



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات  
و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)



<https://t.me/riazisara>

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۲ - سطح ۱ ، هندسه تحلیلی و جبر -

۴۱- نقطه  $M(2, 3)$  وسط پاره خط  $AB$  است. اگر  $A(1, 4)$  باشد، فاصله نقطه  $B$  تا مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{10}$  (۲)  $\sqrt{13}$  (۳)  $\sqrt{14}$  (۴)  $\sqrt{17}$

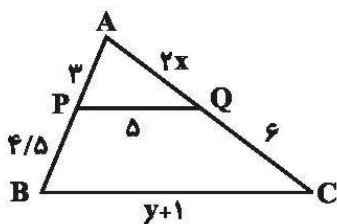
۴۲- مقدار مینیمم تابع درجه دوم  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 4x - 1$  کدام است؟

- (۱)  $-7$  (۲)  $-8$  (۳)  $-9$  (۴)  $-10$

۴۳- اگر دو نقاش با هم کار کنند، خانه‌ای را در ۶ روز رنگ می‌کنند و اگر هر کدام به تنهایی کار کنند کارگر اول کار را ۵ روز زودتر از کارگر دوم انجام می‌دهد. کارگر دوم به تنهایی کار را در چند روز انجام می‌دهد؟

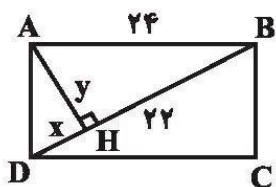
- (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴) ۱۵

ریاضی ۲ - سطح ۱ ، هندسه



۴۴- در شکل روبه‌رو  $PQ \parallel BC$  است. حاصل  $x + y$  کدام است؟

- (۱)  $12/5$  (۲)  $13/5$  (۳)  $14/5$  (۴)  $15/5$



۴۵- در شکل روبه‌رو  $ABCD$  مستطیل است. مقدار  $x + y^2$  تقریباً کدام است؟ ( $BH = 22$ )

- (۱)  $96/18$  (۲)  $98/5$  (۳)  $94/5$  (۴)  $92/5$

ریاضی ۲ - سطح ۱ ، تابع

۴۶- اگر  $[x] = 3$  باشد، حاصل  $[\frac{2}{3}x + 3]$  کدام است؟ ( $[ ]$  نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۷

۴۷- برای رسم نمودار  $y = 1 - \sqrt{x+1}$  به کمک انتقال نمودار  $y = \sqrt{x}$  چگونه عمل می‌کنیم؟

- (۱) ابتدا نمودار  $\sqrt{x}$  را یک واحد به سمت راست می‌بریم، سپس نسبت به محور  $x$  ها قرینه می‌کنیم و در پایان یک واحد به سمت بالا می‌بریم.  
 (۲) ابتدا نمودار  $\sqrt{x}$  را یک واحد به سمت چپ می‌بریم، سپس نسبت به محور  $y$  ها قرینه می‌کنیم و در پایان یک واحد به سمت بالا می‌بریم.  
 (۳) ابتدا نمودار  $\sqrt{x}$  را یک واحد به سمت چپ می‌بریم، سپس نسبت به محور  $x$  ها قرینه می‌کنیم و در پایان یک واحد به سمت بالا می‌بریم.  
 (۴) ابتدا نمودار  $\sqrt{x}$  را یک واحد به سمت راست می‌بریم، سپس نسبت به محور  $x$  ها قرینه می‌کنیم و در پایان یک واحد به سمت پایین می‌بریم.

۴۸- اگر  $f(x) = \sqrt{x+2}$  و  $g(x) = \frac{x-1}{x-2}$  باشند، دامنه تابع  $\frac{f}{g}$  کدام است؟

- (۱)  $(2, +\infty)$  (۲)  $[-2, +\infty) - \{2\}$  (۳)  $(-2, +\infty) - \{1\}$  (۴)  $[-2, +\infty) - \{1, 2\}$

۴۹- اگر تابع خطی  $f$  از نقاط  $(4, 2)$  و  $(-2, 0)$  عبور کند، ضابطه تابع وارون آن کدام است؟

- (۱)  $f^{-1}(x) = 2x - 1$  (۲)  $f^{-1}(x) = -3x + 2$  (۳)  $f^{-1}(x) = 3x - 2$  (۴)  $f^{-1}(x) = 4x - 1$

### ریاضی ۲ - سطح ۱ ، مثلثات

۵۰- در دایره‌ای به شعاع ۶ سانتی‌متر، طول کمان روبه‌رو به زاویه مرکزی  $60^\circ$  درجه چند سانتی‌متر است؟

- (۱)  $\frac{3\pi}{2}$  (۲)  $6\pi$  (۳)  $3\pi$  (۴)  $2\pi$

۴۱- گزینه «۲»

(مشابه سؤال ۳۲ پرتکرار، ریاضی ۲)

**دلیل انتخاب:** سؤال از دو مبحث وسط پاره خط و فاصله دو نقطه

طرح شده است و مشابه تمرین ۲ صفحه ۹ کتاب درسی است.

چون  $M$  وسط پاره خط  $AB$  است، بنابراین:

$$x_m = \frac{x_A + x_B}{2} \Rightarrow 2 = \frac{1 + x_B}{2} \Rightarrow x_B = 3$$

$$y_m = \frac{y_A + y_B}{2} \Rightarrow 3 = \frac{4 + y_B}{2} \Rightarrow y_B = 2$$

فاصله نقطه  $B$  تا مبدأ برابر است با:

$$OB = \sqrt{x_B^2 + y_B^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲ تا ۹)

۴

۳

۲

۱

۴۲- گزینه «۳»

(مشابه سؤال ۳۱ پرتکرار، ریاضی ۲)

**دلیل انتخاب:** محاسبه مقدار مینیمم به ازای طول راس سهمی

که مشابه تمرین ۳ صفحه ۱۸ کتاب درسی است.

مقدار مینیمم تابع درجه دوم  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a > 0$ ) به ازای

$$x = \frac{-b}{2a}$$

به دست می‌آید:

$$x = \frac{-4}{2 \times \frac{1}{2}} = -4$$

$$\Rightarrow \text{مقدار مینیمم: } f(-4) = \frac{1}{2} \times (-4)^2 + 4(-4) - 1$$

$$\Rightarrow f(-4) = 8 - 16 - 1 = -9$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۸)

۴

۳

۲

۱

**دلیل انتخاب:** مشابه صفحه ۲۱ کتاب درسی است و حل مسائل به کمک نوشتن معادله گویا بسیار مورد توجه طراحان امتحان نهایی و کنکور است.

فرض کنیم کارگر دوم به تنهایی کار را در  $x$  روز تمام می‌کند. پس در ۱ روز به اندازه  $\frac{1}{x}$  از کار را انجام می‌دهد. همچنین کارگر اول به تنهایی در

$(x-5)$  روز کار را تمام می‌کند، پس در ۱ روز به اندازه  $\frac{1}{x-5}$  از کار را انجام می‌دهد. چون هر دو با هم کار را ۶ روزه تمام می‌کنند. بنابراین:

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{1}{x-5} &= \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{x-5+x}{x^2-5x} = \frac{1}{6} \\ \Rightarrow \frac{2x-5}{x^2-5x} &= \frac{1}{6} \Rightarrow x^2-5x = 12x-30 \\ \Rightarrow x^2-17x+30 &= 0 \Rightarrow (x-2)(x-15) = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} x=2 & \text{غ ق ق} \\ x=15 & \text{ق ق} \end{cases} \end{aligned}$$

$x=2$  غیرقابل قبول است، چون یک کارگر به تنهایی نمی‌تواند سریع‌تر از زمانی که دو نفره کار می‌کنند کار را تمام کند.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

**دلیل انتخاب:** سؤال از قضیه تالس و تعمیم آن مطرح شده است و مشابه تمرین ۵ صفحه ۴۱ کتاب درسی است.

چون  $PQ \parallel BC$  است. پس طبق قضیه تالس داریم:

$$\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC} \Rightarrow \frac{3}{4/5} = \frac{2x}{6} \Rightarrow 9x = 18 \Rightarrow x = 2$$

از طرفی طبق تعمیم قضیه تالس نتیجه می‌گیریم:

$$\frac{AP}{AB} = \frac{PQ}{BC} \Rightarrow \frac{3}{7/5} = \frac{5}{y+1}$$

$$\Rightarrow 3y + 3 = 37/5 \Rightarrow 3y = 34/5 \Rightarrow y = 11/5$$

$$\Rightarrow x + y = 2 + 11/5 = 13/5$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۳ تا ۴۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

**دلیل انتخاب:** برای حل این سؤال باید از روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه استفاده کرد و این سوال مشابه تمرین ۴ صفحه ۴۱ کتاب درسی است.

به کمک رابطه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه  $AHB$  داریم:

$$y^2 = AB^2 - BH^2 = 24^2 - 22^2 = 576 - 484 = 92$$

از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه  $ABD$  داریم:

$$AH^2 = DH \times BH \Rightarrow y^2 = x \times 22$$

$$\xrightarrow{y^2=92} 92 = 22x \Rightarrow x = \frac{92}{22} = 4/18$$

$$\Rightarrow x + y^2 = 4/18 + 92 = 96/18$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

**دلیل انتخاب:** مشابه فعالیت‌های ۱ تا ۳ صفحه ۵۵ کتاب درسی است. در این سؤال مفهوم بازهٔ جواب برای معادله‌های جزء صحیح آمده است.

ابتدا با توجه به تساوی  $[x] = 3$ ، محدودهٔ  $x$  را مشخص می‌کنیم:

$$[x] = 3 \Rightarrow 3 \leq x < 4$$

$$\xrightarrow{\times \frac{2}{3}} 2 \leq \frac{2x}{3} < \frac{8}{3} \Rightarrow \left[ \frac{2x}{3} \right] = 2 \quad *$$

$$\left[ \frac{2}{3}x + 3 \right] = \left[ \frac{2}{3}x \right] + 3 \xrightarrow{(*)} 2 + 3 = 5$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۴

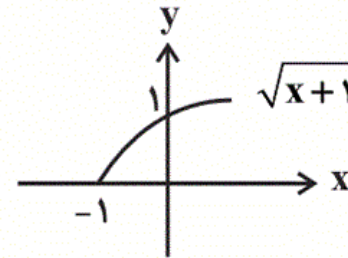
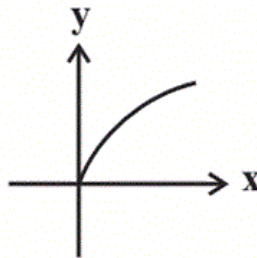
۳

۲

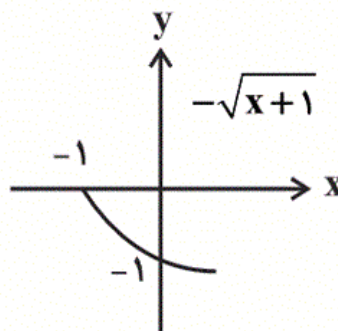
۱ ✓

**دلیل انتخاب:** یکی از مباحث مطرح شده در درس سوم فصل تابع، رسم نمودار توابع به کمک انتقال است و این سوال مشابه تمرین ۳ صفحه ۶۹ کتاب درسی است.

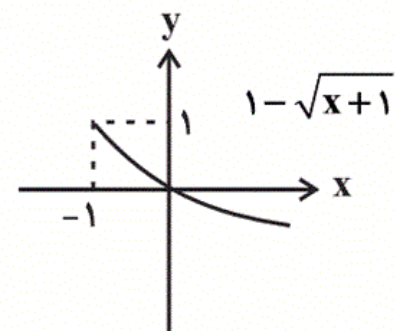
ابتدا نمودار  $\sqrt{x}$  را رسم می‌کنیم و به کمک انتقال تابع داده شده را رسم می‌کنیم:



یک واحد به سمت چپ



قرینه نسبت به محور  $x$  ها



یک واحد به سمت بالا

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۳، ۶۸ و ۶۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

**دلیل انتخاب:** سؤالی پرتکرار از اعمال جبری روی توابع که مشابه

تمرین ۲ صفحه ۶۹ کتاب درسی است.

ابتدا دامنه تابع‌های  $f$  و  $g$  را به دست می‌آوریم:

$$D_f : x + 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2 \Rightarrow D_f = [-2, +\infty)$$

$$D_g : x - 2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2 \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$g(x) = 0 \Rightarrow x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

باتوجه به تعریف دامنه  $\frac{f}{g}$  داریم:

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$$

$$= [-2, +\infty) - \{1, 2\}$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۶۵ تا ۷۰)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱



**دلیل انتخاب:** سوال از مفاهیم صفحه‌های ۵۷، ۶۱ و ۶۲ مطرح

شده است. برای این سؤال دو راه حل می‌توان نوشت که با دانستن مفهوم رابطه وارون می‌توان راه ساده‌تر را پیدا کرد.

با توجه به تعریف تابع وارون داریم:

$$(۴, ۲) \in f \Rightarrow (۲, ۴) \in f^{-1}$$

$$(-۲, ۰) \in f \Rightarrow (۰, -۲) \in f^{-1}$$

حال معادله خط گذرنده از دو نقطه  $(۲, ۴)$  و  $(۰, -۲)$  را می‌نویسیم:

$$m = \frac{۴ - (-۲)}{۲ - ۰} = \frac{۶}{۲} = ۳$$

$$y - (-۲) = ۳(x - ۰) \Rightarrow y + ۲ = ۳x \Rightarrow y = ۳x - ۲$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = ۳x - ۲$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

 ۴

 ۳ ✓

 ۲

 ۱

**دلیل انتخاب:** سؤال از کادر آبی رنگ صفحه ۷۴ که رابطه بین طول کمان و زاویه برحسب رادیان است، طرح شده است. سبک این سوال نیز پرتکرار بوده و مورد توجه طراحان امتحانات تشریحی است.

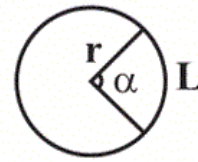
اگر  $L$  طول کمان روبه‌روی زاویه  $\alpha$ ، برحسب رادیان و  $r$  شعاع دایره باشد، آنگاه:

$$L = r\alpha$$

ابتدا زاویه  $60^\circ$  درجه را برحسب رادیان به دست می‌آوریم:

$$\frac{60^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow L = 6 \times \frac{\pi}{3} = 2\pi$$



(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱