

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات
و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

هوالحق

"حسابان ۲"

((چهل تست))

تمامی تست های سراسری، سنجش و گزینه ۲ از سال ۸۰ الی ۹۸

علی فقیهی

دبیر ریاضی ناحیه ۴ استان قم

۰۹۱۹۸۶۹۰۴۵۰

تلگرام و اینستاگرام

@aliifaghihi

دانلود از سایت ریاضی سرا

www.riazisara.ir

- ۱- عرض از مبدأ خط قائم بر منحنی $y = x(2x - 3)^{\frac{1}{3}}$ در نقطه $x = 2$ واقع بر آن کدام است؟
- | | | | |
|---------|---------|---------|---------|
| ۲۵ ۷ | ۲۴ ۷ | ۲۰ ۷ | ۱۵ ۷ |
|---------|---------|---------|---------|

آزمایشی سنجش <> دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

- ۲- به ازای کدام مقدار a ، خط به معادله $y = \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x$ در نقطه‌ای به طول مثبت مماس است؟
- | | | | |
|-------|-------|--------|--------|
| ۶ (۴) | ۳ (۳) | -۶ (۲) | -۹ (۱) |
|-------|-------|--------|--------|

آزمایشی سنجش <> دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

- ۳- معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \frac{2x - \sqrt{x}}{x - 2}$ در نقطه $x = 1$ واقع بر آن کدام است؟
- | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|
| ۲y - x = -۳ (۴) | ۲y + ۵x = ۳ (۳) | y - ۲x = -۳ (۲) | y + ۲x = ۱ (۱) |
|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|

آزمایشی سنجش <> دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

- ۴- معادله خط قائم بر منحنی $y = x\sqrt{x}$ در نقطه $x = 4$ کدام است؟
- | | | | |
|-----------------|------------------|-----------------|-----------------|
| ۲y - ۳x = ۴ (۴) | ۳y - ۲x = ۱۶ (۳) | ۳y + x = ۲۸ (۲) | y + ۳x = ۲۰ (۱) |
|-----------------|------------------|-----------------|-----------------|

آزمایشی سنجش <> دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

- ۵- معادله خط قائم بر منحنی $y = \frac{x - 1}{\sqrt{x}}$ در نقطه‌ای به طول ۴ واقع بر آن کدام است؟
- | | |
|---------------------|--------------------|
| ۵y + ۱۶x = ۷۱/۵ (۲) | ۳y + ۸x = ۳۶/۵ (۱) |
|---------------------|--------------------|

$$8y + 5x = 32 \quad (4)$$

$$8y + 3x = 24 \quad (3)$$

آزمایشی سنجش <> دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

- ۶- معادله خط مماس بر منحنی $y = x\sqrt{x}$ در نقطه $x = 1$ واقع بر آن کدام است؟
- | | |
|---------------------|---------------------|
| ۲y - ۳x + ۱ = ۰ (۲) | ۳y - ۲x - ۱ = ۰ (۱) |
|---------------------|---------------------|

$$3y - x - 2 = 0 \quad (4)$$

$$y - 3x + 2 = 0 \quad (3)$$

آزمایشی سنجش <> دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

- ۷- معادله خط مماس بر منحنی $y = 2x^2 - 3x + ۱$ در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن، کدام است؟
- | | | | |
|----------------|----------------|----------------|-----------------|
| y = ۳x - ۳ (۴) | y = ۴x - ۵ (۳) | y = ۵x - ۷ (۲) | y = -۳x + ۹ (۱) |
|----------------|----------------|----------------|-----------------|

آزمایشی سنجش <> دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

-۸- نقطه $M(x,y)$ بر روی منحنی $y = \sqrt{25 - x^2}$ نزدیک می‌شود. شیب خط AM , وقتی فاصله A تا M بسیار کوچک است، کدام است؟

$\frac{3}{4}(4)$

$\frac{4}{3}(3)$

$-\frac{3}{4}(2)$

$-\frac{4}{3}(1)$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم سال تحصیلی ۹۷-۹۸

-۹- خط قائم بر نمودار $f(x) = \frac{\cos 2x}{2 - \sin x}$, در نقطه‌ی تلاقی منحنی با محور y ها، نیمساز ناحیه‌ی اول را با کدام طول، قطع می‌کند؟

$0/5(4)$

$0/3(3)$

$0/2(2)$

$0/1(1)$

سراسری <= ریاضی ۹۷

-۱۰- خط به معادله $y = 3x - 2$ در نقطه $x = 2$, بر منحنی پیوسته $y = f(x)$ مماس است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x) - 4f(x)}{x - 2}$, کدام است؟

$15(4)$

$12(3)$

$6(2)$

$3(1)$

سراسری <= ریاضی ۹۵

-۱۱- خط مماس بر منحنی به معادله‌ی $y = x^3 + 3x^2 + 1$, بر خط به معادله‌ی $x - 3y = 2$ عمود است. این خط مماس از نقطه‌ای با کدام مختصات می‌گذرد؟

$(2, -4)(4)$

$(2, -6)(3)$

$(1, 4)(2)$

$(1, 3)(1)$

سراسری <= تجربی ۸۹

-۱۲- عرض از مبدأ خط مماس، بر منحنی به معادله $y = \sqrt{x^2 + 3x}$ در نقطه $x = 1$ واقع بر آن کدام است؟

$2(4)$

$\frac{3}{2}(3)$

$\frac{3}{4}(2)$

$-\frac{3}{5}(1)$

سراسری <= تجربی ۸۷

-۱۳- خط به معادله $y = 2x - 5$ در نقطه‌ای به طول ۱ بر منحنی به معادله‌ی $y = ax^2 + bx + 1$ مماس است. a کدام است؟

$6(4)$

$4(3)$

$3(2)$

$2(1)$

سراسری <= تجربی ۸۶

۱۴- معادله‌ی خط مماس بر منحنی به معادله‌ی $y = \frac{1}{2} \cos 2x - \cos x$ واقع بر آن کدام است؟

$$y = x + \frac{\pi}{3} \quad (4) \quad y = -x + \frac{\pi}{3} - 1 \quad (3) \quad y = \frac{3}{4} \quad (2) \quad y = -\frac{3}{4} \quad (1)$$

۸۵ <= تجربی <= سراسری

۱۵- معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع $y = \frac{\pi}{4} \operatorname{tg}^2 x + \cos 2x$ کدام است؟

$$y - 2x = 1 - \frac{\pi}{2} \quad (4) \quad y + 2x = 1 - \frac{\pi}{2} \quad (3) \quad y + x = 1 - \frac{\pi}{2} \quad (2) \quad y + x = 1 + \frac{\pi}{2} \quad (1)$$

۸۴ <= تجربی <= سراسری

۱۶- به ازای کدام مجموعه‌ی مقادیر a ، منحنی به معادله $y = \left(\frac{1}{2}x + a\right)(x^2 - 4)$ بر محور x ها در یک نقطه مماس است؟

$$\{-2, 2\} \quad (4) \quad \{-1, 1\} \quad (3) \quad \{1\} \quad (2) \quad \emptyset \quad (1)$$

۸۴ <= ریاضی <= سراسری

۱۷- معادله خط قائم بر منحنی به معادله $y = \frac{x+1}{2x-1}$ در نقطه‌ای به طول ۱ واقع بر آن کدام است؟

$$3y + x = -1 \quad (4) \quad 3y - x = 1 \quad (3) \quad y + 3x = -3 \quad (2) \quad y - 3x = 3 \quad (1)$$

۸۳ <= تجربی <= سراسری

۱۸- معادله خط قائم بر نمودار تابع با ضابطه $y = \frac{x+1}{2x-1}$ در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن کدام است؟

$$y + 5 = 3x \quad (4) \quad y + 4x = 5 \quad (3) \quad 2x + y = 3 \quad (2) \quad 3y = x + 1 \quad (1)$$

۸۲ <= تجربی <= سراسری

۱۹- مشتق تابع f در نقطه $x = 2$ به صورت $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(2+h)^2 + k(2+h) - 2k - 8}{h} = 12$ بیان شده است، k کدام

$$h \longrightarrow .$$

است؟

$$6 \quad (4) \quad 4 \quad (3) \quad 3 \quad (2) \quad 2 \quad (1)$$

۸۱ <= ریاضی <= سراسری

۲۰- نمودارهای دو تابع با ضابطه‌های $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x$ و $y = ax^2 + bx - 9$ در نقطه‌ای به طول ۳ مماس مشترک

دارند، دو تایی (a, b) کدام است؟

$$(2, -4) \quad (4) \quad (1, -1) \quad (3) \quad (-1, 4) \quad (2) \quad (1, 1) \quad (1)$$

۸۱ <= ریاضی <= سراسری

$$\text{اگر تابع } f \text{ در } x_0 \text{ مشتقپذیر و } \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = -2 \text{ کدام است؟}$$

$\leftarrow h \rightarrow 0^- \quad \rightarrow h \rightarrow 0^+ \quad 2 + f(x_0) \quad 2 - f(x_0)$

۸۰ <= تجربی < سراسری

$$\text{خط } -1 = y \text{ بر نمودار تابع } f \text{ با ضابطه } f(x) = 2x^2 - x + a \text{ مماس است، } a \text{ کدام است؟}$$

$\frac{9}{8}(4) \quad \frac{7}{8}(3) \quad -\frac{7}{8}(2) \quad -\frac{9}{8}(1)$

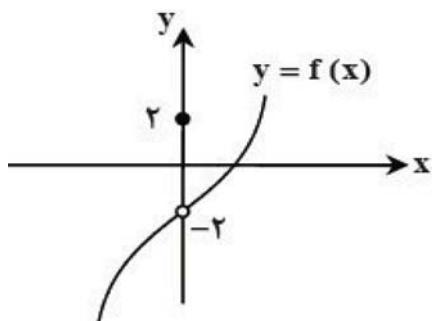
۸۰ <= تجربی < سراسری

$$\text{خط به معادله } 1 = y = 5x + 1 \text{ در نقطه } x = 3 \text{ بر منحنی پیوسته } y = f(x) \text{ مماس است. حاصل}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f'(x) - 16f(x)}{x - 3} \text{ کدام است؟}$$

$-160(4) \quad 160(3) \quad -80(2) \quad 80(1)$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی < سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶



آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی < سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۲۴ - شکل مقابل، نمودار تابع $y = f(x)$ است.
مقدار مشتق تابع در $x = 0$ چقدر است؟
(۱) وجود ندارد
(۲) -۶
(۳) ۶
(۴) ۱۲

$$\text{اگر } 1 = f(1) = 2f'(1) \text{ باشد، عرض از مبدأ خط مماس بر نمودار تابع } y = \left(2 - \frac{1}{f(x)}\right)^2 \text{ به طول } x = 1 \text{ کدام است؟}$$

۱(۳) ۲(۲) ۳(۱)

۹۴ - آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی < سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

$$\text{اگر خط } 4 - 2x = y \text{ بر منحنی } y = ax^2 + (a - 3)x \text{ مماس باشد، طول نقاط تماس کدام است؟}$$

۱(۳) ۲(۲) ۳(۱)

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی < سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

-۲۷- شیب خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \sin \pi x$ در نقطه $x = 0$ کدام است؟

| | | | |
|----------------------------|-----------------------------|----------------|-----------------|
| $\frac{\sqrt{3}}{\pi}$ (۴) | $-\frac{\sqrt{3}}{\pi}$ (۳) | $\sqrt{3}$ (۲) | $-\sqrt{3}$ (۱) |
|----------------------------|-----------------------------|----------------|-----------------|

آزمونهای گزینه ۲ => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

-۲۸- دستور کلی آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = x^3 + x + 1$ کدام است؟

| | |
|----------------------|-----------------------|
| $3xh + 3x^2 + 1$ (۲) | $3x^3 h + 3x + 1$ (۱) |
|----------------------|-----------------------|

| | |
|----------------------------|------------------------|
| $3xh + 3x^2 + h^2 + 1$ (۴) | $3xh^3 + 3x^2 + h$ (۳) |
|----------------------------|------------------------|

آزمونهای گزینه ۲ => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

-۲۹- هرگاه مماس بر نمودار تابع $f(x) = \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x - 1}}$ در کدام نقطه قطع می‌کند؟

| | | | |
|--------|-------|-------------------|-------|
| -۱ (۴) | ۱ (۳) | $\frac{1}{4}$ (۲) | ۴ (۱) |
|--------|-------|-------------------|-------|

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی = سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

-۳۰- خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = 2 \sin 2x - \cos 2x$ در نقطه‌ی $A(\pi, -1)$ کدام است؟

| | |
|-------------------------|-------------------------|
| $y + 6x = 6\pi - 1$ (۲) | $y + 6x = 6\pi + 1$ (۱) |
|-------------------------|-------------------------|

| | |
|-------------------------|-------------------------|
| $y - 6x = 6\pi - 1$ (۴) | $y - 6x = 6\pi + 1$ (۳) |
|-------------------------|-------------------------|

آزمونهای گزینه ۲ => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

-۳۱- اگر مماس‌های چپ و راست رسم شده بر نمودار تابع $f(x) = |ax - b|$ در $x = 1$ برابر هم عمود باشند، مقدار b کدام است؟

| | | | |
|--------------------|------------------------------|-------------|-----------------------|
| $\pm \sqrt{2}$ (۴) | $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) | ± 2 (۲) | $\pm \frac{1}{2}$ (۱) |
|--------------------|------------------------------|-------------|-----------------------|

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی = سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

-۳۲- نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x$ در مبدأ مختصات با چه زاویه‌ای محور x ها را قطع می‌کند؟

| | | | |
|----------------|----------------|------------------|----------------|
| 15° (۴) | 45° (۳) | 22.5° (۲) | 30° (۱) |
|----------------|----------------|------------------|----------------|

آزمونهای گزینه ۲ => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

در نقطه‌ای به طول $x = \pi$ واقع بر تابع، کدام است؟

$$y = 2x - 2\pi \quad (4)$$

$$y = x - \pi \quad (3)$$

-۳۳- معادله‌ی خط عمود بر نمودار تابع

$$y = \frac{x}{2} - \frac{\pi}{2} \quad (2)$$

$$y = -\frac{x}{2} + \frac{\pi}{2} \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = <تجربی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

$$-34- \text{ در نقطه‌ای با کدام طول از منحنی } y = x^3 - 6x^2 - 1 \text{، شیب خط مماس برابر ۴ است؟}$$

$$5 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = <تجربی => سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

$$-35- \text{ عرض از مبدأ خط مماس بر منحنی } y = \frac{\sin x}{1 + \cos x} \text{ کدام است؟}$$

$$1 + \frac{\pi}{2} \quad (4)$$

$$\pi - 1 \quad (3)$$

$$\frac{\pi}{2} - 1 \quad (2)$$

$$1 - \frac{\pi}{2} \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = <تجربی => سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

$$-36- \text{ اگر منحنی } f(x) = x^3 + mx^2 - x + 2 \text{ در نقطه } 2 = X \text{ مماس باشد، مقدار } n \text{ کدام است؟}$$

$$-6 \quad (4)$$

$$-6 \quad (3)$$

$$22 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = <ریاضی =>

$$-37- \text{ معادله‌ی خط قائم بر منحنی نمودار تابع } f(x) = \sqrt[9]{(9x+1)^4} \text{ در نقطه‌ای واقع بر منحنی به طول صفر کدام است؟}$$

$$y - 4x = 1 \quad (4)$$

$$4y + x = 4 \quad (3)$$

$$y + 4x = 1 \quad (2)$$

$$x = 0 \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = <تجربی =>

$$-38- \text{ اگر } f(x) = x \sqrt{x} \text{ و } g(x) = \frac{1}{x^2 - 3x} \text{ حاصل}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h)g(4+h) - g(4)f(4)}{h} \text{ کدام است؟}$$

$$2 \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

$$\frac{-7}{4} \quad (2)$$

$$\frac{-3}{4} \quad (1)$$

آزمایشی سنجش = <ریاضی =>

$$-39- \text{ منحنی } y = x^2 - 2x \text{ بر خط } y = a \text{ مماس است، } a \text{ کدام است؟}$$

$$1 \quad (3)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$-2 \quad (1)$$

آزمایشی سنجش = <تجربی =>

$$-40- \text{ اگر نیمساز ربع دوم و چهارم در نقطه‌ای به طول ۱ بر نمودار تابع } f(x) = x^3 - ax^2 + b \text{ مماس باشد، } b \text{ چه قدر است؟}$$

$$-1 \quad (4)$$

$$-3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (\text{صفرا})$$

آزمونهای گزینه ۲ = <تجربی =>

-۴۱- اگر $f'(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ کدام است؟ باشد، $(fog)'(2) = 6$ و $g(x)$

۳ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

سراسری = تجربی ۹۸ <=

-۴۲- تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & ; x \geq 2 \\ -x^2 + ax + b & ; x < 2 \end{cases}$ کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

سراسری = تجربی ۹۸ <=

-۴۳- در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$ حاصل کدام است؟

$\frac{5}{6}$ (۴)

$\frac{7}{12}$ (۳)

$\frac{5}{12}$ (۲)

$\frac{4}{9}$ (۱)

سراسری = تجربی ۹۸ <=

-۴۴- تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 2x| & ; x < 2 \\ \frac{1}{2}x^2 + ax + b & ; x \geq 2 \end{cases}$ کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

سراسری = ریاضی ۹۸ <=

-۴۵- اگر $g(x) = x + \sqrt{x}$ و $f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ باشد، $(fog)'(1)$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

$\frac{3}{2}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

سراسری = ریاضی ۹۸ <=

-۴۶- اگر تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 4 & ; x \geq -2 \\ x^3 - x & ; x < -2 \end{cases}$ کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲) صفر

-۳ (۱)

سراسری = تجربی ۹۷ <=

-۴۷ مشتق عبارت $\sin^4 x + \cos^4 x$ به ازای $x = \frac{\pi}{8}$, کدام است؟

۱ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

-۱ (۱)

۹۷ <= تجربی <= سراسری

-۴۸ تابع $f : R \rightarrow R$ در R مشتق‌پذیر از مرتبه دوم است. به ازای هر عدد حقیقی x تابع $g(x) = f(4 - x^2)$ است. اگر $f''(\sqrt{3}) = -5$ و $f'(1) = -5$ باشد، مقدار $g''(\sqrt{3})$, کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

-۲ (۲)

-۳ (۱)

۹۷ <= ریاضی <= سراسری

-۴۹ اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - [x] + |x|}$ باشد، $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$, کدام است؟

$\frac{5}{2}$ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

$\frac{5}{4}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۹۷ <= ریاضی <= سراسری

-۵۰ مشتق تابع $y = 2 \cos^2\left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4}\right)$ در نقطه $x = \frac{\pi}{6}$, کدام است؟

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴)

$\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۳)

$-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲)

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱)

۹۶ <= تجربی <= سراسری

-۵۱ اگر تابع f در $x = 2$ مشتق‌پذیر و $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(2x)}{x} = 2$ باشد، آنگاه مشتق $f(x) + v$ در $x = 4$, کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

$-\frac{1}{4}$ (۱)

۹۶ <= ریاضی <= سراسری

-۵۲ در تابع با ضابطه $f(x) = \left(\sqrt{\frac{x+2}{2x-3}}\right)^3$, حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$, کدام است؟

۱۵ (۴)

۱۲ (۳)

-۱۸ (۲)

-۲۱ (۱)

۹۵ <= تجربی <= سراسری

-۵۳- اگر مماس چپ و مماس راست تابع $f(x) = |x|(x+a)$ در نقطه گوشهای آن عمود بر هم باشند، مجموعه مقادیر a کدام است؟

- \emptyset (۴) $\{-1, 1\}$ (۳) $\{1\}$ (۲) $\{-1\}$ (۱)

۹۰ <= ریاضی <= سراسری

-۵۴- در تابع با ضابطه $|f'(1) + 2f'_-(1)|$ ، مقدار $f(x) = x\sqrt{x} + |x - 1|$ کدام است؟

- ۵ (۴) ۴ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

۹۰ <= تجربی <= سراسری

-۵۵- اندازه‌ی مشتق تابع $y = \frac{1 - \tan 2x}{1 + \tan 2x}$ به ازای $x = \frac{\pi}{8}$ کدام است؟

- ۱ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳) -۱ (۲) -۲ (۱)

۸۹ <= تجربی <= سراسری

-۵۶- مشتق چپ تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}$ در نقطه‌ی $x = 0$ کدام است؟

- $\sqrt{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) - $\sqrt{2}$ (۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)

۸۹ <= ریاضی <= سراسری

-۵۷- اگر $f(x) = \frac{3}{2} - \sqrt{x+2}$ مشتق تابع $f(xf(x))$ در نقطه‌ی $x = 2$ کدام است؟

- ۱ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۲) -۱ (۱)

۸۹ <= ریاضی <= سراسری

-۵۸- مقدار $U = \sin^2 x - \cos 2x$ و $y = \sqrt{2U} - \frac{1}{U}$ به ازای $x = \frac{\pi}{4}$ کدام است؟

- ۱۵ (۴) ۱۲ (۳) ۱۰ (۲) ۹ (۱)

۸۸ <= تجربی <= سراسری

-۵۹- مشتق عبارت $\left(\frac{16}{x} - \sqrt[3]{x^2}\right)^2$ به ازای $x = -8$ کدام است؟

- ۲ (۴) ۱ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۲) -۱ (۱)

۸۸ <= ریاضی <= سراسری

۶۰- تابع با ضابطه $x = \frac{\pi}{4}$ مشتق پذیر است، $f(x) = \begin{cases} \sin^2 x - \cos 2x & \text{و } x < \frac{\pi}{4} \\ a \tan x + b \sin 2x & \text{و } \frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2} \end{cases}$

است، b کدام است؟

۱ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۲) -۱ (۱)

سراسری = تجربی <= ۹۳ (سراسری - آزاد)

۶۱- مشتق تابع $y = 2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4} \right)$ به ازای $x = \frac{\pi}{3}$ ، کدام است؟

$-\frac{1}{8}$ (۴) $-\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱)

سراسری = تجربی <= ۹۳ (سراسری - آزاد)

۶۲- مشتق راست تابع با ضابطه $x = -3$ ، $f(x) = ([x] - |x|) \sqrt[3]{9x}$ کدام است؟

$\frac{7}{3}$ (۴) -۴ (۳) -۵ (۲) $-\frac{16}{3}$ (۱)

سراسری = ریاضی <= ۹۳ (سراسری - آزاد)

۶۳- اگر $g(x) = \sqrt[3]{x - 1}$ و $f(x) = \frac{x^3 - 2}{1 + x}$ حاصل $f'(g(x)) \cdot g'(x)$ کدام است؟

$\frac{x - 3}{x}$ (۴) $\frac{1}{3x}$ (۳) $\frac{3}{x}$ (۲) $\frac{3}{x}$ (۱)

سراسری = ریاضی <= ۹۲ (سراسری - آزاد)

۶۴- تابع با ضابطه $x < 1$ و $x \geq 1$ مشتق پذیر است. b کدام است؟ $f(x) = \begin{cases} ax^3 + bx & ; x < 1 \\ 2\sqrt{4x - 3} & ; x \geq 1 \end{cases}$

۲ (۴) $\frac{3}{2}$ (۳) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

سراسری = ریاضی <= ۹۲ (سراسری - آزاد)

اگر $f(x) = (x^2 - x - 2) \sqrt[3]{x^2 - 7x}$ کدام است؟

- $\frac{3}{4}(4)$ - $\frac{3}{2}(3)$ - $3(2)$ - $6(1)$

سراسری = ریاضی <= ۹۲ (سراسری - آزاد)

مقدار مشتق $x = \frac{\pi}{4}$ به ازای $\frac{1 - \cos x}{2 - \sin x}$ کدام است؟

- $\frac{5}{9}(4)$ $\frac{7}{9}(3)$ $\frac{8}{9}(2)$ $\frac{4}{9}(1)$

سراسری = تجربی <= ۹۱

اگر $f(x) = \sin^2 \pi x$ و $g(x) = \frac{1}{4} \sqrt{5x-9}$ مشتق تابع fog به ازای $x=2$ کدام است؟

- $\frac{5}{8}\pi(4)$ $\frac{3}{4}\pi(3)$ $\frac{5}{8}(2)$ $\frac{3}{4}(1)$

سراسری = ریاضی <= ۹۱

تابع با ضابطه $f(x) = \left[\frac{1}{x} \right]$ در کدام بازه مشتق‌پذیر است؟

- (-∞, -1)(4) (+∞ و ۱)(3) (-1, 0)(2) [0, 1](1)

سراسری = ریاضی <= ۹۱

در تابع با ضابطه $[x] f(x) = |x|$ ، مقدار $f'(0^-) - f'(0^+)$ کدام است؟

- ۱(۳) ۰(۲) -۱(۱) ۰(۱)

سراسری = تجربی <= ۸۷

اگر $f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = -\frac{1}{3}$ مشتق $f(\sqrt{|x| + 3})$ در نقطه $x = -1$ کدام است؟

- $-\frac{1}{12}(4)$ $-\frac{1}{6}(3)$ $\frac{1}{12}(2)$ $\frac{1}{6}(1)$

سراسری = ریاضی <= ۸۷

تابع با ضابطه $y = x \sqrt{x^2}$ از نظر پیوستگی و مشتق‌پذیری در صفر چگونه است؟

- ۱) پیوسته و مشتق‌پذیر است.

- ۲) پیوسته است ولی مشتق‌پذیر نیست.

- ۳) نه پیوسته است و نه مشتق‌پذیر.

سراسری = ریاضی <= ۸۷

-۷۲- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} ax - a & x < 1 \\ x^2 - x & x \geq 1 \end{cases}$ مشتق پذیر است؟

(۱) $x = 1$ (۲) هر مقدار a (۳) هیچ مقدار a (۴) سراسری $=$ تجربی ≤ 86

-۷۳- مقدار مشتق تابع $y = \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{Cotg} 2x$ کدام است؟

(۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{8}{3}$ (۴) سراسری $=$ تجربی ≤ 86

-۷۴- مشتق $f(x) = \sqrt[3]{6x + 2}$ در نقطه $x = 1$ برابر ۲ است. شیب خط قائم بر نمودار f در نقطه‌ای به طول ۲ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) سراسری $=$ ریاضی ≤ 86

-۷۵- اگر $f(x) = \sqrt{2 \sin \pi x^2}$ کدام است؟

(۱) $\frac{\pi \sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\pi \sqrt{3}}{2}$ (۳) $\pi \sqrt{2}$ (۴) $\pi \sqrt{3}$

سراسری $=$ تجربی ≤ 85

-۷۶- تعداد نقاط مشتق‌ناپذیری تابع $f(x) = |x| - 1$ بر روی R کدام است؟

(۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) سراسری $=$ ریاضی ≤ 85

-۷۷- اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ مشتق تابع $f(\tan x)$ با شرط $|x| < \frac{\pi}{2}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{\sin x}$ (۲) $\frac{1}{\cos x}$ (۳) $\cos x$ (۴) سراسری $=$ ریاضی ≤ 85

-۷۸- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} (x-1)|x-1| & ; x \neq 1 \\ a & ; x = 1 \end{cases}$ مشتق پذیر است، a کدام است؟

(۱) صفر (۲) 1 (۳) 2 (۴) سراسری $=$ ریاضی ≤ 84

در کدام مجموعه از نقاط دامنه مشتق پذیر نیست؟

-۷۹ اگر

$$\emptyset \quad \left\{ 4, -3, \frac{5}{2} \right\} \quad \left\{ 4, \frac{5}{2} \right\} \quad \{ 4, -3 \}$$

سراسری = ریاضی

-۸۰ اگر $f(x) = |x - 2| + \sqrt{2x}$ کدام است؟

$$\Delta x \rightarrow 0 \quad \frac{1}{2}(3) \quad -\frac{1}{2}(2) \quad -2(1)$$

سراسری = تجربی

-۸۱ در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x}$ اختلاف آهنگ تغییر لحظه‌ای در $x = 2$ از آهنگ تغییر متوسط در بازه $[1, 4]$ کدام است؟

$$0/75(4) \quad 0/45(3) \quad 0/5(2) \quad 0/25(1)$$

سراسری = تجربی

-۸۲ در تابع با ضابطه $f(x) = (x+2)\sqrt{4x+1}$ آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه $[2, 0]$ از آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در $\frac{3}{4}x$ چه قدر بیشتر است؟

$$0/25(4) \quad 0/20(3) \quad 0/15(2) \quad 0/10(1)$$

سراسری = ریاضی

-۸۳ در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به تغییر متغیر x در نقطه $x = 1$ با نموده متغیر، از آهنگ لحظه‌ای تابع در این نقطه، چقدر کمتر است؟

$$\frac{2}{21}(4) \quad \frac{3}{42}(3) \quad \frac{1}{21}(2) \quad \frac{1}{42}(1)$$

سراسری = تجربی

-۸۴ در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{3x}{x-12}$ آهنگ متوسط تابع از $x_1 = 3$ تا $x_2 = 2$ چقدر از آهنگ لحظه‌ای آن در

$$2/5(4) \quad 2(3) \quad 1/5(2) \quad 1(1)$$

سراسری = تجربی

-۸۵- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \sqrt{x^2 + 16}$ نسبت به متغیر x روی بازه $[3, 0]$ ، از آهنگ لحظه‌ای تابع در $x = \sqrt{2}$ چه قدر کمتر است؟

- $\frac{1}{9}(4)$ $\frac{1}{12}(3)$ $\frac{1}{18}(2)$ ۱) صفر

۸۸ سراسری = تجربی <=

-۸۶- در تابع با ضابطه $f(x) = (2x + 1)^{-\frac{1}{2}}$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع، از نقطه‌ی $x = 12$ تا $x = 4$ ، از آهنگ لحظه‌ای آن در نقطه‌ی $x = 4$ ، چقدر بیشتر است؟

- $\frac{11}{270}(4)$ $\frac{7}{270}(3)$ $\frac{11}{540}(2)$ ۱) $\frac{7}{540}$

۸۹ سراسری = تجربی <= ۹۳ (سراسری - آزاد)

-۸۷- در تابع $f(x) = \sqrt{x}$ آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به تغییر متغیر، روی بازه $[2/25, 2/56]$ از آهنگ آنی، در شروع این بازه، چه قدر کمتر است؟

- $\frac{1}{31}(4)$ $\frac{1}{62}(3)$ $\frac{2}{93}(2)$ ۱) $\frac{1}{93}$

۹۰ سراسری = تجربی <=

-۸۸- در تابع با ضابطه $f(x) = x + \frac{1}{x}$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع وقتی متغیر از عدد ۲ به عدد $h + 2$ تغییر کند، برابر است. h کدام است؟

- ۳) ۴ ۲/۵(۳) ۲(۲) ۱/۵(۱)

۹۱ سراسری = تجربی <=

-۸۹- آهنگ متوسط تغییر تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x^2 + 144}$ نسبت به متغیر x روی بازه‌ای از $x = 5$ و $x = 9$ کدام است؟

- ۰/۷(۴) ۰/۶(۳) ۰/۵(۲) ۰/۴(۱)

۹۲ سراسری = تجربی <=

-۹۰- در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ آهنگ متوسط تغییر تابع وقتی متغیر x از ۴ به ۲۵ تغییر کند برابر با آهنگ لحظه‌ای در نقطه $x = a$ است. a کدام است؟

- ۱۳/۵(۴) ۱۲/۵(۳) ۱۲/۲۵(۲) ۱۱/۷۵(۱)

۹۳ سراسری = تجربی <=

۹۱- معادله حرکت یک گلوله توب که از زمین به طرف بالا پرتاب می شود به صورت $s = -5t^2 + 20t$ است سرعت لحظه‌ای این گلوله در زمان برخورده زمین چند متر بر ثانیه است؟ (باصرف نظر کردن از مقاومت هوا)

$$-5(4) \quad -10(3) \quad -15(2) \quad -20(1)$$

سراسری = تجربی

۹۲- در تابعی با ضابطه $f(t) = \frac{240}{t}$ ، آهنگ آنی تغییر f در لحظه $t = 4$ ، چقدر از آهنگ متوسط تغییر f از لحظه $t = 3$ تا $t = 5$ بیشتر است؟

$$\frac{3}{2}(4) \quad 2(3) \quad \frac{1}{2}(2) \quad 1(1)$$

سراسری = ریاضی \Rightarrow ۸۰ و سنجش علمی آزمون یار \Rightarrow ۸۰-۸۱ متوسطه

۹۳- تفاضل آهنگ متوسط تغییرات تابع $x = f(x)$ در بازه $[1, 4]$ از آهنگ لحظه‌ای آن در نقطه $x = 2/25$ کدام است؟

$$0/5(4) \quad 0/25(3) \quad 0/125(2) \quad 0/1(1)$$

آزمایشی سنجش \Rightarrow دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۹۴- در تابع $f(x) = \sqrt{x}$ ، آهنگ متوسط در بازه $[4/41, 4/41]$ از آهنگ لحظه‌ای در $x = 4$ کمتر است؟

$$\frac{3}{164}(4) \quad \frac{1}{164}(3) \quad \frac{1}{82}(2) \quad \frac{1}{41}(1)$$

آزمایشی سنجش = تجربی = سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۹۵- در تابع $f(x) = x^2 - 3x + 2$ تفاضل آهنگ لحظه‌ای در $x = 3$ از آهنگ متوسط آن در بازه $[4, 2]$ کدام است؟

$$0/25(4) \quad 0/75(3) \quad 0/5(2) \quad 0/1(1)$$

آزمایشی سنجش = تجربی = سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۹۶- در تابع $f(x) = \frac{x^2}{x+2}$ ، آهنگ آنی در $x = 3$ چه قدر بیشتر از آهنگ متوسط تغییر تابع از $x = 1$ تا $x = 3$ است؟

$$\frac{1}{5}(4) \quad \frac{2}{25}(3) \quad \frac{1}{30}(2) \quad \frac{2}{45}(1)$$

آزمایشی سنجش = آزمونهای سال سوم = سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۹۷- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به تغییر متغیر در بازه $[1/5, 1]$ از آهنگ لحظه‌ای

آن در نقطه $x = 1$ چه قدر کمتر است؟

$$0/15(4) \quad 0/12(3) \quad 0/10(2) \quad 0/05(1)$$

آزمایشی سنجش = تجربی = سال تحصیلی ۹۴-۹۵

- ۹۸- در تابع $f(x) = \sqrt{x^2 + 16}$ ، نسبت آهنگ متوسط در بازه $[3, 4]$ به آهنگ لحظه‌ای آن در نقطه $x = 2$ کدام است؟
- $\frac{3\sqrt{5}}{9}$ (۴) $\frac{2\sqrt{5}}{4}$ (۳) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۱)

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

- ۹۹- اختلاف آهنگ متوسط تابع $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ از آهنگ لحظه‌ای آن در $x = 4$ کدام است؟
- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

- ۱۰۰- آهنگ متوسط تابع $y = x^3 - 4x^2$ در بازه $[4, 3]$ از آهنگ لحظه‌ای آن در $x = \frac{7}{2}$ چه قدر بیشتر است؟
- $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

- ۱۰۱- حجم آب یک مخزن در t دقیقه پس از شروع تخلیه برابر است با $V = 150(36-t)^2$ ، آهنگ لحظه‌ای تخلیه آب پس از ۳۲ دقیقه کدام است؟
- ۱) ۶۰۰ ۲) ۱۲۰۰ ۳) ۱۲۰۰ ۴) -۱۲۰۰

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

- ۱۰۲- در تابع $f(x) = (x-1)\sqrt{x+2}$ تفاضل آهنگ متوسط در بازه $(2, 7)$ از آهنگ آنی در لحظه $x = 7$ چقدر است؟
- ۱) ۰/۶ ۲) ۰/۸ ۳) ۱/۲ ۴) ۰/۹

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۳-۹۲ و آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۳-۹۲

- ۱۰۳- آهنگ متوسط تابع $f(x) = 2x - \sqrt{x}$ روی بازه $[4/41, 4/41]$ کدام است؟
- $\frac{9}{4}$ (۴) $\frac{19}{8}$ (۳) $\frac{72}{41}$ (۲) $\frac{76}{41}$ (۱)

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۳-۹۲ و آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۳-۹۲

- ۱۰۴- آهنگ لحظه‌ای تابع $y = \sqrt{x}$ در نقطه $x = 4$ از آهنگ متوسط آن در بازه $(4/41, 4/41)$ چقدر بیشتر است؟
- $\frac{3}{164}$ (۴) $\frac{1}{164}$ (۳) $\frac{1}{82}$ (۲) $\frac{1}{41}$ (۱)

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۳-۹۲

۱۰۵ - اگر $f(x) = \sqrt{\frac{\sin x}{1 + \cos x}}$ باشد، آهنگ لحظه‌ای تغییرات تابع نسبت به تغییر متغیر در $x = \frac{\pi}{2}$ کدام است؟

-۲ (۴)

$-\frac{1}{2}$ (۳)

۲ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۲-۹۳

۱۰۶ - اگر $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x$ باشد اختلاف آهنگ لحظه‌ای تابع در نقطه‌ی $x = 2$ از آهنگ متوسط آن در بازه $[2, 2/1]$ کدام است؟

۰/۴۱ (۴)

۰/۴۲ (۳)

۰/۴۰۸ (۲)

۰/۴۰۹ (۱)

آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۰۷ - آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$ وقتی x از $1/2$ تا 1 تغییر کند کدام است؟

۱/۶ (۴)

۱/۴ (۳)

۱/۳ (۲)

۱/۲ (۱)

آزمایشی سنجش => تجربی => ۹۰

۱۰۸ - در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{2x + 1}$ آهنگ متوسط تغییرات تابع به تغییر متغیر در بازه‌ی $[12, 4]$ از آهنگ آنی در لحظه‌ی $x = 7/5$ چه قدر کمتر است؟

$\frac{1}{8}$ (۴)

$\frac{1}{12}$ (۳)

(۲)

(۱) صفر

آزمایشی سنجش => تجربی => ۹۰

۱۰۹ - آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$ وقتی متغیر از $3 = x$ تا $8 = x$ تغییر کند، کدام است؟

۰/۹۸ (۴)

۰/۹۴ (۳)

۰/۸۲ (۲)

۰/۷۶ (۱)

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۹

۱۱۰ - آهنگ متوسط تغییرات تابع $y = x^3 - x^2 + x$ روی بازه $[0, 3]$ نسبت به تغییر متغیر چقدر از آهنگ لحظه‌ای آن در نقطه $\frac{3}{2} = x$ بیشتر است؟

۲/۷۵ (۴)

۲/۲۵ (۳)

۲/۵ (۲)

۱/۷۵ (۱)

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۰-۹۱ و آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۰-۹۱

۱۱۱ - آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = x^3$ از $-1 = x$ تا $8 = x$ چند برابر آهنگ لحظه‌ای تغییر در $-1 = x$ است؟

-۲ (۴)

$-\frac{1}{2}$ (۳)

۲ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۳ - ۹۴

۱۱۲- در تابعی با ضابطه $f(x) = \frac{1}{2}(3x + 1)$ ، آهنگ متوسط تابع در بازه $[1, 5]$ از آهنگ لحظه‌ای آن در نقطه‌ی x چقدر کمتر است؟

$$\frac{1}{288}(4)$$

$$\frac{1}{48}(3)$$

$$\frac{1}{144}(2)$$

$$\frac{1}{72}(1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = <تجربی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۱۱۳- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = 3\sin x + 5\cos x$ در $x_1 = \frac{\pi}{2}$ با نمو $\frac{\pi}{2}$ کدام است؟

$$-\frac{64}{\pi}(4)$$

$$-\frac{32}{\pi}(3)$$

$$-\frac{16}{\pi}(2)$$

$$-\frac{8}{\pi}(1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = <تجربی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۱۱۴- اگر آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = x^3 + x$ در $[1, 2]$ چقدر از آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع g در $x = 1$ بیشتر است؟

$$\frac{6}{5}(4)$$

$$6(3)$$

$$\frac{5}{5}(2)$$

$$5(1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = <تجربی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۱۱۵- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = x^2 + 7x + 1$ وقتی متغیر از $x = 1$ به $x = 4$ تغییر می‌کند، کدام است؟

$$15(4)$$

$$14(3)$$

$$12(2)$$

$$10(1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = <تجربی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۱۱۶- در تابع با ضابطه $f(x) = (3x + 1)^{-\frac{1}{2}}$ ، آهنگ لحظه‌ای تغییر در نقطه $x = 1$ کدام است؟

$$-\frac{3}{16}(4)$$

$$-\frac{3}{8}(3)$$

$$\frac{3}{16}(2)$$

$$\frac{3}{8}(1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = <تجربی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۱۱۷- آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع $f(x) = \sqrt{x^4 + 5x + 3}$ در $x = 1$ کدام است؟

$$\frac{9}{2}(4)$$

$$\frac{3}{4}(3)$$

$$\frac{3}{2}(2)$$

$$3(1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = <تجربی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۱۱۸- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \sqrt{x - 2}$ نسبت به متغیر x در بازه $[4/25, 4/56]$ چقدر است؟

$$\frac{5}{31}(4)$$

$$\frac{10}{31}(3)$$

$$\frac{10}{33}(2)$$

$$\frac{5}{33}(1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = <تجربی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۱۱۹- در تابع $f(x) = \sqrt{2x + 1}$ آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به متغیر x در نقطه‌ای به طول ۴ با نمو متغیر $/305$ از آهنگ لحظه‌ای تابع در این نقطه چه قدر کمتر است؟

$$\frac{2}{183}(4)$$

$$\frac{3}{61}(3)$$

$$\frac{1}{183}(2)$$

$$\frac{1}{61}(1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = < ریاضی = < سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۱۲۰- اگر $y = f(x)$ در $x = 1$ کدام است، آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع $y = f(x)$ در $x = 1$ است؟

$$1(4)$$

$$\frac{1}{2}(3)$$

$$10(2)$$

$$\frac{5}{2}(1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = < تجربی = < سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y' = (2x - 3)^{\frac{1}{3}} + \frac{2}{3}x(2x - 3)^{-\frac{2}{3}}$$

مشتق تابع در $x = 2$ محاسبه شود.

$$y'(2) = 1 + \frac{4}{3} = \frac{7}{3} \Rightarrow m = \frac{-3}{7}$$

پای قائم $(2, 2)$ و شیب خط قائم

$$\text{معادله خط قائم } (2 - 2)y = \frac{-3}{7}(x - 2) \text{ یا } y = \frac{-3}{7}x + \frac{20}{7}$$

لذا عرض از مبدأ قائم برابر

۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y' = \frac{1}{2}x^2 - x + 1 \Rightarrow \frac{1}{2}x^2 - x + 1 = \frac{5}{2}$$

شیب خط مماس برابر مشتق تابع است.

$$a = -2x - 3 = -2x - 3 \text{ پس نقطه تماس } (3, 2) \text{ با جانشینی دو معادله خط } -9 =$$

۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نقطه تماس $(1, -1)$ است.

$$2y + 5x = -5 \text{ یا } y + \frac{5}{2}x = -1 \text{ یا } y = -\frac{5}{2}x - 1$$

معادله خط مماس

$$y' = \sqrt{x} + \frac{x}{2\sqrt{x}} = \frac{3}{2}\sqrt{x}$$

۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. خط قائم عمود بر خط مماس در نقطه $(4, 8)$ است.

$$3y + x = 28 \text{ یا } y - 8 = -\frac{1}{3}(x - 4) \text{ یا } y = -\frac{1}{3}x + \frac{28}{3}$$

شیب خط مماس برابر $\frac{3}{2}\sqrt{4} = \frac{3}{2}\sqrt{4} = 3$ معادله خط قائم

۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.
خط قائم عمود بر خط مماس در نقطه تماس است.

$$y' = \frac{\sqrt{x} - \frac{x-1}{2\sqrt{x}}}{x} \Rightarrow y'(4) = \frac{5}{16} \Rightarrow m = -\frac{16}{5}, A\left(4, \frac{3}{2}\right)$$

۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\Delta x \rightarrow 0 \quad \frac{\Delta y}{\Delta x} \text{ وقتی} \quad \text{ نقطه تماس } A(1,1) \text{ شیب خط مماس برابر نسبت}$$

$$A(1,1), M\left(x, \sqrt{x^3 - 1}\right) \Rightarrow m = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^3 - 1}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{(x - 1)(2)} = \frac{3}{2}$$

$$2y - 3x + 1 = 0 \quad \text{یا} \quad y - 1 = \frac{3}{2}(x - 1)$$

۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{ نقطه تماس } A(2,3) \text{ شیب مماس} \quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 3x + 1 - 3}{x - 2} = 5 \quad \text{ معادله خط مماس} \quad y = 5x - 7$$

۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} \Rightarrow m = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{25 - x^2} - 3}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{25 - x^2 - 9}{(x - 4)\left(\sqrt{25 - x^2} + 3\right)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(4 - x)(4 + x)}{(x - 4)(6)} = -\frac{4}{3}$$

۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x = 4 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \Rightarrow \left(4, \frac{1}{2}\right)$$

$$m = y' = \frac{-2 \sin 2x(2 - \sin x) - (-\cos x) \cos 2x}{(2 - \sin x)^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow m = -4 \quad \text{مماس قائم}$$

۱۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون خط $y = 3x - 2$ در نقطه $x = 2$ بر منحنی مماس است بنابراین y آنها و شیب آنها با یکدیگر برابر است.

$$f'(2) = 3$$

$$f(2) = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x) - 4f(x)}{x - 2} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x)f'(x) - 4f'(x)}{1} = 2f(2)f'(2) - 4f'(2)$$

$$= 2(4)(3) - 4(3) = 24 - 12 = 12$$

۱۱- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{شیب خط} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3x^2 + 6x = -3 \Rightarrow 3(x+1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$y = -1 + 3 + 1 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow y - 3 = -3(x+1) \Rightarrow y = -3x$$

۱۲- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$y - 2 = \frac{5}{4}(x - 1) \xrightarrow{x=0} y = -\frac{5}{4} + \frac{5}{4} = \frac{3}{4}$$

۱۳- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$f'(x) = 2ax + b \Rightarrow f'(1) = 2 \Rightarrow 2a + b = 2$$

$$f(1) = -3 \Rightarrow a + b + 1 = -3$$

$$\begin{cases} 2a + b = 2 \\ a + b = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = -10 \end{cases}$$

۱۴- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$x_0 = \frac{\pi}{3} \Rightarrow m_0 = 0 \Rightarrow y = \frac{-3}{4}$$

$$y = \operatorname{tg}^2 x + \cos 2x$$

۱۵- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$y' = 2 \operatorname{tg} x (1 + \operatorname{tg}^2 x) - 2 \sin 2x$$

$$m = 2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{4}\right) - 2 \sin \frac{\pi}{2} = 2$$

با توجه به گزینه‌ها، شیب خط مماس تنها در معادله گزینه‌ی (۴) برابر ۲ است.

۱۶- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

برای اینکه منحنی تابع $y = f(x)$ با ضابطه‌ی $f(x) = ax^2 + bx + c$ مماس باشد باید معادله‌ی $f'(x) = 2ax + b = 0$ ریشه‌ی مضاعف داشته باشد.

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2} = -2 \text{ در معادله } x^2 - 4x + a = 0 \text{ باید صدق کند.}$$

$$x = -2 \Rightarrow \frac{1}{2}(-2) + a = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$A(-1, 0) \quad y' = \frac{-3}{(2x-1)^2} \quad x_* = -1 \quad 17- \text{گزینه ۱ پاسخ صحیح است.}$$

$$m_T = -\frac{1}{3} \Rightarrow m_N = 3 \quad y - 0 = 3(x + 1) \xrightarrow{\text{قائم}} y = 3x + 3$$

$$A \Big|_1^2 \Rightarrow y' = \frac{-1-2}{(2x-1)^2} \quad y'(2) = -\frac{1}{3} \quad \text{شیب مماس} \quad 18- \text{گزینه ۴ پاسخ صحیح است.}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{4(2+h)^4 + k(2+h) - 4k - 8}{h} = 12 \xrightarrow{\text{هوپیتال}} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4(2+h)+k}{1} = 12 \\ \Rightarrow k+8=12 \Rightarrow k=4$$

19- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = ax^4 + bx - 9 \quad \xrightarrow{\text{مماس مشترک}} \begin{cases} (1) f(3) = g(3) \Rightarrow 9a + 3b - 9 = -3 \\ (2) f'(3) = g'(3) \Rightarrow 12a + b = 5 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} 3a + b = 2 \\ 12a + b = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$$

20- می دانیم اگر تابع f در $x = a$ مشتق‌پذیر باشد داریم: $f'_+(a) = f'_-(a) = f'(a)$ و از طرفی:

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \quad \text{و} \quad f'_-(a) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(x_*+h) - f(x_*)}{h} = -2 \Rightarrow f'_+(x_*) = -2 \quad \text{پس:}$$

$$h \rightarrow 0^+$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

-۲۲ -۱ = y که بر منحنی مماس است یک خط افقی است پس شیب مماس در نقطهٔ تماس برابر صفر است یعنی مشتق $f(x) = 2x^2 - x + a \Rightarrow f'(x) = 4x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$ برابر صفر است.

$$f\left(\frac{1}{4}\right) = 2\left(\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{4} + a = \frac{2}{16} - \frac{1}{4} + a = \frac{-1}{8} + a = -1 + \frac{1}{8} = -\frac{7}{8}$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

-۲۳ - گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: دو منحنی $f(x)$ و $g(x)$ در $x = a$ بر هم مماس‌اند، هرگاه:
ابتدا از اطلاعات داده شده می‌توان نتیجه گرفت $f'(3) = 16$ و $f(3) = 5$. اکنون داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f'(x) - 16}{x - 3} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 16}{x - 3} \times \frac{1}{-f(x)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} \times \lim_{x \rightarrow 3} (-f(x)) \\ &= -f'(3) \times f(3) = -80. \end{aligned}$$

-۲۴ - گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا از روی نمودار می‌توان فهمید $f(0) = -2$ و $f'(0) = -4$.

حال می‌توان نوشت:

$$g'(0) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - g(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{xf(x) - 0}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} xf(x) = 0(-4) = -6$$

-۲۵ - گزینه ۴ پاسخ صحیح است. طبق قضیه‌های مشتق داریم:

$$A\left(1, \left(2 - \frac{1}{f(1)}\right)^2\right) \Rightarrow A(1, 1)$$

$$y' = 2\left(2 - \frac{1}{f(x)}\right) \cdot \frac{f'(x)}{f^2(x)}$$

بنابراین عرض از مبدأ خط مماس برابر صفر است.

-۲۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: دو منحنی $y = f(x)$ و $y = g(x)$ هرگاه معادله‌ی $f(x) = g(x)$ دارای ریشه‌ی مضاعف باشد.

نکته: معادله‌ی $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ دارای ریشه‌ی مضاعف است، هرگاه $ax^2 + bx + c = 0$ باشد.

$$ax^2 + (a - 3)x = 2x - 4 \Rightarrow ax^2 + (a - 5)x + 4 = 0 \quad (*)$$

$$\Delta = (a^2 - 10a + 25) - 16a = 0 \Rightarrow a^2 - 26a + 25 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 25 \end{cases}$$

با جای‌گذاری این مقادیر در $(*)$ طول نقاط تماس را به دست می‌آوریم:

-۲۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: شیب خط مماس بر نمودار $f(x)$ در نقطه $x = a$ برابر است با:

$(\sin u)' = u' \cos u$: نکته

$$f(x) = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \sin \pi x \Rightarrow f'(x) = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \times \pi \cos x \Rightarrow f'(0) = \sqrt{3}$$

-۲۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: دستور کلی آهنگ متوسط تابع f نسبت به متغیر x به صورت

است.

مطابق نکته داریم:

$$\begin{aligned} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \frac{(x+h)^3 + (x+h) + 1 - x^3 - x - 1}{h} = \frac{(x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3)}{h} \\ &= \frac{3x^2h + 3xh^2 + h^3 + h}{h} = 3xh + 3x^2 + h^2 + 1 \end{aligned}$$

- ۲۹ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: معادلهی خط گذرا از نقطهی $A \left| \begin{array}{c} x \\ y \end{array} \right.$ با شیب m عبارت است از:

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$f(x) = \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x} - 1} = \sqrt{x} \quad (x \neq 1)$$

ابتدا تابع داده شده را ساده می کنیم. داریم:

$$f(x) = \sqrt{x}; x \in [0, +\infty) - \{1\}$$

مماس در نقطهای به طول $4 = x$ را می خواهیم، پس داریم:

برای به دست آوردن شیب خط مماس کافی است مقدار مشتق را در نقطهی A به دست آوریم:

$$y' = f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{4} \Rightarrow y - 2 = \frac{1}{4}(x - 4) \Rightarrow y = \frac{1}{4}x + 1$$

این خط در نقطهای به مختصات $M \left| \begin{array}{c} 0 \\ 1 \end{array} \right.$ محور عرضها را قطع می کند.

- ۳۰ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: معادلهی خط مماس بر نمودار تابع $(x, f(x))$ در نقطهی $(a, f(a))$ عبارت است از:

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

$$f(x) = 2\sin^3 x - \cos^2 x \Rightarrow f'(x) = 6\cos^2 x + 2\sin^2 x \Rightarrow f'(\pi) = -6$$

بنابراین معادلهی خط مماس عبارت است از:

$$y + 6 = -6(x - \pi) \Rightarrow y + 6x = 6\pi - 1$$

- ۳۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون تابع در $x = 1$ راست دارد و هم مماس چپ، پس در این نقطه هم از راست پیوسته است و هم از چپ. در نتیجه f در $x = 1$ پیوسته است، بنابراین:

$$f(1^+) = f(1^-) \Rightarrow 2|a - b| = |a - b| \Rightarrow a - b = 0 \Rightarrow a = b \quad (*)$$

با جایگذاری در ضابطهی f داریم:

$$f(x) = |a||x - 1|[2x] \Rightarrow f(x) = \begin{cases} |a|(x - 1)[2x] & x > 1 \\ -|a|(x - 1)[2x] & x < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'_+(1) = 2|a| \\ f'_{-}(1) = -|a| \end{cases}$$

طبق فرض مماسهای چپ و راست در $x = 1$ بر هم عمودند، پس:

$$f'_+(1) + f'_{-}(1) = -1 \Rightarrow -2|a|^2 = -1 \Rightarrow |a|^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow |a| = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

- ۳۲ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: اگر نمودار تابع $(x, f(x))$ در نقطهی $a = x$ ، جهت مثبت محور x ها را با زاویهی θ

$$\operatorname{tg} \theta = f'(a)$$

$$g'(x) = \frac{1}{2}(2\cos^2 x) = \cos^2 x \Rightarrow f'(0) = 1$$

حال اگر زاویهی برخورد را با θ نشان دهیم، با استفاده از نکتهی بالا داریم:

$$\operatorname{tg} \theta = f'(0) = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

۳۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: معادلهی خط عمود بر نمودار تابع $f(x)$ در نقطهی $(a, f(a))$. عبارتیست از:

$$y - f(a) = -\frac{1}{f'(a)}(x - a)$$

ابتدا با جایگذاری $\pi = x$ در معادلهی تابع f داریم: $f(\pi) = \pi$ است. اکنون شیب خط قائم را محاسبه می‌کنیم:

$$f'(x) = 3\sin^2 x \cos x + 2\cos 2x \Rightarrow f'(\pi) = 2$$

پس شیب خط قائم بر نمودار تابع برابر $\frac{1}{2}$ است و معادلهی آن به صورت زیر می‌باشد:

$$y - \cdot = -\frac{1}{2}(x - \pi) \Rightarrow y = -\frac{x}{2} + \frac{\pi}{2}$$

۳۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: شیب خط مماس بر منحنی $y = f(x)$ در نقطهی $x = a$ برابر است با

$$m = f'(a)$$

با توجه به نکتهی فوق باید x ای را بیابیم که به ازای آن $y' = 4$ می‌شود.

$$m = y' = 2x - 6 = 4 \Rightarrow x = 5$$

۳۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$$f(x) = \frac{\sin x}{1 + \cos x} \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{1 + 0} = 1 \Rightarrow A \left| \begin{array}{c} \frac{\pi}{2} \\ 1 \end{array} \right.$$

$$= \frac{1}{1 + \cos x}$$

$$m = y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{1 + 0} = 1 \Rightarrow \text{معادلهی خط مماس} \Rightarrow y - 1 = 1\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow y = x - \frac{\pi}{2} + 1 \Rightarrow \text{عرض از مبدأ} = 1 - \frac{\pi}{2}$$

$$(fg)' = f'g + fg' \quad \text{و} \quad \left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2} \quad \text{نکته:}$$

-۳۶- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به فرض سوال، دوتابع در نقطه $x = 2$ با هم برخورد کرده و بر هم مماس هستند یعنی مقدار هر دوتابع در $x = 2$ با هم برابر است. ضمناً شیب خط مماس بر f در $x = 2$ همان شیب خط داده شده است پس:

$$\left. \begin{array}{l} x = 2 \Rightarrow y = n + 3x = n + 6 \\ x = 2 \Rightarrow y = f(2) = 5 + 4m - 2 + 2 = 8 + 4m \\ f'(2) = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow n + 6 = 8 + 4m \Rightarrow n - 4m = 2 \quad (I)$$

شیب خط $y = n + 3x$ برابر ۳ است، پس:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3x^2 + 2mx - 1 \Rightarrow f'(2) = 12 + 4m - 1 = 11 + 4m \\ &\Rightarrow 11 + 4m = 3 \Rightarrow 4m = -8 \Rightarrow m = -2 \\ n - 4 \times (-2) &= 2 \Rightarrow n = -6 \end{aligned}$$

با توجه به رابطه‌ی (I) داریم:

-۳۷- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.
نقطه‌ای به طول صفر، دارای عرضی برابر ۱ است زیرا:

$$f(x) = \sqrt[9]{1^4} = 1$$

از معادله‌ی منحنی مشتق می‌گیریم:

$$\begin{aligned} f(x) &= \sqrt[9]{(9x + 1)^4} = (9x + 1)^{\frac{4}{9}} \\ f'(x) &= \frac{4}{9}(9)(9x + 1)^{\frac{4}{9} - 1} = 4(9x + 1)^{-\frac{5}{9}} \Rightarrow f'(0) = 4(1)^{-\frac{5}{9}} = 4 \\ m_{\text{قائم}} &= -\frac{1}{f'(0)} = -\frac{1}{4} \\ y - 1 &= -\frac{1}{4}(x - 0) \Rightarrow y - 1 = -\frac{1}{4}x \Rightarrow 4y + x = 4 \end{aligned}$$

-۳۸- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$L = (f \cdot g)'(4) = f'(4)g(4) + f(4)g'(4)$$

$$f'(x) = \sqrt[3]{x} \Rightarrow f'(4) = 3 \text{ و } f(4) = 8$$

$$g'(x) = \frac{-(2x - 3)}{(x^2 - 3x)^2} \Rightarrow g'(4) = \frac{-5}{16} \text{ و } g(4) = \frac{1}{4}$$

-۳۹- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left\{ \begin{array}{l} y = x^2 - 2x \Rightarrow x^2 - 2x = a \Rightarrow x^2 - 2x - a = 0 \Rightarrow \Delta = 0 \\ y = a \\ 4 + 4a = 0 \Rightarrow a = -1 \end{array} \right.$$

- ۴۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر خطی در نقطه‌ی A بر منحنی تابع $y = f(x)$ مماس باشد: اولاً مختصات نقطه‌ی A، هم در معادله‌ی خط و هم در منحنی صدق می‌کند. ثانیاً مشتق تابع، به ازای نقطه‌ی A برابر شیب خط خواهد بود، یعنی:

$$x = 1$$

$$y = -x \rightarrow y = -1 \Rightarrow A(1, -1)$$

$$A(1, -1) \Rightarrow -1 = 1 - a + b \Rightarrow a - b = 2$$

در منحنی صدق می‌کند.

از طرفی:

$$\Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = -1$$

- ۴۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$g(x) = \frac{2x+1}{x-1} \Rightarrow g'(x) = \frac{(2)(-1) - (1)(1)}{(x-1)^2} = \frac{-3}{(x-1)^2} \Rightarrow g'(2) = -3$$

$$(fog)'(2) = 6 \Rightarrow g'(2) \cdot f'(g(2)) = 6 \Rightarrow -3f'(5) = 6 \Rightarrow f'(5) = -2$$

- ۴۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & x \geq 2 \\ -x^2 + ax + b & x < 2 \end{cases}$$

$$\text{شرط پیوستگی} = \frac{1}{2-1} = -4 + 2a + b$$

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{-1}{(x-1)^2} & x > 2 \\ -2x + a & x < 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{-1}{(2-1)^2} = -4 + a \Rightarrow a = 3$$

$$\Rightarrow 1 = -4 + 6 + b \Rightarrow b = -1$$

- ۴۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{1+\sqrt{x}}{5-2x} \Rightarrow f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(5-2x) - (1+\sqrt{x})(-2)}{(5-2x)^2} \Rightarrow f'(4) = \frac{\frac{1}{4}(-3) - (3)(-2)}{9}$$

$$= \frac{\frac{-3}{4} + 6}{9} = \frac{21}{4 \times 9} = \frac{7}{12} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x-4} = f'(4) = \frac{7}{12}$$

- ۴۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. توجه کنید:

$$x < 2 \Rightarrow x(x - 2) < 0 \Rightarrow x^2 - 2x < 0 \Rightarrow |x^2 - 2x| = -x^2 + 2x$$

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x & x < 2 \\ \frac{1}{2}x^2 + ax + b & x \geq 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b = 6 \Rightarrow a + b = 2$$

- ۴۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$(fog)'(1) = g'(1) \cdot f'\left(g(1)^2\right) = \frac{2}{1} \times \frac{4}{3} = 2$$

$$g(x) = x + \sqrt{x} \Rightarrow \begin{cases} g(1) = 2 \\ g'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow g'(1) = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x \rightarrow 2}} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{4}{3} \Rightarrow f'(2) = \frac{4}{3}$$

- ۴۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{شرط پیوستگی} \quad \begin{cases} f(-2) = 4a - 2b + 4 \\ \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = 4a - 2b + 4 \\ \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -8 + 2 = -6 \end{cases} \Rightarrow 4a - 2b = -10 \Rightarrow 2a - b = -5$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2ax + b & x \geq -2 & f'_+(-2) = -4a + b \\ 2x^2 - 1 & x < -2 & f'_-(-2) = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4a + b = 11 \\ 2a - b = -5 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} -2a = 6 \Rightarrow a = -3 \\ b = -1$$

$$f(x) = \begin{cases} -3x^2 - x + 4 & x \geq -2 \\ x^2 - x & x < -2 \end{cases}$$

$$f(1) = -3 - 1 + 4 = 0$$

- ۴۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = \sin^4 x + \cos^4 x \Rightarrow y' = 4 \sin^3 x \cos x - 4 \cos^3 x \sin x$$

$$= -4 \sin x \cos x (\cos^2 x - \sin^2 x) = -2 \sin 2x \cos 2x = -\sin 4x \xrightarrow{x = \frac{\pi}{8}} = -\sin \frac{\pi}{2} = -1$$

- ۴۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$g(x) = f(u) \xrightarrow{u \text{ یک عبارت بر حسب } x} g'(x) = u' f'(u)$$

$$g'(x) = -2x f'(\sqrt{4-x^2})$$

$$g''(x) = -2f'(\sqrt{4-x^2}) + 2x^2 f''(\sqrt{4-x^2})$$

$$g''(\sqrt{3}) = -2f'(1) + 12f''(1) = -2(-5) + 12 \times (-1) = -2$$

- ۴۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = f'_+(1) = \left(\sqrt{x^2 - 1 + x} \right)' = \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x-1}} = \frac{3}{2\sqrt{1+1-1}} = \frac{3}{2}$$

- ۵۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = \cos u \Rightarrow y' = -u' \sin u$$

$$y = \sqrt{\cos\left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4}\right)} \Rightarrow y' = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4}\right) \times \frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4}\right) \xrightarrow{x = \frac{\pi}{6}}$$

$$y' = \cos \frac{\pi}{6} \times \sin \frac{\pi}{6} \xrightarrow{\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha} y' = \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

-۵۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به این که مخرج صفر حدی می‌شود و حاصل حد نیز یک عدد است بنابراین این حد، حتماً حد مبهم است. $f(4) + 7 = \cdot \Rightarrow f(4) = -7$

بنابراین برای محاسبه از هوپیتال استفاده می‌کنیم و این همان تعریف مشتق است.

$$\xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f'(x)}{1} = f'(4) = -\frac{3}{2}$$

$$y = \frac{f(2x)}{x} \xrightarrow{x \rightarrow 4} y' = \frac{2f'(2x)x - f(2x)}{2^2} \xrightarrow{x=2} y' = \frac{4f'(4) - f(4)}{4}$$

-۵۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \left(\sqrt{\frac{x+2}{2x-3}} \right)^3 \Rightarrow f'(x) = 3 \left(\sqrt{\frac{x+2}{2x-3}} \right)^2 \times \frac{\frac{2x-3-2x-4}{(2x-3)^2}}{\sqrt{\frac{x+2}{2x-3}}} \\ = 3 \sqrt{\frac{x+2}{2x-3}} \times \frac{-5}{(2x-3)^2} \xrightarrow{x=2} 3 \times \sqrt{\frac{4}{1}} \times \frac{-5}{2 \times 1} = \frac{3 \times 2 \times -5}{2} = -21$$

-۵۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f'_+(.) = \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{x(x+a) - a}{x - a} = a$$

$$f'_-(.) = \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{-x(x+a) - a}{x - a} = -a$$

$$m \cdot m' = -1 \Rightarrow -a^+ = -1 \Rightarrow a^+ = 1 \rightarrow a = \pm 1$$

-۵۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \begin{cases} x\sqrt{x+x-1} & x \geq 1 \\ x\sqrt{x-x+1} & x < 1 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}\sqrt{x+1} & x > 1 \\ \frac{3}{2}\sqrt{x-1} & x < 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f'_+(1) = \frac{5}{2} \\ f'_-(1) = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow f'_+(1) + 3f'_-(1) = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} = 4$$

-۵۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y' = \frac{-2(1 + \tan^2 x)(1 + \tan^2 x) - 2(1 + \tan^2 x)(1 - \tan^2 x)}{(1 + \tan^2 x)^2} = \frac{-4(1 + \tan^2 x)}{(1 + \tan^2 x)^2}$$

راه دوم:

$$y = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = \tan\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) \rightarrow y' = -2\left(1 + \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)\right) \rightarrow y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = -2(1 + 0) = -2$$

-۵۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} f'(-) &= \lim_{x \rightarrow -} \frac{f(x) - f(-)}{x - (-)} = \lim_{x \rightarrow -} \frac{\sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -} \frac{\sqrt{1 - 1 + x^2}}{x \sqrt{1 + \sqrt{1 - x^2}}} = \lim_{x \rightarrow -} \frac{\cancel{x}}{\cancel{x} \sqrt{1 + \sqrt{1 - x^2}}} = \frac{-1}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{x+2}} \quad -57- \text{ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.}$$

$$\begin{aligned} y = f(xf(x)) \Rightarrow y' &= (f(x) + xf'(x)) \cdot f'(xf(x)) \xrightarrow{x=-1} y' = (f(-1) + -1f'(-1)) \cdot f'(-1) \\ \Rightarrow y' &= \left(\frac{-1}{2} + 2\left(-\frac{1}{4}\right)\right)\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow u = \frac{1}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2} \quad -58- \text{ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx} = \left(\frac{1}{\sqrt{2u}} + \frac{1}{u^2}\right) (\sin x \cos x + \sin 2x) = (1 + 4) (1 + 2) = 15$$

۵۹- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = \left(\frac{16}{x} - \sqrt[3]{x^2} \right)^2 \Rightarrow y' = 2 \left(\frac{-16}{x^2} - \frac{2}{3\sqrt[3]{x}} \right) \left(\frac{16}{x} - \sqrt[3]{x^2} \right)$$

$$y'(-8) = 2 \left(\frac{-16}{64} - \frac{2}{3 \times (-2)} \right) \left(\frac{16}{-8} - \sqrt[3]{8^2} \right) = -1$$

۶۰- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$f'_+ \left(\frac{\pi}{4} \right) = f'_- \left(\frac{\pi}{4} \right) \Rightarrow a \left(1 + \tan^2 x \right) + 2b \cos 2x = \sin 2x + 2 \sin 2x$$

$$x = \frac{\pi}{4}$$

$$\longrightarrow 2a + 1 = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{2} \Rightarrow b = -1$$

۶۱- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = 2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4} \right) \rightarrow y' = 2 \underbrace{\left(-\frac{1}{4} \right)}_{\text{Sin} \left(2 \left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4} \right) \right)} \cos \left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4} \right) \left(2 \sin \left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4} \right) \right)$$

$$\Rightarrow y' = -\frac{1}{2} \sin \left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4} \right) \rightarrow y' \left(\frac{\pi}{6} \right) = -\frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{4}$$

$$x \rightarrow (-3)^+: f(x) = (-3 - (-x)) \sqrt[3]{9x} = (x - 3) \sqrt[3]{9x}$$

$$\rightarrow f'(x) = \sqrt[3]{9x} + \frac{9(x-3)}{3(\sqrt[3]{9x})^2} \rightarrow f'_+(-3) = -3 + \frac{-54}{+27} = -3 - 2 = -5$$

۶۲- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)).g'(x) \rightarrow (f(g(x)))' = \left(\frac{x-1-\gamma}{1+x-1} \right)' = \frac{\gamma}{x}$$

۶۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} ax^3 + bx = \lim_{x \rightarrow 1^-} 2\sqrt[3]{4x - 3} = f(1) \Rightarrow a + b = 2$$

شرط پیوستگی: مشتق چپ = مشتق راست

$$2 \times \frac{4}{2\sqrt[3]{4x - 3}} = 3ax^2 + b \xrightarrow{x=1} 3a + b = 4$$

از حل دستگاه به وجود آمده به $a = 1$ و $b = 1$ می‌رسیم.

۶۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مشتق در نقطه $x = 1$ را می‌خواهد، که ریشه پرانتز قبل رادیکال است. پس کافیست فقط از پرانتز مشتق بگیریم و در رادیکال ضرب کنیم.

$$f'(x) = (2x - 1)\sqrt[3]{x^2 - 8x} \xrightarrow{x=-1} f'(-1) = (-2 - 1)\sqrt[3]{8} = -6$$

۶۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y'(\frac{\pi}{4}) = \frac{2}{\left(2 - \frac{1}{2}\right)^2} = \frac{2}{\frac{9}{4}} = \frac{8}{9}$$

$$y = \frac{\sin^2 x}{2 - \sin^2 x} \rightarrow y' = \frac{\sin 2x(2 - \sin^2 x) + \sin 2x \sin^2 x}{(2 - \sin^2 x)^2} = \frac{2 \sin 2x}{(2 - \sin^2 x)^2} \Rightarrow$$

راه دوم: اگر $y = \frac{au+b}{cu+d}$ تابعی از x باشد. آنگاه:

$$y = \frac{\sin^2 x + 2}{-\sin^2 x + 2} \Rightarrow y' = \frac{2}{(-\sin^2 x + 2)} \cdot 2 \sin x \cos x \Rightarrow y'(\frac{\pi}{4}) = \frac{8}{9}$$

۶۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

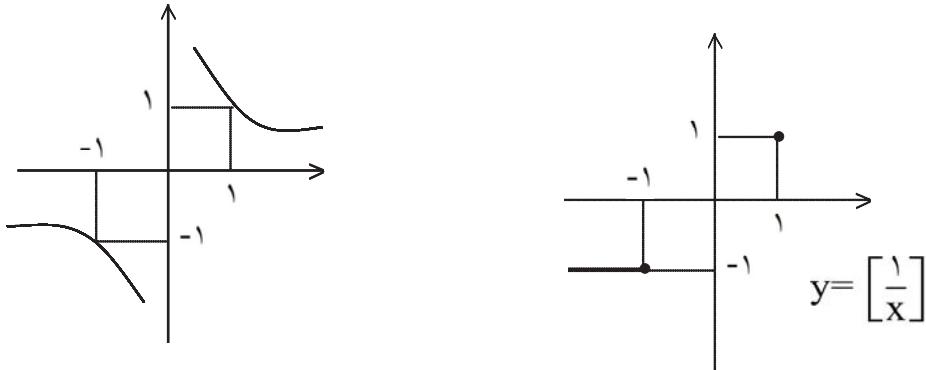
$$y = (f \circ g)(x) = f(g(x)) \Rightarrow y' = g'(x)f'(g(x)) \Rightarrow y'(2) = g'(2)f'(g(2)), \quad g(2) = \frac{1}{4}\sqrt{5x-9} = \frac{1}{4}$$

$$f'(x) = \pi \sin 2\pi x \Rightarrow f'(g(2)) = f'\left(\frac{1}{4}\right) = \pi \sin \frac{\pi}{4} = \pi$$

$$g'(x) = \frac{1}{4} \times \frac{5}{2\sqrt{5x-9}} \Rightarrow g'(2) = \frac{1}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{8}$$

$$y'(2) = \frac{5}{8} \times \pi = \frac{5\pi}{8}$$

۶۸- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. بازه‌ی پیوستگی تابع، جواب مسئله است. تابع در فاصله‌ی $(1, +\infty)$ پیوسته است پس در $(-\infty, -1)$ مشتق پذیر است. (با توجه به شکل) توجه: بین بازه‌ی $[1, -1]$ بیشمار نقطه‌ی ناپیوستگی وجود دارد.



$$x = 0^- : f(x) = x \Rightarrow f'_-(0) = 1$$

$$x = 0^+ : f(x) = \cdot \Rightarrow f'_+(0) = \cdot$$

$$f'(2) = -\frac{1}{4}$$

$$(f(\sqrt{|x|+3}))' = (f(\sqrt{-x+3}))' = \frac{-1}{2\sqrt{-x+3}} f'(\sqrt{-x+3}) = \frac{-1}{4} f'(2) = -\frac{1}{4} \times -\frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

$$f(x) = x|x| \quad \text{در } x = 0 \text{ پیوسته است.}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases} \quad f'(x) = \begin{cases} 2x & x > 0 \\ -2x & x < 0 \end{cases}$$

$$f'_+(0) = \cdot \quad \text{مشتق پذیر}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f'_-(0) = \cdot \\ f'_-(0) = \cdot \end{array} \right.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) = \cdot \Rightarrow f$$

$$\left. \begin{aligned} f'_+ &= (x^2 - x)' = 2x - 1 = 1 \\ f'_- &= a \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 1$$

$$f'_-(0) = \cdot \quad \text{مشتق پذیر}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f'_-(0) = \cdot \\ f'_-(0) = \cdot \end{array} \right.$$

۷۳- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$y = \operatorname{tg}^2 x - \operatorname{Cotg}^2 x \Rightarrow y' = 2 \operatorname{tg}^2 x (1 + \operatorname{tg}^2 x) + 2(1 + \operatorname{Cotg}^2 x)$$

$$x = \frac{\pi}{6} \Rightarrow y' = 2 \cdot \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{3}\right) + 2 \left(1 + \frac{1}{3}\right) = 4$$

۷۴- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = f(\sqrt[3]{6x+2}) \Rightarrow y' = \frac{6}{3\sqrt[3]{6x+2}} f'(\sqrt[3]{6x+2})$$

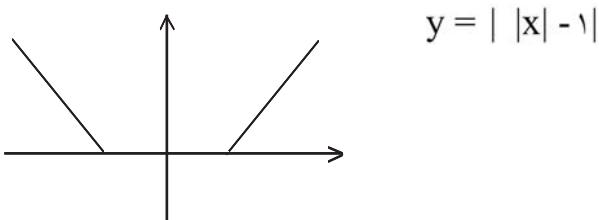
$$x = 1 \Rightarrow y' = \frac{6}{12} f'(2) = -2 \Rightarrow f'(2) = -4 \Rightarrow \frac{-1}{f'(2)} = \frac{1}{4}$$

۷۵- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \sqrt{2 \sin \pi x^2} \rightarrow f'(x) = \frac{2 \times 2\pi x \times \cos(\pi x^2)}{2\sqrt{2 \sin \pi x^2}}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \frac{2 \times \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{2\sqrt{1}} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} = \frac{\pi\sqrt{2}}{2}$$

۷۶- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.



۷۷- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$(f(\operatorname{tg} x))' = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}} \times (1 + \operatorname{tg}^2 x) = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x} = \sqrt{\frac{1}{\operatorname{Cos}^2 x}} = \frac{1}{\operatorname{Cos} x}$$

- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

روش اول: چون این تابع در $x = 1$ مشتق‌پذیر است لذا در $x = 1$ پیوسته است در نتیجه:

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Rightarrow a = \cdot$$

روش دوم:

نکته: تابع $f(x) = \begin{cases} (x - 1)^n & |x - 1| ; x \neq 1 \\ \cdot & ; x = 1 \end{cases}$ برای هر عدد طبیعی n ، در $x = 1$ مشتق‌پذیر است و $f'(x) = \cdot$ بنابراین با توجه به نکته‌ی فوق $a = \cdot$ است.

روش دوم: چون این تابع در $x = 1$ مشتق‌پذیر است لذا در $x = 1$ پیوسته است در نتیجه:

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Rightarrow a = \cdot$$

- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$D_f = \mathbb{R} - \{-3\}$$

$$D_g = \mathbb{R} - \{4\}$$

در دامنه مشتق‌پذیر است.

* تذکر: اگر ضابطه‌ی تابع fog را پیدا کنیم به همین نتیجه می‌رسیم.

- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \begin{cases} x - 2 + \sqrt{2x} & x \geq 2 \\ -x + 2 + \sqrt{2x} & x < 2 \end{cases}$$

$$f'(2^-) = -1 + \frac{1}{2\sqrt{2x}} = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x}$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = \frac{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{1}{2} - 1\right)}{3} = \frac{\frac{9}{4} - \frac{3}{4}}{3} = 3 - \frac{1}{4}$$

$$f'(x) = x + \frac{1}{x} \Rightarrow f'(2) = 2 + \frac{1}{4}$$

$$\text{اختلاف} = \left(3 - \frac{1}{4}\right) - \left(2 + \frac{1}{4}\right) = 1 - \frac{1}{2} = 0.5$$

-۸۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = (x+2)\sqrt{4x+1}$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{4 \times 3 - 2}{2} = 5$$

$$f'(x) = \sqrt{4x+1} + (x+2) \frac{4}{2\sqrt{4x+1}} \Rightarrow f'\left(\frac{3}{4}\right) = 2 + \left(\frac{3}{4} + 2\right) \frac{4}{2 \times 2}$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} - f'\left(\frac{3}{4}\right) = 5 - 4 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} = 0/25$$

-۸۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \text{و} \quad \begin{cases} x = 1 \\ \Delta x = 0/21 \end{cases}$$

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{x + \Delta x - x} = \frac{f(1 + 0/21) - f(1)}{1 + 0/21 - 1} = \frac{f(1/21) - f(1)}{0/21}$$

$$= \frac{\sqrt{1/21} - \sqrt{1}}{0/21} = \frac{1/1 - 1}{0/21} = \frac{0/1}{0/21} = \frac{1}{2/1}$$

$$x = 1 : \text{آهنگ لحظه‌ای در } 1 \quad f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(1) = \frac{1}{2\sqrt{1}} = \frac{1}{2} = \text{آهنگ متوسط - آهنگ لحظه‌ای} \Rightarrow \frac{1}{2} - \frac{1}{2/1} = \frac{2/1 - 2}{2(2/1)} = \frac{0/1}{4/2} = \frac{1}{42}$$

-۸۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4 - 9}{3 - 2} = -5, \quad f'(x) = \frac{-7x}{x^3} \Rightarrow f'\left(\sqrt[3]{12}\right) = \frac{-7\sqrt[3]{12}}{12} = -6 \Rightarrow \frac{\Delta y}{\Delta x} - f'\left(\sqrt[3]{12}\right) = -5 - (-6) = 1$$

-۸۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{5 - 4}{3} = \frac{1}{3}$$

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 16}} \Rightarrow f'\left(\sqrt{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{18}} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} - f'\left(\sqrt{2}\right) = 0$$

- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f'(x) = \left(-\frac{1}{2}\right)(2)(2x+1) \Rightarrow f'(2) = -\left(2^2\right)^{-\frac{3}{2}} = -\frac{1}{27}$$

$$= -\frac{1}{6} + \frac{1}{27} = \frac{-9 + 20}{54} = \frac{11}{54}$$

اختلاف

- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{2+h + \frac{1}{2+h} - 2 - \frac{1}{2}}{h} = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow 1/h = \frac{1}{2+h} - \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2(2+h)} = h \Rightarrow 4 + 2h = 1 \Rightarrow h = \frac{5}{2}$$

غیر قابل

- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{f(9) - f(5)}{9 - 5} = \frac{\sqrt{81 + 144} - \sqrt{25 + 144}}{4} = \frac{15 - 13}{4} = \frac{1}{2} = 0.5$$

- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{f(25) - f(4)}{25 - 4} = \frac{1}{2\sqrt{a}}$$

$$\frac{5-2}{21} = \frac{1}{2\sqrt{a}} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{2\sqrt{a}} \Rightarrow 4a = 9 \Rightarrow a = 12/25$$

۹۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.
 $S = \cdot \Rightarrow -5t(t-4) = \cdot \quad t = \cdot, t = 4$
 $S'_t = -10t + 20 \Rightarrow S'(4) = -10 \times 4 + 20 = -20$

-۹۲- $f(t) = \frac{240}{t} \Rightarrow f'(t) = \frac{-240}{t^2} \Rightarrow t = 4 \text{ در } f'(4) = \frac{-240}{16} = -15$

آهنگ متوسط $= (-15) - (-16) = +1$
 بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۹۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.
 $\Delta y = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = \frac{2 - 1}{3} = \frac{1}{3}$ آهنگ متوسط:
 $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'(2/25) = \frac{1}{3}$ آهنگ لحظه‌ای برابر مشتق تابع است.
 اختلاف آنها صفر است.

۹۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. آهنگ متوسط $x = 4$ است.
 $\frac{\sqrt{4/41} - \sqrt{4}}{4/41 - 4} = \frac{2/1 - 2}{0/41} = \frac{10}{41}$

$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'(4) = \frac{1}{4}$ تفاضل آنها برابر با $\frac{1}{4} - \frac{10}{41} = \frac{1}{164}$ است.

۹۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. آهنگ لحظه‌ای برابر مشتق تابع است.
 $y' = 2x - 3 \Rightarrow y'(3) = 3$ آهنگ متوسط در بازه‌ی $[2, 4]$ برابر است با:
 $\frac{f(4) - f(2)}{4 - 2} = \frac{9 - 3}{2} = 3$ تفاضل هر دو صفر است.

۹۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \text{آهنگ متوسط در } [1, 3] &= \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{\frac{3}{5} - 1}{2} = \frac{-1}{5} \\ x = 3 &= f'(x) = \left. \frac{-3}{(x+2)^2} \right|_{x=3} = -\frac{3}{25} \end{aligned}$$

۹۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. آهنگ متوسط:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{f(1/5) - f(1)}{1/5 - 1}, \quad f(1/5) = \frac{3 - 1}{1/5 + 1} = \frac{2}{2/5} = 10 \\ f(1) &= \frac{2 - 1}{2} = 0.5 \Rightarrow \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{10 - 0.5}{0.5} = 19 \end{aligned}$$

آهنگ لحظه‌ای برابر مشتق تابع است.

$$f'(x) = \frac{\frac{3}{(x+1)^2}}{\frac{3}{4}} \Rightarrow f'(1) = \frac{3}{4} = 0.75$$

$$0.75 - 0.6 = 0.15$$

در نتیجه اختلاف آنها

۹۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{5 - 4}{3} = \frac{1}{3}$$

آهنگ لحظه‌ای در $x = 2$:

$$\frac{df}{dx} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 16}} \Rightarrow y'(2) = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

نسبت مطلوب $\frac{1}{\sqrt{5}} : \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{5}}{3}$ است.

$$\frac{f(5) - f(3)}{5 - 3} = \frac{(50 - 15 + 1) - (18 - 9 + 1)}{2} = 13$$

۹۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. آهنگ متوسط:

$$\frac{dy}{dx} = 4x - 3 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 4(4) - 3 = 13$$

آهنگ لحظه‌ای در $x = 4$

اختلاف آنها $13 - 13 = 0$.

۱۰۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. آهنگ متوسط تابع:

$$y' = 3x^2 - 8x \Rightarrow y'\left(\frac{v}{2}\right) = \frac{v}{2} \left(\frac{21}{2} - 8\right) = \frac{35}{4}$$

$$9 - \frac{35}{4} = \frac{1}{4}$$

۱۰۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. آهنگ لحظه‌ای برابر مشتق تابع است در لحظه $t=32$ نسبت به v است. $(36-t)$

$$\frac{dv}{dt} = -1200 \quad \text{خواهیم داشت:}$$

۱۰۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. آهنگ متوسط تابع $f(x) = (x-1)\sqrt{x+2}$ در بازه $(2, 7)$ برابر است با:

$$\frac{f(7) - f(2)}{7 - 2} = \frac{\sqrt{9} - \sqrt{4}}{5} = \frac{16}{5} = 3\frac{1}{2}$$

$$f'(x) = \sqrt{x+2} + \frac{x-1}{2\sqrt{x+2}} \Rightarrow f'(7) = 3 + \frac{6}{2\times 3} = 4$$

۱۰۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. آهنگ متوسط برابر است با:

۱۰۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. آهنگ لحظه‌ای تابع $y = \sqrt{x}$ در نقطه $x=4$ برابر اندازه مشتق تابع به ازای $x=4$ است.

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow y'(4) = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{41} = \frac{1}{164} \quad \text{پس تفاضل آن دو چنین است:}$$

$$\frac{f(4/41) - f(4)}{4/41 - 4} = \frac{\sqrt{4/41} - \sqrt{4}}{0/41} = \frac{2/1 - 2}{0/41} = \frac{10}{41}$$

۱۰۵- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. آهنگ لحظه‌ای $f(x) = \sqrt{\frac{\sin x}{1 + \cos x}}$ در نقطه‌ی $x = \frac{\pi}{2}$ برابر مشتق تابع است.

$$f(x) = \left(\frac{\sin x}{1 + \cos x} \right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{\cos x + \cos^2 x + \sin^2 x}{(1 + \cos x)^2} \right) \left(\frac{\sin x}{1 + \cos x} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2} \quad \text{Cos } \frac{\pi}{2} = 0, \sin \frac{\pi}{2} = 1$$

۱۰۶- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. آهنگ لحظه‌ای برابر مشتق تابع است.

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x \rightarrow f'(x) = 3x^2 - 4x + 3$$

آهنگ متوسط برابر:

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{(x+h)^3 - 2(x+h)^2 + 3(x+h) - x^3 + 2x^2 - 3x}{h} = \frac{3x^2 h + 3xh^2 + h^3 - 4xh - 2h^2 + 3h}{h}$$

$$3x^2 - 4x + 3 + (3xh - 2h + h^2)$$

اختلاف آنها مقدار عددی داخل پرانتز به ازای $x = 2$ و $h = 1$ می‌باشد.

$$3xh - 2h + h^2 = 0/6 - 0/2 + 0/01 = 0/41$$

۱۰۷- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{f(1/2) - f(1)}{1/2 - 1} = \frac{2(1/44) - 3(1/2) + 1 - 0}{0/2} = \frac{3/88 - 3/6}{0/2} = \frac{2/8}{2} = 1/4$$

۱۰۸- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. آهنگ متوسط تابع $f(x) = \sqrt{2x + 1}$ در بازه‌ی $[4, 12]$ چنین است:

$$\frac{f(12) - f(4)}{12 - 4} = \frac{\sqrt{25} - \sqrt{9}}{8} = \frac{5 - 3}{8} = \frac{1}{4}$$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x + 1}} = \frac{1}{\sqrt{15 + 1}} = \frac{1}{4}$$

آهنگ آنی تابع در لحظه‌ی $x = 7/5$ چنین است:

اختلاف هر دو برابر صفر است.

$$y = \frac{f(8) - f(3)}{8 - 3} = \frac{6/3 - 1/6}{5} = \frac{4/7}{5} = 0.94$$

۱۰۹- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

۱۱۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در تابع $y = x^3 - x^2 + x$ روی بازه $[0, 3]$ آهنگ متوسط برابر است با $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{27 - 9 + 3}{3} = 7$. آهنگ لحظه‌ای در $x = \frac{3}{2}$ برابر مشتق تابع است.

$$7 - \frac{4}{75} = \frac{4}{75} \Rightarrow y' = 3\left(\frac{9}{4}\right) - 3 + 1 = \frac{19}{4} = \frac{4}{75}$$

۱۱۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x)$ از a تا b برابر است با:

نکته: آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع $f(x)$ در $a = x$ برابر است با:

نکته: $(x^n)' = nx^{n-1}$

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(8) - f(-1)}{8 + 1} = \frac{\sqrt[3]{8^2} - \sqrt[3]{(-1)^2}}{9} = \frac{4 - 1}{9} = \frac{1}{3}$$

۱۱۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: آهنگ متوسط تغییر تابع f در بازه‌ی $[a, b]$ برابر است با:

نکته: آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع f در نقطه‌ی $a = x$ برابر است با:

$$f'(a) = \lim_{u \rightarrow a} (u^n)' = nu^{n-1}$$

آهنگ متوسط تغییر تابع f در بازه‌ی $[1, 5]$ برابر است با:

$$\frac{f(5) - f(1)}{5 - 1} = \frac{(16) - (4)}{4} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{16}$$

برای آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع در $x = \frac{8}{3}$ داریم:

$$f'(x) = -\frac{1}{4}(3x + 1)^{-\frac{3}{2}} \Rightarrow f'\left(\frac{8}{3}\right) = -\frac{3}{4}\left(\frac{9}{4}\right)^{-\frac{3}{2}} = -\frac{3}{4} \times \frac{1}{27} = -\frac{1}{18}$$

اختلاف دو مقدار بالا برابر است با:

$$-\frac{1}{18} - \left(-\frac{1}{16}\right) = -\frac{1}{18} + \frac{1}{16} = \frac{-8 + 9}{144} = \frac{1}{144}$$

۱۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x)$ در $x = a$ با نمودار h برابر است با:

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

با استفاده از نکته‌ی بالا داریم:

۱۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x)$ در بازه $[a, b]$ برابر است با:

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

نکته: آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع $g(x)$ در نقطه $x = a$ برابر است با:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(a+nh) - g(a)}{mh} = \frac{n}{m} g'(a)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(1+2h) - g(1)}{h} = 2g'(1) \quad \text{طبق فرض} \Rightarrow g'(1) = \frac{5}{2}$$

از طرفی آهنگ متوسط تغییر f در $[1, 2]$ برابر است با: $\frac{f(2) - f(1)}{2 - 1} = \frac{10 - 2}{1} = 8$

پس اختلاف تغییر این دو مقدار برابر است با: $8 - \frac{5}{2} = \frac{11}{2} = 5/5$

۱۱۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x)$ وقتی متغیر از $x = b$ به $x = a$ تغییر می‌کند، برابر با:

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

مطلوب نکته می‌توان نوشت:

$$\frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = \frac{(16 + 28 + 1)}{3} = \frac{36}{3} = 12 \quad \text{آهنگ متوسط در } [1, 4]$$

۱۱۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع $f(x)$ در نقطه $x = a$ با:

$$(u^n)' = n u^{n-1}$$

با استفاده از نکات بالا، داریم:

$$f(x) = (3x + 1)^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{2} \times 3 \times (3x + 1)^{-\frac{3}{2}}$$

۱۱۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع $f(x)$ در نقطه‌ی $x = a$ برابر است با: $f'(a) = n \cdot u' \cdot u^{n-1}$

$$f(x) = (x^4 + 5x + 3)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow f'(x) = \frac{4x^3 + 5}{2\sqrt{x^4 + 5x + 3}} \Rightarrow f'(1) = \frac{9}{2\sqrt{3}} = \frac{3}{2}$$

۱۱۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x)$ نسبت به متغیر x در بازه‌ی $[a, b]$ برابر است با:

$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ با توجه به نکته‌ی بالا، آهنگ متوسط برابر است با:

$$\frac{f(4/56) - f(4/25)}{4/56 - 4/25} = \frac{\sqrt{2/56} - \sqrt{2/25}}{0/31} = \frac{1/6 - 1/5}{0/31} = \frac{0/1}{0/31} = \frac{10}{31}$$

۱۱۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: آهنگ متوسط تغییر تابع f نسبت به متغیر x در نقطه‌ی a با نمو متغیر Δx برابر است

$\bar{f} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$ با:

نکته: آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع f نسبت به متغیر x در نقطه‌ی a برابر است با: $f'(a)$

$$\frac{1}{3} - \frac{20}{61} = \frac{1}{183}$$

بنابراین اختلاف این دو مقدار برابر است با: ۱۸۳

۱۲۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع $f(x)$ در نقطه‌ی $x = a$ برابر است با:

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x^2 - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \times \frac{1}{x + 1} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \times \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x + 1} = f'(1) \times \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{طبق فرض}} 5 \Rightarrow f'(1) = 10 \end{aligned}$$

