

سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات  
و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)



<https://t.me/riazisara>

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

حسابان ۲ - سطح ۱، تابع

۴۱- نمودار تابع  $y = f\left(\frac{x}{3}\right)$  محور  $x$  ها را فقط در یک نقطه به طول ۳ قطع می‌کند. نمودار تابع  $y = f(x+2)$  محور

$x$  ها را در کدام طول قطع می‌کند؟

- ۱ (۱) ۱۱ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)

۴۲- در بازه‌ای که تابع  $f(x) = |x-2| + |x-3|$  اکیداً صعودی است، نمودار آن با نمودار تابع  $g(x) = 2x^2 - x - 10$  در چند

نقطه مشترک هستند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ فاقد نقطه مشترک

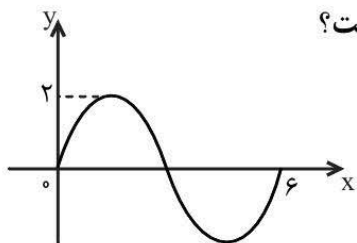
۴۳- باقی‌مانده‌های تقسیم دو چندجمله‌ای  $2x^2 - 5x + 4$  و  $x^2 + ax$  در بر  $x+2$  برابر یکدیگر است. مقدار  $a$  کدام

است؟

- ۱ (۱) -۷ ۲ (۲) -۱۱ ۳ (۳) -۹ ۴ (۴) -۵

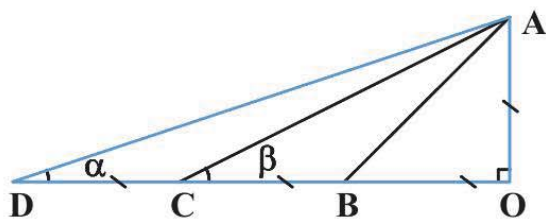
حسابان ۲ - سطح ۱، مثلثات -

۴۴- شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع  $y = a \sin(2b\pi x)$  است. حاصل  $ab$  کدام است؟



- ۱ (۱)  $\frac{4}{3}$   
 ۲ (۲)  $\frac{5}{3}$   
 ۳ (۳)  $\frac{1}{3}$   
 ۴ (۴)  $\frac{2}{3}$

۴۵- در شکل زیر،  $OA = OB = BC = CD$  است. مقدار  $\tan(\alpha + \beta)$  کدام است؟



- ۱ (۱)  $\sqrt{2}$   
 ۲ (۲) ۱  
 ۳ (۳)  $\frac{3}{2}$   
 ۴ (۴) ۳

۴۶- جواب کلی معادله  $\sin^3 x - \sin x = 0$  کدام است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

- (۱)  $k\pi$   
 (۲)  $k\pi + \frac{\pi}{4}$   
 (۳)  $k\pi + \frac{\pi}{2}$   
 (۴)  $\frac{k\pi}{2}$

۴۷- معادله  $\frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} = \tan 3x$ ، در بازه  $[0, 2\pi]$  چند جواب دارد؟

- (۱) ۶  
 (۲) ۸  
 (۳) ۷  
 (۴) ۵

حسابان ۲- سطح ۱، **حدهای نامتناهی - حد در بینهایت** -

۴۸- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 4x + 3}{(x-1)^2}$  کدام است؟

- (۱)  $-\infty$   
 (۲) صفر  
 (۳) ۱  
 (۴)  $+\infty$

۴۹- اگر  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a|x+5| + 5x - 9}{|2-3x| + ax - 11} = 2$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{11}{3}$   
 (۲) -۱  
 (۳) ۴  
 (۴)  $-\frac{1}{3}$

۵۰- دو تابع  $f(x) = \frac{2x}{x+2}$  و  $g(x) = \frac{x}{x-1}$  مفروض اند. اگر  $A$  و  $B$  محل تلاقی مجانبهای نمودار تابع  $f+g$  و  $O$  مبدأ

مختصات باشد، مساحت  $OAB$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{9}{2}$   
 (۲) ۳  
 (۳)  $\frac{11}{2}$   
 (۴) ۴

هندسه ۳- سطح ۱، **آشنایی با مقاطع مخروطی** -

۵۸- به ازای کدام مقدار  $k$ ، شعاع دایره  $x^2 + my^2 - 2x + 4y + k = 0$  برابر ۳ است؟

- (۱) -۴  
 (۲) -۲  
 (۳) ۲  
 (۴) ۴

۵۹- وضعیت خط  $2y = x + 2$  نسبت به دایره  $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 1 = 0$  چگونه است؟

(۱) شامل قطری از دایره است.

(۲) دایره را در دو نقطه قطع کرده ولی از مرکز دایره عبور نمی‌کند.

(۳) بر دایره مماس است.

(۴) با دایره نقطهٔ مشترکی ندارد.

۶۰- به ازای کدام مقدار  $m$ ، دو دایره  $C_1: x^2 + y^2 = 4$  و  $C_2: x^2 + y^2 - 6x + 8y - m = 0$  مماس خارج هستند؟

(۱) -۲۱ (۲) -۱۶ (۳) -۹ (۴) صفر

### هندسه ۳ - سطح ۱، ماتریس و کاربردها

۵۱- اگر دو ماتریس  $A = \begin{bmatrix} x-y & 4 \\ 3 & z+t \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 5 & 2x+y \\ 2z-t & 3 \end{bmatrix}$  مساوی یکدیگر باشند، آن‌گاه حاصل  $\frac{x+y}{t-z}$

کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۵ (۴) -۵

۵۲- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$  و  $C = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 1 \\ -3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$  باشد، درایهٔ واقع در سطر دوم و ستون اول ماتریس

$BCA$  کدام است؟

(۱) ۱۰۴ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۳۴ (۴) ۱۷۶

۵۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & -3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  باشد، آن‌گاه مجموع درایه‌های ماتریس  $A^{12}$  کدام است؟

(۱)  $3^{12}$  (۲)  $3^{13}$  (۳)  $3^{14}$  (۴)  $3^{15}$

۵۴- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$  باشد، مجموع درایه‌های ماتریس  $(A^2 + I)^{-1}$  کدام است؟

- (۱) -۱      (۲)  $-\frac{1}{2}$       (۳)  $\frac{1}{2}$       (۴) ۱

۵۵- اگر  $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  و  $AX = 2I$  باشد، ماتریس  $X$  کدام است؟

- (۱)  $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{5}{2} \end{bmatrix}$       (۲)  $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 2 & -\frac{5}{2} \end{bmatrix}$       (۳)  $\begin{bmatrix} 2 & -6 \\ -4 & 10 \end{bmatrix}$       (۴)  $\begin{bmatrix} -2 & 6 \\ 4 & -10 \end{bmatrix}$

۵۶- معادله  $\begin{vmatrix} 1 & x & x \\ 1 & x^2 & x \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$  چند جواب حقیقی متمایز دارد؟

- (۱) صفر      (۲) ۱      (۳) ۲      (۴) ۳

۵۷- اگر  $A$  یک ماتریس  $3 \times 3$  و  $|A| = 2$  باشد، آن‌گاه حاصل  $|2A|$  کدام است؟

- (۱) ۱۶      (۲) ۳۲      (۳) ۶۴      (۴) ۱۲۸

ریاضیات گسسته - سطح ۱، استدلال ریاضی

۶۱- گزاره «اگر  $n$  عدد صحیح و  $n^2$  مضرب  $k$  باشد، آن‌گاه  $n$  مضرب  $k$  است.» به ازای کدام مقدار  $k$  لزوماً درست

نیست؟

- (۱) ۳      (۲) ۴      (۳) ۵      (۴) ۶

ریاضیات گسسته - سطح ۱، بخش پذیری

۶۲- اگر  $a$  عددی طبیعی باشد، حاصل عبارت  $[a^2, (2a^3, 4a^4)]$  کدام است؟

- (۱)  $2a^3$       (۲)  $4a^3$       (۳)  $2a^4$       (۴)  $4a^4$

۶۳- در تقسیم عدد طبیعی  $a$  بر ۱۶، باقی‌مانده  $\frac{2}{5}$  خارج قسمت است. مجموع ارقام بزرگ‌ترین مقدار  $a$

کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

ریاضیات گسسته - سطح ۱، **همنهشتی**

۶۴- عدد  $7 + 2^{33}$  به کدام دسته هم‌نهشتی به پیمانه ۱۳ تعلق دارد؟

۱۲ (۴)

۸ (۳)

۵ (۲)

۱ (۱)

۶۵- اگر باقی‌مانده تقسیم عدد  $13991012$  بر اعداد ۹ و ۱۱ به ترتیب  $x$  و  $y$  باشد، آن‌گاه حاصل  $x - y$  کدام است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۶۶- اگر رقم یکان دو عدد  $2a - 5$  و  $5a - 4$  برابر باشد، آن‌گاه رقم یکان عدد  $7a - 1$  کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۶۷- به چند طریق می‌توان یک کیسه ۷۸ کیلویی را با وزنه‌های ۵ و ۷ کیلویی وزن کرد؟

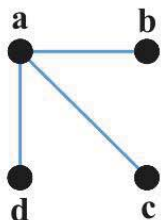
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

ریاضیات گسسته - سطح ۱، **گراف و مدل سازی**



۶۸- گراف  $G$  در شکل مقابل دارای چند زیرگراف از مرتبه ۴ است؟

۴ (۲)

۲ (۱)

۱۶ (۴)

۸ (۳)

۶۹- در یک گراف ۳-منتظم، رابطه  $2p - q = 3$  برقرار است. حاصل  $p + q$  در این گراف کدام است؟

۲۱ (۴)

۱۸ (۳)

۱۵ (۲)

۱۲ (۱)

۷۰- گراف  $G$  با مجموعه رأس‌های  $V = \{a, b, c, d, e\}$  و مجموعه یال‌های  $E = \{ab, ac, ad, bc, be, cd, de\}$  دارای

چند دور است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۴۱- گزینه «۳»

(مشابه سؤال ۱۲۶۴ کتاب آبی ریاضیات کنگور)

علت انتخاب:

اغلب دانش آموزان در دامنه تابع  $y = f(ax)$  مشکل دارند. وقتی می‌گوییم دامنه تابع  $y = f(ax)$  بازه  $[x_1, x_2]$  است، دامنه تابع  $f$  بازه  $[ax_1, ax_2]$  است. در واقع دامنه همان محدوده  $x$  است.

پاسخ تشریحی

تابع  $f\left(\frac{x}{3}\right)$  محور  $x$  ها را در نقطه‌ای به طول ۳ قطع می‌کند، پس نقطه  $(3, 0)$  روی نمودار تابع  $y = f\left(\frac{x}{3}\right)$  قرار دارد،

$$y = f\left(\frac{x}{3}\right) \xrightarrow[y=0]{x=3} 0 = f\left(\frac{3}{3}\right) \Rightarrow f(1) = 0$$

بنابراین:

بنابراین نمودار تابع  $y = f(x)$  محور  $x$  ها را در نقطه  $(1, 0)$  قطع می‌کند و در تابع  $y = f(x+2)$ ، این نقطه به نقطه  $(-1, 0)$  تبدیل می‌شود.

(مسئله ۲ - تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۴

۳ ✓

۲

۱



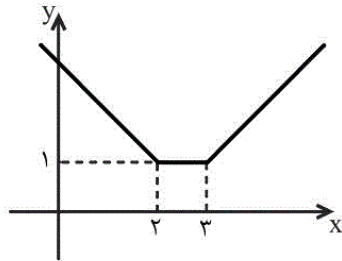
## علت انتخاب:

مفهوم یکنوایی را برای توابع قدرمطلق بررسی می‌کند، که از توابع مهم در کنکور سراسری حساب می‌شود.

## پاسخ تشریحی

نمودار تابع  $f(x) = |x-2| + |x-3|$  به صورت زیر است.

ملاحظه می‌شود که این تابع به ازای  $x > 3$  اکیداً صعودی است که در این صورت عبارتهای داخل هر دو قدر مطلق مثبت هستند.



$$x > 3 : f(x) = (x-2) + (x-3) = 2x-5$$

بنابراین:

حال باید بررسی کنیم معادله  $\frac{2x^2 - x - 10}{g(x)} = \frac{2x-5}{f(x)}$  چند جواب در  $x > 3$  دارد.

$$\Rightarrow 2x^2 - 3x - 5 = (2x-5)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 < 3 \\ x = \frac{5}{2} < 3 \end{cases}$$

پس دو نمودار نقطه مشترک ندارد.

(مسئله ۲ - تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

## علت انتخاب:

این سؤال فقط از قضیه ساده تقسیم که در صفحه ۱۹ کتاب درسی گفته شده است، استفاده می‌کند.

## پاسخ تشریحی

می‌دانیم باقی‌مانده تقسیم  $f(x)$  بر  $x-a$  برابر  $f(a)$  است. پس داریم:

$$\begin{cases} x = -2 : 2(-2)^2 - 5(-2) + 4 = 8 + 10 + 4 = 22 \\ x = -2 : (-2)^2 + a(-2) = 4 - 2a \end{cases} \xrightarrow{\text{برابری}} 4 - 2a = 22 \Rightarrow 2a = -18 \Rightarrow a = -9$$

(مسئله ۲ - تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

علت انتخاب:

ضابطه روتین و نرمالی دارد که از روابط مهم صفحه ۲۷ کتاب درسی برای حل آن باید استفاده شود.

پاسخ تشریحی

با توجه به نمودار، تابع در بازه  $[0, 6]$ ، یک بار تکرار شده است، پس دوره تناوب آن  $T = 6$  است، لذا داریم:

$$\frac{2\pi}{|2b\pi|} = 6 \Rightarrow |b| = \frac{1}{6}$$

با توجه به نمودار تابع، مشخص است که  $a$  و  $b$  باید هم علامت باشند. حال با فرض مثبت بودن  $a$  و  $b$  داریم:

$$y_{\max} = |a| \xrightarrow{a > 0} y_{\max} = a = 2 \xrightarrow{b = \frac{1}{6}} ab = \frac{1}{3}$$

توجه: مقادیر  $a$  و  $b$  می‌توانند هر دو منفی باشند و در این حالت نیز پاسخ همان  $\frac{1}{3}$  است.

(مسایران ۲ - مثلثات: صفحه ۲۷)

۴

۳ ✓

۲

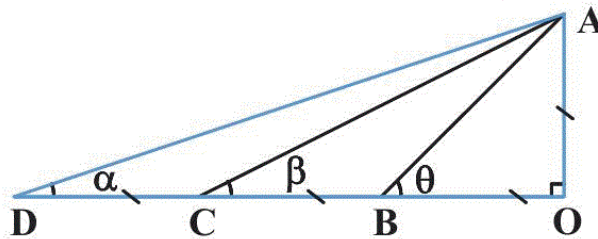
۱

علت انتخاب:

رابطه مهم تانژانت مجموع کمان که در صفحه ۴۲ کتاب مطرح شده است، را محک می‌زنند.

پاسخ تشریحی

این سؤال از سؤال ۱۲۰ کتاب ۵۰۰ سؤال تشریحی گرفته شده است و در آن به سادگی اثبات شده است که:  $\tan \theta = \tan(\alpha + \beta)$ .



$$\Rightarrow \tan(\alpha + \beta) = \tan \theta = \frac{OA}{OB} = 1$$

(مسایران ۲ - مثلثات: صفحه ۴۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

## علت انتخاب:

گاهی وقت‌ها، جواب کلی معادله، چیزی غیر از آن‌هایی است که تک به تک در معادلات جزئی به دست می‌آید. این سؤال این نکته مهم را نشان می‌دهد.

## پاسخ تشریحی

$$\sin^3 x - \sin x = \sin x(\sin^2 x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \\ \sin x = \pm 1 \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

بنابراین می‌توانیم جواب کلی  $x = k\frac{\pi}{2}$  را به عنوان جواب در نظر گرفت.

(مسایان ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۳۵ و ۴۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

(مشابه سؤال ۱۹۵۸ کتاب آبی ریاضیات کنگور)

## علت انتخاب:

سؤال مهمی از معادله‌های تانژانتی که تانژانت مجموع کمان‌ها را نیز در خود دارد.

## پاسخ تشریحی

به کمک رابطه  $\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x}$  داریم:

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \tan 3x \Rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{4} - x \Rightarrow 4x = k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{16}; \quad k \in \mathbb{Z}$$

حال باید این جواب‌ها در بازه  $[0, 2\pi]$  باشند:

$$0 \leq \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{16} \leq 2\pi \Rightarrow -\frac{1}{16} \leq \frac{k}{4} \leq \frac{31}{16} \Rightarrow -\frac{1}{4} \leq k \leq \frac{31}{4} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k \in \{0, 1, 2, 3, \dots, 7\}$$

این معادله ۸ جواب دارد.

(مسایان ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۳۵ و ۴۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

## علت انتخاب:

مفهوم ساده حد نامتناهی را در خود دارد، اما علاوه بر آن این نکته را نیز شامل می‌شود که با استفاده از داشتن ریشه عبارت، بتوانیم آن را تجزیه کنیم.

## پاسخ تشریحی

حد عبارت‌های صورت و مخرج وقتی  $x \rightarrow 1$ ، برابر صفر است. بنابراین  $x-1$  عامل هر دو عبارت صورت و مخرج است. با تقسیم صورت بر  $x-1$  داریم:

$$x^3 - 4x + 3 = (x-1)(x^2 + x - 3)$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^3 - 4x + 3}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x^2 + x - 3)}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + x - 3}{x-1} = \frac{\text{عدد منفی}}{0^-} = +\infty$$

(مسئله ۲ - فرهای نامتناهی - در در بی نهایت: صفحه‌های ۴۶ تا ۵۵)

□۴ ✓      □۳      □۲      □۱

## علت انتخاب:

مفهوم مجانب افقی (حد در بی نهایت) در توابع قدرمطلق را نشان می‌دهد.

## پاسخ تشریحی

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a|x+5| + 5x - 9}{|2-3x| + ax - 11} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a(-x-5) + 5x - 9}{2-3x+ax-11} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(-a+5)x - 5a-9}{(a-3)x-9} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(-a+5)x}{(a-3)x}$$

$$= \frac{-a+5}{a-3} = 2 \Rightarrow -a+5 = 2a-6 \Rightarrow 3a = 11 \Rightarrow a = \frac{11}{3}$$

(مسئله ۲ - فرهای نامتناهی - در در بی نهایت: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۶)

□۴      □۳      □۲      □۱ ✓

**علت انتخاب:**

سؤالات ترکیبی از مجانب قائم و افقی سؤالات خوبی هستند، که اغلب دانش آموزان نیز در حل این سؤالات دچار مشکل هستند. دیدن چنین سؤالات تا حدود زیادی این مشکل را برطرف می کند.

**پاسخ تشریحی**

ابتدا تابع  $f + g$  را تشکیل می دهیم:

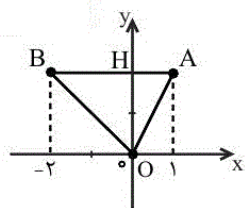
$$(f + g)(x) = \frac{2x}{x+2} + \frac{x}{x-1} = \frac{2x(x-1) + x(x+2)}{(x+2)(x-1)} = \frac{3x^2}{(x+2)(x-1)}$$

حال مجانب های تابع را می یابیم:

$$\begin{cases} \text{مجانب قائم } x = -2, x = 1 \\ \text{مجانب افقی } y = 3 \end{cases}$$

بنابراین محل برخورد مجانب های تابع، نقاط  $A(1, 3)$  و  $B(-2, 3)$  هستند. با توجه به نمودار زیر مساحت مثلث

$OAB$  برابر است با:



$$S_{OAB} = \frac{1}{2}(AB)(OH)$$

$$S_{OAB} = \frac{1}{2}(3)(3) = \frac{9}{2}$$

(حسابان ۲ - فرهای نامتناهی - فر در بی نهایت: صفحه های ۵۵ تا ۵۸ و ۶۷ تا ۶۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

علت انتخاب:

این سؤال به معادله ضمنی دایره می پردازد و دو موضوع برابری ضریب  $x^2$  و  $y^2$  در معادله ضمنی دایره و نحوه محاسبه شعاع در این معادله را مورد بررسی قرار می دهد. باید دقت کرد که به دست آوردن مرکز و شعاع دایره از روی معادله ضمنی یکی از کلیدی ترین نکات در حل انواع سؤالات مربوط به وضعیت نقطه نسبت به دایره، وضعیت خط و دایره و وضعیت دو دایره نسبت به یکدیگر است.

پاسخ تشریحی

در معادله ضمنی دایره، ضرایب  $x^2$  و  $y^2$  برابر یکدیگرند، پس  $m = 1$  است. شعاع دایره در معادله ضمنی از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} \Rightarrow 3 = \frac{1}{2} \sqrt{(-2)^2 + 4^2 - 4k}$$

$$\Rightarrow 6 = \sqrt{20 - 4k} \Rightarrow 20 - 4k = 36 \Rightarrow 4k = -16 \Rightarrow k = -4$$

(هنرسه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه های ۳۰ تا ۴۲)

۱ ✓      ۲      ۳      ۴

علت انتخاب:

در این سؤال وضعیت نسبی خط و دایره مورد بررسی قرار گرفته است که مشابه فعالیت ۴ صفحه ۴۵ و تمرین ۶ صفحه ۴۶ کتاب درسی می باشد و نمونه این سؤال در امتحانات داخلی مدارس و امتحانات نهایی بسیار دیده شده است.

پاسخ تشریحی

برای بررسی وضعیت نسبی خط و دایره، کافی است فاصله مرکز دایره از خط را یافته و با شعاع دایره مقایسه کنیم. برای این کار ابتدا لازم است مختصات مرکز و شعاع دایره را به دست آوریم:

$$x^2 + y^2 - 2x + 2y - 1 = 0$$

$$\text{مرکز: } O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = (1, -1)$$

$$\text{شعاع: } R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2} \sqrt{(-2)^2 + 2^2 - 4(-1)} = \sqrt{3}$$

حال فاصله مرکز دایره را از خط  $x - 2y + 2 = 0$  به دست می آوریم. اگر این فاصله را با  $d$  نمایش دهیم، داریم:

$$d = \frac{|1 - 2(-1) + 2|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

خط و دایره یکدیگر را قطع نمی کنند  $d > R \Rightarrow$

(هنرسه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه های ۳۰ تا ۴۶)

۱      ۲      ۳ ✓      ۴

## علت انتخاب:

این سؤال به یکی از حالت‌های وضعیت نسبی دو دایره اختصاص دارد که در واقع ترکیبی از معادله دایره و مفاهیم مربوط به دایره از کتاب هندسه ۲ است. مشابه این سؤال در کار در کلاس صفحه ۴۴ و تمرین ۴ صفحه ۴۶ کتاب درسی دیده می‌شود و طرح چنین سؤالاتی در امتحانات داخلی مدارس، امتحانات نهایی و کنکور سراسری بسیار پرتکرار است.

## پاسخ تشریحی

ابتدا مختصات مرکز و شعاع دو دایره را تعیین می‌کنیم.

$$C_1: x^2 + y^2 = 4$$

$$R_1 = 2 \text{ شعاع و } O_1(0,0) \text{ مرکز}$$

$$C_2: x^2 + y^2 - 6x + 8y - m = 0$$

$$O_2(3,-4) \text{ مرکز}$$

$$R_2 = \frac{1}{2} \sqrt{(-6)^2 + 8^2 - 4(-m)} = \frac{1}{2} \sqrt{100 + 4m} = \sqrt{25 + m} \text{ شعاع}$$

$$O_1O_2 = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$$

دو دایره مماس خارج هستند، پس داریم:

$$O_1O_2 = R_1 + R_2 \Rightarrow 5 = 2 + \sqrt{25 + m} \Rightarrow \sqrt{25 + m} = 3$$

$$\Rightarrow 25 + m = 9 \Rightarrow m = -16$$

(هندسه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

علت انتخاب:

این سؤال به یکی از مفاهیم پایه‌ای ماتریس‌ها یعنی تساوی بین دو ماتریس می‌پردازد که در کتاب درسی، یک مثال در صفحه ۱۳ و یک تمرین در صفحه ۲۰ به آن اختصاص داده شده است. این مدل سؤال در امتحانات داخلی مدارس و امتحانات نهایی بسیار پرتکرار است.

پاسخ تشریحی

$$A = B \Rightarrow \begin{bmatrix} x-y & 4 \\ 3 & z+t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2x+y \\ 2z-t & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x-y=5 \\ 2x+y=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases} \Rightarrow x+y=1 \quad (1)$$

$$\begin{cases} 2z-t=3 \\ z+t=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z=2 \\ t=1 \end{cases} \Rightarrow t-z=-1 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{x+y}{t-z} = -1$$

(هنرسه ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه ۱۳)

۱ ✓    ۲    ۳    ۴

علت انتخاب:

این سؤال به ضرب سه ماتریس می‌پردازد که از طرفی خاصیت شرکت‌پذیری در ضرب ماتریس‌ها را به همراه دارد و از طرف دیگر متذکر این نکته است که برای به دست آوردن یک درایه خاص در ضرب سه ماتریس، لازم نیست تمام سطرها و ستون‌های این ماتریس‌ها را در هم ضرب کنیم.

پاسخ تشریحی

برای به دست آوردن درایه واقع در سطر دوم و ستون اول ماتریس  $BCA$ ، کافی است سطر دوم ماتریس  $B$  را در ماتریس  $C$  ضرب کرده و سپس حاصل را در ستون اول ماتریس  $A$  ضرب کنیم. اگر  $D = BCA$  باشد، آن‌گاه داریم:

$$d_{21} = [1 \quad 7] \begin{bmatrix} 5 & 2 & 1 \\ -3 & 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix} = [-16 \quad 30 \quad 15] \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix} = 134$$

(هنرسه ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۱    ۲    ۳ ✓    ۴



علت انتخاب:

این سؤال شامل دو موضوع مهم است. اول اینکه مربع ماتریسی که تنها درایه‌های قطر فرعی آن غیر صفر هستند به صورت یک ماتریس قطری خواهد بود. همچنین برای اینکه یک ماتریس قطری را به توان  $n$  برسانیم، کافی است هر کدام از درایه‌های واقع بر قطر اصلی ماتریس را به توان  $n$  برسانیم. این موضوع در تمرین ۱۱ صفحه ۲۱ کتاب درسی نیز مورد اشاره قرار گرفته است.

پاسخ تشریحی

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & -3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & -3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix} = 3^2 I$$

$$A^{12} = (A^2)^6 = (3^2 I)^6 = 3^{12} I = \begin{bmatrix} 3^{12} & 0 & 0 \\ 0 & 3^{12} & 0 \\ 0 & 0 & 3^{12} \end{bmatrix}$$

$$3 \times 3^{12} = 3^{13}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس  $A^{12}$  برابر است با:

(هنرسه ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

- ۱     ۲ ✓     ۳     ۴

علت انتخاب:

این سؤال ترکیبی از چند موضوع مهم مرتبط با ماتریس‌ها است که عبارت‌اند از: توان در ماتریس‌ها، ماتریس همانی، جمع ماتریس‌ها و محاسبه وارون یک ماتریس  $2 \times 2$ . نمونه این سؤال در امتحانات داخلی مدارس به طور مکرر دیده می‌شود.

پاسخ تشریحی

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$$

$$A^2 + I = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$|A^2 + I| = 2(-2) - 6(-2) = 8$$

$$(A^2 + I)^{-1} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} -2 & -6 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{8}(-2-6+2+2) = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس  $(A^2 + I)^{-1}$  برابر است با:

(هنرسه ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۳ تا ۲۳)

- ۱     ۲ ✓     ۳     ۴

این سؤال به روش حل یک معادله ماتریسی با استفاده از ماتریس وارون می‌پردازد که روش مورد اشاره در حل دستگاه معادلات نیز مورد استفاده قرار می‌گیرد و مستلزم محاسبه وارون یک ماتریس  $2 \times 2$  و انجام عمل ضرب دو ماتریس است. نمونه مشابه این سؤال در امتحانات داخلی مدارس، امتحانات نهایی و کنکور سراسری ۹۸ داخل و خارج کشور مورد استفاده قرار گرفته است.

پاسخ تشریحی 

برای به دست آوردن ماتریس  $X$  کافی است طرفین رابطه ماتریسی را از سمت چپ در ماتریس  $A^{-1}$  ضرب کنیم.

$$|A| = 5 \times 1 - 3 \times 2 = -1 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$$

$$AX = 2I \Rightarrow A^{-1}(AX) = A^{-1} \times 2I \Rightarrow X = 2A^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 6 \\ 4 & -10 \end{bmatrix}$$

(هنرسه ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۵)

۴ ✓

۳

۲

۱

## علت انتخاب:

حل این دسته از معادلات نیازمند استفاده از دستور ساروس یا روش بسط برحسب یک سطر یا ستون ماتریس برای محاسبه دترمینان است. این دسته از سؤالات در امتحانات نهایی مورد استفاده قرار گرفته و در کنکور سراسری ۹۹ داخل و خارج کشور نیز با سؤالاتی مشابه روبه‌رو بوده‌ایم. لازم به ذکر است که برای حل این معادلات معمولاً از روش تجزیه کمک گرفته می‌شود که در درس های ریاضی ۱ و حسابان ۱ مورد بررسی قرار گرفته است.

## پاسخ تشریحی

با استفاده از دستور ساروس برای محاسبه دترمینان ماتریس های  $3 \times 3$  داریم:

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x \\ 1 & x^2 & x \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (x^2 + x^2 + x) - (x^3 + x + x) = 0$$

$$\Rightarrow -x^3 + 2x^2 - x = 0 \Rightarrow -x(x^2 - 2x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow -x(x-1)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x-1 = 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

بنابراین معادله دارای دو جواب حقیقی متمایز است.

(هنرسه ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

## علت انتخاب:

این سؤال تأثیر ضرب یک عدد در ماتریس را در مقدار دترمینان آن ماتریس بررسی می‌کند که در تمرینات ۸ و ۹ صفحه ۳۱ کتاب درسی مورد اشاره قرار گرفته است.

نمونه این سؤال به طور مکرر در امتحانات داخلی مدارس و امتحانات نهایی و همچنین کنکور سراسری ۹۸ داخل طراحی گردیده است.

## پاسخ تشریحی

می‌دانیم اگر  $A$  یک ماتریس  $n \times n$  و  $k$  عددی حقیقی باشد، آن‌گاه  $|kA| = k^n |A|$  است. بنابراین داریم:

$$|2|A||A| = |2 \times 2A| = |4A| = 4^3 \times |A| = 64 \times 2 = 128$$

(هنرسه ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه ۳۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

## علت انتخاب:

این سؤال به بعضی از مفاهیم پایه‌ای استدلال ریاضی می‌پردازد. از جمله برای اثبات درستی گزاره‌های مشابه از برهان خلف و برای رد درستی این گزاره به ازای بعضی از مقادیر  $k$ ، از مثال نقض استفاده می‌شود. این دسته سؤالات به عنوان سؤالات دارای جواب کوتاه در امتحانات نهایی مورد توجه قرار می‌گیرند.

## پاسخ تشریحی

اگر  $k$  عددی اول باشد یا در تجزیه آن به عوامل اول، هیچ عاملی توانی بزرگ‌تر از یک نداشته باشد، آن‌گاه این گزاره درست است. با توجه به اینکه  $4 = 2^2$  می‌باشد، گزاره مورد نظر می‌تواند دارای مثال نقض باشد، مانند  $n = 2$  که  $2^2$  مضرب ۴ است ولی ۲ مضرب ۴ نیست.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲ تا ۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

**علت انتخاب:**

این سؤال به مفاهیم ب.م.م و ک.م.م دو عدد طبیعی می پردازد که مشابه تمرین ۱۶ صفحه ۱۷ کتاب درسی است و نمونه های متعددی مشابه این سؤال در امتحانات داخلی مدارس و امتحانات نهایی و نیز کنکور سراسری ۹۸ خارج از کشور مورد استفاده قرار گرفته است.

**پاسخ تشریحی**

طبق کار در کلاس صفحه ۱۳ کتاب درسی، برای دو عدد طبیعی  $a$  و  $b$ ، اگر  $a|b$ ، آن گاه  $(a, b) = a$  و

$$2a^3 | 4a^4 \Rightarrow (4a^4, 2a^3) = 2a^3 \quad (1)$$

$[a, b] = b$  است، بنابراین داریم:

$$a^2 | 2a^3 \Rightarrow [2a^3, a^2] = 2a^3 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} [(4a^4, 2a^3), a^2] = 2a^3$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۳ و ۱۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

**علت انتخاب:**

این سؤال در درجه اول به قضیه تقسیم و شکل درست نوشتن آن و ارتباط باقی مانده با مقسوم علیه می پردازد. همچنین باید به این موضوع توجه کرد که باقی مانده یک تقسیم همیشه یک عدد حسابی است، پس در این تقسیم، خارج قسمت باید مضرب ۵ باشد. نمونه این سؤال در گذشته بارها در کنکور سراسری مورد استفاده قرار گرفته است.

**پاسخ تشریحی**

اگر  $q$  و  $r$  به ترتیب خارج قسمت و باقی مانده این تقسیم باشند، آن گاه  $r = \frac{2}{5}q$  است و در نتیجه طبق قضیه تقسیم

$$a = 16q + r \Rightarrow a = 16q + \frac{2}{5}q$$

داریم:

$$r < b \Rightarrow \frac{2}{5}q < 16 \Rightarrow q < 40 \xrightarrow{q=5k} q_{\max} = 35$$

بنابراین بزرگ ترین مقدار  $a$  برابر است با:

$$\max(a) = 16 \times 35 + \frac{2}{5} \times 35 = 560 + 14 = 574 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 5 + 7 + 4 = 16$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۴ و ۱۵)

۴ ✓

۳

۲

۱

## ۶۴- گزینه «۴»

علت انتخاب:

این سؤال ترکیبی از دو مفهوم مرتبط با هم‌نهمستی در اعداد صحیح یعنی پیدا کردن باقی‌مانده تقسیم و مفهوم دسته‌های هم‌نهمستی در یک پیمانانه است که هر کدام در تمرینات و مثال‌های متعددی از کتاب درسی مورد بررسی قرار گرفته‌اند. این مدل سؤال تقریباً در تمام امتحانات داخلی مدارس و امتحانات نهایی دیده می‌شود و از پر تکرارترین سؤالات نظریه اعداد در کنکور سراسری است.

پاسخ تشریحی

ابتدا توانی از عدد ۲ را پیدا می‌کنیم که در صورت امکان تنها یک واحد با یکی از مضارب ۱۳ فاصله داشته باشد.

$$2^6 = 64 = 5 \times 13 - 1 \Rightarrow 2^6 \equiv -1 \pmod{13} \xrightarrow{\text{بم‌توان ۵}} 2^{30} \equiv (-1)^5 \pmod{13} = -1 \xrightarrow{\times 2^3} 2^{33} \equiv -8 \pmod{13} \xrightarrow{+7} 2^{33} + 7 \equiv -1 \equiv 12 \pmod{13}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۴

۳

۲

۱

(مشابه سؤال ۱۴۵ کتاب ۵۰۰ سؤال تشریحی ریاضیات گسسته)

## ۶۵- گزینه «۳»

علت انتخاب:

این سؤال به موضوع باقی‌مانده تقسیم بر اعداد خاص به ویژه ۹ و ۱۱ با استفاد از قوانین و ویژگی‌های هم‌نهمستی می‌پردازد که در فعالیت صفحه ۲۲ و کار در کلاس صفحه ۲۳ کتاب درسی مورد اشاره قرار گرفته است. نمونه‌هایی از این مدل سؤال در امتحانات داخلی مدارس و امتحانات نهایی دیده می‌شود.

پاسخ تشریحی

بر اساس قوانین پیدا کردن باقی‌مانده تقسیم یک عدد بر اعداد ۹ و ۱۱ داریم:

$$13991012 \equiv 1+3+9+9+1+0+1+2 \equiv 26 \equiv 8 \pmod{9} \Rightarrow x = 8$$

$$13991012 \equiv 2-1+0-1+9-9+3-1 \equiv 2 \pmod{11} \Rightarrow y = 2$$

$$\Rightarrow x - y = 8 - 2 = 6$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۴

۳

۲

۱

علت انتخاب:

این سؤال علاوه بر مطرح کردن موضوع رقم یکان عدد به حل معادلات هم‌نهشتی مربوط می‌شود و مشابه تمرین ۱۰ صفحه ۲۹ کتاب درسی است. نمونه این سؤال در امتحانات نهایی مورد استفاده قرار گرفته است.

پاسخ تشریحی

رقم یکان یک عدد معادل باقی مانده تقسیم آن عدد بر ۱۰ است، بنابراین داریم:

$$\overset{10}{5a} - \overset{10}{4} \equiv \overset{10}{2a} - \overset{10}{5} \Rightarrow \overset{10}{3a} \equiv \overset{10}{-1} \equiv \overset{10}{-1} + \overset{10}{10} \Rightarrow \overset{10}{3a} \equiv \overset{10}{9} \xrightarrow[\div 3]{(3,10)=1} a \equiv \overset{10}{3} \Rightarrow \overset{10}{7a} \equiv \overset{10}{21} \Rightarrow \overset{10}{7a} - \overset{10}{1} \equiv \overset{10}{20} \equiv \overset{10}{0}$$

بنابراین رقم یکان عدد  $7a - 1$ ، برابر صفر است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۵)

۱ ✓  ۲  ۳  ۴

(مشابه سؤال ۱۷۰ کتاب ۵۰۰ سؤال تشریحی ریاضیات گسسته)

علت انتخاب:

این سؤال مرتبط با حل معادلات سیاله است که یکی از پرکاربردترین مفاهیم مربوط به هم‌نهشتی به ویژه در زندگی روزمره است. در حل معادلات سیاله تعداد زیادی از ویژگی‌های هم‌نهشتی مورد استفاده قرار می‌گیرد. مشابه این سؤال در تمرینات و مثال‌های متعددی در کتاب درسی وجود دارد. همچنین این مدل سؤال تقریباً در تمام امتحانات داخلی مدارس و امتحانات نهایی وجود دارد. در کنکور سراسری نیز یکی از پر تکرارترین مدل سوالات نظریه اعداد به معادلات سیاله مربوط می‌گردد.

پاسخ تشریحی

فرض کنید برای وزن کردن این کیسه از  $x$  وزنه ۵ کیلویی و  $y$  وزنه ۷ کیلویی استفاده کنیم. در این صورت داریم:

$$\overset{5}{5x} + \overset{7}{7y} = \overset{78}{78} \Rightarrow \overset{5}{7y} \equiv \overset{5}{78} \Rightarrow \overset{5}{2y} \equiv \overset{5}{3} \equiv \overset{5}{8} \xrightarrow[\div 2]{(2,5)=1} y \equiv \overset{5}{4} \Rightarrow y = \overset{5}{5}k + \overset{5}{4} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\overset{5}{5x} + \overset{7}{7(5k + 4)} = \overset{78}{78} \Rightarrow \overset{5}{5x} = \overset{5}{-35k + 50} \Rightarrow x = \overset{5}{-7k + 10}$$

با توجه به اینکه تعداد وزنه‌ها عددی حسابی است، پس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \Rightarrow \overset{5}{5}k + \overset{5}{4} \geq 0 \Rightarrow k \geq -\frac{4}{5} \\ y \geq 0 \Rightarrow \overset{5}{-7k} + \overset{5}{10} \geq 0 \Rightarrow k \leq \frac{10}{7} \end{array} \right\} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 0, 1$$

بنابراین به دو روش می‌توان این کیسه را با وزنه‌های ۵ و ۷ کیلویی وزن کرد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۱  ۲  ۳  ۴

## علت انتخاب:

در این سؤال به مفهوم زیر گراف که یکی از موارد اضافه شده به فصل گراف در کتاب‌های نظام جدید است، پرداخته می‌شود. برای حل سؤال علاوه بر تسلط بر موضوع زیرگراف‌ها باید به مرتبه آنها دقت کرد. همچنین در حل این سؤال از مفهوم اصل ضرب در فصل شمارش کتاب ریاضی دهم نیز کمک گرفته می‌شود.

## پاسخ تشریحی

هر زیر گراف مرتبه ۴ گراف  $G$  باید شامل هر ۴ رأس  $a, b, c$  و  $d$  باشد ولی می‌تواند هر یک از یال‌های  $ab, ac$  و  $ad$  را داشته باشد و یا فاقد آنها باشد. بنابراین برای هر کدام از این یال‌ها در زیر گراف‌های مورد نظر دو حالت وجود دارد و در نتیجه طبق اصل ضرب داریم:

$$\text{تعداد زیر گراف‌ها} = \underset{ab}{2} \times \underset{ac}{2} \times \underset{ad}{2} = 8$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۴

۳✓

۲

۱

## علت انتخاب:

این سؤال ترکیبی از ویژگی‌های گراف  $k$ -منتظم و رابطه مجموع درجات رئوس یک گراف و تعداد یال‌های آن است که با کمک این رابطه می‌توان معادله دیگری بر حسب مرتبه و اندازه گراف یافته و سؤال را به کمک دستگاه دو معادله و دو مجهول حل کرد. این مدل سؤال در امتحانات داخلی مدارس بسیار پرتکرار است.

## پاسخ تشریحی

در هر گراف  $k$ -منتظم، رابطه  $kp = 2q$  بین مرتبه و اندازه گراف برقرار است، بنابراین در این گراف ۳-منتظم داریم:

$$k = 3 \Rightarrow 2q = 3p \Rightarrow 3p - 2q = 0$$

$$\begin{cases} 3p - 2q = 0 \\ 2p - q = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = 6 \\ q = 9 \end{cases} \Rightarrow p + q = 15$$

۴

۳

۲✓

۱

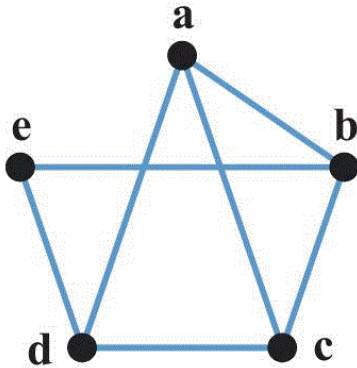


## علت انتخاب:

این سؤال مرتبط با شمارش تعداد دورها در گراف است، ولی ابتدا باید براساس مجموعه رأس‌ها و یال‌ها، گراف را رسم کرد. این نمونه سؤال در تمرینات کتاب درسی مورد تأکید قرار گرفته و در امتحانات داخلی مدارس و امتحانات نهایی نیز بسیار دیده می‌شود. همچنین سؤال‌های مربوط به شمارش تعداد دورها در گراف، پرتکرارترین سؤال این فصل در کنکور سراسری محسوب می‌شود.

## پاسخ تشریحی

ابتدا گراف  $G$  را رسم می‌کنیم:



این گراف شامل دورهایی به طول ۳، ۴ و ۵ است، که عبارت‌اند از:

دورهای به طول ۳:  $abca, acda$

دورهای به طول ۴:  $abcda, bcdeb, abeda$

دورهای به طول ۵:  $abedca, acbeda$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی، صفحه‌های ۳۴ و ۳۸)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱