



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات  
و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)



<https://t.me/riazisara>

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی و آمار ۲ - سطح ۱، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها

۴۱- گزاره «تمام اعداد اول، فرد هستند» هم‌ارز با کدام گزاره زیر است؟

(۱)  $x = \frac{1}{3}$  جواب معادله  $3x + 1 = 0$  است.

(۲) مستطیلی وجود دارد که مربع نباشد.

(۳) هر لوزی یک متوازی‌الاضلاع است.

(۴) اگر  $a$  عددی زوج باشد،  $a^2$  نیز زوج است.

۴۲- در ترکیب عطفی ۵ گزاره، تعداد حالت‌های نادرست کدام است؟

۳۱ (۴)

۱۵ (۳)

۱۶ (۲)

۳۲ (۱)

۴۳- اگر  $p$  گزاره‌ای درست،  $q$  گزاره‌ای نادرست و  $r$  گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش چه تعداد از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

(ب)  $(p \wedge \sim q) \vee r$

(الف)  $(p \vee q) \wedge r$

(ت)  $\sim(p \wedge q) \vee \sim r$

(پ)  $(\sim p \vee \sim q) \vee \sim r$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴۴- در جدول زیر، ارزش گزاره‌های خواسته شده کدام‌اند؟

$p \Rightarrow q$	$r \Leftrightarrow \sim p$	$\sim r \vee \sim q$	$(r \Rightarrow q) \Leftrightarrow p$	$\sim(p \vee \sim r)$
F	T	□	○	△

△, △, △ (۴)

△, △, △ (۳)

△, ○, □ (۲)

△, △, △ (۱)

ریاضی و آمار ۲ - سطح ۱، استدلال ریاضی

۴۵- در اثبات گزاره زیر، خطا در کدام گام استدلال زیر، باعث شده تا استدلال غلطی به دست آید؟

$$\text{اگر } x < 0 \text{ باشد، آنگاه } x + \frac{1}{x} \geq 2.$$

گام اول :  $(x-1)^2 \geq 0$

گام دوم :  $x^2 - 2x + 1 \geq 0$

گام سوم :  $x^2 + 1 \geq 2x$

گام چهارم :  $x + \frac{1}{x} \geq 2$

(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

ریاضی و آمار ۲ - سطح ۱ ، توابع ثابت ، چند ضابطه ای و همانی

۴۶- در یک تابع ثابت که به صورت زوج مرتبی نشان داده شده است، انحراف معیار مؤلفه‌های دوم زوج مرتب‌های تابع کدام است؟

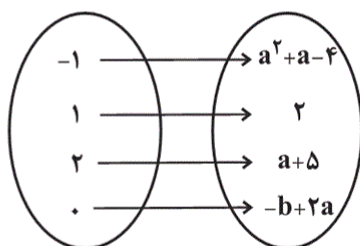
(۴) قابل محاسبه نیست.

(۳)  $\sqrt{2}$

(۲) ۱

(۱) صفر

۴۷- اگر تابع زیر، تابع ثابت باشد، مقدار  $a - b$  کدام است؟



(۱) ۵

(۲) ۱۱

(۳) ۸

(۴) -۶

۴۸- مساحت ناحیه محدود بین نمودار تابع  $f(x) = \begin{cases} -3x-5, & x < -1 \\ -2, & -1 \leq x \leq 2 \\ \frac{3}{2}x-5, & 2 < x \end{cases}$  و خط  $y=1$  کدام است؟

۱۴/۵ (۴)

۱۴ (۳)

۱۳/۵ (۲)

۱۳ (۱)

۴۹- اگر  $f$  تابع همانی با دامنه  $\mathbb{R}$  و  $g$  تابع ثابت با دامنه  $\mathbb{R}$  و برد  $\{-1\}$  و  $h$  تابع چند ضابطه‌ای  $h(x) = \begin{cases} x^2+1, & x \geq 1 \\ 2, & x < 1 \end{cases}$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{h(\sqrt{3}-1)+g(\pi)}{f(2) \times h(1)}$  کدام است؟

-۲ (۴)

$\frac{1}{2}$  (۳)

$\frac{1}{4}$  (۲)

$-\frac{1}{4}$  (۱)

۵۰- اگر تابع  $f(x) = \frac{x+b+1}{ax^2+cx+1}$  یک تابع همانی باشد،  $a+b-c$  کدام است؟

۲ (۴)

صفر (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

۴۱- گزینه «۱»

(شبه‌سازی شده از سؤال ۱۷ صفحه ۱۱ کتاب آبی)

**علت انتخاب:** دلیل انتخاب این سؤال، آشنایی دانش‌آموزان با مفهوم هم‌ارزی گزاره‌هاست. دانش‌آموزان باید ارزش هر یک از گزاره‌ها را به درستی تشخیص دهند.

عدد ۲ زوج و اول است، لذا تمام اعداد اول فرد نیستند. یعنی ارزش گزاره داده شده نادرست است. از بین گزینه‌های داده شده تنها ارزش گزاره گزینه «۱» نادرست است، زیرا جواب معادله  $3x + 1 = 0$  برابر با  $x = -\frac{1}{3}$  است. پس گزاره صورت سؤال با گزاره گزینه «۱» هم‌ارز هستند.

(گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه ۲ تا ۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

۴۲- گزینه «۴»

(شبه‌سازی شده از سؤال ۲۷ صفحه ۱۵ کتاب آبی)

**علت انتخاب:** این سؤال برای آشنایی دانش‌آموزان با تعداد حالت‌های ممکن در ترکیب عطفی گزاره‌ها است.

در ترکیب عطفی ۵ گزاره کلاً ۲۵ حالت وجود دارد و فقط در یک حالت، یعنی وقتی تمام گزاره‌ها درست باشند، ارزش ترکیب عطفی آنها درست خواهد بود. پس تعداد حالت‌های نادرست برای ترکیب عطفی ۵ گزاره برابر است با:

$$2^5 - 1 = 32 - 1 = 31$$

(گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه ۲ تا ۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

**علت انتساب:** این سؤال برای آشنایی دانش‌آموزان با ترکیب عطفی، فصلی

و نقیض گزاره‌ها است.

از جدول ارزش‌گذاری گزاره‌ها استفاده می‌کنیم:

r	p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim r$	$p \vee q$	$(p \vee q) \wedge r$	$p \wedge \sim q$
T	T	F	F	T	F	T	<b>(T)</b>	T
F	T	F	F	T	T	T	<b>(F)</b>	T

$(p \wedge \sim q) \vee r$	$(\sim p \vee \sim q)$	$(\sim p \vee \sim q) \vee \sim r$	$p \wedge q$	$\sim (p \wedge q)$	$\sim (p \wedge q) \vee \sim r$
<b>(T)</b>	T	<b>(T)</b>	F	T	<b>(T)</b>
<b>(T)</b>	T	<b>(T)</b>	F	T	<b>(T)</b>

پس ارزش سه تا از گزاره‌های داده شده همواره درست هستند.

(گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه ۲ تا ۴)

۴

۳

۲

۱

## علت انتخاب: این سؤال برای آشنایی دانش‌آموزان با ترکیب گزاره‌ها و

نقیض یک گزاره انتخاب شده است.

از آنجا که ارزش گزاره  $p \Rightarrow q$  نادرست است، نتیجه می‌گیریم که ارزش  $p$  درست و ارزش  $q$  نادرست است. همچنین چون ارزش  $r \Leftrightarrow \sim p$  درست است، پس  $r$  هم‌ارز با  $\sim p$  یعنی نادرست است. در نتیجه:

$$p \equiv T, q \equiv F, r \equiv F$$

$$\sim r \vee \sim q \equiv T \vee T \equiv \boxed{T}$$

$$(r \Rightarrow q) \Leftrightarrow p \equiv \underbrace{(F \Rightarrow F)}_T \Leftrightarrow T \equiv \boxed{T}$$

$$\sim (p \vee \sim r) \equiv \sim (T \vee T) \equiv \sim T \equiv \boxed{F}$$

(گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه ۲ تا ۱۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

## علت انتخاب: این سؤال برای آشنایی دانش‌آموزان با استدلال ریاضی

انتخاب شده است.

گام‌های اول، دوم و سوم درست انجام شده‌اند ولی در گام چهارم خطا وجود دارد.

وقتی طرفین نابرابری  $x^2 + 1 \geq 2x$  را بر عدد  $x$  که منفی است، تقسیم می‌کنیم،

باید جهت نامساوی عوض شود. لذا  $x + \frac{1}{x} \geq 2$  برای  $x$  های منفی برقرار نیست.

(استدلال ریاضی، صفحه ۱۲ تا ۱۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

**علت انتساب:** دلیل انتخاب این سؤال آشنایی با نمایش زوج مرتبی تابع

ثابت و یادآوری مبحث انحراف معیار است.

در تابع ثابت مؤلفه‌های دوم تمام زوج مرتب‌ها با هم برابر هستند و می‌دانیم برای تعدادی داده که همگی با هم برابر باشند، واریانس و انحراف معیار برابر صفر است.

(توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه ۲۶ و ۲۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

**علت انتساب:** این سؤال برای آشنایی دانش‌آموزان با نمایش پیکانی تابع

ثابت و یادآوری حل معادله درجه دوم است.

در نمایش پیکانی تابع ثابت، در مجموعه دوم فلش‌ها فقط به یک عدد وارد می‌شوند. در نتیجه:

$$a + 5 = 2 \Rightarrow a = -3$$

$$a^2 + a - 4 = 2 \Rightarrow a^2 + a - 6 = 0 \Rightarrow (a + 3)(a - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ a = 2 \end{cases} \text{ غ ق}$$

$$-b + 2a = 2 \xrightarrow{a = -3} -b - 6 = 2 \Rightarrow -b = 8 \Rightarrow b = -8$$

$$\Rightarrow a - b = -3 + 8 = 5$$

(توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه ۲۶ و ۲۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

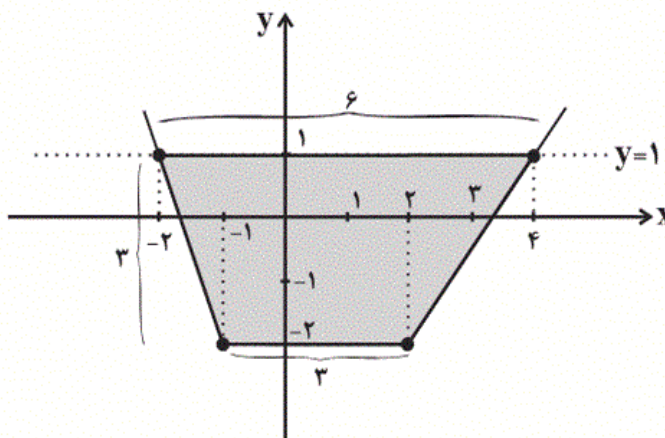


**علت انتخاب:** این سؤال برای آشنایی دانش‌آموزان با نمودار تابع چند

ضابطه‌ای انتخاب شده است. دانش‌آموزان باید نمودار خطوط داده شده را

به درستی رسم کنند.

نمودار تابع  $f$  را رسم می‌کنیم:



$$y = -3x - 5, \quad x < -1 \quad \begin{array}{c|c|c} x & -1 & -2 \\ \hline y & -2 & 1 \end{array}$$

$$y = \frac{3}{2}x - 5, \quad 2 < x \quad \begin{array}{c|c|c} x & 2 & 4 \\ \hline y & -2 & 1 \end{array}$$

مساحت ناحیه رنگی، مورد نظر سؤال است:

$$S = \frac{(3+6) \times 3}{2} = 13\frac{1}{2}$$

(توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه ۲۷ تا ۲۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

**علت انتساب:** این سؤال برای آشنایی با مبحث مقداردهی توابع چند

ضابطه‌ای، ثابت و همانی انتخاب شده است.

چون  $f$  تابع همانی است، پس  $f(x) = x$  و در نتیجه  $f(2) = 2$  است. از طرفی  $g$  تابع ثابت با برد  $\{-1\}$  است، پس  $g(x) = -1$  و در نتیجه  $g(\pi) = -1$  است. همچنین چون  $1 < \sqrt{3} - 1 < 2$  است، پس از ضابطه پایینی  $h$  داریم:  $h(\sqrt{3} - 1) = 2$  و چون  $1 \geq 1$  است، پس از ضابطه بالایی  $h$  داریم:

$$h(1) = 1^2 + 1 = 2$$

$$\Rightarrow \frac{h(\sqrt{3}-1) + g(\pi)}{f(2) \times h(1)} = \frac{2 + (-1)}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$$

(توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه ۲۶ تا ۳۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

**علت انتساب:** این سؤال برای آشنایی دانش‌آموزان با ضابطه تابع همانی

انتخاب شده است.

ضابطه تابع همانی به صورت  $f(x) = x$  است، پس:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x+b+1}{ax^2+cx+1} \\ f(x) = x \end{cases} \Rightarrow \frac{x+b+1}{ax^2+cx+1} = x \Rightarrow x+b+1 = ax^3+cx^2+x \quad (1)$$

چون تساوی (۱) به‌ازای هر  $x$  برقرار است، پس باید ضرایب عبارت‌های هم‌توان  $x$  در طرفین تساوی یکسان باشد، یعنی:

$$\begin{cases} a = 0 \\ b+1 = 0 \Rightarrow b = -1 \Rightarrow a+b-c = -1 \\ c = 0 \end{cases}$$

(توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه ۳۰)

۴

۳

۲ ✓

۱