



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

۱- کوچکترین مضرب مشترک دو عبارت $x^3 - x^2 - x + 1$ و $x^3 + x^2 - x - 1$ کدام است؟

- (۱) $(x+1)^2(x-1)^2$
 (۲) $(x+1)^3(x-1)$
 (۳) $(x-1)^3(x+1)$
 (۴) $(x^2-1)(x^2+1)$

۲- حاصل عبارت $\frac{x+1}{x^2-x-2} - \frac{x+1}{x^2+3x+2} + \frac{4}{4-x}$ برابر کدام است؟

- (۱) صفر
 (۲) ۱
 (۳) $\frac{1}{x-2}$
 (۴) $\frac{1}{x+2}$

۳- بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عبارت جبری $x^3 + 8x^2 + 15x$, $x^4 + 3x^3 - 10x^2$ کدام است؟

- (۱) $x^2(x+5)$
 (۲) $x(x+5)$
 (۳) $x(x+3)$
 (۴) $x^2(x+3)$

۴- کوچکترین مضرب مشترک دو چند جمله‌ای $x^3 + x^2 - x - 1$ و $x^3 + ax^2 - x + 1$ به صورت $(x^2 - 1)^2$ است. عدد a کدام است؟

- (۱) -۲
 (۲) -۱
 (۳) ۱
 (۴) ۲

۵- جمله‌های عمومی دو دنباله‌ی حسابی به صورت‌های $t_n = (a-2)n^3 + bn^2 + (a+b)n + 3 - a$ و

$t'_n = (c-4)(n-1)^3 + cn - 3$ هستند. صد جمله‌ی اول این دنباله‌ها، چند جمله‌ی مشترک دارند؟

- (۱) ۲۰
 (۲) ۲۵
 (۳) ۳۳
 (۴) ۵۰

۶- در دو دنباله‌ی حسابی مقابل، چند جمله‌ی مشترک کوچک‌تر از ۱۹۰ وجود دارد؟

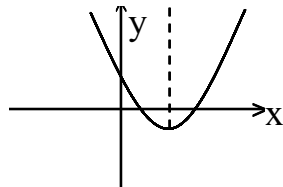
- (۱) ۹ جمله
 (۲) ۱۰ جمله
 (۳) ۱۱ جمله
 (۴) ۸ جمله

۷- در دنباله‌های حسابی $A = 1, 5, 9, \dots$ و $B = 4, 7, 10, \dots$ ، چند عدد مشترک بزرگ‌تر از ۲۰۰ و کوچک‌تر از ۹۰۰ وجود دارد؟

- (۱) ۵۷
 (۲) ۸۳
 (۳) ۵۸
 (۴) ۸۴

۸- ۱۴۴ لیتر آب میوه، ۴۵ لیتر شیر و ۶۳ لیتر دوغ در شیشه‌هایی با حجم یکسان بسته‌بندی شده‌اند. حداقل تعداد شیشه‌ها را بیابید؟ (گنجایش شیشه‌ها را بر حسب لیتر، عدد طبیعی فرض کنید.)

۹- شکل مقابل نمودار کدام تابع است؟



(۱) $y = -x^2 + 4x + 3$

(۲) $y = x^2 + 4x + 3$

(۳) $y = x^2 - 4x + 4$

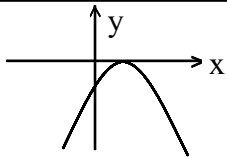
(۴) $y = x^2 - 4x + 3$

۱۰- در معادله $(x+1)(x^2 - x + 6m) = 0$ ، حاصلضرب سه ریشه ۶ است. مقدار m کدام است؟

- (۱) -۱
 (۲) -۲
 (۳) -۳
 (۴) -۴

۱۱- به ازای کدام مقدار m معادله درجه دوم $mx^2 + 5x + m^2 - 6 = 0$ دو ریشه حقیقی و معکوس هم دارد؟

- (۱) -۳
 (۲) -۲
 (۳) ۲
 (۴) ۳



۱۲- به ازای کدام مقدار a شکل مقابل نمودار تابع $y = -2x^2 + 4x + a$ است؟

- (۱) ۲-
(۲) ۱-
(۳) ۱
(۴) ۲

۱۳- اگر اعداد ۱ و ۱- ریشه‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ باشند کدامیک از روابط زیر برقرار است؟

- (۱) $a - b = 0$
(۲) $a - c = 0$
(۳) $a + b = 0$
(۴) $a + c = 0$

۱۴- در معادله $x^2 + (1 - m)x + 2m = 0$ مجموع ریشه‌ها برابر حاصلضرب ریشه‌هاست. m کدام است؟

- (۱) ۲-
(۲) ۱-
(۳) ۱
(۴) ۲

۱۵- به ازای کدام مقدار a ریشه‌های معادله $x^2 - (3a+1)x + 2a^2 + 2 = 0$ با هم برابرند؟

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۳

۱۶- فاصله راس سهمی $y = x^2 + 2x$ تا نقطه $A(1, 1)$ کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) $\sqrt{5}$
(۳) $\sqrt{8}$
(۴) $\sqrt{10}$

۱۷- محیط و مساحت یک مستطیل به ترتیب ۵۴ متر و ۱۸۰ متر مربع است طول آن چقدر از عرض آن بیشتر است؟

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۵

۱۸- عدد ۲۴ را به دو قسمت طوری تقسیم کرده‌ایم که حاصلضرب آنها ۱۴۳ شده است. اختلاف دو عدد کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۱۹- به ازای کدام مقدار k ریشه‌های معادله $2x^2 + 3x - k = 0$ دو واحد از ریشه‌های معادله $2x^2 - 5x + 1 = 0$ کمتر است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۲۰- به ازای کدام مقدار m معادله $(m+1)x^2 + m(m^2-9)x - 2 = 0$ دو ریشهٔ قرینهٔ حقیقی دارد؟

- (۱) ۱-
(۲) -۳
(۳) ۳
(۴) ۹

۲۱- مجموع ریشه‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ با حاصلضرب معکوس ریشه‌های این معادله برابر است. کدام رابطه بین a, b, c برقرار است؟

- (۱) $a^2 + bc = 0$
(۲) $a^2 - bc = 0$
(۳) $b^2 - ac = 0$
(۴) $b^2 + ac = 0$

۲۲- اگر هر دو ریشهٔ معادلهٔ درجه دوم $x^2 + (\sqrt{b+3} + a)x + a^2 - 1 = 0$ برابر صفر شود آنگاه:

- (۱) $a = \pm 1$
(۲) $a = \pm 1$ و $b = 1$
(۳) $a = 1$ و $b = 2$
(۴) $a = -1$ و $b = -2$

۲۳- حدود m برای آنکه معادلهٔ درجهٔ دوم $x^2 - x + m = 0$ دارای دوریشهٔ متمایز مثبت باشد؟

- (۱) $m < \frac{1}{4}$
(۲) $0 < m < \frac{1}{4}$
(۳) $m > 0$
(۴) $m > \frac{1}{4}$ یا $m < 0$

۲۴- حدود m برای آنکه معادلهٔ $(m-1)x^2 + mx + m - 3 = 0$ دوریشهٔ مختلف علامه داشته باشد کدام است؟

- (۱) $m > 2$
(۲) $1 < m < 3$
(۳) $m < 1$
(۴) $0 < m < 1$

۲۵- حدود k برای آنکه معادلهٔ $x^2 + 2kx + k = 0$ دوریشهٔ حقیقی عکس یکدیگر داشته باشد:

- (۱) $k < 0$
(۲) $k > 1$
(۳) $0 < k < 1$
(۴) $k = 1$

۲۶- اگر a و b ریشه‌های معادله $(x+2)^2 + x + 1 = 0$ باشند حاصل $(a+2)^3 + (b+2)^3$ چقدر است؟
 (۱) ۴ (۲) ۵۰ (۳) -۴ (۴) -۵۰

۲۷- به ازاء کدام مقدار k بین دو ریشه معادله $x^2 - k^2x + 8 = 0$ رابطه $\sqrt[3]{x'} + \sqrt[3]{x''} = 3$ برقرار است؟
 (۱) $k = 4$ (۲) $k = -4$ (۳) $k = \pm 2$ (۴) $k = \pm 4$

۲۸- به ازاء چه مقدار m بین ریشه‌های معادله $x^2 - 5mx + 16 = 0$ رابطه $x_1^3 = x_2^3 > 0$ برقرار است؟
 (۱) $m = 2$ و $m = -2$ (۲) $m = -2$ (۳) $m = 2$ (۴) $m = 8$

۲۹- اگر در معادله $x^2 - (b-a)(b+c)x + (a+b)(c-b) = 0$ حاصلضرب ریشه‌های معادله مساوی با مجموع ریشه‌های آن باشد آنگاه:

- (۱) b واسطه عددی است بین a و c
 (۲) c واسطه هندسی است بین a و b
 (۳) c واسطه عددی است بین a و b
 (۴) b واسطه هندسی است بین a و c

۳۰- در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ بین ضرایب رابطه $9a + 3b + c = 0$ برقرار است. آنگاه یکی از ریشه‌ها کدام است؟

- (۱) $\frac{3c}{a}$ (۲) -3 (۳) $-\frac{b+3a}{a}$ (۴) $\frac{2c}{3a}$

۳۱- اگر نقطه $S(1, -4)$ مختصات راس سهمی به معادله $y = x^2 - mx - n - 1$ باشد سهمی محور عرضها را در چه نقطه‌ای قطع می‌کند؟

- (۱) -۴ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) -۳

۳۲- در معادله $x^2 + x - 1 = 0$ اگر ریشه‌ها x_1 و x_2 باشند، حاصل عبارت $x_1^2 + 2x_1 + (x_1 + x_2)^2 + 2x_2$ برابر است با:

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) -۴ (۴) -۱

۳۳- به ازای کدام مقدار k در معادله درجه دوم $2x^2 - x + k = 0$ بین ریشه‌ها رابطه $x_1 + 2x_2 = 3$ برقرار است؟
 (۱) -۱۲ (۲) -۱۰ (۳) ۸ (۴) ۶

۳۴- در معادله $(x+3)^2 + (x+3) - 1 = 0$ حاصل $x_1x_2 + 3x_1 + 3x_2$ چقدر است؟
 (۱) -۹ (۲) -۸ (۳) ۴ (۴) -۱۰

۳۵- به ازای کدام مقدار a معادله درجه دوم $(a+1)x^2 + a(a^2-9)x + 2 = 0$ دو ریشه قرینه و حقیقی دارد؟
 (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴) -۲

۳۶- به ازاء کدام مقدار m یکی از ریشه‌های معادله $x^2 - 6x + 5 + m = 0$ مجذور دیگری است؟
 (۱) ۳۲ (۲) ۲ (۳) -۳۲ (۴) -۳

۳۷- معادله $(x^2 + x + 1)^2 - 3(x^2 + x + 1) + 2 = 0$ دارای:

- (۱) چهار ریشه‌ی حقیقی است.
 (۲) دو ریشه‌ی حقیقی است.
 (۳) دو ریشه‌ی مضاعف است.
 (۴) چهار ریشه‌ی غیر حقیقی است. (موهومی)

۳۸- به ازای کدام مقدار a نمودار تابع $y = 2x^2 - 4x + a$ بالای محور x ها است؟

- (۱) $a < 2$ (۲) $a > 1$ (۳) $a > 2$ (۴) $a < 1$

۳۹- به ازای کدام مقادیر m نمودار تابع $y = -x^2 + x + m - 2$ از چهار ناحیه محورهای مختصات می گذرد؟

- (۱) $m > 2$ (۲) $m < 1$ (۳) $1 < m$ (۴) $-1 < m < 2$

۴۰- در معادله درجه دوم $3x^2 + 5x + a = 0$ به ازای کدام مقدار a رابطه $x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2^2 = -1$ بین ریشه‌های این معادله برقرار است؟

- (۱) -3 (۲) $\frac{9}{5}$ (۳) 2 (۴) $\frac{9}{4}$

۴۱- در معادله درجه دوم $x^2 - 4x + 1 = 0$ حاصل عبارت $(x_1^2 - 4x_1 + 2)(x_2^2 - 4x_2 + 4)$ چقدر است؟

- (۱) 8 (۲) 3 (۳) 4 (۴) 6

۴۲- به ازای کدام مقدار m در معادله درجه دوم $\frac{1}{4}x^2 + m(x + 1) = 1$ عکس مجموع ریشه‌ها برابر حاصلضرب آن دو ریشه است؟

- (۱) -4 (۲) -2 (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۴۳- به ازای کدام مقادیر m در معادله درجه دوم $m^2x^2 - 4x - 1 = 0$ فقط ریشه‌ای که قدر مطلق آن بیشتر است، مثبت است؟

- (۱) $|m| < 2$ (۲) $|m| > 2$ (۳) هر مقدار m (۴) هیچ مقدار m

۴۴- به هریک از دو ریشه‌ی معادله‌ی $x(x + a) = 2$ یک واحد اضافه می‌کنیم، حاصلضرب دو عدد حاصل کدام است؟

- (۱) $-a - 1$ (۲) $a - 1$ (۳) $-a + 1$ (۴) $a + 1$

۴۵- مجموع ریشه‌های معادله $x^2(13 - x^2) = 36$ برابر کدام است؟

- (۱) 0 (۲) -5 (۳) 5 (۴) 10

۴۶- محور تقارن نمودار تابع $y = -3x^2 + 4x$ خط به معادله‌ی $2y + 3x = 1$ را با کدام عرض قطع می‌کند؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۴۷- به ازای کدام مقدار m نمودار تابع با ضابطه $y = (m - 2)x^2 - 3x + m + 2$ بالای محور x ها و مماس بر آن است؟

- (۱) -3 (۲) $-\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) 3

۴۸- منحنی به معادله $(x - 1)(x^2 - ax + a) = 0$ محور x ها را فقط در یک نقطه قطع می‌کند، مجموعه مقادیر a به کدام صورت است؟

- (۱) $-4 < a < 0$ (۲) $0 < a < 2$ (۳) $0 < a < 4$ (۴) $a > 4$

۴۹- راس سهمی به معادله $y = x^2 + 2x$ و نقاط تلاقی این سهمی با محور x ها سه راس یک مثلثاند، مساحت این مثلث کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۳

۵۰- اگر α و β ریشه‌های معادله $2x^2 - 5x + 2 = 0$ باشند، حاصل $(\alpha + \frac{1}{\beta})^2 + (\beta + \frac{1}{\alpha})^2$ کدام است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۱۷ (۳) ۱۶ (۴) ۲۱

۵۱- اگر α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $2x^2 - 7x + 3$ باشند معادله‌ای که ریشه‌هایش $\frac{\alpha}{\beta}$ و $\frac{\beta}{\alpha}$ باشد کدام است؟

- (۱) $6x^2 - 37x + 6 = 0$ (۲) $6x^2 + 37x + 6 = 0$
(۳) $3x^2 - 35x + 3 = 0$ (۴) $3x^2 + 35x + 3 = 0$

۵۲- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های حقیقی معادله‌ی $x^2 - 6x + m = 0$ و $x_2 < 1 < x_1$ باشند، محدوده‌ی m کدام است؟

- (۱) $m > 5$ (۲) $m > 4$ (۳) $m < 4$ (۴) $m < 5$

۵۳- α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^2 + 2x - 1 = 0$ هستند و داریم $(\alpha^3 + 2\alpha^2 + m)(\beta^3 + 2\beta^2 + m) = 2$ در این صورت مقدار m کدام است؟

- (۱) ۱ و ۳ (۲) -۱ و ۳ (۳) ۱ و -۳ (۴) -۱ و -۳

۵۴- برای آن که ریشه‌های معادله‌ی $4x^2 - 2mx - 1 = 0$ سینوس و کسینوس یک کمان باشند، مقدار m برابر است با:

- (۱) $\pm \sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $-\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{3}$

۵۵- اگر بین ریشه‌های معادله‌ی $3x^2 - 6x + a + 2 = 0$ یعنی α و β رابطه‌ی $\alpha - \beta = 7$ برقرار باشد a کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۷ (۳) -۹ (۴) -۱۱

۵۶- معادله‌ی $2x^2 - 3x - 7 = 0$ مفروض است، کدام معادله‌ی زیر ریشه‌هایش عکس و قرینه‌ی ریشه‌های آن معادله است؟

- (۱) $7x^2 - 3x - 2 = 0$ (۲) $7x^2 + 3x - 2 = 0$ (۳) $7x^2 + 3x + 2 = 0$ (۴) $7x^2 - 3x + 2 = 0$

۵۷- اگر ریشه‌های معادله‌ی $2x^2 - 3x - 1 = 0$ به ترتیب $\text{Log}_4 A$ و $\text{Log}_4 B$ باشند، AB برابر است با:

- (۱) ۸ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۵۸- اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^2 + ax + 4 = 0$ باشند. محدوده‌ی a کدام باشد تا رابطه‌ی $1 < \alpha < 2 < \beta$ بین ریشه‌های معادله برقرار باشد؟

- (۱) $a < -4$ (۲) $a < 5$ (۳) $a > 5$ (۴) $-4 < a < 5$

۵۹- اگر بین ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ رابطه‌ی $x_1^3 + x_1^2 x_2 + x_2^3 = 0$ برقرار باشد، کدام

تساوی برقرار است؟ (x_1 و x_2 ریشه‌های معادله هستند)

- (۱) $b^3 + c^3 = abc$ (۲) $b^3 + c^3 = 3abc$ (۳) $b^3 - c^3 = abc$ (۴) $b^3 - c^3 = 3abc$

۶۰- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های حقیقی معادله $x^2 - 6x + m = 0$ و $x_1 < -1 < x_2$ باشند، محدوده m کدام است؟

(۱) $m > 7$ (۲) $m > -7$ (۳) $m < 7$ (۴) $m < -7$

۶۱- اگر معادله $x^2 + bx + c = 0$ یک ریشه‌ی مضاعف داشته باشد معادله $x^2 + bx + c + 2 = 0$ چند ریشه دارد؟

(۱) ریشه ندارد (۲) یک ریشه‌ی مضاعف (۳) دو ریشه مثبت (۴) دو ریشه‌ی منفی

۶۲- به ازای کدام مقدار m حاصلضرب ریشه‌های معادله $x^2 + (3m - 1)x - 5m - 3 = 0$ چهار برابر مجموع ریشه‌های آن است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

۶۳- اگر بین ریشه‌های معادله $x^2 - 6x + a + 2 = 0$ یعنی α و β رابطه $\alpha - \beta = 4$ برقرار باشد، a کدام است؟

(۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۴ (۴) ۴

۶۴- به ازای کدام مقدار m عدد $\frac{1}{8}$ واسطه‌ی عددی بین دو ریشه‌ی حقیقی معادله $(m^2 - 4)x^2 - 3x + m = 0$ است؟

(۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۴ (۴) -۴

۶۵- در معادله‌ی درجه‌ی دوم $x^2 + 2x - 1 = 0$ حاصل $x_1^4 + 4x_2^2 - 4x_1^2 + 4x_2^4$ چه قدر است؟

(۱) ۳۲ (۲) ۳۳ (۳) ۳۱ (۴) ۳۴

۶۶- در معادله‌ی درجه‌ی دوم $x^2 + 3x - 1 = 0$ حاصل $x_1^3 + 3x_1^2x_2 + 3x_1x_2^2 + x_2^3$ کدام است؟

(۱) ۹ (۲) -۹ (۳) -۲۷ (۴) ۲۷

۶۷- در معادله‌ی درجه‌ی دوم $7x^2 + 6x + 1 = 0$ حاصل $[x_1] + [x_2] + [x_1 + x_2]$ چه قدر است؟ \square تابع جزء صحیح است.

(۱) -۱ (۲) صفر (۳) -۳ (۴) -۲

۶۸- به ازای کدام مقادیر m معادله $3x^2 + (m-5)x + 2 = m$ دارای دو ریشه مثبت است؟

(۱) $m \geq 2$ (۲) $m > 2$ (۳) $m < 2$ (۴) $m \leq 2$

۶۹- در معادله $x^2 + mx - 3 = 0$ مقدار m را چنان بیابید که بین α و β ریشه‌های این معادله رابطه $\alpha + \beta = 4$ برقرار باشد.

۷۰- فرض کنید k عددی حقیقی باشد. ثابت کنید اگر ریشه‌های معادله $x^2 + bx + c = 0$ حقیقی باشند، ریشه‌های معادله $x^2 + bx + c + (x+k)(2x+b) = 0$ نیز حقیقی‌اند.

۷۱- ثابت کنید یکی از ریشه‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ برابر دیگری است اگر و فقط اگر $ac(k+1) = kb^2$.

۷۲- ثابت کنید یکی از ریشه‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ مجذور دیگری است اگر و فقط اگر $ac(a+c) + b^3 = 3abc$.

۷۳- فرض کنید a, b, c اعدادی حقیقی باشند و $a(a+b+c) < 0$. ثابت کنید ریشه‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ حقیقی‌اند.

۷۴- به ازای کدام مقادیر m خط گذرنده از مبدأ با شیب m ، منحنی به معادله $y = x^2 + 1$ را قطع نمی‌کند؟
 (۱) $-2 < m < 2$ (۲) $-1 < m < 1$ (۳) $m > 2$ یا $m < -2$ (۴) $m > 1$ یا $m < -1$

۷۵- به ازای کدام مقدار m نمودار تابع $y = 2x^2 + 3x$ همواره در بالای منحنی $y = mx^2 + m + 2$ قرار دارد؟
 (۱) $m > \frac{5}{2}$ (۲) $m < -\frac{5}{2}$ (۳) $-\frac{5}{2} < m < \frac{5}{2}$ (۴) $m > -\frac{5}{2}$

۷۶- به ازای کدام مقدار m معادله $x^4 + mx^2 = 4$ چهار جواب حقیقی دارد؟
 (۱) هیچ مقدار m (۲) $m > 4$ (۳) $m < 4$ (۴) $m < -4$

۷۷- به ازای کدام مقدار m نمودار تابع $y = m(x^2 + 1) - 2x^2 - 3x + 2$ بالای محور x ها و مماس بر آن است؟
 (۱) -3 (۲) $-\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) 3

۷۸- معادله $(x - \sqrt{x})^2 - \frac{11}{10}(x - \sqrt{x}) + \frac{1}{10} = 0$ چند ریشه‌ی حقیقی دارد؟
 (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۳

۷۹- اگر α و β ریشه‌های معادله $2x^2 - 3x = 1$ باشند، به ازای کدام مقدار k مجموعه جواب‌های معادله $ax^2 + kx - 1 = 0$ به صورت $\{\alpha^2\beta, \alpha\beta^2\}$ است؟
 (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۹

۸۰- معادله $x^4 + x^2 - 12 = 0$ چند ریشه‌ی حقیقی دارد؟
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۲

۸۱- اگر در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ یک ریشه، K برابر ریشه‌ی دیگر باشد، آن‌گاه کدام گزینه صحیح است؟

$$\frac{b^2}{ac} = \frac{K^2}{K+1} \quad (۲) \quad \frac{b^2}{ac} = \frac{(K+1)^2}{K} \quad (۱)$$

$$\left(\frac{b}{ac}\right)^2 = \frac{K+1}{K} \quad (۴) \quad \frac{b^2}{ac} = \frac{K}{(K+1)^2} \quad (۳)$$

۸۲- در معادله‌ی درجه‌ی دوم $x^2 - 4x + 1 = 0$ ، حاصل $\sqrt{x_1^2 (4x_2 - 1)}$ کدام است؟ (x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم هستند).

$$\frac{1}{2} \quad (۴) \quad 1 \quad (۳) \quad 2 \quad (۲) \quad \sqrt{2} \quad (۱)$$

۸۳- اگر α, β ریشه‌های $x^2 - 3x + 1 = 0$ باشند، حاصل $\alpha^2 + \alpha + 4\beta - 5$ کدام است؟
 (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۲

۸۴- نقطه‌ی $(2, 3)$ رأس یک تابع درجه‌ی دوم است که نمودار آن، پاره‌خطی به طول ۶ واحد روی محور x ها جدا می‌کند. نمودار این تابع محور y ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

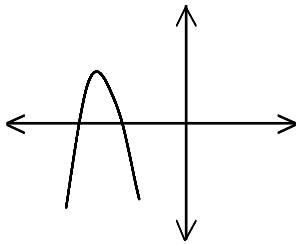
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۸۵- به ازای کدام مجموعه مقادیر a ، نمودار تابع $f(x) = (a-3)x^2 + ax - 1$ ، از ناحیه‌ی اول محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

- (۱) $a \leq 2$ (۲) $0 < a \leq 2$ (۳) $2 < a < 3$ (۴) $0 < a < 3$

۸۶- $p(x)$ یک چند جمله‌ای درجه ۲ است و ضریب بزرگ‌ترین توان آن ۱ است. $p(x)$ را به گونه‌ای تعیین کنید در شرایط روبه‌رو صدق کند. $p(1)=1, p(2)=3$

۸۷- در شکل زیر سهمی به معادله‌ی $p(x) = ax^2 + bx + c$ داده شده‌است. علامت ضرایب a و b و c و تعداد جواب‌های معادله‌ی $ax^2 + bx + c = 0$ را تعیین کنید.



۸۸- به ازای کدام مقدار a هر نقطه از نمودار تابع $y = (m-2)x^2 + m$ در بالای خط $y = 3x - 2$ قرار دارد؟

- (۱) $2 < m < 2/5$ (۲) $-2/5 < m < 2$ (۳) $-2/5 < m < 2/5$ (۴) $-2 < m < 2$

۸۹- اگر α و β جواب‌های معادله‌ی $x^2 - 6x + 1 = 0$ باشد، حاصل $\beta^2 + \frac{1}{\beta^2}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۶ (۳) ۳۴ (۴) ۳۸

۹۰- اگر یکی از جواب‌های معادله‌ی درجه دومی با ضرایب گویا، $1 - \sqrt{2}$ باشد، مجموع مکعب دو جواب این معادله کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۱۴ (۴) -۱۴

۹۱- معادله‌ی چندجمله‌ای با ضرایب صحیح که یک جواب آن $x = 3 + \sqrt{6} + \sqrt{3}$ باشد، کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $x^4 + 12x^3 - 57 = 0$ (۲) $x^4 - 12x^3 + 36x^2 - 72 = 0$
(۳) $x^2 - 6x - 2\sqrt{18} = 0$ (۴) $x^4 + 36x^3 - 12x^2 - 56 = 0$

۹۲- معادله‌ی زیر را حل کنید.

$$\left(\frac{x^2}{3} - 2\right)^2 - 11\left(\frac{x^2}{3} - 2\right) + 10 = 0$$

۹۳- اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 7x + 1 = 0$ باشند، حاصل $\beta^2 + 7\alpha$ کدام است؟

- (۱) ۴۶ (۲) ۴۷ (۳) ۴۸ (۴) ۴۹

۹۴- معادله‌ی $(x^2 - 1)^4 + (x^2 - 1)^2 - 2 = 0$ را حل کنید.

۹۵- اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - x - 1 = 0$ باشد، کدام معادله‌ی زیر دارای ریشه‌های $\frac{2\alpha}{\alpha+1}$ و $\frac{2\beta}{\beta+1}$ است؟

$$\begin{array}{ll} (1) & x^2 + 2x - 4 = 0 \\ (2) & x^2 - 3x - 3 = 0 \\ (3) & x^2 - 7x - 7 = 0 \\ (4) & x^2 - 10x - 5 = 0 \end{array}$$

۹۶- اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - x - 1 = 0$ باشند، مقدار عددی عبارت $2\alpha^2 + \beta^2 - \alpha$ کدام است؟

$$(1) -2 \quad (2) 3 \quad (3) 4 \quad (4) \text{ صفر}$$

۹۷- منحنی به معادله‌ی $y = (2x + 1)(x + 8)$ با خطوط $y = mx$ نقطه‌ی مشترک ندارد. مجموعه مقادیر m چگونه است؟

$$(1) 9 < m < 25 \quad (2) 15 < m < 23 \quad (3) 7 < m < 15 \quad (4) 5 < m < 13$$

۹۸- مجموع ریشه‌های حقیقی معادله $(x^2 + x)^2 - 18(x^2 + x) + 72 = 0$ ، کدام است؟

$$(1) -4 \quad (2) -2 \quad (3) 2 \quad (4) 4$$

۹۹- اگر α, β ریشه‌های معادله $x(\Delta x + 3) = 2$ باشند، به ازای کدام مقدار k مجموعه جواب‌های

$$\text{معادله } 4x^2 - kx + 25 = 0 \text{ به صورت } \left\{ \frac{1}{\alpha^2}, \frac{1}{\beta^2} \right\} \text{ است؟}$$

$$(1) 27 \quad (2) 28 \quad (3) 29 \quad (4) 31$$

۱۰۰- به ازای کدام مقادیر m نمودار تابع $f(x) = 2x^2 + (3m-1)x + m^2 - 1$ از ناحیه‌ی سوم نمی‌گذرد؟

$$(1) m \geq 1 \quad (2) m \leq -1 \quad (3) |m| \geq 1 \quad (4) |m| \leq 1$$

۱۰۱- کوتاهترین فاصله مبدا مختصات از منحنی به معادله $y^2 = -2x + 4$ کدام است؟

$$(1) 1 \quad (2) 2 \quad (3) \sqrt{2} \quad (4) \sqrt{3}$$

۱۰۲- عدد ۳۶ را به دو قسمت چنان تقسیم کرده‌ایم که حاصلضرب آن دو ماکزیمم است. آن دو قسمت کدامند؟

$$(1) 12 \text{ و } 24 \quad (2) 16 \text{ و } 20 \quad (3) 18 \text{ و } 18 \quad (4) 14 \text{ و } 22$$

۱۰۳- اگر h ارتفاع و I طول قاعده مثلثها و $h + 2I = 7$ باشد، بیشترین مقدار برای مساحت این مثلثها کدام است؟

$$(1) \frac{49}{16} \quad (2) \frac{50}{16} \quad (3) \frac{51}{16} \quad (4) \frac{52}{16}$$

۱۰۴- رابطه بین x و y به صورت $2x + y = 16$ است. بیشترین مقدار xy وقتی x تغییر می‌کند، کدام است؟

$$(1) 24 \quad (2) 28 \quad (3) 32 \quad (4) 42$$

۱۰۵- بیشترین مساحت مستطیلی که بوسیله یک طناب بطول ۴۸ متر در حاشیه یک رودخانه می‌توان محصور نمود چند متر مربع است؟ (به ضلع چهارم مستطیل دسترسی نیست)

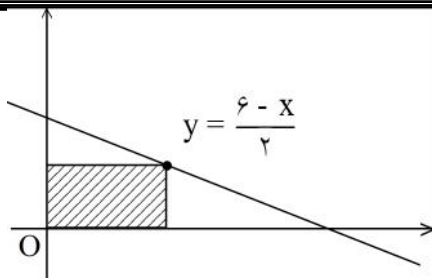
$$(1) 244 \quad (2) 288 \quad (3) 296 \quad (4) 316$$

۱۰۶- نمودار تابع با ضابطه $y = (m^2 - m)x^2 + (m + 1)x$ به ازای کدام مقادیر m همواره ماکزیمم دارد؟

$$(1) -1 < m < 0 \quad (2) 0 < m < 1 \quad (3) m < -1, m > 1 \quad (4) m < 0, m > 1$$

۱۰۷- بیشترین مقدار تابع $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{1}{2}$ کدام است؟

$$(1) 3 \quad (2) \frac{3}{5} \quad (3) 4 \quad (4) \frac{4}{5}$$



۱۰۸- یک مستطیل به محور Xها و Yها و نمودار تابع با ضابطه $y = \frac{(6-x)}{2}$ (شکل روبه‌رو) محدود شده است. طول و عرض مستطیل چقدر باشد تا مساحت آن ماکزیمم شود؟

۱۰۹- اگر $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 3x - \frac{1}{3}$ بیشترین مقدار $f(x-1)$ کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

$\frac{7}{2}$ (۲)

۳ (۱)

۱۱۰- مستطیلی‌هایی با ابعاد متفاوت موجود است، باریک‌ترین آنها به ابعاد ۲۰ و ۶۰ می‌باشد. به ازای هر یک واحد که به عرض آن افزوده شود ۲ واحد از طول آن کم می‌شود، بیشترین مساحت بین این مستطیل‌ها کدام است؟

۱۳۵۰ (۴)

۱۳۲۵ (۳)

۱۲۷۵ (۲)

۱۲۵۰ (۱)



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

۱- هر یک از عبارات را به عوامل تجزیه‌ناپذیر تجزیه می‌نماییم:

$$x^3 + x^2 - x - 1 = x^2(x+1) - (x+1) = (x^2 - 1)(x+1) = (x+1)^2(x-1)$$

$$x^3 - x^2 - x + 1 = x^2(x-1) - (x-1) = (x^2 - 1)(x-1) = (x-1)^2(x+1)$$

کوچکترین مضرب مشترک از ضرب عوامل مشترک با توان بالا و عوامل غیر مشترک بدست می‌آید، پس کوچکترین مضرب مشترک بصورت $(x-1)^2(x+1)^2$ می‌باشد. بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

۲- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{x+1}{(x+1)(x-2)} - \frac{x+1}{(x+1)(x+2)} + \frac{4}{4-x^2} = \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} - \frac{4}{x^2-4} = \frac{x+2-x+2-4}{x^2-4} = 0$$

۳- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

ابتدا هر دو عبارت را تا حد امکان ساده می‌کنیم، سپس عوامل مشترک را با کوچک‌ترین توان در هم ضرب می‌کنیم،

$$x^4 + 3x^3 - 10x^2 = x^2(x^2 + 3x - 10) = x^2(x+5)(x-2)$$

خواهیم داشت:

$$x^3 + 8x^2 + 15x = x(x^2 + 8x + 15) = x(x+5)(x+3)$$

$$\text{م.م.ب} = x(x+5)$$

$$x^3 + x^2 - x - 1 = (x^2 - 1)(x+1) = (x+1)^2(x-1)$$

۴- گزینه‌ی ۲ صحیح است.

$$1 + a - 1 + 1 = 0 \Rightarrow a = -1$$

عبارت $x^3 + x^2 - x + 1$ عامل $x-1$ دارد. پس:

۵- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. جمله‌ی عمومی دنباله‌ی حسابی، به صورت $t_n = a + (n-1)d = dn + (a-d)$

است. بنابراین جمله‌ی عمومی دنباله حسابی، جمله‌های شامل n^2 و n^3 ندارد پس:

$$\left. \begin{aligned} a - 2 = 0 &\Rightarrow a = 2 \\ b = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow t_n = 2n + 1 \Rightarrow t_n \text{ : جملات دنباله ی } 3, 5, 7, 9, \dots$$

$$c - 4 = 0 \Rightarrow c = 4 \Rightarrow t'_n = 4n - 3 \Rightarrow t'_n \text{ : جملات دنباله ی } 1, 5, 9, \dots$$

ملاحظه می‌شود که جمله‌های دنباله‌ی $\{t_n\}$ ، به صورت یک در میان در دنباله‌ی $\{t'_n\}$ نیز قرار دارند، پس این دو دنباله در صد جمله‌ی اول، ۵۰ جمله مشترک دارند.

$$\begin{cases} d_1 = 4 \\ d_2 = 5 \end{cases} \Rightarrow d = \text{م.م.ک}(4,5) = 20$$

۶- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

در دنباله‌ی حسابی جدید که جمله‌های آن جملات مشترک دو دنباله هستند $a_1 = 7$ و $d = 20$ بنابراین جمله‌ی

عمومی آن به صورت زیر است.

$$a_n = 7 + 20(n-1) \Rightarrow a_n = 20n - 13$$

$$a_n < 190 \Rightarrow 20n - 13 < 190 \Rightarrow 20n < 203 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n \leq 10$$

۷- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به این که در دنباله ی حسابی A، قدرنسبت برابر ۴ و در دنباله ی حسابی B، قدرنسبت برابر ۳ است، بنابراین قدرنسبت دنباله ی جمله های مشترک این دو دنباله برابر کوچک ترین مضرب مشترک ۳ و ۴ یعنی ۱۲ است و داریم:

$$\begin{cases} A = 1, 5, 9, 13, \dots \\ B = 4, 7, 10, 13, \dots \end{cases} \Rightarrow \text{اولین جمله مشترک} = 13$$

بنابراین این دنباله، دنباله ای با جمله ی اول ۱۳ و قدرنسبت ۱۲ است.

$$\text{جمله ی عمومی: } a_n = 13 + 12(n - 1)$$

$$200 < 13 + 12(n - 1) < 900 \Rightarrow 187 < 12(n - 1) < 887$$

$$\Rightarrow 15/ \dots < n - 1 < 73/ \dots \Rightarrow 17 \leq n \leq 74$$

بنابراین $58 = 74 - 17 + 1$ جمله ی مشترک بزرگ تر از ۲۰۰ و کوچک تر از ۹۰۰ وجود دارد.

$$\left. \begin{array}{l} 144 = 3^2 \times 2^4 \\ 45 = 3^2 \times 5 \\ 63 = 3^2 \times 7 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{م.م.ب} = 3^2 \quad \left(\frac{0}{5} \right) \quad \text{و} \quad \text{تعداد شیشه ها} = 2^4 + 5 + 7 = 28 \quad \left(\frac{0}{25} \right) \quad -8$$

۹- چون منحنی سهمی داده شده دارای می نیمم می باشد (و یا به عبارت دیگر $x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow y \rightarrow +\infty$) پس

ضریب x^2 باید مثبت باشد. لذا گزینه ۱ نمی تواند صحیح باشد. از طرفی در منحنی سهمی $y = ax^2 + bx + c$

طول نقطه می نیمم (ماکزیمم) از روابط $x = \frac{-b}{2a}$ بدست می آید و با توجه به شکل، مشاهده می شود که طول نقطه

می نیمم مثبت است. و گزینه ۲ نیز نمی تواند صحیح باشد. بنابراین یکی از دو گزینه ۳ یا ۴ می تواند صحیح باشد که در

این صورت طول نقطه می نیمم برابر با $x = \frac{4}{2} = 2$ خواهد شد. مقدار دو منحنی در نقطه می نیمم به قرار زیر است:

$$\text{گزینه ۳: } x = 2 \Rightarrow y = (2)^2 - 4 \times 2 + 4 = 0 \Rightarrow y = 0$$

$$\text{گزینه ۴: } x = 2 \Rightarrow y = (2)^2 - 4 \times 2 + 3 = -1 \Rightarrow y < 0$$

با توجه به شکل مشاهده می شود که مقدار منحنی در نقطه می نیمم کوچکتر از صفر است. لذا گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱۰- می دانیم در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ، حاصلضرب ۲ ریشه برابر $\frac{c}{a}$ است. در نتیجه داریم:

$$(x+1)(x^2 - x + 6m) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+1=0 \Rightarrow x_1=-1 \\ x^2 - x + 6m=0 \Rightarrow x_2 x_3 = 6m \end{cases} \Rightarrow x_1 x_2 x_3 = -6m = 6 \rightarrow m = -1$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\Delta > 0 \Rightarrow 25 - 4m(m^2 - 6) > 0$$

۱۱- چون معادله دارای دو ریشه حقیقی می باشد، پس:

دو ریشه معادله، معکوس می باشند، بنابراین حاصلضرب ریشه ها برابر ۱ است:

$$\frac{m^2 - 6}{m} = 1 \Rightarrow m^2 - 6 = m \Rightarrow m^2 - m - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = 3 \end{cases}$$

به ازای $m = 3$ ، Δ منفی می شود پس $m = -2$ قابل قبول است. بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

۱۲- چون سهمی مماس بر محور X ها است، یک ریشه دارد، یعنی، $\Delta = 0$ ، پس داریم:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow 16 + 8a = 0 \Rightarrow 8a = -16 \Rightarrow a = -2$$

بنابراین گزینه ۱، پاسخ صحیح است.

۱۳- مجموع ریشه‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ برابر $-\frac{b}{a}$ و ضرب ریشه‌ها برابر $\frac{c}{a}$ است پس داریم:

$$(-1)(1) = -1 \Rightarrow \frac{c}{a} = -1 \Rightarrow c = -a \Rightarrow a + c = 0$$

بنابراین گزینه ۴ جواب است.

۱۴- اگر x_1, x_2 ریشه‌های معادله $x^2 + (1-m)x + 2m = 0$ باشند در اینصورت:

$$x_1 + x_2 = \frac{-(1-m)}{1} = m-1, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{2m}{1} = 2m$$

با توجه به سوال داریم که $x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2$ پس:

$$m-1 = 2m \Rightarrow m = -1$$

پس گزینه ۲ درست است.

۱۵- در یک معادله درجه ۲ هنگامی دو ریشه مساوی است که Δ در آن صفر باشد، پس:

$$x^2 - (3a+1)x + 2a^2 + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = (3a+1)^2 - 4(2a^2+2) = 0 \Rightarrow a^2 + 6a - 7 = 0 \Rightarrow a = 1, 7$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

۱۶- برای سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ طول راس سهمی از رابطه $x = -\frac{b}{2a}$ حاصل می‌شود. بنابراین برای

سهمی $y = x^2 + 2x$ طول راس برابر با $x = -\frac{2}{2} = -1$ می‌باشد و در نتیجه عرض آن

$y = (-1)^2 + 2(-1) = -1$ می‌باشد. پس راس سهمی نقطه $(-1, -1)$ است. فاصله نقطه (x_1, y_1) از

(x_2, y_2) بصورت $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ می‌باشد، پس:

$$d = \sqrt{(1 - (-1))^2 + (1 - (-1))^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$$

بنابراین گزینه ۳ درست است.

۱۷- اگر طول و عرض مستطیل را a و b فرض کنیم:

$$\begin{cases} \text{محیط} = 2(a+b) = 54 \\ \text{مساحت} = ab = 180 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b = 27 \Rightarrow a = 27-b \\ ab = 180 \end{cases} \Rightarrow (27-b)b = 180 \Rightarrow$$

$$b^2 - 27b + 180 = 0 \Rightarrow b = \frac{27 \pm \sqrt{729 - 720}}{2} = \frac{27 \pm 3}{2} \Rightarrow b = 15, 12$$

دو مقدار بدست آمده در واقع طول و عرض مستطیل می‌باشند، بنابراین اختلاف طول و عرض برابر با $15 - 12 = 3$ می‌باشد و گزینه ۲ درست است.

۱۸- در معادله $x^2 - sx + p = 0$ ، s برابر حاصل جمع ریشه‌ها و p برابر حاصل ضرب ریشه‌ها است، پس:

$$\left. \begin{array}{l} s = 24, p = 143 \\ x^2 - sx + p = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x^2 - 24x + 143 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 11 \\ x' = 13 \end{cases} \Rightarrow |x - x'| = 2$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

۱۹- با استفاده از تعریف معادله ریشه‌های معادله $2x^2 + 3x - k = 0$ دو واحد از ریشه‌های معادله $2x^2 - 5x + 1 = 0$ کمتر است یعنی $x = X - 2$ کافیت در معادله درجه دوم $x = X - 2$ را جانشین کنیم داریم:

$$2(x+2)^2 - 5(x+2) + 1 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 3x - 1 = 0 \Rightarrow k = 1$$

با مقایسه معادله اخیر با معادله اول مقدار $k = 1$ بدست آمده و گزینه ۱ صحیح است

۲۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله با دو ریشه قرینه دارای مجموع ریشه‌های برابر صفر خواهد بود، پس باید $\frac{-b}{a}$ معادله صفر باشد. بنابراین:

$$m(m^2 - 9) = 0 \Rightarrow m = 0, 3, -3$$

برای حقیقی بودن ریشه‌ها باید:

$$\Delta > 0 \Rightarrow b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow m + 1 > 0 \Rightarrow m > -1$$

پس جوابهای قابل قبول $m = 0, 3$ می‌باشند. بنابراین گزینه ۳ که $m = 3$ در آن ذکر شده است پاسخ صحیح می‌باشد.

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases} \quad -21$$

$$x_1 + x_2 = \left(\frac{1}{x_1}\right)\left(\frac{1}{x_2}\right) \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{1}{x_1 x_2} \Rightarrow -\frac{b}{a} = \frac{1}{\frac{c}{a}}$$

$$\Rightarrow -\frac{b}{a} = \frac{a}{c} \Rightarrow a^2 = -bc \Rightarrow a^2 + bc = 0$$

بنابراین گزینه ۱ درست است.

$$x^2 + (\sqrt{b+3} + a)x + a^2 - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{b+3} + a = 0 \Rightarrow \sqrt{b+3} = -a \\ a^2 - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 1 \end{cases} \end{cases} \quad -22$$

چون $\sqrt{b+3} > 0$ است پس $-a > 0$ یعنی $a < 0$ است، پس $a = -1$ غیر قابل قبول است.

$$\sqrt{b+3} = -a \xrightarrow{a = -1} \sqrt{b+3} = -(-1) = 1 \Rightarrow b+3 = 1 \Rightarrow b = -2$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

شرط داشتن دو ریشه
 $x^2 - x + m = 0 \rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow 1 - 4m > 0 \Rightarrow 4m < 1 \Rightarrow m < \frac{1}{4}$ (I) -۲۳

شرط مثبت بودن هر دو ریشه آن است که حاصل جمع و حاصل ضرب ریشه‌ها مثبت باشد، پس:

همواره برقرار است $x_1 + x_2 > 0 \Rightarrow \frac{-b}{a} > 0 \Rightarrow \frac{-(-1)}{1} > 0 \Rightarrow 1 > 0$

$x_1 x_2 > 0 \Rightarrow \frac{c}{a} > 0 \Rightarrow \frac{m}{1} > 0 \Rightarrow m > 0$ (II)

(I), (II) $\Rightarrow 0 < m < \frac{1}{4}$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

-۲۴ معادله $(m-1)x^2 + mx + m-3 = 0$ دو ریشه مختلف‌العلامه دارد، پس حاصل ضرب ریشه‌هایش کوچکتر از

صفر است، یعنی: $\frac{c}{a} < 0 \Rightarrow \frac{m-3}{m-1} < 0 \Rightarrow 1 < m < 3$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

-۲۵ معادله دو ریشه حقیقی معکوس دارد، پس حاصل ضرب آنها برابر یک می‌شود، پس:

$\frac{c}{a} = 1 \Rightarrow \frac{k}{1} = 1 \Rightarrow k = 1$

به ازای $k = 1$ ، $\Delta = 4 - 4 = 0$ می‌شود (دو ریشه وجود دارند). پس گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$(x+2)^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow (x+2)^2 + (x+2) - 1 = 0 \Rightarrow t^2 + t - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 + t_2 = \frac{-b}{a} = -1 \\ t_1 t_2 = \frac{c}{a} = -1 \end{cases}$ -۲۶

$(a+2)^3 + (b+2)^3 = t_1^3 + t_2^3 = (t_1 + t_2)^3 - 3t_1 t_2 (t_1 + t_2) = -1 - 3(-1)(-1) = -4$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$x^2 - k^2 x + 8 = 0 \Rightarrow x'x'' = 8$ ، $x' + x'' = k^2 \Rightarrow (\sqrt[3]{x'})^3 + (\sqrt[3]{x''})^3 = k^2 \Rightarrow$ -۲۷

$(\sqrt[3]{x'} + \sqrt[3]{x''})^3 - 3\sqrt[3]{x'}\sqrt[3]{x''}(\sqrt[3]{x'} + \sqrt[3]{x''}) = k^2 \Rightarrow 3^3 - 3\sqrt[3]{8(3)} = k^2 \Rightarrow$

$k^2 = 27 - 18 \Rightarrow k^2 = 9 \Rightarrow k = \pm 3$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$x^2 - 5mx + 16 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 5m \\ x_1 x_2 = 16 \\ x_1^3 = x_2^3 \end{cases} \Rightarrow x_1 (x_1^3) = 16 \Rightarrow x_1^4 = 2^4 \Rightarrow x_1 = 2$ -۲۸

$\Rightarrow x_2 = 2^3 = 8$

$x_1 + x_2 = 5m \Rightarrow 2 + 8 = 5m \Rightarrow m = 2$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح سؤال است.

$$x^2 - (b-a)(b+c)x + (a+b)(c-b) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{(b-a)(b+c)}{1} = (b-a)(b+c) \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{(a+b)(c-b)}{1} = (a+b)(c-b) \end{cases} \quad -29$$

$$(b-a)(b+c) = (a+b)(c-b) \Rightarrow b^2 + bc - ab - ac = ac - ab + bc - b^2 \Rightarrow$$

$$2b^2 = 2ac \Rightarrow b^2 = ac$$

یعنی b واسطه هندسی بین a و c است، پس گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$9a + 3b + c = 0 \Rightarrow a(3)^2 + b(3) + c = 0 \Rightarrow \text{یکی از ریشه ها} = 3 \quad -30$$

$$\text{جمع ریشه ها} = \frac{-b}{a} \Rightarrow 3 + x_2 = \frac{-b}{a} \Rightarrow x_2 = \frac{-b}{a} - 3 \Rightarrow x_2 = -\frac{b+3a}{a}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$-31 \text{ می دانیم رأس سهمی } y = ax^2 + bx + c \text{ نقطه } S\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right) \text{ است، پس:}$$

$$\left. \begin{aligned} y = x^2 - mx - n - 1 \\ S(1, -4) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{-(-m)}{2} = 1 \Rightarrow \frac{m}{2} = 1 \Rightarrow m = 2$$

$$\left. \begin{aligned} f(1) = 1 - m - n - 1 \\ -4 = 1 - 2 - n - 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow n = 2$$

$$\Rightarrow y = x^2 - 2x - 3$$

$$\Rightarrow y = -3$$

$$x = 0$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \Rightarrow x_1 + 1 = -x_2 \\ x_1 x_2 = -1 \end{cases} \quad -32$$

$$2x_1^2 + 2x_1 + (x_1 + x_2)^2 = 2x_1(x_1 + 1) + (x_1 + x_2)^2 = 2x_1(-x_2) + (-1)^2 =$$

$$-2x_1 x_2 + 1 = -2 \times (-1) + 1 = 3$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ درست است.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases} \quad -33 \text{ یادآوری: در معادله درجه دوم } ax^2 + bx + c = 0 \text{ با ریشه های } x_1 \text{ و } x_2 \text{ داریم:}$$

$$2x^2 - x + k = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 x_2 = \frac{k}{2} \\ \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{1}{2} \\ x_1 + 2x_2 = 3 \end{cases} \Rightarrow (x_1 + 2x_2) - (x_1 + x_2) = 3 - \frac{1}{2} \quad (1) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow x_2 = \frac{5}{2} \Rightarrow x_1 = -2 \Rightarrow x_1 x_2 = -5 \Rightarrow \frac{k}{2} = -5 \Rightarrow k = -10$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح سوال است.

$$(x+3)^2 + (x+3) - 1 = 0 \Rightarrow x^2 + 6x + 9 + x + 3 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 + 7x + 11 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -7 \\ x_1 x_2 = 11 \end{cases} \Rightarrow x_1 x_2 + 3x_1 + 3x_2 = 11 + 3(-7) = -10$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{دو ریشه قرینه} \Rightarrow x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow \frac{-a(a^2 - 9)}{a+1} = 0 \Rightarrow a(a^2 - 9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 3 \\ a = -3 \end{cases}$$

$$\text{دو ریشه حقیقی} = b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow 0^2 - 4(a+1)(2) > 0 \Rightarrow a+1 < 0 \Rightarrow a < -1$$

بنابراین فقط $a = -3$ قابل قبول است.

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{می دانیم: } \begin{cases} x_1 = x_2^2 \\ x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 \cdot x_2 = 5 + m \end{cases} \Rightarrow x_2^2 + x_2 - 6 = 0 \Rightarrow$$

-۳۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} x_2 = -3 \Rightarrow x_1 = 9 \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = -27 \\ x_2 = 2 \Rightarrow x_1 = 4 \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5 + m = -27 \Rightarrow m = -32 \\ 5 + m = 8 \Rightarrow m = 3 \end{cases}$$

$$x^2 + x + 1 = A \Rightarrow A^2 - 3A + 2 = 0 \Rightarrow A = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \end{Bmatrix} \Rightarrow$$

-۳۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} x^2 + x + 1 = 1 \Rightarrow x^2 + x = 0 \Rightarrow x = \begin{Bmatrix} 0 \\ -1 \end{Bmatrix} \\ x^2 + x + 1 = 2 \Rightarrow x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

پس چهار ریشه‌ی حقیقی دارد.

$$y > 0 \Rightarrow 2x^2 - 4x + a > 0 \Rightarrow 4 - 2a < 0 \Rightarrow a > 2$$

-۳۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

-۳۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر این تابع از چهار ناحیه بگذرد، باید حاصل ضرب دو ریشه منفی باشد. پس:

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a} < 0 \Rightarrow \frac{m-2}{-1} < 0 \Rightarrow m-2 > 0 \Rightarrow m > 2$$

$$3x^2 + 5x + a = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-5}{3} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{a}{3} \end{cases}$$

-۴۰- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$x_1^2 x_2 + x_1 \cdot x_2^2 = -1 : x_1 x_2 (x_1 + x_2) = -1 : \frac{-5}{3} \times \frac{a}{3} = -1 \Rightarrow a = \frac{9}{5}$$

$$\text{می دانیم: } \begin{cases} x_1^2 - 4x_1 + 1 = 0 \\ x_2^2 - 4x_2 + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow (-1+4) \times (-1+2) = 3$$

-۴۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{2}x^2 + mx + (m-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -2m \\ x_1 x_2 = 2(m-1) \end{cases} \quad \text{۴۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.}$$

$$x_1 + x_2 = x_1 x_2 \Rightarrow 2m - 2 = -2m \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

۴۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 x_2 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{4}{m^2} > 0 \\ \frac{-1}{m^2} < 0 \end{cases} \Rightarrow (m \neq 0 \text{ البته}) \quad \text{همواره برقرار است}$$

۴۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x(x+a) = 2 \Rightarrow x^2 + ax - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -a \\ x_1 x_2 = -2 \end{cases}$$

$$(x_1 + 1)(x_2 + 1) = x_1 x_2 + (x_1 + x_2) + 1 = -2 - a + 1 = -a - 1$$

$$-x^4 + 13x^2 - 36 = 0 \Rightarrow x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

۴۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. راه حل اول:

اگر در معادله‌ی فوق x را به $(-x)$ تبدیل کنیم معادله عوض نمی شود، پس $x^4 - 13x^2 + 36$ نسبت به محور y ها قرینه است در نتیجه اگر α ریشه‌ی این معادله باشد $-\alpha$ نیز ریشه‌ی آن خواهد بود یعنی: $\sum \text{ریشه‌ها} = 0$

راه دوم:

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$$

۴۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = -3x^2 + 4x \Rightarrow \text{محور تقارن: } x = \frac{-4}{2(-3)} = \frac{2}{3} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{cases} 2y + 2 = 1 \Rightarrow y = -\frac{1}{2} \\ 2y + 3x = 1 \end{cases}$$

۴۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} m - 2 > 0 \\ 9 - 4(m-2)(m+2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m > 2 \\ 9 - 4(m^2 - 4) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m > 2 \\ -4m^2 + 25 = 0 \end{cases} \Rightarrow m = \frac{5}{2}$$

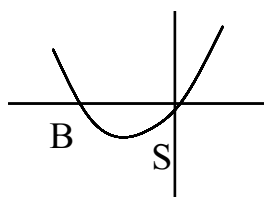
$$x^2 - ax + a = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow a^2 - 4a < 0 \Rightarrow 0 < a < 4$$

۴۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$S(-1, -1), a(0, 0), B(-2, 0)$$

۴۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$S = \frac{1}{2}(2 \times 1) = 1$$



۵۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\alpha\beta = 1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{\alpha} = \beta \\ \frac{1}{\beta} = \alpha \end{cases} \Rightarrow A = \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right)^2 + \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right)^2 = (2\alpha)^2 + (2\beta)^2 = 4(\alpha^2 + \beta^2) = 4(s^2 - 2p)$$

$$A = 4\left(\frac{25}{4} - 2 \times 1\right) = 25 - 8 = 17$$

$$P = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\beta}{\alpha} = 1$$

۵۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$S = \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{\left(\frac{7}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{3}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{49}{4} - 3}{\frac{3}{2}} = \frac{37}{6}$$

$$x^2 - \frac{37}{6}x + 1 = 0 \Rightarrow 6x^2 - 37x + 6 = 0$$

۵۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $\Delta > 0 \Rightarrow 36 - 4m > 0 \Rightarrow m < 9$ از طرفی علامت یک معادله‌ی درجه دوم در

هر عدد بین دو ریشه، مخالف علامت ضریب x^2 است پس:

$$x^2 - 6x + m \Big|_{x=1} < 0 \Rightarrow 1 - 6 + m < 0 \Rightarrow m < 5$$

۵۳- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} \alpha^2 + 2\alpha = 1 &\Rightarrow \alpha^2 + 2\alpha + m = 1 + m \\ \beta^2 + 2\beta = 1 &\Rightarrow \beta^2 + 2\beta + m = 1 + m \end{aligned} \right\} \Rightarrow (\alpha + m)(\beta + m) = 2 \Rightarrow$$

$$\alpha\beta + (\alpha + \beta)m + m^2 = 2 \Rightarrow -1 - 2m + m^2 = 2 \Rightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \Rightarrow m = -1 \text{ یا } m = 3$$

۵۴- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} \sin \alpha + \cos \alpha &= \frac{m}{2} \\ \sin \alpha \cos \alpha &= -\frac{1}{4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha \Rightarrow$$

$$\frac{m^2}{4} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow m = \pm \sqrt{2}$$

۵۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرمول جمع ریشه‌ها را می‌نویسیم و با $2\alpha - \beta = 7$ تشکیل یک دستگاه می‌دهیم و در

$$\left. \begin{aligned} \alpha + \beta &= \frac{6}{3} \rightarrow \alpha + \beta = 2 \\ 2\alpha - \beta &= 7 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 3 \\ \beta = -1 \end{cases}$$

فرمول ضرب ریشه‌ها قرار می‌دهیم.

$$\alpha \cdot \beta = \frac{a+2}{3} \rightarrow -3 = \frac{a+2}{3} \quad a+2 = -9 \rightarrow a = -11$$



۵۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. X را به $-\frac{1}{X}$ تبدیل می‌کنیم.

$$2x^2 - 3x - 7 = 0 \rightarrow 2\left(-\frac{1}{x}\right)^2 - 3\left(-\frac{1}{x}\right) - 7 = 0 \Rightarrow \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x} - 7 = 0 \rightarrow 2 + 3x - 7x^2 = 0$$

$$\Rightarrow 7x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$C = AB \Rightarrow \log_f C = \log_f A + \log_f B$$

۵۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\log_f C = -\frac{b}{a} = \frac{3}{2} \Rightarrow C = f^{\frac{3}{2}} = (2^2)^{\frac{3}{2}} = 8$$

۵۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. معادله‌ی درجه دوم $x^2 + ax + 4 = 0$ با ریشه‌های α و β دارای جدول تعیین علامت

	x	-1	α	2	β	
$x^2 + ax + 4$		+	+	-	+	+

زیر است:

پس مشخص است که باید عبارت $x^2 + ax + 4$ به ازای $x = -1$ مثبت و به ازای $x = 2$ منفی باشد.

$$\left. \begin{aligned} (-1)^2 + a(-1) + 4 > 0 &\Rightarrow 1 - a + 4 > 0 \Rightarrow 5 - a > 0 \Rightarrow a < 5 \\ 2^2 + a(2) + 4 < 0 &\Rightarrow 4 + 2a + 4 < 0 \Rightarrow 8 + 2a < 0 \Rightarrow a < -4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a < -4$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

۵۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\Rightarrow x_1^3 + x_2^3 + x_1^2 x_2^2 = 0 \Rightarrow (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2) + (x_1 x_2)^3 = 0$$

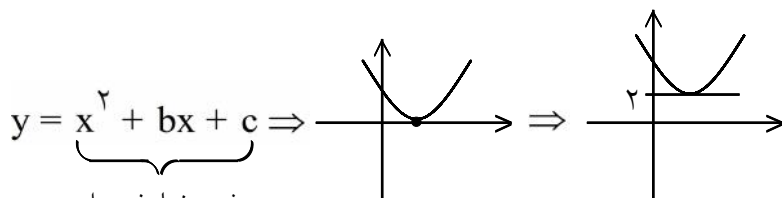
$$\Rightarrow \left(-\frac{b}{a}\right)^3 - 3\left(\frac{c}{a}\right)\left(-\frac{b}{a}\right) + \left(\frac{c}{a}\right)^3 = 0 \Rightarrow -\frac{b^3}{a^3} + \frac{3bc}{a^2} + \frac{c^3}{a^3} = 0 \Rightarrow -b^3 + 3abc + c^3 = 0 \Rightarrow b^3 - c^3 = 3abc$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow 36 - 4m > 0 \Rightarrow m < 9$$

۶۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. شرط وجود دو ریشه:

از طرفی علامت یک معادله‌ی درجه دوم در هر عدد بین دو ریشه، مخالف علامت ضریب x^2 است پس:

$$x^2 - 6x + m \Big|_{x=-1} < 0 \Rightarrow 1 + 6 + m < 0 \Rightarrow m < -7$$



۶۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

پس تابع $y = (x^2 + bx + c) + 2$ محور X ها را قطع نمی‌کند و ریشه ندارد.

$$x_1 x_2 = 4(x_1 + x_2) \Rightarrow -5m - 3 = 4(-3m + 1) \Rightarrow m = 1$$

۶۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۶۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فرمول جمع ریشه‌ها را می‌نویسیم و با $\alpha - \beta = 4$ تشکیل یک دستگاه می‌دهیم و در فرمول ضرب ریشه‌ها قرار می‌دهیم.

$$\alpha \cdot \beta = \frac{a+2}{3} \Rightarrow 0 = \frac{a+2}{3} \Rightarrow a+2=0 \Rightarrow a=-2$$

$$a, b, c \Rightarrow 2b = a + c$$

۶۴- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

ریشه‌های معادله‌ی $(m^2 - 4)x^2 - 3x + m = 0$ را α و β در نظر می‌گیریم داریم:

$$\alpha + \beta = 2 \times \frac{1}{\lambda} \Rightarrow s = \frac{1}{4} \Rightarrow -\frac{-3}{m^2 - 4} = \frac{1}{4} \Rightarrow m = \pm 4$$

که $m = -4$ مورد قبول است. زیرا اگر $m = 4$ باشد معادله دارای ریشه‌ی حقیقی نیست.

۶۵- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow x_1^2 = 1 - 2x_1$$

$$x_1^4 + 4x_2^2 - 4x_2 = (1 - 2x_1)^2 + 4x_2^2 - 4x_2 =$$

$$1 + 4x_1^2 - 4x_1 + 4x_2^2 - 4x_2 = 4(x_1^2 + x_2^2) - 4(x_1 + x_2) + 1$$

$$= 4(4 + 2) - 4(-2) + 1 = 33$$

$$x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P = 4 + 2 = 6$$

توجه:

۶۶- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3$$

یادآوری (۱):

یادآوری (۲): در معادله‌ی درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله باشد آن‌گاه:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \text{ و } P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x^2 + 3x - 1 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -3$$

$$x_1^3 + 3x_1^2 \cdot x_2 + 3x_1x_2^2 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 = (-3)^3 = -27$$

$$x^2 + 6x + 1 = 0$$

۶۷- گزینه‌ی ۳ صحیح است.

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{6}{1} \Rightarrow [x_1 + x_2] = -1$$

$$x_1 x_2 = \frac{1}{1} \Rightarrow -1 < x_1 < 0, -1 < x_2 < 0$$

$$[x_1 + x_2] + [x_1] + [x_2] = -1 - 1 - 1 = -3$$

۶۸- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$2x^2 + (m-5)x + 2 - m = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 2 - m > 0 \\ m - 5 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m^2 - 10m + 25 - 24 + 12 \cdot 0 \cdot m > 0 \\ m < 2 \\ m < 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m^2 + 2m + 1 > 0 \\ m < 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (m+1)^2 > 0 \rightarrow m \neq -1 \\ m < 2 \end{cases}$$

جواب نامعادله $\{m | m < 2, m \neq -1\}$ می‌باشد.

-۶۹

$$(4+m)^2 + m(4+m) - 3 = 0 \Rightarrow 2m^2 + 12m + 13 = 0 \Rightarrow m = \frac{-6 \pm \sqrt{10}}{2}$$

$$\Delta_1 = b^2 - 4c \geq 0$$

-۷۰

$$3x^2 + 2(b+k)x + c + kb = 0 \Rightarrow \Delta_2 = 4(b+k)^2 - 12(c+bk)$$

$$= (2k-b)^2 + 4(b^2 - 4c) = (2k-b)^2 + 4\Delta_1 \geq 0$$

$$\left. \begin{array}{l} x_2 = kx_1 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{array} \right\} \Rightarrow kx_1^2 = \frac{c}{a} \Rightarrow x_1^2 = \frac{c}{ak} \Rightarrow x_2^2 = \frac{kc}{a}$$

-۷۱

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 x_2 = \frac{b^2}{a^2} \Rightarrow \frac{c}{ak} + \frac{kc}{a} + \frac{2c}{a} = \frac{b^2}{a^2}$$

$$\Rightarrow ac + k^2 ac + 2ack = b^2 k \Rightarrow ac(k+1)^2 = kb^2$$

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = x_2 \\ x_1 x_2 = +\frac{c}{a} \end{array} \right\} \Rightarrow x_2^2 = +\frac{c}{a} \Rightarrow x_2 = +\sqrt{\frac{c}{a}} \Rightarrow x_1 = \sqrt{\frac{c}{a}}$$

-۷۲

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \Rightarrow (x_1 + x_2)^2 = -\frac{b^2}{a^2} \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 x_2 (x_1 + x_2) = -\frac{b^2}{a^2}$$

$$\Rightarrow \frac{c^2}{a^2} + \frac{c}{a} + 2\left(+\frac{c}{a}\right)\left(-\frac{b}{a}\right) = 0 \Rightarrow ac^2 + a^2 c - 2abc = -b^2 \Rightarrow ac(a+c) + b^2 = 2abc$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

-۷۳

$$a(a+b+c) < 0 \Rightarrow a^2 + ab + ac < 0 \Rightarrow -ac > a^2 + ab$$

$$\Rightarrow -4ac > 4a^2 + 4ab \Rightarrow b^2 - 4ac > 4a^2 + 4ab + b^2 = (2a+b)^2 \Rightarrow \Delta > 0$$

۷۴- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$x^2 + 1 = mx \rightarrow x^2 - mx + 1 = 0$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow m^2 - 4 < 0 \rightarrow -2 < m < 2$$



۸۰- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$x^4 + x^2 - 12 = 0 \Rightarrow (x^2)^2 + x^2 - 12 = 0$$

حال با فرض $x^2 = t$ داریم:

$$t^2 + t - 12 = 0 \Rightarrow (t+4)(t-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t+4=0 \Rightarrow x^2+4=0 \Rightarrow x^2=-4 < 0 \text{ (غیر قابل قبول)} \\ t-3=0 \Rightarrow x^2-3=0 \Rightarrow x^2=3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3} \text{ (دو جواب)} \end{cases}$$

۸۱- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. اگر فرض کنیم $x' = Kx''$ پس داریم:

$$P = x'x'' = Kx''^2 = \frac{c}{a} \Rightarrow x''^2 = \frac{c}{aK}$$

$$S = x' + x'' = Kx'' + x'' \Rightarrow x''(K+1) = \frac{-b}{a} \Rightarrow x''^2 \cdot (K+1)^2 = \frac{b^2}{a^2}$$

$$\frac{c}{aK} (K+1)^2 = \frac{b^2}{a^2} \Rightarrow \frac{b^2}{ac} = \frac{(K+1)^2}{K}$$

۸۲- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

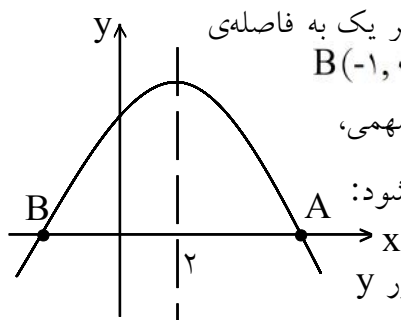
$$x_1^2 = 4x_1 - 1, x_2^2 = 4x_2 - 1$$

$$\sqrt{x_1^2(4x_2 - 1)} = \sqrt{x_1^2 x_2^2} = \sqrt{(x_1 x_2)^2} = |x_1 x_2| = \left| \frac{c}{a} \right| = 1$$

۸۳- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\alpha^2 + \alpha + 4\beta - 5 \xrightarrow{\alpha^2 = 3\alpha - 1} 3\alpha - 1 + \alpha + 4\beta - 5 = 4(\alpha + \beta) - 6 = 4s - 6 = 6$$

۸۴- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به مختصات رأس، ضابطه‌ی تابع مورد نظر به صورت $y = a(x-2)^2 + 3$ است. خط قائم گذرنده از رأس این تابع درجه‌ی دوم، یعنی خط به معادله‌ی $x=2$ ، محور تقارن آن است. با توجه به شکل



زیر و مفروضات مسأله، نمودار سهمی، محور x ها را در دو نقطه‌ی A و B که هر یک به فاصله‌ی

۳ واحد از محور تقارن قرار دارند، قطع می‌کند. پس نتیجه می‌شود: $A(5, 0)$ و $B(-1, 0)$

حال با جایگزین کردن مختصات یکی از این دو نقطه مثلاً $A(5, 0)$ در ضابطه‌ی سهمی،

مقدار a به دست می‌آید: $0 = a(5-2)^2 + 3 \Rightarrow a = \frac{-1}{3}$ و معادله‌ی سهمی معلوم می‌شود:

$y = \frac{-1}{3}(x-2)^2 + 3$ اگر در ضابطه‌ی تابع $x_0 = 0$ را قرار دهیم، عرض تابع با محور y

ها پیدا می‌شود:

$$y_0 = \frac{-1}{3}(0-2)^2 + 3 = \frac{5}{3}$$

۸۵- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\bullet > (x^2) \Rightarrow a - 3 < 0 \Rightarrow a < 3 \quad (1)$$

اگر دو ریشه داشته باشد باید هر دو منفی باشد که داریم:

$$\Delta > 0 \rightarrow a^2 + 4a - 12 > 0 \rightarrow (a - 2)(a + 6) > 0 \Rightarrow a > 2, a < -6 \quad (2)$$

$$p = \alpha\beta > 0 \Rightarrow p = \frac{c}{a} = \frac{-1}{a-3} > 0; S = \alpha + \beta < 0 \Rightarrow s = -\frac{b}{a} = \frac{-a}{a-3} < 0 \rightarrow -a > 0 \rightarrow a < 0 \quad (3)$$

که اشتراک (۱) و (۲) و (۳) برابر $a < -6$ می‌شود. حال فرض می‌کنیم فاقد ریشه یا ریشه‌ی مضاعف باشد داریم:

$$\Delta \leq 0 \rightarrow a^2 + 4a - 12 \leq 0 \rightarrow (a - 2)(a + 6) \leq 0 \Rightarrow -6 \leq a \leq 2 \quad (4)$$

کد اشتراک (۱) و (۴) برابر $a \leq 2$ است و اجتماع دو بازه برابر $a \leq 2$ می‌باشد.

$$p(x) = x^2 + bx + c \Rightarrow \begin{cases} p(1) = 1 + b + c = 1 \\ p(2) = 4 + 2b + c = 3 \end{cases} \xrightarrow{0/25} \begin{cases} b + c = 0 \\ 2b + c = -1 \end{cases} \rightarrow -86$$

$$b = -1 \quad (0/25), c = 1 \quad (0/25) \rightarrow p(x) = x^2 - x + 1 \quad (0/25)$$

$$a < 0 \quad (0/25) \quad b < 0 \quad (0/25) \quad c < 0 \quad (0/25) \quad -87$$

نمودار محور طول‌ها را در دو نقطه قطع می‌کند در نتیجه معادله دو جواب دارد. $(0/25)$

۸۸- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. بنا به فرض:

$$(m - 2)x^2 + m > 3x - 2 \Rightarrow (m - 2)x^2 - 3x + m + 2 > 0$$

$$\begin{cases} m - 2 > 0 \\ 9 - 4(m - 2)(m + 2) < 0 \end{cases}$$

شرط برقراری همواره نامسای آن است که:

$$\begin{cases} m > 2 \\ 9 - 4(m^2 - 4) < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m > 2 \\ 25 - 4m^2 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m > 2 \\ |m| < 5/2 \end{cases}$$

۸۹- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به معادله‌ی $x^2 - 6x + 1 = 0$ داریم:

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 6 \quad (1)$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{\beta} \Rightarrow \alpha^2 = \frac{1}{\beta^2} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \beta^2 + \frac{1}{\beta^2} = \beta^2 + \alpha^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 6^2 - 2 = 34$$

$$x_1 = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow x_2 = 1 + \sqrt{2} \Rightarrow S = x_1 + x_2 = 2$$

۹۰- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$P = x_1 x_2 = -1$$

$$x_1^3 + x_2^3 = S^3 - 3SP = (2)^3 - 3(2)(-1) = 14$$

نکته: هرگاه عدد اصم $\alpha + \sqrt{\beta}$ یک جواب معادله‌ی درجه‌ی دوم با ضرایب گویا باشد، جواب دیگر آن $\alpha - \sqrt{\beta}$

است. $(\alpha, \beta \in \Phi)$

۹۱- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$x = 3 + \sqrt{6} + \sqrt{3} \Rightarrow (x - 3) = \sqrt{3} + \sqrt{6} \Rightarrow (x - 3)^2 = 3 + 6 + 2\sqrt{18}$$

$$\Rightarrow x^2 + 9 - 6x = 9 + 2\sqrt{18} \Rightarrow x^2 - 6x = 2\sqrt{18}$$

$$(x^2 - 6x)^2 = (2\sqrt{18})^2 \Rightarrow x^4 - 12x^3 + 36x^2 - 72 = 0$$

$$\frac{x^2}{3} - 2 = t \quad (0/25) \rightarrow t^2 - 11t + 10 = 0 \rightarrow$$

-۹۲

$$(t-10)(t-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} t = 10 \quad (0/25) \rightarrow x = \pm 6 \quad (0/25) \\ t = 1 \quad (0/25) \rightarrow x = \pm 3 \quad (0/25) \end{cases}$$

۹۳- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. چون α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 7x + 1 = 0$ است، لذا در معادله صدق می‌کنند.

$$\begin{cases} \alpha^2 - 7\alpha + 1 = 0 \\ \beta^2 - 7\beta + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \beta^2 + 7\alpha = 7\beta - 1 + 7\alpha = 7(\alpha + \beta) - 1$$

$$\alpha + \beta = S = -\frac{b}{a} \rightarrow = 7\left(\frac{7}{1}\right) - 1 = 48$$

$$(x^2 - 1)^2 = t \quad (0/25) \quad t^2 + t - 2 = 0 \quad (0/25) \rightarrow \begin{cases} (x^2 - 1)^2 = 1 \rightarrow \{ x^2 = 2 \rightarrow x = \pm\sqrt{2} \quad (0/25) \\ x^2 = 0 \rightarrow x = 0 \quad (0/25) \\ (x^2 - 1)^2 = -2 \quad \text{جواب ندارد} \quad (0/25) \end{cases}$$

-۹۴



۹۵- گزینهی ۱ پاسخ صحیح است. راه حل اول:

اگر ریشهی معادلهی جدید را X بنامیم، داریم:

جای گذاری در معادله

$$X = \frac{2\alpha}{\alpha + 1} \Rightarrow \alpha X + X = 2\alpha \Rightarrow X = 2\alpha - \alpha X \Rightarrow \alpha = \frac{X}{2 - X} \rightarrow$$

$$\frac{X^2}{(2 - X)^2} - \frac{X}{2 - X} - 1 = 0 \xrightarrow{\text{طرفین ضرب در } (2 - X)^2} X^2 - X(2 - X) - (2 - X)^2 = 0$$

$$\Rightarrow X^2 - 2X + X^2 - 4 + 4X - X^2 = 0 \Rightarrow X^2 + 2X - 4 = 0$$

راه حل دوم:

$$\left. \begin{aligned} X &= \frac{2x}{x+1} \\ x^2 - x - 1 &= 0 \Rightarrow x + 1 = x^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow X = \frac{2x}{x^2} = \frac{2}{x} \Rightarrow x = \frac{2}{X}$$

حال $x = \frac{2}{X}$ را در معادله جای گذاری می کنیم:

$$\left(\frac{2}{X}\right)^2 - \left(\frac{2}{X}\right) - 1 = 0 \xrightarrow{\text{ضرب در } X^2} 4 - 2X - X^2 = 0 \Rightarrow X^2 + 2X - 4 = 0$$

۹۶- گزینهی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\alpha \xrightarrow{\text{باید در معادله صدق کند}} \alpha^2 - \alpha - 1 = 0 \rightarrow \alpha^2 - \alpha = 1$$

$$2\alpha^2 + \beta^2 - \alpha = (\alpha^2 + \beta^2) + (\alpha^2 - \alpha) = S^2 - 2P + 1 = 1 + 2 + 1 = 4$$

۹۷- گزینهی ۱ پاسخ صحیح است.

$$(2x + 1)(x + 8) = mx \Rightarrow 2x^2 + 16x + x + 8 = mx \Rightarrow 2x^2 + (17 - m)x + 8 = 0$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow (17 - m)^2 - 64 < 0 \Rightarrow |m - 17| < 16 \Rightarrow -16 < m - 17 < 16 \Rightarrow 1 < m < 33$$

۹۸- گزینهی ۲ پاسخ صحیح است. با فرض این که $x^2 + x = t$ باشد، معادله به صورت زیر خواهد بود.

$$t^2 - 18t + 72 = 0 \Rightarrow (x^2 + x - 12)(x^2 + x - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 + x - 12 = 0 \Rightarrow S = \alpha + \beta = -1 \\ x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow S = x' + x'' = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta + x' + x'' = -2$$



۹۹- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$x(5x+3)=2 \Rightarrow 5x^2+3x-2=0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha+\beta=-\frac{3}{5} \\ \alpha\beta=-\frac{2}{5} \end{cases}$$

$$S = \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2 \beta^2} = \frac{\left(\frac{-3}{5}\right)^2 - 2\left(\frac{-2}{5}\right)}{\frac{4}{25}} = \frac{29}{4}$$

$$P = \frac{1}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{\beta^2} = \frac{25}{4}$$

$$\left. \begin{array}{l} S = \frac{29}{4} \\ P = \frac{25}{4} \end{array} \right\} x^2 - \frac{29}{4}x + \frac{25}{4} = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 29x + 25 = 0 \Rightarrow k = 29$$

راه حل خاص:

$$5x^2 + 3x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -1 \Rightarrow \frac{1}{\alpha^2} = 1 \Rightarrow 4(1) - k(1) + 25 = 0 \Rightarrow k = 29 \\ \beta = \frac{2}{5} \end{cases}$$

۱۰۰- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$2x^2 + (3m-1)x + m^2 - 1 = 0$$

$$\begin{cases} m^2 - 1 \geq 0 \\ 3m - 1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |m| \geq 1 \\ m < \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow m \leq -1$$

۱۰۱- چون فاصله نقطه متحرک $M(x, y)$ واقع بر منحنی از نقطه $O(0, 0)$ برابر است با:

$$OM = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 - 2x + 4} = \sqrt{(x-1)^2 + 3}$$

کمترین مقدار فاصله هنگامی حاصل می‌شود که $x=1$ باشد که در اینصورت $OM = \sqrt{3}$ می‌باشد. بنابراین گزینه

۴ صحیح است.

۱۰۲- اگر دو عدد را x و y بنامیم، داریم $x + y = 36$. مطلوب ماکزیم شدن xy است. با به توان ۲ رساندن عبارت داده شده:

$$x + y = 36 \Rightarrow (x + y)^2 = 36^2 \Rightarrow (x - y)^2 + 4xy = 36^2$$

لذا عبارت فوق برای ماکزیم شدن $4xy$ باید $(x - y)^2$ مینیمم شود زیرا مجموع آن دو برابر مقدار ثابت 36^2 می‌باشد.

حداقل مقدار $(x - y)^2$ برابر صفر است، پس:

$$(x - y)^2 = 0 \Rightarrow x = y \Rightarrow x = y = 18$$

لذا عدد ۳۶ را باید به دو قسمت مساوی (۱۸) تقسیم کنیم. بنابراین گزینه ۳ صحیح است.



$$\left. \begin{aligned} h + 2I = v &\Rightarrow I = \frac{v-h}{2} \\ S = \frac{I \times h}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow S = \frac{(v-h)h}{4} = \frac{-h^2 + vh}{4} \quad -103$$

برای پیدا کردن نقطه‌ای که به ازای آن مساحت بیشترین است، مشتق را مساوی با صفر قرار می‌دهیم:

$$S' = 0 \Rightarrow -2h + v = 0 \Rightarrow h = \frac{v}{2} \Rightarrow S = \frac{-\left(\frac{v}{2}\right)^2 + v \times \frac{v}{2}}{4} = \frac{49}{16}$$

بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

۱۰۴- طبق فرض سوال داریم:

$$xy = x(16 - 2x) = -2x^2 + 16x$$

$$xy \text{ مشتق} = -4x + 16 = 0 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow y = 16 - 2 \times 4 = 8 \Rightarrow xy = 32$$

پس گزینه ۳ صحیح است.

۱۰۵- با توجه به صورت سوال مقدار $S = xy$ باید بیشترین مقدار باشد. $2x + y = 48$ مورد مطلوب است پس S را بدست می‌آوریم:

$$y = 48 - 2x \Rightarrow S = -2x^2 + 48x \Rightarrow S' = -4x + 48 \Rightarrow x = 12$$

حال در معادله اصلی می‌گذاریم: $S = 12 \times 24 = 288$ پس گزینه ۲ صحیح است.

۱۰۶- معادله درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ هنگامی ماکزیمم دارد که $a < 0$. پس:

$$m^2 - m < 0 \Rightarrow 0 < m < 1$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح سوال است.

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{1}{2} \quad x_{\max} = \frac{-3}{2\left(-\frac{1}{2}\right)} = 3 \Rightarrow y_{\max} = -\frac{9}{2} + 9 - \frac{1}{2} = 4 \quad -107 \text{ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.}$$

$$S = xy = x\left(\frac{6-x}{2}\right) \rightarrow S = \frac{6x-x^2}{2} \rightarrow S' = \frac{6-2x}{2} = 0 \rightarrow 3-x=0 \rightarrow x=3 \quad -108$$

$$\xrightarrow{x=3} y = \frac{6-x}{2} = \frac{6-3}{2} = \frac{3}{2} \rightarrow y = \frac{3}{2}$$

۱۰۹- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. $f(x-1)$ یعنی نمودار $f(x)$ را به اندازه‌ی یک واحد به راست منتقل کنیم پس ماکزیمم $f(x)$ و $f(x-1)$ یکی است.

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{1}{2} \rightarrow x = -\frac{b}{2a} = 3 \rightarrow y_{\max} = -\frac{1}{2}(9) + 9 - \frac{1}{2} = 4$$

$$S = (20+x)(60-2x) = 1200 + 20x - 2x^2 \Rightarrow x = -\frac{b}{2a} = \frac{-20}{-4} = 5 \quad -110 \text{ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.}$$

$$\Rightarrow S = 25 \times (50) = 1250$$