       ۲)  $\sqrt{5}$       ۳)  $8\sqrt{5}$       ۴)  $2\sqrt{5}$

۴۶. حاصل  $\frac{\tan \theta}{1 + \tan^2 \theta}$  کدام است؟

- (۱)  $\sin \theta$    (۲)  $\cos \theta$    (۳)  $\sin \theta \times \cos \theta$    (۴)  $\sin \theta + \cos \theta$

۴۷. حاصل  $(1 - \sin^2 \theta)(1 + \tan^2 \theta)$  کدام است؟

- (۱) صفر   (۲) ۱   (۳)  $\cos^2 \theta$    (۴)  $\cot^2 \theta$

۴۸. اگر  $\tan x = \frac{-1}{\sqrt{2}}$  باشد و  $\cos x < 0$  مقدار  $\sin x$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$    (۲)  $\frac{-\sqrt{5}}{5}$    (۳)  $\frac{-\sqrt{3}}{3}$    (۴)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

۴۹. اگر مثلث  $\triangle ABC$  در قائمه باشد و آن‌گاه  $\sin \hat{A} = \frac{2}{3}$  و  $\tan \hat{B} = \frac{\sqrt{5}}{2}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{5}$    (۲)  $\frac{\sqrt{5}}{3}$    (۳)  $\frac{2}{\sqrt{5}}$    (۴)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$

۵۰. اگر  $y = 3 \cot \alpha$  و  $x = \frac{2}{\sin \alpha}$  کدام است؟

۳۶+۴y<sup>۲</sup> (۴)      ۳۶-۴y<sup>۲</sup> (۳)      ۹+۴y<sup>۲</sup> (۲)      ۴+۹y<sup>۲</sup> (۱)

۵۱. با فرض  $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$  حاصل عبارت  $\sin^4 \theta - \cos^4 \theta + \frac{1}{1 + \tan^2 \theta}$  کدام است؟

$\frac{2}{3}$  (۴)       $\frac{1}{2}$  (۳)       $\frac{4}{9}$  (۲)       $\frac{1}{3}$  (۱)

۵۲. به ازای کدام مقدار A تساوی  $\frac{1}{\cos^4 x} + \frac{A}{\cos^2 x} = \tan^4 x - 1$  اتحاد است؟

-۲ (۴)      -۱ (۳)      ۲ (۲)      ۱ (۱)

۵۳. اگر  $\tan x = \frac{2ab}{a^2 - b^2}$  که در آن  $a > b > 0$  و  $0 < x < 90^\circ$  آن‌گاه  $\sin x$  برابر است با:

$\frac{2ab}{a^2 + b^2}$  (۴)       $\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{2ab}$  (۳)       $\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{2a}$  (۲)       $\frac{b}{a}$  (۱)

۵۴. اگر  $\sin^3 x + \cos^3 x$  باشد، حاصل  $\sin x + \cos x = \frac{1}{3}$  کدام است؟

$$\frac{17}{81} (4)$$

$$\frac{17}{27} (3)$$

$$\frac{13}{81} (2)$$

$$\frac{13}{27} (1)$$

۵۵. اگر  $\sin^5 x + \cos^5 x$  باشد، حاصل  $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3}{5}$  کدام است؟

$$\frac{3}{7} (4)$$

$$\frac{2}{5} (3)$$

$$\frac{2}{3} (2)$$

$$\frac{1}{5} (1)$$

۵۶. اگر انتهای کمان متناظر با زاویه  $x$  در ناحیه سوم باشد، حاصل  $A = \sqrt{\frac{1 + \tan^2 x}{\tan^2 x}}$  کدام است؟

$$1 (4)$$

$$-1 (3)$$

$$\tan x (2)$$

$$\sin^2 x (1)$$

۵۷. اگر  $\alpha$  زاویه‌ای در ربع چهارم باشد،  $\sin \alpha \cos \alpha$  برابر کدامیک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟

$$-\frac{1}{4} (4)$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{3} (3)$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} (2)$$

$$\frac{1}{4} (1)$$

$$1 - \sin \alpha \cdot \cos \alpha = ?$$

۵۸. حاصل عبارت رو به رو همواره برابر با کدام گزینه است؟

$$\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha \quad (2)$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \quad (1)$$

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 \quad (4)$$

$$(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + \sin \alpha \cos \alpha \quad (3)$$

@riazi10

امید نورانی

یادداشت

### پاسخ نامه‌ی تست‌های فصل دوم

\*\*\* پاسخ نامه‌ی مبحث: نسبت‌های مثلثاتی \*\*\*

۴ -۵	۴ -۴	۲ -۳	۱ -۲	۴ -۱
۱ -۱۰	۴ -۹	۳ -۸	۴ -۷	۳ -۶
۴ -۱۵	۱ -۱۴	۳ -۱۳	۴ -۱۲	۲ -۱۱
۱ -۲۰	۳ -۱۹	۱ -۱۸	۴ -۱۷	۲ -۱۶
۳ -۲۵	۳ -۲۴	۳ -۲۳	۱ -۲۲	۲ -۲۱
۳ -۳۰	۱ -۲۹	۴ -۲۸	۱ -۲۷	۳ -۲۶
۳ -۳۵	۲ -۳۴	۳ -۳۳	۳ -۳۲	۲ -۳۱
۴ -۴۰	۳ -۳۹	۳ -۳۸	۴ -۳۷	۲ -۳۶
۴ -۴۵	۳ -۴۴	۲ -۴۳	۳ -۴۲	۱ -۴۱
۳ -۵۰	۱ -۴۹	۲ -۴۸	۱ -۴۷	۴ -۴۶
۳ -۵۵	۱ -۵۴	۲ -۵۳	۴ -۵۲	۱ -۵۱
۴ -۶۰	۴ -۵۹	۴ -۵۸	۴ -۵۷	۳ -۵۶
۲ -۶۵	۴ -۶۴	۳ -۶۳	۲ -۶۲	۱ -۶۱
۲ -۷۰	۲ -۶۹	۱ -۶۸	۲ -۶۷	۲ -۶۶

\*\*\* پاسخ نامه‌ی مبحث: دایره‌ی مثلثاتی \*\*\*

۳ -۵	۲ -۴	۳ -۳	۴ -۲	۲ -۱
۳ -۱۰	۴ -۹	۲ -۸	۳ -۷	۴ -۶
۱ -۱۵	۱ -۱۴	۲ -۱۳	۳ -۱۲	۱ -۱۱
۱ -۲۰	۴ -۱۹	۲ -۱۸	۳ -۱۷	۴ -۱۶
۲ -۲۵	۴ -۲۴	۴ -۲۳	۴ -۲۲	۱ -۲۱
۳ -۳۰	۳ -۲۹	۱ -۲۸	۲ -۲۷	۳ -۲۶
۴ -۳۵	۳ -۳۴	۴ -۳۳	۱ -۳۲	۳ -۳۱
۲ -۴۰	۴ -۳۹	۱ -۳۸	۱ -۳۷	۱ -۳۶
۳ -۴۵	۲ -۴۴	۲ -۴۳	۴ -۴۲	۲ -۴۱
۴ -۵۰	۲ -۴۹	۲ -۴۸	۳ -۴۷	۴ -۴۶
۳ -۵۵	۳ -۵۴	۴ -۵۳	۱ -۵۲	۳ -۵۱
۴ -۶۰	۴ -۵۹	۳ -۵۸	۲ -۵۷	۳ -۵۶
۴ -۶۵	۴ -۶۴	۱ -۶۳	۳ -۶۲	۲ -۶۱
۲ -۷۰	۱ -۶۹	۱ -۶۸	۴ -۶۷	۱ -۶۶
				۲ -۷۱

\*\*\* پاسخ نامه‌ی مبحث: روابط بین نسبت‌های مثلثاتی \*\*\*

۴ -۵	۱ -۴	۴ -۳	۲ -۲	۱ -۱
۳ -۱۰	۳ -۹	۳ -۸	۳ -۷	۴ -۶
۲ -۱۵	۳ -۱۴	۲ -۱۳	۴ -۱۲	۱ -۱۱
۴ -۲۰	۲ -۱۹	۱ -۱۸	۴ -۱۷	۴ -۱۶
۳ -۲۵	۲ -۲۴	۲ -۲۳	۱ -۲۲	۴ -۲۱
۴ -۳۰	۳ -۲۹	۱ -۲۸	۲ -۲۷	۱ -۲۶
۳ -۳۵	۱ -۳۴	۱ -۳۳	۱ -۳۲	۴ -۳۱
۴ -۴۰	۳ -۳۹	۱ -۳۸	۴ -۳۷	۱ -۳۶
۴ -۴۵	۲ -۴۴	۱ -۴۳	۱ -۴۲	۴ -۴۱
۴ -۵۰	۴ -۴۹	۴ -۴۸	۲ -۴۷	۳ -۴۶
۳ -۵۵	۱ -۵۴	۴ -۵۳	۴ -۵۲	۴ -۵۱
		۳ -۵۸	۴ -۵۷	۳ -۵۶