سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)

https://t.me/riazisara

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)

https://www.instagram.com/riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

حسابان ۱ - سطح ۱، مجموع جملات دنباله هاي حسابي و هندسي

۴۱- مجموع اعداد طبیعی سه رقمی مضرب ۷ کدام است؟

۱) ۷۰۳۳۶ ۲) ۷۰۲۵۶

۳) ۷۱۴۸۷ ۴) ۷۲۰۱۰

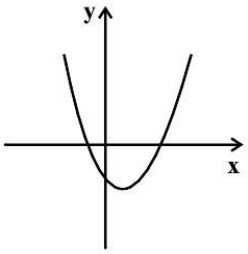
حسابان ۱ - سطح ۱، معادلات درجه دوم

۴۲- اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $x^2-6x+4=0$ باشند، ریشه‌های کدام معادلهٔ زیر $\frac{3}{\alpha}$ و $\frac{3}{\beta}$ هستند؟

۱) $2x^2-18x+9=0$ ۲) $2x^2-9x+9=0$

۳) $4x^2-18x+9=0$ ۴) $4x^2-9x+9=0$

۴۳- اگر نمودار سهمی $y=ax^2+bx+c$ به صورت زیر باشد، کدام گزینه صحیح است؟



۱) $a>0$ و $b<0$ و $c>0$

۲) $a>0$ و $b>0$ و $c>0$

۳) $a<0$ و $b>0$ و $c<0$

۴) $a>0$ و $b<0$ و $c<0$

حسابان ۱ - سطح ۱، معادلات گویا و گنگ

۴۴- جواب (های) معادلهٔ $\frac{2}{x+1}+\frac{3}{x}=\frac{x-2}{x^2-1}$ کدام است؟

۱) $\pm\frac{\sqrt{3}}{4}$ ۲) $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{3}{4}$

حسابان ۱ - سطح ۱، اشنايي با هندسه تحليلي

۴۵- اگر $A(۱ , ۲)$، $B(-۱ , ۳)$ و $C(۲ , -۱)$ باشد، مختصات نقطهٔ D کدام باشد تا چهارضلعی $ABCD$ متوازی‌الاضلاع باشد؟

۱) $(-۱ , ۳)$
۲) $(-۳ , ۵)$
۳) $(-۲ , ۴)$
۴) $(-۱ , ۴)$

حسابان ۱ - سطح ۱، انواع توابع

۴۶- اگر دو تابع $f(x)=۲x+۳$ و $g(x)=\begin{cases}\frac{۲x^۲+x-۳}{x-۱} & , \quad x\neq b \\ a & , \quad x=b\end{cases}$ برابر باشند، $a+b$ کدام است؟

۱) ۵
۲) ۴
۳) ۳
۴) ۶

۴۷- اگر $|x+۰/۵|<۰/۵$ باشد، حاصل $[x^۴+۱]+[x^۳-۱]+[x^۲]+[x]$ کدام است؟ ($[\ ]$، علامت جزء صحیح است.)

۱) ۲-
۲) ۱-
۳) ۱
۴) صفر

حسابان ۱ - سطح ۱، وارون تابع -

۴۸- چه تعداد از توابع زیر یک به یک است؟

الف) $f(x)=\begin{cases}x^۲+۲ & , \quad x\geq ۰ \\ -۲x-۱ & , \quad x<۰\end{cases}$

ب) $g(x)=x^۲+۲x+۳$

پ) $h(x)=\frac{۱}{x+۱}$

ت) $m(x)=\sqrt{x+۳}$

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) صفر

حسابان ۱ - سطح ۱، اعمال روي توابع

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۴۹- اگر $f=\{(-۱,۰),(-۲,۱),(۱,۱),(۲,۴),(-۵,۳)\}$ و $g=\{(۱,۲),(۲,۰),(۳,-۱),(۰,۷)\}$ باشد، حاصل $\frac{(fog)(۳)+(gof)(-۱)}{(f+g)(۲)\times(\frac{f}{g})(۱)}$ کدام است؟

۱) ۳/۵

۲) ۲/۵

۳) ۷

۴) ۵

حسابان ۱ - سطح ۱، تابع نمایی -

۵۰- اگر توابع $f(x)=(۲+a)^x$ و $g(x)=(a-۱)^x$ نمایی باشند، حدود a کدام است؟

۱) $a>-۱$ ، $a\neq ۲$

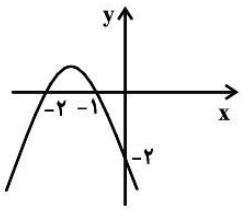
۲) $a>۱$ ، $a\neq ۲$

۳) $a>-۲$

۴) $a>-۲$ ، $a\neq -۱,۲$

۳۰ سوال -

۱۳۱- نمودار $y=ax^۲+bx+c$ به صورت زیر است. مقدار $a-۲b+c$ کدام است؟



۱) ۳

۲) ۲

۳) ۶

۴) -۹

۱۳۲- مجموعه مقادیر x برای آن که نامعادلهٔ $|۳x+۲|+|x^۲-x+۱|<|x^۲+x+۴|$ برقرار باشد، کدام است؟

۱) $(-\infty,-\frac{۳}{۲}]$ ۲) $(-\infty,۱)$ ۳) $(-\infty,-\frac{۳}{۲})$ ۴) $(-\infty,۱]$

۱۳۳- متحرکی روی محیط دایره‌ای به شعاع ۱ و به مرکز $(-۳,-۲)$ در حال حرکت است، بیشترین فاصله‌ای که متحرک از نقطهٔ $(۱,۱)$ می‌تواند داشته باشد کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۵ ۳) $۵+\sqrt{۲}$ ۴) $۶+\sqrt{۲}$

۱۳۴- اگر $x_۱$ و $x_۲$ ریشه‌های معادلهٔ $x^۲-(۲m+۲)x+۳۲=۰$ باشند، به ازای چه مقدار از m، $x_۱$ واسطهٔ هندسی بین ۲ و $x_۲$ است؟

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۵- اگر مجموع n جملهٔ اول دنبالهٔ زیر برابر با S_n باشد، S_8 کدام است؟

$$۲ , (۲+۲^۲) , (۲+۲^۲+۲^۳) , ... , (۲+۲^۲+۲^۳+...+۲^n)$$

۱) ۸۵۶ ۲) ۱۰۲۴ ۳) ۱۰۰۴ ۴) ۵۱۲

۱۳۶- اگر تابع $f(x)=\frac{x+۱}{(m+۱)x^۲+۵x+۴}$ تنها به ازای یک مقدار x تعریف نشده باشد، m چند مقدار می‌تواند داشته باشد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) هیچ مقدار

۱۳۷- اگر $f(x-۱)=\frac{x^۲-۱}{x+۱}$ باشد، $f^{-۱}(۴)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۳۸- تابع $f(x)=\begin{cases}-x^۲+a & , \quad x>۰\\ -x+۴ & , \quad x\le ۰\end{cases}$ به ازای چند مقدار طبیعی a، یک به یک است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۳۹- اگر $f(x)=\frac{۱+[-x]}{۱-[x]}$ باشد، حاصل $f(-\sqrt{۱۰})+f(-\sqrt{۶})+f(-\sqrt{۳})+f(-\sqrt{۲})$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) $\frac{۱۷۳}{۶۰}$ ۲) $\frac{۱۳۲}{۵}$ ۳) $\frac{۱۲۴}{۷}$ ۴) $\frac{۱۴۸}{۵۰}$

۱۴۰- مجموعه جواب نامعادلهٔ $۳^{۵x-۹} < (\frac{۱}{۹})^{۳-۲x}$ شامل چند عدد طبیعی است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

هندسه ۲ - سطح ۱، چند ضلعي محاطي و محيطي

۵۱- اگر طول کمان روبه‌رو به زاویهٔ مرکزی ۶۰° در دایرهٔ $C(O , R)$ برابر ۴π باشد، مساحت قطاع متناظر با زاویهٔ ۳۰° در این دایره کدام است؟

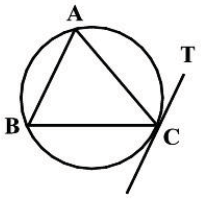
۱) ۶π ۲) ۱۲π

۳) ۱۸π ۴) ۲۴π

هندسه ۲ - سطح ۱، مفاهيم اوليه و زاويه ها در دايره

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir
oon.ir

۵۲- در شکل زیر اگر $A\hat{C}T = x + 5^\circ$ ، $A\hat{C}B = 2x - 5^\circ$ و $\overset{\frown}{BC} = 3x$ باشد، اندازهٔ زاویهٔ ABC کدام است؟



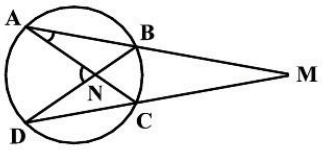
۱) 45°

۲) 50°

۳) 55°

۴) 60°

۵۳- در شکل زیر اگر $\hat{A} = 25^\circ$ و $A\hat{N}D = 72^\circ$ باشد، اندازهٔ زاویهٔ M کدام است؟



۱) 18°

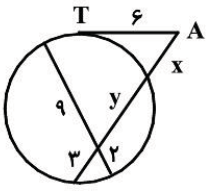
۲) 20°

۳) 22°

۴) 24°

هندسه ۲ - سطح ۱ ، رابطه هاي طولي در دايره

۵۴- در شکل زیر اگر AT مماس بر دایره باشد، حاصل $y - x$ کدام است؟



۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۵۵- دو دایره یکی به مساحت $16\pi^3$ و دیگری به محیط $12\pi^2$ مفروض‌اند. اگر این دو دایره مماس داخل باشند، طول خط‌المرکزین آن‌ها کدام است؟

۱) π

۲) 2π

۳) 3π

۴) 4π

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

۵۶- به ازای کدام مقدار a، اندازهٔ مماس مشترک داخلی دو دایره به شعاع‌های ۷ و ۵ و خط‌المرکزین $d = ۱۳$، برابر $۳a - ۴$ است؟

۱) ۲

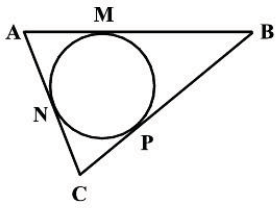
۲) $\frac{۷}{۳}$

۳) $\frac{۸}{۳}$

۴) ۳

هندسه ۲ - سطح ۱، چند ضلعي محاطي و محيطي

۵۷- در شکل زیر اگر $AN = ۴$، $NC = ۳$ و محیط مثلث ABC برابر ۲۶ باشد، طول ضلع AB کدام است؟



۱) ۹

۲) ۱۰

۳) ۱۱

۴) ۱۲

۵۸- مساحت ذوزنقهٔ متساوی‌الساقینی به قاعده‌های ۴ و ۱۶ که محیط بر یک دایره باشد، کدام است؟

۱) ۳۲

۲) ۴۰

۳) ۶۴

۴) ۸۰

هندسه ۲ - سطح ۱، تبديل هاي هندسي

۵۹- نقطهٔ A به فاصلهٔ ۱۰واحد از خط d مفروض است. اگر تبدیل T، بازتاب نقاط صفحه نسبت به خط d باشد، نقطهٔ $T(T(T(A)))$ چه فاصله‌ای از نقطهٔ A دارد؟

۱) صفر

۲) ۲۰

۳) ۳۰

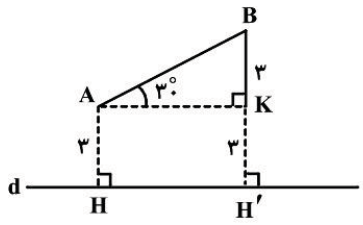
۴) ۶۰

هندسه ۲ - سطح ۱، كاربرد تبديل ها

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

۶۰- پاره‌خط AB و خط d مطابق شکل مفروض‌اند. اگر A' و B' به ترتیب بازتاب نقاط A و B نسبت به خط d باشند، آن‌گاه محیط چهارضلعی $AA'B'B$ کدام است؟



۱) ۲۴

۲) ۲۶

۳) ۲۹

۴) ۳۰

- ۳۰ سوال -

۱۴۱- در مثلث متساوی‌الساقین به طول ساق و قاعدهٔ ۵ و ۶، فاصلهٔ محل تلاقی نیمسازهای داخلی مثلث از هر یک از ساق‌های مثلث کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۱/۵ ۳) ۲ ۴) ۲/۵

۱۴۲- اگر بیشترین فاصلهٔ نقاط واقع بر دو دایرهٔ $C(O,2R)$ و $C'(O',R)$ از یکدیگر برابر $8R$ و طول مماس مشترک داخلی این دو دایره برابر ۱۲ باشد، R کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

۱۴۳- بیشترین و کمترین فاصلهٔ نقطهٔ M از نقاط واقع بر دایرهٔ $C(O,R)$ به ترتیب ۱۶ و ۴ است. اگر از نقطهٔ M، دو مماس MA و MB بر این دایره رسم شده باشد، طول پاره‌خط AB کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۷/۲ ۳) ۸/۴ ۴) ۹/۶

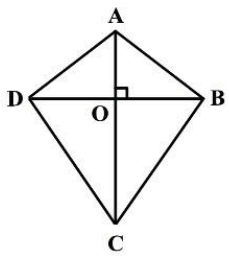
۱۴۴- خط d بر دایرهٔ $C(O,R)$ مماس و AB قطری از این دایره است. اگر فاصلهٔ نقاط A و B از خط d به ترتیب ۱۲ و ۴ و فاصلهٔ تصاویر این دو نقطه روی خط d از یکدیگر برابر ۱۵ باشد، R کدام است؟

۱) ۷/۵ ۲) ۸ ۳) ۸/۵ ۴) ۹

۱۴۵- اگر طول مماس مشترک خارجی دو دایرهٔ $C(O,5)$ و $C'(O',2)$، سه برابر طول مماس مشترک داخلی این دو دایره باشد، طول خط‌المرکزین این دو دایره کدام است؟

۱) $3\sqrt{6}$ ۲) $2\sqrt{15}$ ۳) $6\sqrt{2}$ ۴) ۹

۱۴۶- در شکل زیر اگر $OB=OD=12$، $OA=5$ و $OC=16$ باشد، شعاع دایرهٔ محاطی چهارضلعی $ABCD$ کدام است؟



۱) $\frac{28}{11}$

۲) $\frac{42}{11}$

۳) $\frac{56}{11}$

۴) $\frac{84}{11}$

۱۴۷- اگر مساحت شش‌ضلعی منتظم محاط در دایره‌ای برابر ۲۷ باشد، مساحت شش‌ضلعی منتظم محیط بر این دایره کدام است؟

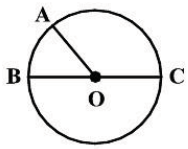
۱) ۳۶ ۲) ۵۴ ۳) ۶۳ ۴) ۸۱

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۸- شعاع دایره‌های محاطی خارجی مثلثی به ترتیب ۲، ۳ و ۶ است. اگر طول‌های دو ارتفاع این مثلث ۳ و ۴ باشد، طول ارتفاع دیگر این مثلث کدام است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۲ ۳) ۲/۴ ۴) ۲/۵

۱۴۹- در شکل زیر O مرکز دایره است. اگر طول کمان AB برابر π و مساحت قطاع AOB برابر 3π باشد، مساحت مثلث OAC کدام است؟



۱) ۶
۲) ۹
۳) ۱۲
۴) ۱۸

۱۵۰- مساحت بازتاب یافتهٔ مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین ABC $(\hat{A}=90^\circ)$ نسبت به خط شامل وتر BC، برابر ۴ است. اگر A' تصویر A در این تبدیل باشد، طول پاره‌خط AA' کدام است؟

۱) ۲ ۲) $2\sqrt{2}$ ۳) ۴ ۴) $4\sqrt{2}$

آمار و احتمال - سطح ۱، گزاره

۶۱- نقیض گزارهٔ «اگر a عددی زوج باشد، آن‌گاه a^2 عددی زوج است» کدام است؟

۱) اگر a عددی زوج نباشد، آن‌گاه a^2 عددی زوج نیست.

۲) اگر a^2 عددی زوج نباشد، آن‌گاه a عددی زوج نیست.

۳) a عددی زوج است یا a^2 عددی زوج نیست.

۴) a عددی زوج است و a^2 عددی زوج نیست.

۶۲- اگر p و q دو گزارهٔ دلخواه باشند، گزارهٔ $[\sim p \wedge (p \Rightarrow q)] \Leftrightarrow \sim p$ همواره هم‌ارز با کدام یک از گزاره‌های زیر است؟

۱) p ۲) $\sim p$ ۳) T ۴) F

آمار و احتمال - سطح ۱، جدول ارزش گزاره

۶۳- اگر $A=\{x\in\mathbb{Z} \mid -10\le x\le 10\}$ دامنهٔ متغیر باشد، ارزش کدام گزارهٔ سوری زیر نادرست است؟

۱) $\exists x\in A \; ; \; x+3<-6$ ۲) $\forall x\in A \; ; \; x-3<8$

۳) $\exists x\in A \; ; \; \frac{1}{x}\in\mathbb{Z}$ ۴) $\forall x\in A \; ; \; x^2>0$

آمار و احتمال - سطح ۱، گزاره نما -

۶۴- اگر ۲ عضو از مجموعهٔ A حذف کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن ۱۹۲ واحد کم می‌شود. مجموعهٔ A چند عضو دارد؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰

آمار و احتمال - سطح ۱، گزاره

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۶۵- مجموعهٔ $A=\{۱ , ۲ , ۳ , ۴\}$ را به چند طریق می‌توان به دو زیرمجموعه افراز کرد؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

آمار و احتمال - سطح ۱ ، مجموعه - زیر مجموعه

۶۶- اگر A و B دو مجموعهٔ دلخواه باشند، حاصل عبارت $(A'\cap B)\cup[(B\cap A)-B']$ همواره کدام است؟

۱) A ۲) A' ۳) B ۴) B'

آمار و احتمال - سطح ۱ ، ترکیب دو گزاره

۶۷- اگر $A=\{۲y , z-۱ , ۵\}$ و $B=\{x-۲ , ۴ , -۲\}$ و $A\times B=B\times A$ باشد، بیشترین مقدار $x+y+z$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۱

آمار و احتمال - سطح ۱ ، مباني احتمال -

۶۸- اگر $P(A)=\frac{۱}{۳}$ ، $P(B')=\frac{۳}{۴}$ و $P(A-B)=\frac{۱}{۵}$ باشد، مقدار $P(B-A)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۱۲}$ ۲) $\frac{۷}{۶۰}$ ۳) $\frac{۳}{۲۰}$ ۴) $\frac{۱}{۶}$

آمار و احتمال - سطح ۱ ، پيشامدهاي مستقل و وابسته -

۶۹- عددی به تصادف از مجموعهٔ $S=\{۱ , ۲ , ۳ , ... , ۱۰۰\}$ انتخاب می‌کنیم. احتمال این‌که عدد انتخاب شده بر ۵ بخش‌پذیر باشد ولی بر ۳ بخش‌پذیر نباشد، کدام است؟

۱) ۰/۱۴ ۲) ۰/۱۵ ۳) ۰/۱۸ ۴) ۰/۲۰

۷۰- تاسی به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد فرد سه برابر احتمال وقوع هر عدد زوج است. در یک بار پرتاب این تاس، احتمال این‌که عددی اول ظاهر شود کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۷}{۱۲}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

- ۳۰ سوال

۱۵۱- عکس نقیض ترکیب شرطی $p\Rightarrow(q\vee\sim r)$، هم‌ارز با کدام یک از گزاره‌های زیر است؟

۱) $(p\wedge r)\Rightarrow q$ ۲) $(p\wedge q)\Rightarrow r$ ۳) $(p\vee r)\Rightarrow q$ ۴) $(p\vee q)\Rightarrow r$

۱۵۲- اگر ارزش هر سه گزارهٔ $q\Rightarrow\sim p$ ، $\sim r\Rightarrow q$ و $r\Rightarrow p$ درست باشد، کدام یک از حالت‌های زیر امکان‌پذیر است؟

۱) هر سه گزارهٔ p ، q و r درست هستند.
۲) هر سه گزارهٔ p ، q و r نادرست هستند.
۳) p نادرست و q و r درست هستند.
۴) p درست و q و r نادرست هستند.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۳- نقیض گزارهٔ «عددی طبیعی وجود دارد که اول یا زوج باشد» کدام است؟

۱) همهٔ اعداد طبیعی اول نیستند یا زوج نیستند.

۲) همهٔ اعداد طبیعی نه اول هستند و نه زوج.

۳) عددی طبیعی وجود ندارد که اول و زوج باشد.

۴) عددی طبیعی وجود دارد که نه اول است و نه زوج.

۱۵۴- به ازای چند مقدار x، دو مجموعهٔ $A=\{x^2+x\ ,\ x+2\}$ و $B=\{0\ ,\ 2\}$ مساوی یکدیگرند؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

۱۵۵- مجموعهٔ $A=\{1\ ,\ 2\ ,\ 3\ ,\ 4\ ,\ 5\}$ دارای چند زیرمجموعه است که مجموع اعضای آن عددی فرد باشد؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۴ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

۱۵۶- مجموعهٔ $A=\{a\ ,\ b\ ,\ c\ ,\ d\ ,\ e\ ,\ f\}$ را به چند طریق می‌توان افراز نمود به گونه‌ای که شامل حداقل یک مجموعهٔ ۳ عضوی باشد؟

۱) ۶۰ ۲) ۷۰ ۳) ۸۰ ۴) ۹۰

۱۵۷- اگر A و B دو مجموعهٔ دلخواه باشند، متمم مجموعهٔ $[(A\cup B')-B]\cup[(B-A)\cup A']$ همواره برابر کدام است؟

۱) $A\cap B$ ۲) $A'\cap B'$ ۳) $A\cup B$ ۴) $A'\cup B'$

۱۵۸- اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند، آن‌گاه حاصل $P(A'\cup B')-P(A-B)$ همواره برابر کدام است؟

۱) $P(B)$ ۲) $P(B')$ ۳) $P(A')$ ۴) $P(A)$

۱۵۹- احتمال ابتلا به بیماری‌های قلبی و ریوی برای فردی به ترتیب ۰/۴۵ و ۰/۳ است. اگر احتمال ابتلا به حداقل یکی از این دو بیماری برای این فرد ۰/۶ باشد، احتمال آن‌که این فرد دقیقاً به یکی از بیماری‌های قلبی یا ریوی مبتلا شود، چقدر است؟

۱) ۰/۳۵ ۲) ۰/۴ ۳) ۰/۴۵ ۴) ۰/۵

۱۶۰- $S=\{a\ ,\ b\ ,\ c\ ,\ d\}$ فضای نمونهٔ یک آزمایش تصادفی و $A=\{a\ ,\ c\}$، $B=\{a\ ,\ b\ ,\ d\}$ و $C=\{b\ ,\ c\ ,\ d\}$ سه پیشامد از این فضای نمونه هستند. اگر $P(A)=0/4$ و $P(C)=0/8$ باشد، $P(B)$ کدام است؟

۱) ۰/۵ ۲) ۰/۶ ۳) ۰/۷ ۴) ۰/۸

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۴۱- گزینهٔ «۱» *(مشابه سؤال ۶ صفحهٔ ۸ کتاب پرتکرار)*

دلیل انتخاب: یک سؤال کاربردی از مبحث مجموع جملات دنبالهٔ حسابی است که چندین نمونهٔ کنکوری دشوارتر هم دارد، این سؤال می‌تواند پیش نیاز آن‌ها باشد.

اعداد سه رقمی مضرب ۷، دنبالهٔ حسابی زیر را تشکیل می‌دهند:

$$۱۰۵ , ۱۱۲ , ۱۱۹ , \dots , ۹۹۴$$

ابتدا تعداد این جملات را به دست می‌آوریم:

$$a_n = ۹۹۴ \Rightarrow a_۱ + (n-۱)d = ۹۹۴ \Rightarrow ۱۰۵ + (n-۱)\times ۷ = ۹۹۴$$

$$\Rightarrow n = ۱۲۸$$

$$\text{مجموع جملات: } S_n = \frac{n}{۲}[a_۱ + a_n] = \frac{۱۲۸}{۲}[۱۰۵ + ۹۹۴] = ۷۰۳۳۶$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۲ تا ۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۴۲- گزینهٔ «۳» *(مشابه سؤال ۲۹ صفحهٔ ۱۰ کتاب پرتکرار)*

دلیل انتخاب: روابط بین ریشه‌های معادله درجهٔ دوم از مباحث مهم در فصل اول حسابان ۱ است که در سؤالات کنکور هم بارها دیده شده است، می‌توان گفت که این سؤال، یک سؤال تیپ در کنکور است.

ابتدا مجموع و حاصل‌ضرب ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم داده شده را به دست می‌آوریم:

$$x^۲ - ۶x + ۴ = ۰$$

$$\beta + \alpha = \frac{-b}{a} = ۶ \quad , \quad \alpha\beta = \frac{c}{a} = ۴$$

حال مجموع و حاصل‌ضرب $\frac{۳}{\alpha}$ و $\frac{۳}{\beta}$ را به دست می‌آوریم:

$$P' = \frac{۳}{\alpha} \times \frac{۳}{\beta} = \frac{۹}{\alpha\beta} = \frac{۹}{۴}$$

$$S' = \frac{۳}{\alpha} + \frac{۳}{\beta} = \frac{۳(\alpha+\beta)}{\alpha\beta} = \frac{۳(۶)}{۴} = \frac{۹}{۲}$$

معادلهٔ مورد نظر به صورت $x^۲ - S'x + P' = ۰$ می‌تواند باشد، پس:

$$x^۲ - \frac{۹}{۲}x + \frac{۹}{۴} = ۰ \xrightarrow{\times ۴} ۴x^۲ - ۱۸x + ۹ = ۰$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۷ تا ۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۴۳- گزینهٔ «۴» *(مشابه سؤال ۳۷ صفحهٔ ۱۱ کتاب پرتکرار)*

دلیل انتخاب: تعیین علامت ضرایب عبارت درجهٔ دوم براساس نمودار آن هدف از انتخاب این سؤال است. کتاب درسی هم در صفحهٔ ۱۲، یک کار در کلاس با حجم یک صفحهٔ کامل، به سؤالی شبیه به این اختصاص داده است.

عرض از مبدأ سهمی منفی است. یعنی:

$$y(0) < 0 \Rightarrow a(0)^2 + b(0) + c < 0 \Rightarrow c < 0$$

دهانهٔ سهمی رو به بالا باز می‌شود، پس ضریب x^2 مثبت است، در نتیجه $a > 0$. همچنین طول رأس سهمی یعنی $\frac{-b}{2a}$ مثبت است، پس:

$$-\frac{b}{2a} > 0 \xrightarrow{a>0} -b > 0 \Rightarrow b < 0$$

(حسابان ۱- جبر ومعادله- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۴۴- گزینهٔ «۲» *(مشابه سؤال ۵۳ صفحهٔ ۱۲ کتاب پرتکرار)*

دلیل انتخاب: آشنایی با حل معادلات گویا که از معادلات پرکاربرد در ریاضیات است، دلیل انتخاب این سؤال است. اگر به کتاب پرتکرار دقت کنید، این سؤال در امتحانات مدارس بسیار رایج است.

مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{2x(x-1)+3(x^2-1)}{x(x-1)(x+1)} = \frac{x(x-2)}{x(x^2-1)}$$

$$\Rightarrow \frac{2x^2-2x+3x^2-3}{x(x^2-1)} = \frac{x^2-2x}{x(x^2-1)} \Rightarrow 4x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

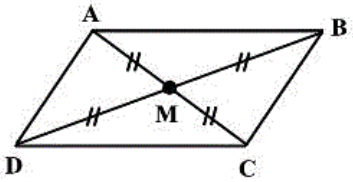
۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۴۵- گزینهٔ «۳» *(مشابه سؤال ۹۸ صفحهٔ ۱۶ کتاب پرتکرار)*

دلیل انتخاب: یک سؤال کاربردی از مبحث هندسه تحلیلی است. مختصات وسط پاره‌خط در این سؤال مطرح شده است که مشابه تمرین ۸-ب صفحهٔ ۳۵ کتاب درسی هم هست.

قطرهای متوازی‌الاضلاع منصف یکدیگر هستند، یعنی وسط پاره‌خط AC وسط پاره‌خط BD هم هست. (شکل زیر فرضی است.)



$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_C}{۲} = \frac{x_B + x_D}{۲} \\ y_M = \frac{y_A + y_C}{۲} = \frac{y_B + y_D}{۲} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۱ + ۲ = -۱ + x_D \\ ۲ + (-۱) = ۳ + y_D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_D = ۴ \\ y_D = -۲ \end{cases} \Rightarrow D(۴ , -۲)$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۴۶- گزینهٔ «۴» *(مشابه سؤال ۱۳۰ صفحهٔ ۱۹ کتاب پرتکرار)*

دلیل انتخاب: آشنایی با تساوی دو تابع و مساوی قرار دادن دامنه‌ها و ضابطه‌ها از اهداف این سؤال است که از جمله سؤال‌های رایج در امتحانات پایان ترم مدارس است. درک این سؤال‌ها به درک آسان‌تر مفاهیم حد هم که در فصل‌های آینده مطرح می‌شود، کمک می‌کند.

ضابطهٔ تابع g را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$g(x)=\begin{cases}\dfrac{(2x+3)(x-1)}{x-1} & x\neq b\\ a & x=b\end{cases}$$

اگر b عددی غیر از ریشهٔ مخرج کسر یعنی یک باشد، آن‌گاه تابع g در $x=1$ تعریف نمی‌شود و در نتیجه دامنهٔ دو تابع برابر نمی‌شود. پس باید $b=1$ باشد. از طرفی مقدار دو تابع در $x=1$ باید برابر باشد، پس:

$$\left.\begin{matrix}g(1)=a\\ f(1)=2(1)+3=5\end{matrix}\right\}\Rightarrow a=5$$

در نتیجه $a+b=6$ است.

(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۴۱ تا ۴۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۴۷- گزینهٔ «۱» *(مشابه سؤال ۱۴۳ صفحهٔ ۲۱ کتاب پرتکرار)*

دلیل انتخاب: وجود حل نامعادلهٔ قدرمطلقی و محاسبهٔ جزء صحیح اعداد یکی از دلایل انتخاب این سؤال است. این مفاهیم هم به خودی خود در امتحانات مدارس و کنکور مهم است، هم دانستن آن‌ها، پیش نیاز حل بسیاری از سؤال‌های مبحث‌های آینده (مثل حد و پیوستگی) است.

از نامعادلهٔ قدرمطلقی داده شده، داریم:

$$|x+۰/۵|<۰/۵ \Rightarrow -۰/۵<x+۰/۵<۰/۵ \Rightarrow -۱<x<۰$$

در نتیجه: $-۱<x<۰ \Rightarrow [x]=-۱$

$$-۱<x<۰ \Rightarrow ۰<x^۲<۱ \Rightarrow [x^۲]=۰$$

$$-۱<x<۰ \Rightarrow -۱<x^۳<۰ \Rightarrow -۲<x^۳-۱<-۱$$
$$\Rightarrow [x^۳-۱]=-۲$$

$$-۱<x<۰ \Rightarrow ۰<x^۴<۱ \Rightarrow ۱<x^۴+۱<۲$$
$$\Rightarrow [x^۴+۱]=۱$$

$$\Rightarrow [x]+[x^۲]+[x^۳-۱]+[x^۴+۱]=-۱+۰-۲+۱=-۲$$

(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۴۹ تا ۵۳)

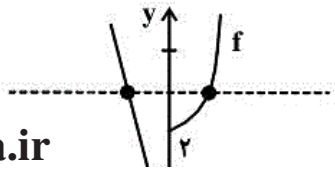
۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۴۸- گزینهٔ «۲» *(مشابه سؤال ۱۵۸ صفحهٔ ۲۳ کتاب پرتکرار)*

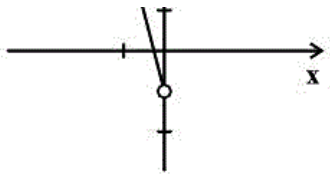
دلیل انتخاب: آشنایی با رسم توابع پرکاربرد و تشخیص یک به یک بودن تابع از روی نمودار از اهداف این سؤال است. توجه کنید که در کتاب درسی، تمرکز تشخیص یک به یک بودن توابع، روی تشخیص به کمک رسم نمودار است، در این سؤال باید بتوانید چهار نوع تابع مختلف را رسم کنید.

نمودار توابع داده شده را رسم می‌کنیم. اگر خطی افقی یافت نشود که نمودار را در بیش از یک نقطه قطع کند، تابع یک به یک است.

الف) یک به یک نیست.

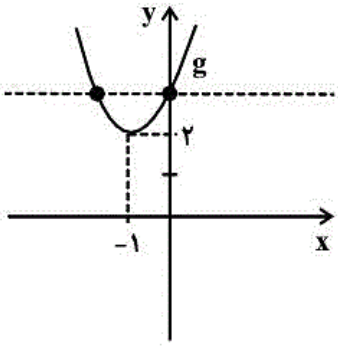


www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

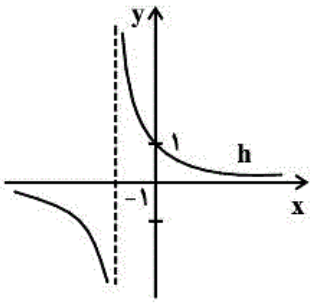


ب) یک به یک نیست.

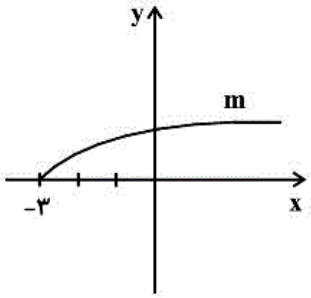
$$g(x) = x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2$$



پ) یک به یک است.



ت) یک به یک است.



(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸ و ۵۵ تا ۵۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۴۹- گزینهٔ «۱» *(مشابه سؤال ۱۸۴ صفحهٔ ۲۵ کتاب پرتکرار)*

دلیل انتخاب: سؤال دارای ایدهٔ ترکیبی است. اعمال جبری بر روی توابع و ترکیب توابع در این سؤال به کار گرفته شده است. معمولا اعمال جبری و ترکیب، در توابعی که به صورت زوج مرتب مشخص شده‌اند، برای دانش‌آموزان چالش‌برانگیز است. نمونه‌های کنکوری دشوارتر، لزوم حل چنین سؤال‌هایی برای تسلط روی این مفهوم را مشخص می‌کند.

$$x=۳\xrightarrow{g}g(۳)=-۱\xrightarrow{f}f(-۱)=۰\Rightarrow(fog)(۳)=۰$$

$$x=-۱\xrightarrow{f}f(-۱)=۰\xrightarrow{g}g(۰)=۷\Rightarrow(gof)(-۱)=۷$$

$$x=۲\xrightarrow[g(۲)=۰]{f(۲)=۴}(f+g)(۲)=۴+۰=۴$$

$$x=۱\xrightarrow[g(۱)=۲]{f(۱)=۱}(\frac{f}{g})(۱)=\frac{۱}{۲}$$

$$\frac{(fog)(۳)+(gof)(-۱)}{(f+g)(۲)\times(\frac{f}{g})(۱)}=\frac{۰+۷}{۴\times\frac{۱}{۲}}=\frac{۷}{۲}=۳/۵$$

(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۶۳ تا ۷۰)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۵۰- گزینهٔ «۲» *(مشابه سؤال ۲۷۲ صفحهٔ ۳۴ کتاب پرتکرار)*

دلیل انتخاب: آشنایی با ضابطهٔ تابع نمایی و محدودیت‌های حاکم بر آن و همچنین دانستن تعریف دقیق تابع نمایی که کتاب درسی درکار در کلاس صفحهٔ ۷۵ به آن پرداخته است.

تابع $y=b^x$ که در آن b عددی مثبت و مخالف یک است یک تابع نمایی است. پس:

$$f(x)=(۲+a)^x\Rightarrow\begin{cases}۲+a>۰\\۲+a\neq۱\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a>-۲\\a\neq-۱\end{cases}\quad(۱)$$

$$g(x)=(a-۱)^x\Rightarrow\begin{cases}a-۱>۰\\a-۱\neq۱\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a>۱\\a\neq۲\end{cases}\quad(۲)$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک (۱) و (۲)}}a>۱\ ,\ a\neq۲$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۱- گزینهٔ «۱» *(مشابه سؤال ۱۱ صفحهٔ ۹ کتاب سه سطحی)*

دلیل انتخاب: یکی از ایده‌های رایج در خصوص سؤال‌های نمودار تابع درجه دو، به دست آوردن معادلهٔ تابع با استفاده از ریشه‌های آن و عرض از مبدأش می‌باشد که در سؤال‌های چهار گزینه‌ای بسیار پرکاربرد است.

صفرهای تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ به ازای $x = -1$ و $x = -2$ حاصل می‌شود. پس معادلهٔ آن را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$y = a(x+1)(x+2)$$

همچنین تابع از نقطهٔ $(-2, 0)$ می‌گذرد، پس مختصات این نقطه در تابع صدق می‌کند:

$$a(0+1)(0+2) = -2 \Rightarrow 2a = -2 \Rightarrow a = -1$$

$$\Rightarrow y = -(x+1)(x+2) = -x^2 - 3x - 2 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -3 \\ c = -2 \end{cases}$$

$$a - 2b + c = -1 - 2(-3) - 2 = 3$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۲- گزینهٔ «۳» *(مشابه سؤال ۱۶ صفحهٔ ۱۰ کتاب سه سطحی)*

دلیل انتخاب: سؤال دارای ایدهٔ خلاقانه است. ایدهٔ حل این سؤال، یکی از نامعادله‌های قدرمطلقی است که در ظاهر یک سؤال معادلهٔ قدرمطلقی مطرح شده است.

ابتدا توجه کنید که:

۱) اگر $ab < 0$ باشد، $|a+b| < |a| + |b|$

۲) اگر $ab \geq 0$ باشد، $|a+b| = |a| + |b|$

در اینجا $a = x^2 - x + 1$ و $b = 2x + 3$ است.

$$|(x^2 - x + 1) + (2x + 3)| < |x^2 - x + 1| + |2x + 3|$$

$$\Rightarrow (x^2 - x + 1)(2x + 3) < 0$$

عبارت $x^2 - x + 1$ همواره مثبت است، زیرا $\Delta < 0$ و ضریب x^2 مثبت است. پس کافی است نامعادلهٔ $2x + 3 < 0$ برقرار باشد:

$$2x + 3 < 0 \Rightarrow x < -\frac{3}{2}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

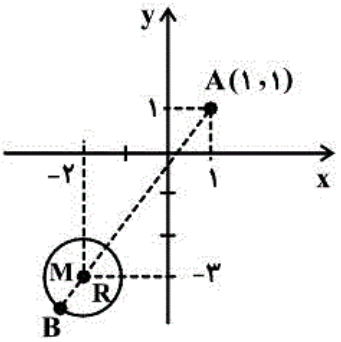
۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۳- گزینهٔ «۱» *(مشابه سؤال ۴۳ صفحهٔ ۱۲ کتاب سه سطحی)*

دلیل انتخاب: سؤال از مبحث آشنایی با هندسهٔ تحلیلی است که در آن فاصلهٔ بین دو نقطه سؤال شده است، اهمیت این سؤال در این است که باید بتوانید شکل مناسبی از مسأله ترسیم کنید تا آن را حل کنید.

شکل فرضی زیر را رسم می‌کنیم:



مطابق شکل $M(-۲,-۳)$ مرکز دایره است. ابتدا فاصلهٔ AM را به دست آورده و سپس این فاصله را با شعاع جمع می‌کنیم تا بیشترین فاصلهٔ متحرک از نقطهٔ $(۱,۱)$ به دست آید.

$$AM=\sqrt{(x_A-x_M)^۲+(y_A+y_M)^۲}$$

$$\Rightarrow AM=\sqrt{(۱-(-۲))^۲+(۱-(-۳))^۲}=\sqrt{۳^۲+۴^۲}=۵$$

$$\Rightarrow AB=۵+R=۶$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۴- گزینهٔ «۱» *(مشابه سؤال ۶۶ صفحهٔ ۱۴ کتاب سه سطحی)*

دلیل انتخاب: سؤال دارای ایدهٔ خلاقانه و ترکیبی است. واسطهٔ هندسی و روابط بین ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ ۲ در یک سؤال مورد پرسش قرار گرفته است، نمونهٔ ساده‌تر این سؤال که در آن‌ها خود سؤال رابطهٔ بین ریشه‌ها را داده است، بسیار در کنکور تکرار شده است.

چون x_1 واسطهٔ هندسی بین ۲ و x_2 است، پس: $x_1^2 = 2x_2$.

از طرفی حاصل‌ضرب ریشه‌ها برابر است با:

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a} = 32 \xrightarrow{x_1^2 = 2x_2} x_1^3 = 2x_1 x_2 = 2 \times 32 = 64$$

$$\Rightarrow x_1 = 4$$

$$(4)^2 = 2(x_2) \Rightarrow x_2 = 8$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \Rightarrow 4 + 8 = +\frac{(2m+2)}{1} \Rightarrow 2m = 10 \Rightarrow m = 5$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۷ تا ۹)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۵- گزینهٔ «۳» *(مشابه سؤال ۱۴۳ صفحهٔ ۲۱ کتاب سه سطحی)*

دلیل انتخاب: سؤال دارای کمی پیچیدگی است که در خصوص آن دانش‌آموز باید هم به جملات و هم به مجموع جملات دقت کند، سؤالی نسبتا دشوارتر از نمونه‌های کنکوری خود که ایدهٔ دسته‌بندی جمله‌های دنباله، در آن‌ها مطرح شده است.

جملهٔ kاُم این دنباله برابر با حاصل جمع k جمله از یک دنبالهٔ هندسی با جملهٔ اول ۲ و قدرنسبت ۲ است، پس:

$$۲+۲^۲+۲^۳+...+۲^k=\frac{۲(۱-۲^k)}{۱-۲}=۲(۲^k-۱)$$

پس دنباله به صورت زیر است:

$$۲(۲^۱-۱)\ ,\ ۲(۲^۲-۱)\ ,\ ۲(۲^۳-۱)\ ,\ ...\ ,\ ۲(۲^n-۱)$$

$$\text{مجموع } n \text{ جملهٔ اول}=۲(۲^۱+۲^۲+۲^۳+...+۲^n-n\times ۱)$$

$$=۲(۲(۲^n-۱)-n)=۴(۲^n-۱)-۲n$$

$$S_۸=۴(۲^۸-۱)-۲\times ۸=۴\times(۲۵۶-۱)-۱۶=۱۰۰۴$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۴ تا ۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۳۶- گزینهٔ «۲» *(مشابه سؤال ۱۸۶ صفحهٔ ۲۸ کتاب سه سطحی)*

دلیل انتخاب: این سؤال از سؤالات پرتکرار در امتحانات مدارس و کنکور است که در آن دامنهٔ تابع گویا مورد بررسی قرار می‌گیرد، موضوع سؤال ترکیبی از مبحث دامنه و معادلهٔ درجه دوم است.

دو حالت داریم:

الف) مخرج کسر ریشهٔ مضاعف دارد، پس:

$$\Delta=۰\Rightarrow ۵^۲-۴\times(m+۱)\times ۴=۰$$

$$\Rightarrow m+۱=\frac{۲۵}{۱۶}\Rightarrow m=\frac{۹}{۱۶}$$

ب) عبارت مخرج، یک عبارت درجهٔ اول باشد که در این صورت باید ضریب $x^۲$ برابر صفر شود، بنابراین:

$$m+۱=۰\Rightarrow m=-۱$$

پس برای m، ۲ مقدار متمایز وجود دارد.

(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۷- گزینهٔ «۴» *(مشابه سؤال ۱۹۱ صفحهٔ ۲۸ کتاب سه سطحی)*

دلیل انتخاب: به دست آوردن ضابطهٔ تابع و همچنین به دست آوردن معکوس تابع هدف از انتخاب این سؤال است. ایدهٔ به دست آوردن مقدار تابع وارون در یک نقطه، در کنکور بسیار پرتکرار است که در این سؤال، به دست آوردن ضابطهٔ تابع هم به آن افزوده شده است.

ابتدا ضابطهٔ تابع $f(x)$ را به دست می‌آوریم.

$$f(x-1)=\frac{(x-1)(x+1)}{x+1}=\frac{(x-1)(x-1+2)}{x-1+2}$$

$$\xrightarrow{x-1=t} f(t)=\frac{t(t+2)}{t+2}\Rightarrow f(x)=\frac{x(x+2)}{x+2}=x \quad , \quad x\neq -2$$

چون $f(x)=x$ است؛ پس به ازای هر $x\neq -2$ داریم $f^{-1}(x)=x$ و در نتیجه $f^{-1}(4)=4$ است.

(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۴۴، ۴۵ و ۵۷ تا ۶۲)

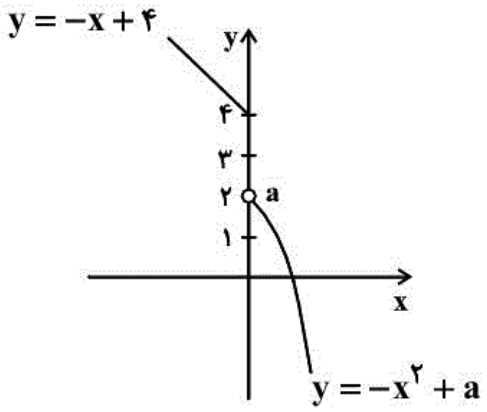
۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۸– گزینهٔ «۴» *(مشابه سؤال ۲۱۳ صفحهٔ ۳۰ کتاب سه سطحی)*

دلیل انتخاب: در این سؤال یک به یک بودن توابع با استفاده از رسم نمودار آن‌ها مورد بررسی قرار گرفته است، ایده‌ای بسیار پرتکرار در سؤال‌های چهار گزینه‌ای.

نمودار تابع f را رسم می‌کنیم:



برای آن‌که تابع یک به یک باشد، باید $a \leq ۴$ باشد، پس a چهار مقدار طبیعی ۴، ۳، ۲ و ۱ را می‌تواند اختیار کند.

(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۹- گزینهٔ «۱» *(مشابه سؤال ۲۹۱ صفحهٔ ۳۸ کتاب سه سطحی)*

دلیل انتخاب: سؤال در سطح دشوار است. هدف از طرح این سؤال اطمینان از تسلط دانش‌آموز بر محاسبهٔ جزء صحیح مقادیر مختلف و همچنین تسلط او بر تخمین زدن اعداد رادیکالی است، یعنی ترکیب مباحثی از ریاضی ۱ و حسابان ۱.

$$-۲<-\sqrt{۲}<-۱\Rightarrow[-\sqrt{۲}]=-۲\quad,\quad ۱<\sqrt{۲}<۲\Rightarrow[\sqrt{۲}]=۱$$

$$-۲<-\sqrt{۳}<-۱\Rightarrow[-\sqrt{۳}]=-۲\quad,\quad ۱<\sqrt{۳}<۲\Rightarrow[\sqrt{۳}]=۱$$

$$-۳<-\sqrt{۶}<-۲\Rightarrow[-\sqrt{۶}]=-۳\quad,\quad ۲<\sqrt{۶}<۳\Rightarrow[\sqrt{۶}]=۲$$

$$-۴<-\sqrt{۱۰}<-۳\Rightarrow[-\sqrt{۱۰}]=-۴\quad,\quad ۳<\sqrt{۱۰}<۴\Rightarrow[\sqrt{۱۰}]=۳$$

$$f(-\sqrt{۲})=\frac{۱+[\sqrt{۲}]}{۱-[-\sqrt{۲}]}=\frac{۲}{۳}\quad,\quad f(-\sqrt{۳})=\frac{۱+[\sqrt{۳}]}{۱-[-\sqrt{۳}]}=\frac{۲}{۳}$$

$$f(-\sqrt{۶})=\frac{۱+[\sqrt{۶}]}{۱-[-\sqrt{۶}]}=\frac{۳}{۴}\quad,\quad f(-\sqrt{۱۰})=\frac{۱+[\sqrt{۱۰}]}{۱-[-\sqrt{۱۰}]}=\frac{۴}{۵}$$

$$\text{حاصل جمع}=\frac{۴}{۳}+\frac{۳}{۴}+\frac{۴}{۵}=\frac{۸۰+۴۵+۴۸}{۶۰}=\frac{۱۷۳}{۶۰}$$

(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۴۴، ۴۵، ۴۹ تا ۵۳ و ۶۶ تا ۷۰)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۴۰- گزینهٔ «۲» *(مشابه سؤال ۳۵۴ صفحهٔ ۴۷ کتاب سه سطحی)*

دلیل انتخاب: این سؤال به نامعادله‌های نمایی (توانی) اشاره می‌کند و برای جوابگویی به آن باید رفتار توابع نمایی را دانست. این مدل سؤال‌ها در سال‌های اخیر در کنکور مطرح نشده و بنابراین می‌تواند کاندید سؤال از مبحث تابع نمایی در کنکورهای آینده باشد.

پایه‌ها را یکسان می‌کنیم:

$$\frac{۱}{۹}=۳^{-۲}\Rightarrow(\frac{۱}{۹})^{۳-۲x}>۳^{۵x-۹}\Rightarrow ۳^{-۶+۴x}>۳^{۵x-۹}$$

$$\xrightarrow{\text{پایه‌ها بزرگ‌تر از یک هستند.}}-۶+۴x>۵x-۹$$

$$\Rightarrow x<۳\xrightarrow{x\in N}x\in\{۱,۲\}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۵۱- گزینهٔ «۲» *(مشابه سؤال ۹ کتاب پرتکرار هندسه ۲)*

دلیل انتخاب: کاربرد فرمول‌های مربوط به طول کمان و مساحت قطاع

طبق رابطهٔ طول کمان متناظر با زاویهٔ α در دایره داریم:

$$L=\frac{\pi R\alpha}{۱۸۰}\Rightarrow ۴\pi=\frac{\pi R\times ۶۰^\circ}{۱۸۰^\circ}\Rightarrow R=۱۲$$

حال با جای گذاری در رابطهٔ مساحت قطاع متناظر با زاویهٔ α داریم:

$$S=\frac{\pi R^۲\alpha}{۳۶۰}=\frac{\pi\times ۱۲^۲\times ۳۰^\circ}{۳۶۰^\circ}=۱۲\pi$$

(هندسه ۲- دایره- صفحهٔ ۱۲)

۱ ✓۲ ۳ ۴

۵۲- گزینهٔ «۱» *(مشابه سؤال ۴۵ کتاب پرتکرار هندسه ۲)*

دلیل انتخاب: ترکیب زاویه‌های محاطی و ظلی در یک سؤال توجه کنید که این تیپ سؤال‌ها در امتحان‌های پایان ترم مدارس، بسیار تکرار می‌شوند.

می‌دانیم اندازهٔ هر زاویهٔ محاطی یا هر زاویهٔ ظلی نصف کمان مقابل آن است، بنابراین داریم:

$$\overset{\frown}{AC}=۲A\hat{C}T=۲(x+۵^\circ)=۲x+۱۰^\circ$$

$$\overset{\frown}{AB}=۲A\hat{C}B=۲(۲x-۵^\circ)=۴x-۱۰^\circ$$

$$\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{BC}=۳۶۰^\circ\Rightarrow ۴x-۱۰^\circ+۲x+۱۰^\circ+۳x=۳۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow ۹x=۳۶۰^\circ\Rightarrow x=۴۰^\circ$$

$$A\hat{B}C=\frac{\overset{\frown}{AC}}{۲}=\frac{۲(۴۰^\circ)+۱۰^\circ}{۲}=۴۵^\circ \quad \text{(زاویهٔ محاطی)}$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

✓۱ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۵۳- گزینهٔ «۳» *(مشابه سؤال ۷۱ کتاب پرتکرار هندسه ۲)*

دلیل انتخاب:

۱) ترکیبی از زاویهٔ بین دو وتر، زاویهٔ بین امتداد دو وتر و زاویهٔ محاطی در یک سؤال

۲) مشابهت با تمرین ۲ صفحهٔ ۱۶ کتاب درسی

۳) وجود سؤال مشابه کنکوری

می دانیم اندازهٔ یک زاویهٔ محاطی نصف کمان مقابل آن است، بنابراین داریم:

$$\hat{A} = \frac{\overset{\frown}{BC}}{۲} \Rightarrow \overset{\frown}{BC} = ۲ \times ۲۵^\circ = ۵۰^\circ$$

زاویهٔ $A\hat{N}D$، زاویهٔ بین دو وتر AC و BD است، پس می‌توان نوشت:

$$A\hat{N}D = \frac{\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{BC}}{۲} \Rightarrow ۷۲^\circ = \frac{\overset{\frown}{AD} + ۵۰^\circ}{۲} \Rightarrow \overset{\frown}{AD} + ۵۰^\circ = ۱۴۴^\circ$$

$$\Rightarrow \overset{\frown}{AD} = ۹۴^\circ$$

سرانجام زاویهٔ M، زاویهٔ بین امتداد دو وتر AB و DC است، پس داریم:

$$\hat{M} = \frac{\overset{\frown}{AD} - \overset{\frown}{BC}}{۲} = \frac{۹۴^\circ - ۵۰^\circ}{۲} = ۲۲^\circ$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۵۴- گزینهٔ «۳» *(مشابه سؤال ۹۰ کتاب پرتکرار هندسه ۲)*

دلیل انتخاب: استفاده از روابط طولی وترهای متقاطع و مماس و قاطع در دایره که سؤال مشابه نمونهٔ کنکوری هم دارد (سراسری ۸۵ و سراسری ۹۱)

طبق روابط طولی برای دو وتر متقاطع داریم:

$$۳y = ۲ \times ۹ = ۱۸ \Rightarrow y = ۶$$

همچنین طبق روابط طولی برای یک مماس و یک قاطع داریم:

$$۶^۲ = x(x+y+۳) \xrightarrow{y=۶} ۳۶ = x(x+۹)$$

$$\Rightarrow x^۲ + ۹x - ۳۶ = ۰ \Rightarrow (x+۱۲)(x-۳) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = -۱۲ \text{ غ ق ق} \\ x = ۳ \end{cases}$$

$$y - x = ۶ - ۳ = ۳$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۵۵- گزینهٔ «۲» *(مشابه سؤال ۱۳۰ کتاب پرتکرار هندسه ۲)*

دلیل انتخاب: شناخت وضعیت نسبی دو دایره براساس طول خط‌المرکزین و شعاع‌های دو دایره و استفاده از محیط و مساحت برای محاسبهٔ شعاع دایره

فرض کنید مساحت دایرهٔ $C_۱(O_۱ , R_۱)$ برابر $۱۶\pi^۳$ و محیط دایرهٔ $C_۲(O_۲ , R_۲)$ برابر $۱۲\pi^۲$ باشد. در این صورت داریم:

$$\pi R_۱^۲ = ۱۶\pi^۳ \Rightarrow R_۱^۲ = ۱۶\pi^۲ \Rightarrow R_۱ = ۴\pi$$

$$۲\pi R_۲ = ۱۲\pi^۲ \Rightarrow R_۲ = ۶\pi$$

دو دایرهٔ $C_۱$ و $C_۲$ مماس داخل هستند، پس داریم:

$$\text{طول خط‌المرکزین} = O_۱O_۲ = |R_۱ - R_۲| = ۲\pi$$

(هندسه ۲- دایره- صفحهٔ ۲۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۵۶- گزینهٔ «۴» *(مشابه سؤال ۱۳۸ کتاب پرتکرار هندسه ۲)*

دلیل انتخاب: استفاده از رابطهٔ اندازهٔ مماس مشترک داخلی دو دایره که در سؤالات امتحانی مدارس بسیار مورد توجه است.

اگر شعاع‌های دو دایره را با R_1 و R_2 و اندازهٔ مماس مشترک داخلی دو دایره را با TT' نمایش دهیم، داریم:

$$TT' = \sqrt{d^2 - (R_1 + R_2)^2} = \sqrt{13^2 - (7+5)^2}$$
$$= \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5$$
$$\Rightarrow 3a - 4 = 5 \Rightarrow 3a = 9 \Rightarrow a = 3$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۵۷- گزینهٔ «۲» *(مشابه سؤال ۱۷۱ کتاب پرتکرار هندسه ۲)*

دلیل انتخاب: شناخت دایرهٔ محاطی داخلی مثلث و برابری طول مماس‌های رسم شده از یک نقطه خارج دایره بر آن دایره که تمرین ۶ صفحهٔ ۳۰ کتاب درسی به آن پرداخته شده و در سؤال‌های امتحانی مدارس و کنکور، بسیار مورد توجه است.

می‌دانیم اگر از یک نقطه در خارج یک دایره، دو مماس بر آن دایره رسم کنیم، طول مماس‌های رسم شده برابر یکدیگر است، بنابراین داریم:

$$AM = AN = 4$$
$$CP = CN = 3$$
$$BM = BP = x$$
$$\text{محیط مثلث } ABC = AB + AC + BC$$
$$\Rightarrow 26 = (AM + BM) + (AN + CN) + (BP + CP)$$
$$\Rightarrow 26 = (4 + x) + (4 + 3) + (x + 3)$$
$$\Rightarrow 26 = 14 + 2x \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = 6$$
$$AB = AM + BM = 4 + 6 = 10$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۲۰ و ۲۶)

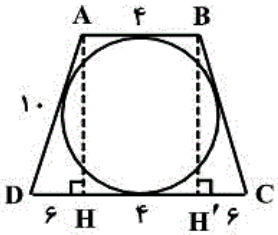
۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۵۸- گزینهٔ «۴» *(مشابه سؤال ۲۰۵ کتاب پرتکرار هندسه ۲)*

دلیل انتخاب: شناخت شرط محیطی بودن یک چهارضلعی و استفاده از برابری طول ساق‌ها در ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین که چندین نمونهٔ کنکوری دارد و در تمرین ۴ صفحهٔ ۲۹ کتاب درسی هم به آن پرداخته شده است.

در یک چهارضلعی محیطی، مجموع طول‌های هر دو ضلع مقابل برابر مجموع طول‌های دو ضلع مقابل دیگر است، بنابراین داریم:



$$AB+CD=AD+BC \xrightarrow{AD=BC} ۴+۱۶=۲AD \Rightarrow AD=۱۰$$

مطابق شکل اگر از نقاط A و B، عمودهای AH و BH' را بر قاعدهٔ CD رسم کنیم، آن‌گاه:

$$DH=CH'=\frac{CD-AB}{۲}=\frac{۱۶-۴}{۲}=۶$$

$$\overset{\Delta}{AHD}: AD^۲=AH^۲+DH^۲ \Rightarrow ۱۰^۲=AH^۲+۶^۲$$

$$\Rightarrow AH^۲=۱۰۰-۳۶=۶۴ \Rightarrow AH=۸$$

$$S_{ABCD}=\frac{۱}{۲}AH(AB+CD)=\frac{۱}{۲}\times ۸(۴+۱۶)=۸۰$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

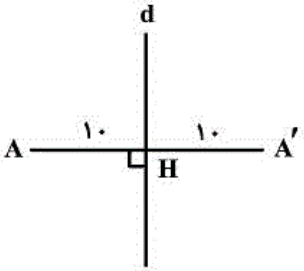
۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۵۹- گزینهٔ «۲» *(مشابه سؤال ۲۳۱ کتاب پرتکرار هندسه ۲)*

دلیل انتخاب: شناخت بازتاب نسبت به خط و ترکیب چند بازتاب با یکدیگر که مستلزم درک دقیق مفهوم بازتاب است.

مطابق شکل $T(A) = A'$ است و در نتیجه بازتاب نقطهٔ A' نسبت به خط d، بر نقطهٔ A منطبق می‌گردد، یعنی $T(A') = A$ می‌باشد.



بنابراین داریم:

$$T(T(T(A))) = T(T(A')) = T(A) = A'$$

بنابراین نقطهٔ مورد نظر همان A' است که به فاصلهٔ ۲۰ واحد از A قرار دارد.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها- صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

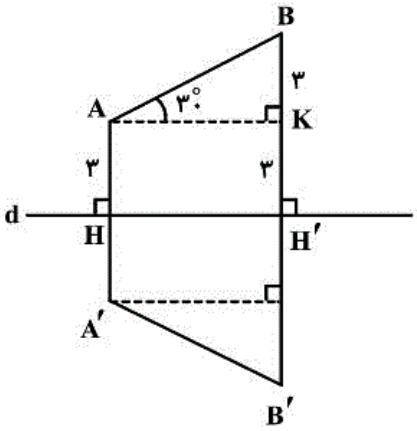
۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۶۰- گزینهٔ «۴» *(مشابه سؤال ۲۳۸ کتاب پرتکرار هندسه ۲)*

دلیل انتخاب: درک مفهوم طولپایی بازتاب و استفاده از ویژگی زاویهٔ ۳۰° در مثلث قائم‌الزاویه

می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، طول ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰°، نصف طول وتر است، پس در مثلث AKB داریم:



$$B\hat{A}K = ۳۰^\circ \Rightarrow BK = \frac{۱}{۲}AB \Rightarrow AB = ۲\times ۳ = ۶$$

بازتاب تبدیلی طولپا است، بنابراین داریم:

$$AA' = ۲AH = ۲\times ۳ = ۶$$

$$BB' = ۲BH' = ۲\times ۶ = ۱۲$$

$$A'B' = AB = ۶$$

$$\text{محیط } AA'B'B = AB + AA' + A'B' + BB'$$

$$= ۶ + ۶ + ۶ + ۱۲ = ۳۰$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها- صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

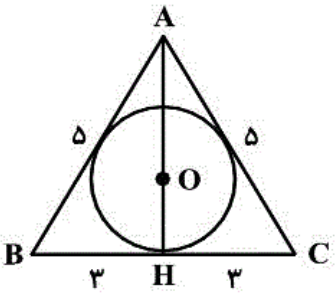
۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۱- گزینهٔ «۲» *(مشابه سؤال ۹۸ کتاب سه سطحی هندسه ۲)*

دلیل انتخاب: درک مفهوم مرکز دایرهٔ محاطی داخلی مثلث و محاسبهٔ شعاع این دایره سؤالات مشابه این سؤال به طور مکرر در کنکور سراسری ریاضی طراحی گردیده است از جمله در کنکور سراسری خارج از کشور۸۸ و کنکورهای سراسری داخل و خارج از کشور ۹۶.

محل تلاقی نیمسازهای داخلی مثلث همان مرکز دایرهٔ محاطی داخلی مثلث و فاصلهٔ این نقطه از اضلاع مثلث، برابر شعاع دایرهٔ محاطی داخلی مثلث است.



$$\overset{\Delta}{AHB}: AH^{۲} = AB^{۲} - BH^{۲} = ۲۵ - ۹ = ۱۶ \Rightarrow AH = ۴$$

اگر S و P به ترتیب مساحت و نصف محیط مثلث ABC و r شعاع دایرهٔ محاطی داخلی این مثلث باشد، داریم:

$$S = \frac{۱}{۲} AH \times BC = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۶ = ۱۲$$

$$P = \frac{AB + AC + BC}{۲} = \frac{۵ + ۵ + ۶}{۲} = ۸$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{۱۲}{۸} = ۱/۵$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

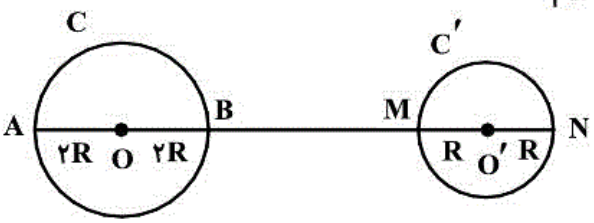
۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۲- گزینهٔ «۲» *(مشابه سؤال ۱۰۰ کتاب سه سطحی هندسه ۲)*

دلیل انتخاب: درک مفهوم بیشترین و کمترین فاصلهٔ نقاط دو دایره از یکدیگر و استفاده از رابطهٔ طول مماس مشترک داخلی دو دایره مشابه این سؤال در کنکور سراسری ریاضی ۸۳ دیده می‌شود و در امتحانات مدارس نیز اغلب سؤالات مشابه مورد استفاده قرار گرفته است.

مطابق شکل بیشترین فاصلهٔ نقاط دو دایره C و C' از یکدیگر برابر طول پاره‌خط AN است. داریم:



$$AN = AB + BM + MN \Rightarrow ۸R = ۴R + BM + ۲R$$
$$\Rightarrow BM = ۲R$$

بنابراین طول خط‌المرکزین دو دایره، $OO' = ۵R$ است و داریم:

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{OO'^{۲} - (R + R')^{۲}}$$
$$\Rightarrow ۱۲ = \sqrt{(۵R)^{۲} - (۲R + R)^{۲}} \xrightarrow{\text{به توان ۲}}$$
$$۱۴۴ = ۲۵R^{۲} - ۹R^{۲} = ۱۶R^{۲} \Rightarrow R^{۲} = ۹ \Rightarrow R = ۳$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

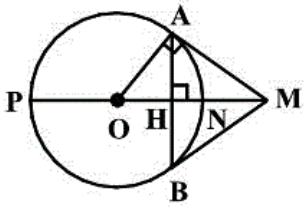
۱ ۲✓ ۳ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۴۳- گزینهٔ «۴» *(مشابه سؤال ۱۱۸ کتاب سه سطحی هندسه ۲)*

دلیل انتخاب: درک مفهوم بیشترین و کمترین فاصلهٔ یک نقطه از یک دایره و نکات مربوط به رسم مماس بر دایره همچنین برای حل این سؤال تسلط نسبی بر بعضی از مفاهیم کتاب هندسه ۱ از جمله ویژگی‌های عمودمنصف یک پاره‌خط و روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه مورد نیاز است. مشابه این سؤال در کنکور سراسری ریاضی ۸۳ طرح شده است.

مطابق شکل نقاط N و P به ترتیب نزدیک‌ترین و دورترین نقاط دایره نسبت به نقطهٔ M هستند.



$$NP = MP - MN = ۱۶ - ۴ = ۱۲ \Rightarrow ۲R = ۱۲ \Rightarrow R = ۶$$

$$OM = ON + MN = ۶ + ۴ = ۱۰$$

$$\overset{\Delta}{OAM} : OM^۲ = OA^۲ + AM^۲ \Rightarrow ۱۰^۲ = ۶^۲ + AM^۲$$

$$\Rightarrow AM^۲ = ۱۰۰ - ۳۶ = ۶۴ \Rightarrow AM = ۸$$

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ OAM داریم:

$$OA \times AM = AH \times OM \Rightarrow ۶ \times ۸ = AH \times ۱۰ \Rightarrow AH = ۴/۸$$

$$\left.\begin{matrix} MA = MB \\ OA = OB \end{matrix}\right\} \Rightarrow OM \text{ عمودمنصف } AB \text{ است}$$

$$\Rightarrow AB = ۲AH = ۹/۶$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

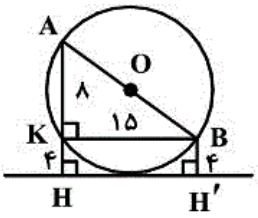
۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۴- گزینهٔ «۳» *(مشابه سؤال ۱۲۱ کتاب سه سطحی هندسه ۲)*

دلیل انتخاب: شناخت وضعیت نسبی خط و دایره و توانایی رسم شکل مناسب برای حل مسئله که شامل ایجاد مثلث قائم‌الزاویه برای استفاده از قضیهٔ فیثاغورس می‌گردد.

مطابق شکل داریم:



$$BK = HH' = ۱۵$$

$$AK = AH - KH = AH - BH' = ۱۲ - ۴ = ۸$$

$$\overset{\Delta}{AKB} : AB^۲ = AK^۲ + BK^۲ = ۸^۲ + ۱۵^۲ = ۲۸۹$$

$$\Rightarrow AB = ۱۷ \Rightarrow ۲R = ۱۷ \Rightarrow R = ۸/۵$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۴۵- گزینهٔ «۱» *(مشابه سؤال ۱۲۴ کتاب سه سطحی هندسه ۲)*

دلیل انتخاب: کاربرد روابط طول مماس مشترک‌های داخلی و خارجی دو دایره در یک سؤال و استفاده از معادلات گنگ برای حل مسئله که به نوعی ترکیب دروس هندسه و حسابان است.

فرض کنید طول خط‌المرکزین دو دایره برابر d و طول مماس مشترک‌های داخلی و خارجی این دو دایره به ترتیب برابر l و l' باشد.

در این صورت داریم:

$$l' = ۳l \Rightarrow \sqrt{d^۲ - (۵-۲)^۲} = ۳\sqrt{d^۲ - (۵+۲)^۲}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} d^۲ - ۹ = ۹(d^۲ - ۴۹) \Rightarrow d^۲ - ۹ = ۹d^۲ - ۴۴۱$$

$$\Rightarrow ۸d^۲ = ۴۳۲ \Rightarrow d^۲ = ۵۴ \Rightarrow d = ۳\sqrt{۶}$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

۱✓ ۲ ۳ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۴۶- گزینهٔ «۴» *(مشابه سؤال ۱۲۸ کتاب سه سطحی هندسه ۲)*

دلیل انتخاب: شناخت رابطهٔ شعاع دایرهٔ محاطی داخلی چندضلعی‌های محیطی و محاسبهٔ مساحت و محیط کایت که یادآوری این مفاهیم از فصل ۳ کتاب هندسه ۱ را به همراه دارد.

با توجه به این‌که $AC \perp BD$ و $OB = OD$، قطر AC عمودمنصف قطر BD در چهارضلعی $ABCD$ است، یعنی $AB = AD$ و $CB = CD$ است. چون قطرهای این چهارضلعی بر هم عمودند، پس مساحت آن برابر است با:

$$S = \frac{AC \times BD}{۲} = \frac{۲۱ \times ۲۴}{۲} = ۲۵۲$$

از طرفی در مثلث‌های قائم‌الزاویهٔ OAD و ODC داریم:

$$\overset{\Delta}{OAD} : AD^۲ = OA^۲ + OD^۲ = ۵^۲ + ۱۲^۲ = ۱۶۹ \Rightarrow AD = ۱۳$$

$$\overset{\Delta}{ODC} : CD^۲ = OC^۲ + OD^۲ = ۱۶^۲ + ۱۲^۲ = ۴۰۰ \Rightarrow CD = ۲۰$$

بنابراین نصف محیط چهارضلعی $ABCD$ برابر است با:

$$P = AD + CD = ۱۳ + ۲۰ = ۳۳$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{۲۵۲}{۳۳} = \frac{۸۴}{۱۱} \quad \text{(شعاع دایرهٔ محاطی داخلی)}$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۷- گزینهٔ «۱» *(مشابه سؤال ۱۳۱ کتاب سه سطحی هندسه ۲)*

دلیل انتخاب: شناخت روابط مربوط به طول ضلع n ضلعی‌های منتظم محاطی و محیطی یک دایره و تشابه n ضلعی‌های منتظم با یکدیگر. همچنین حل مسئله نیاز به تسلط بر رابطهٔ بین نسبت‌های مثلثاتی و مقادیر مثلثاتی برخی زوایا از فصل مثلثات کتاب ریاضی دهم دارد.

اگر a و b به ترتیب طول اضلاع شش‌ضلعی منتظم محاطی و محیطی دایره‌ای به شعاع r باشند، داریم:

$$\frac{b}{a}=\frac{۲r\tan\frac{۱۸۰^\circ}{۶}}{۲r\sin\frac{۱۸۰^\circ}{۶}}=\frac{\tan ۳۰^\circ}{\sin ۳۰^\circ}=\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۳}}{\frac{۱}{۲}}=\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$$

هر دو n ضلعی منتظم با یکدیگر متشابه‌اند، پس شش ضلعی‌های منتظم محاطی و محیطی این دایره نیز با هم متشابه‌اند و نسبت مساحت آن‌ها مجذور نسبت اضلاع این دو شش‌ضلعی است.

$$\frac{S_۲}{S_۱}=(\frac{b}{a})^۲\Rightarrow\frac{S_۲}{۲۷}=(\frac{۲\sqrt{۳}}{۳})^۲=\frac{۴}{۳}\Rightarrow S_۲=۳۶$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۲۹ و ۳۰)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۴۸- گزینهٔ «۳» *(مشابه سؤال ۱۵۵ کتاب سه سطحی هندسه ۲)*

دلیل انتخاب: شناخت رابطهٔ شعاع دایره‌های محاطی خارجی و شعاع دایرهٔ محاطی داخلی و همچنین رابطهٔ طول ارتفاع‌های مثلث با شعاع دایرهٔ محاطی داخلی که بخش‌های (الف) و (ب) تمرین ۵ در صفحه‌های ۲۹ و ۳۰ کتاب درسی را تشکیل می‌دهند.

اگر r شعاع دایرهٔ محاطی داخلی و r_a، r_b و r_c شعاع دایره‌های محاطی خارجی مثلث ABC باشند، آن‌گاه داریم:

$$\frac{۱}{r_a}+\frac{۱}{r_b}+\frac{۱}{r_c}=\frac{۱}{r}\Rightarrow\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{r}\Rightarrow r=۱$$

اگر h_a، h_b و h_c طول ارتفاع‌های این مثلث باشند، آن‌گاه داریم:

$$\frac{۱}{h_a}+\frac{۱}{h_b}+\frac{۱}{h_c}=\frac{۱}{r}\Rightarrow\frac{۱}{h_a}+\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{۱}$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{h_a}=۱-\frac{۷}{۱۲}=\frac{۵}{۱۲}\Rightarrow h_a=\frac{۱۲}{۵}=۲/۴$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۲۵، ۲۶، ۲۹ و ۳۰)

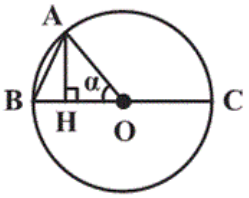
۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۹- گزینهٔ «۲» *(مشابه سؤال ۱۶۰ کتاب سه سطحی هندسه ۲)*

دلیل انتخاب: کاربرد روابط طول کمان و مساحت قطاع در دایره و ترکیب آن با زاویهٔ محاطی و ویژگی‌های مثلث قائم‌الزاویه که این مسائل کاربردی در کنکورهای نظام جدید مورد توجه قرار گرفته‌اند از جمله سؤالی ترکیبی از این دسته در کنکور سراسری ریاضی ۹۹ طراحی شده است.

فرض کنید $A\hat{O}B = \alpha$ باشد. اگر طول کمان AB را با L و مساحت قطاع AOB را با S نمایش دهیم، داریم:



$$L = \frac{\pi R\alpha}{180^\circ} \Rightarrow \pi = \frac{\pi R\alpha}{180^\circ} \Rightarrow R\alpha = 180 \qquad (1)$$

$$S = \frac{\pi R^2\alpha}{360^\circ} \Rightarrow 3\pi = \frac{\pi R^2\alpha}{360^\circ} \Rightarrow R^2\alpha = 1080 \qquad (2)$$

$$(1),\ (2) \Rightarrow \frac{R^2\alpha}{R\alpha} = \frac{1080}{180} \Rightarrow R = 6 \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$A\hat{C}B = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2} = 15^\circ \quad \text{(زاویهٔ محاطی)}$$

در مثلث ABC، زاویهٔ A زاویهٔ محاطی روبه‌رو به قطر BC است، پس $\hat{A} = 90^\circ$ و مثلث ABC قائم‌الزاویه است. می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که یک زاویهٔ حادهٔ آن 15° است، طول ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{1}{4}$ طول وتر است، بنابراین داریم:

$$AH = \frac{1}{4}BC = \frac{1}{4} \times 12 = 3$$

$$S_{OAC} = \frac{1}{2}AH \times OC = \frac{1}{2} \times 3 \times 6 = 9$$

(هندسه ۲- دایره- صفحهٔ ۱۲)

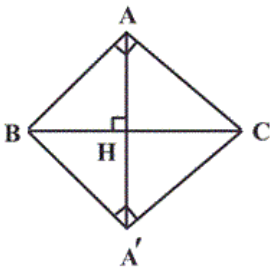
۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۰- گزینهٔ «۳» *(مشابه سؤال ۲۱۶ کتاب سه سطحی هندسه ۲)*

دلیل انتخاب: درک مفهوم طولپایی بازتاب و نقاط ثابت تبدیل برای حل این سؤال ضروری است. همچنین روش‌های متنوع برای رسیدن به خواستهٔ مسئله وجود دارد که می‌تواند شامل استفاده از روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه نیز باشد.

مطابق شکل مثلث $A'BC$ تصویر مثلث ABC در این بازتاب است. (نقاط B و C روی محور بازتاب قرار دارند، پس در این تبدیل بر روی خود تصویر می‌شوند.) از طرفی می‌دانیم بازتاب تبدیلی طولپا است؛ پس $S_{ABA'C} = ۲S_{A'BC} = ۸$ است. با توجه به این‌که چهارضلعی $ABA'C$ مربع است، داریم:



$$S_{ABA'C} = \frac{AA'^{۲}}{۲} \Rightarrow ۸ = \frac{AA'^{۲}}{۲} \Rightarrow AA'^{۲} = ۱۶ \Rightarrow AA' = ۴$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها- صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۶۱- گزینهٔ «۴» *(مشابه سؤال ۹ کتاب پرتکرار آمار و احتمال)*

دلیل انتخاب: توانایی در نوشتن نقیض ترکیب دو گزاره به ویژه ترکیب شرطی و به ویژه تشخیص این نکته که نقیض ترکیب شرطی به صورت یک ترکیب عطفی است. همچنین مشابه این سؤال در تمرین ۴ صفحهٔ ۱۷ کتاب درسی دیده می‌شود.

نقیض ترکیب شرطی $(p \Rightarrow q)$ به صورت ترکیب عطفی $(p \wedge \sim q)$ است. بنابراین نقیض گزارهٔ «اگر a عددی زوج باشد، آن‌گاه $a^{۲}$ عددی زوج است» به صورت گزارهٔ «a عددی زوج است و $a^{۲}$ عددی زوج نیست» می‌باشد.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات- صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۶۲- گزینهٔ «۳» *(مشابه سؤال ۱۶ کتاب پرتکرار آمار و احتمال)*

دلیل انتخاب: نوشتن جدول گزاره‌ها برای ترکیب‌های عطفی، شرطی و دوشرطی که در تمرینات ۷ و ۸ صفحهٔ ۱۸ کتاب درسی نمونه‌های متعددی از این دسته سؤالات وجود دارد.

طبق جدول ارزش گزاره‌ها برای دو گزارهٔ p و q داریم:

p	q	$\sim p$	$p \Rightarrow q$
د	د	ن	د
د	ن	ن	ن
ن	د	د	د
ن	ن	د	د

$\sim p \wedge (p \Rightarrow q)$	$[\sim p \wedge (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow \sim p]$
ن	د
ن	د
د	د
د	د

بنابراین ارزش گزارهٔ مورد نظر همواره درست است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات- صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۶۳- گزینهٔ «۴» *(مشابه سؤال ۳۳ کتاب پرتکرار آمار و احتمال)*

دلیل انتخاب: آشنایی با سورهای عمومی و وجودی و شرایط درستی یا نادرستی گزاره‌های سوری که در مثال‌های کتاب درسی مورد تاکید قرار گرفته و نمونهٔ مشابه این سؤال در تمرین ۱۱ صفحهٔ ۱۸ کتاب درسی وجود دارد.

یک گزارهٔ همراه با سور عمومی در صورتی درست است که به ازای هیچ یک از مقادیر دامنهٔ متغیر، مثال نقض نداشته باشد و یک گزارهٔ همراه با سور وجودی در صورتی درست است که حداقل به ازای یکی از مقادیر دامنهٔ متغیر درست باشد.

گزینهٔ «۱»: $x+۳<-۶ \Rightarrow x<-۹$

به ازای $x=-۱۰$، این نامساوی برقرار است، پس گزارهٔ سوری درست است.

گزینهٔ «۲»: $x-۳<۸ \Rightarrow x<۱۱$

این نامساوی به ازای تمام اعضای مجموعهٔ A برقرار است، پس گزارهٔ سوری درست است.

گزینهٔ «۳»: به ازای $x=۱$ یا $x=-۱$، $\frac{۱}{x}\in\mathbb{Z}$، پس گزارهٔ سوری درست است.

گزینهٔ «۴»: به ازای $x=۰$، نامساوی $x^۲>۰$ برقرار نیست، پس گزارهٔ سوری نادرست است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۶۴- گزینهٔ «۲» *(مشابه سؤال ۵۱ کتاب پرتکرار آمار و احتمال)*

دلیل انتخاب:

۱) شناخت رابطهٔ تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه و توانایی در تحلیل مسئله و تبدیل آن به یک معادلهٔ نمایی

۲) مشابهت با تمرین ۶ صفحهٔ ۲۵ کتاب درسی

یک مجموعهٔ n عضوی دارای ۲^n زیرمجموعه است. فرض کنید مجموعهٔ A دارای n عضو باشد. با کاهش ۲ عضو از این مجموعه، تعداد اعضای آن برابر $(n-۲)$ خواهد بود. در نتیجه داریم:

$$۲^n - ۲^{n-۲} = ۱۹۲ \Rightarrow ۲^n - ۲^n \times ۲^{-۲} = ۱۹۲$$

$$\Rightarrow ۲^n - \frac{۱}{۴} \times ۲^n = ۱۹۲ \Rightarrow \frac{۳}{۴} \times ۲^n = ۱۹۲ \Rightarrow ۲^n = ۲۵۶ = ۲^۸$$

$$\Rightarrow n = ۸$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات- صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۶۵- گزینهٔ «۴» *(مشابه سؤال ۷۶ کتاب پرتکرار آمار و احتمال)*

دلیل انتخاب: شناخت مفهوم افراز یک مجموعه و تشخیص افرازهای متمایز همچنین این مدل سؤال به طور مکرر در کنکور سراسری ریاضی مورد استفاده قرار گرفته است. از جمله کنکورهای سراسری سال‌های ۹۰ و ۹۵

یک مجموعهٔ ۴ عضوی را می‌توان به دو مجموعهٔ دو عضوی و یا یک مجموعهٔ سه عضوی و یک مجموعهٔ یک عضوی افراز نمود. حالت‌های ممکن عبارت‌اند از:

۱) $\{۱,۲\}\{۳,۴\}$ ۲) $\{۱,۳\}\{۲,۴\}$

۳) $\{۱,۴\}\{۲,۳\}$ ۴) $\{۱,۲,۳\}\{۴\}$

۵) $\{۱,۲,۴\}\{۳\}$ ۶) $\{۱,۳,۴\}\{۲\}$

۷) $\{۲,۳,۴\}\{۱\}$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات- صفحهٔ ۲۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۶۶- گزینهٔ «۳» *(مشابه سؤال ۸۴ کتاب پرتکرار آمار و احتمال)*

دلیل انتخاب: شناخت و کاربرد قوانین جبر مجموعه‌ها و تکرار زیاد این مدل سؤالات در کنکور سراسری و آزمون‌های مدارس نمونهٔ مشابه این سؤال در کنکور سراسری داخل و خارج از کشور ۹۹ نیز طراحی گردیده است.

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B']$$

$$= (A' \cap B) \cup [(B \cap A) \cap B'] \quad \text{تبدیل تفاضل به اشتراک}$$

$$= (A' \cap B) \cup (B \cap A) \qquad (A \cap B) \subseteq B$$

$$= (B \cap A') \cup (B \cap A) \quad \text{جابه‌جایی در اشتراک}$$

$$= B \cap (A' \cup A) \qquad \text{فاکتورگیری}$$

$$= B \cap U = B$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات- صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۶۷- گزینهٔ «۴» *(مشابه سؤال ۱۰۴ کتاب پرتکرار آمار و احتمال)*

دلیل انتخاب:

۱) شناخت ضرب دکارتی دو مجموعه و حالت‌های برقراری خاصیت جابه‌جایی در ضرب دکارتی

۲) مشابهت با تمرین ۵ صفحهٔ ۳۸ کتاب درسی

۳) حل سؤال مستلزم تسلط بر مفاهیم پایه مجموعه‌ها از جمله شرط تساوی دو مجموعه است.

اگر A و B دو مجموعهٔ غیرتهی باشند، آن‌گاه رابطهٔ $A\times B = B\times A$ تنها در صورتی برقرار است که $A = B$ باشد. همچنین دو مجموعهٔ A و B در صورتی برابر یکدیگرند که اعضای آن‌ها نظیر به نظیر برابر باشند. با توجه به مجموعه‌های A و B، دو حالت زیر امکان‌پذیر است:

حالت اول:

$$\begin{cases} x-2=5 \Rightarrow x=7 \\ 2y=4 \Rightarrow y=2 \\ z-1=-2 \Rightarrow z=-1 \end{cases} \Rightarrow x+y+z=8$$

حالت دوم:

$$\begin{cases} x-2=5 \Rightarrow x=7 \\ 2y=-2 \Rightarrow y=-1 \\ z-1=4 \Rightarrow z=5 \end{cases} \Rightarrow x+y+z=11$$

بنابراین بیشترین مقدار $x+y+z$، برابر ۱۱ است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات- صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۶۸- گزینهٔ «۲» *(مشابه سؤال ۱۴۰ کتاب پرتکرار آمار و احتمال)*

دلیل انتخاب: تاکید کتاب درسی بر قوانین و قضایای مربوط به احتمال که شامل استفاده از قوانین جبر مجموعه‌ها می‌گردد. نمونهٔ سؤالات مشابه به طور مکرر در امتحانات مدارس مورد استفاده قرار گرفته و همچنین این سؤال مشابه سؤال کنکور سراسری ریاضی ۹۲ است.

طبق قضیه‌های مرتبط با احتمال داریم:

$$P(A-B)=P(A)-P(A\cap B) \Rightarrow \frac{1}{5}=\frac{1}{3}-P(A\cap B)$$

۱ ۲✓ ۳ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۶۹- گزینهٔ «۱» *(مشابه سؤال ۱۴۵ کتاب پرتکرار آمار و احتمال)*

دلیل انتخاب: نحوهٔ محاسبهٔ اعضای پیشامدها و کاربرد قضایای احتمال در حل مسئله که مشابه آن در تمرین ۵ صفحهٔ ۴۷ کتاب درسی دیده می‌شود. نمونهٔ این سؤال در امتحانات مدارس به طور مکرر مورد استفاده قرارگرفته و یکی از پرتکرارترین مدل سؤالات احتمال در کنکور سراسری است از جمله کنکور سال‌های ۸۵، ۸۹ و ۹۵ داخل و خارج از کشور.

فرض کنید A و B زیرمجموعه‌هایی از مجموعهٔ S باشند که اعضای آن‌ها به ترتیب بر ۵ و ۳ بخش‌پذیرند. در این صورت داریم:

$$n(A) = [\frac{۱۰۰}{۵}] = ۲۰$$

$$n(A \cap B) = [\frac{۱۰۰}{۳ \times ۵}] = ۶$$

زیرمجموعه‌ای از S که اعضای آن بر ۵ بخش‌پذیر بوده ولی بر ۳ بخش‌پذیر نباشند، معادل مجموعهٔ $(A - B)$ است:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{n(A)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$

$$= \frac{۲۰}{۱۰۰} - \frac{۶}{۱۰۰} = \frac{۱۴}{۱۰۰} = ۰/۱۴$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۷۰– گزینهٔ «۲» *(مشابه سؤال ۱۶۲ کتاب پرتکرار آمار و احتمال)*

دلیل انتخاب:

۱) تشخیص غیرهم‌شانس بودن پیشامدهای ساده در یک آزمایش تصادفی

۲) مشابهت با مثال ۲ صفحهٔ ۵۰ و تمرین ۲ صفحهٔ ۵۱ کتاب درسی

فرض کنید احتمال وقوع هر عدد زوج در این آزمایش تصادفی برابر x باشد. در این صورت احتمال وقوع هر عدد فرد برابر $۳x$ است. با توجه به این‌که فضای نمونهٔ این آزمایش $S = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶\}$ و $P(S) = ۱$ است، داریم:

$$P(۱) + P(۲) + P(۳) + P(۴) + P(۵) + P(۶) = ۱$$

$$\Rightarrow ۳x + x + ۳x + x + ۳x + x = ۱ \Rightarrow ۱۲x = ۱ \Rightarrow x = \frac{۱}{۱۲}$$

$$P(\{۲, ۳, ۵\}) = P(۲) + P(۳) + P(۵)$$

$$= \frac{۱}{۱۲} + \frac{۳}{۱۲} + \frac{۳}{۱۲} = \frac{۷}{۱۲}$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۵۱– گزینهٔ «۱» *(مشابه سؤال ۵۰ کتاب آبی آمار و احتمال)*

دلیل انتخاب: تشخیص هم‌ارز بودن یک گزارهٔ شرطی و عکس نقیض آن و همچنین شناخت قوانین مرتبط با ترکیب‌های عطفی، فصلی و شرطی و استفاده از قوانین متعدد در حل این سؤال.

می‌دانیم عکس نقیض یک ترکیب شرطی با آن ترکیب شرطی هم‌ارز است، بنابراین کافی است عبارت صورت سؤال را ساده کنیم:

$$p \Rightarrow (q \vee \sim r)$$

$$\equiv \sim p \vee (q \vee \sim r) \quad \text{تبدیل ترکیب شرطی به فصلی}$$

$$\equiv \sim p \vee (\sim r \vee q) \quad \text{جابه‌جایی در ترکیب فصلی}$$

$$\equiv (\sim p \vee \sim r) \vee q \quad \text{شرکت‌پذیری در ترکیب فصلی}$$

$$\equiv \sim (p \wedge r) \vee q \quad \text{قانون دمورگان}$$

$$\equiv (p \wedge r) \Rightarrow q \quad \text{تبدیل ترکیب فصلی به شرطی}$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات- صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۱✓ ۲ ۳ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۵۲- گزینهٔ «۴» *(مشابه سؤال ۶۶ کتاب آبی آمار و احتمال)*

دلیل انتخاب: شناخت ارزش ترکیب شرطی به ازای حالت‌های مختلف ارزش گزاره‌های سازندهٔ آن و توانایی تجزیه و تحلیل همزمان ارزش چند گزاره همچنین حل این سؤال با کمک جدول ارزش گزاره‌ها نیز امکان‌پذیر است.

یک ترکیب شرطی تنها در حالتی نادرست است که گزارهٔ مقدم آن درست و گزارهٔ تالی آن نادرست باشد. حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ «۱»: اگر هر سه گزارهٔ p، q و r درست باشند، آن‌گاه گزارهٔ $q \Rightarrow \sim r$ نادرست است.

گزینهٔ «۲»: اگر هر سه گزارهٔ p، q و r نادرست باشند، آن‌گاه گزارهٔ $\sim p \Rightarrow q$ نادرست است.

گزینهٔ «۳»: اگر p نادرست و r درست باشد، گزارهٔ $r \Rightarrow p$ نادرست است.

[۱] [۲] [۳] [۴]✓

۱۵۳- گزینهٔ «۲» *(مشابه سؤال ۹۶ کتاب آبی آمار و احتمال)*

دلیل انتخاب: شناخت نقیض گزاره‌های سوری و نقیض ترکیب فصلی یا عطفی دو گزاره. در واقع این سؤال ترکیبی از دو سؤال متفاوت است و نمونه سؤالات مشابه آن در تمرین‌های ۴ صفحهٔ ۱۷ و تمرین ۱۲ صفحهٔ ۱۸ کتاب درسی دیده می‌شود.

نقیض یک گزاره با سور وجودی به صورت زیر است:

$$\sim (\exists x \; ; \; P(x)) \equiv \forall x \; ; \; \sim P(x)$$

همچنین نقیض ترکیب فصلی دو گزاره طبق قانون دمورگان عبارت است از:

$$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

بنابراین با توجه به دو موضوع فوق، نقیض گزارهٔ «عددی طبیعی وجود دارد که اول یا زوج باشد.» به صورت گزارهٔ «همهٔ اعداد طبیعی نه اول هستند و نه زوج.» می‌باشد.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات- صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

[۱] [۲]✓ [۳] [۴]

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۵۴- گزینهٔ «۳» *(مشابه سؤال ۱۰۵ کتاب آبی آمار و احتمال)*

دلیل انتخاب:

۱) شناخت شرایط تساوی دو مجموعه و در نظر گرفتن همهٔ حالت‌های تناظر بین اعضای دو مجموعه

۲) مشابه تمرین ۷ صفحهٔ ۲۵

و استفاده از حل معادلات درجهٔ دوم که ترکیبی از مسائل آمار و احتمال و حسابان را به همراه دارد.

دو مجموعهٔ A و B برابر یکدیگرند، هرگاه اعضای آن‌ها نظیر به نظیر برابر هم باشند. حالت‌های ممکن برای تساوی این دو مجموعه عبارت‌اند از:

حالت اول:

$$\begin{cases} x^2 + x = 0 \Rightarrow x(x+1) = 0 \Rightarrow x = 0, -1 \\ x + 2 = 2 \Rightarrow x = 0 \end{cases}$$

بنابراین به ازای $x = 0$، دو مجموعهٔ A و B برابر یکدیگرند.

$$\begin{cases} x^2 + x = 2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-1) = 0 \\ x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}$$

بنابراین به ازای $x = -2$، دو مجموعهٔ A و B برابر یکدیگرند.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱) زیرمجموعه‌های یک عضوی: فقط باید شامل یک عدد فرد باشد.

$$\binom{۳}{۱}=۳$$

۲) زیرمجموعه‌های دو عضوی: باید شامل یک عدد فرد و یک عدد زوج باشند.

$$\binom{۳}{۱}\times\binom{۲}{۱}=۳\times۲=۶$$

۳) زیرمجموعه‌های سه عضوی: باید شامل سه عدد فرد یا یک عدد فرد و دو عدد زوج باشند.

$$\binom{۳}{۳}+\binom{۳}{۱}\times\binom{۲}{۲}=۱+۳\times۱=۴$$

۴) زیرمجموعه‌های چهارعضوی: چون این مجموعه فقط شامل دو عدد زوج است، پس باید شامل یک عدد زوج و سه عدد فرد باشند.

$$\binom{۳}{۳}\times\binom{۲}{۱}=۱\times۲=۲$$

۵) زیرمجموعه‌های پنج عضوی: فقط شامل خود مجموعهٔ A می‌شود.

بنابراین تعداد این زیرمجموعه‌ها برابر است با:

$$۳+۶+۴+۲+۱=۱۶$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات- صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۶- گزینهٔ «۴» *(مشابه سؤال ۱۴۹ کتاب آبی آمار و احتمال)*

دلیل انتخاب: درک مفهوم افراز یک مجموعه و استفاده از اصل ضرب در شمارش تعداد زیرمجموعه‌ها. نمونه‌های مشابه این سؤال به طور مکرر در کنکورهای سراسری از جمله کنکور سراسری ریاضی داخل و خارج از کشور سال‌های ۹۳ و ۹۵ طراحی شده است.

افرازهای مورد نظر سه دسته هستند:

۱) دو زیرمجموعهٔ سه عضوی که تعداد این دسته از افرازها برابر است با:

$$\frac{\binom{۶}{۳}}{۲!}=\frac{۲۰}{۲}=۱۰$$

تذکر: چون دو زیرمجموعهٔ سه عضوی دارای تعداد اعضای برابر هستند، جابه‌جایی آن‌ها افراز جدیدی پدید نمی‌آورد، پس باید حاصل را بر جایگشت دو زیرمجموعه تقسیم کرد.

۲) یک زیرمجموعهٔ سه عضوی، یک زیرمجموعهٔ دو عضوی و یک زیرمجموعهٔ یک عضوی که تعداد این دسته از افرازها برابر است با:

$$\binom{۶}{۳}\binom{۳}{۲}=۲۰\times۳=۶۰$$

۳) یک زیرمجموعه سه عضوی و سه زیرمجموعهٔ یک عضوی که تعداد این دسته از افرازها برابر است با:

$$\frac{\binom{۶}{۳}\binom{۳}{۱}\binom{۲}{۱}}{۳!}=\frac{۲۰\times۳\times۲}{۶}=۲۰$$

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۷- گزینهٔ «۱» *(مشابه سؤال ۱۷۱ کتاب آبی آمار و احتمال)*

دلیل انتخاب: شناخت و کاربرد قوانین جبر مجموعه‌ها و درک مفهوم متمم یک مجموعه. نمونهٔ این سؤالات به طور مکرر در آزمون‌های مدارس مورد استفاده قرار می‌گیرد و از جمله سؤالات پرتکرار در کنکور سراسری است که تقریباً هر سال نمونه‌ای از آن در کنکور سراسری ریاضی داخل وخارج از کشور دیده می‌شود.

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$[(A \cup B') - B] \cup [(B - A) \cup A']$$

$$= [(A \cup B') \cap B'] \cup [(B \cap A') \cup A'] \quad \text{تبدیل تفاضل به اشتراک}$$

$$= B' \cup A' \quad \text{قانون جذب}$$

$$(B' \cup A')' = B \cap A \quad \text{حال طبق قانون دمورگان داریم:}$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات- صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۵۸- گزینهٔ «۳» *(مشابه سؤال ۲۸۹ کتاب آبی آمار و احتمال)*

دلیل انتخاب: قوانین و قضایای مرتبط با احتمال در کتاب آمار و احتمال و همچنین کتاب ریاضی دهم به طور مفصل مورد اشاره قرار گرفته و حل این دسته از مسائل نیاز به تسلط نسبی بر قوانین جبر مجموعه‌ها دارد. همچنین در این سؤال مفهوم ناسازگار بودن دو پیشامد نیز مورد استفاده قرار گرفته است.

اگر دو پیشامد A و B ناسازگار باشند، آن‌گاه $A \cap B = \varnothing$ و $P(A \cap B) = ۰$ است، بنابراین داریم:

$$P(A' \cup B') - P(A - B) = P[(A \cap B)'] - P(A - B)$$

$$= (۱ - \underbrace{P(A \cap B)}_{۰}) - (P(A) - \underbrace{P(A \cap B)}_{۰})$$

$$= ۱ - P(A) = P(A')$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۴۵ و ۴۶)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۹- گزینهٔ «۳» *(مشابه سؤال ۲۹۳ کتاب آبی آمار و احتمال)*

دلیل انتخاب: شناخت دقیق قضایای احتمال و توانایی تشکیل پیشامدهای متناظر با صورت سؤال که نمونه‌های متعددی از این مدل سؤال در امتحانات مدارس و نیز کنکورهای سراسری رشته‌های ریاضی و تجربی دیده می‌شود.

فرض کنید پیشامد ابتلا به بیماری‌های قلبی و ریوی را به ترتیب با A و B نمایش دهیم. در این صورت ابتلا به حداقل یکی از این دو بیماری معادل $(A \cup B)$ و ابتلا به دقیقاً یکی از این دو بیماری معادل $(A-B)\cup(B-A)$ است. با توجه به ناسازگار بودن پیشامدهای $(A-B)$ و $(B-A)$ داریم:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$\Rightarrow ۰/۶=۰/۴۵+۰/۳-P(A\cap B)\Rightarrow P(A\cap B)=۰/۱۵$$

$$P[(A-B)\cup(B-A)]=P(A-B)+P(B-A)$$

$$=(P(A)-P(A\cap B))+(P(B)-P(A\cap B))$$

$$=(۰/۳-۰/۱۵)+(۰/۴۵-۰/۱۵)=۰/۴۵$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۶۰- گزینهٔ «۴» *(مشابه سؤال ۳۴۰ کتاب آبی آمار و احتمال)*

دلیل انتخاب: شناخت دقیق مفهوم احتمال غیرهم‌شانس و جدا بودن برآمدهای یک فضای نمونه از یکدیگر و مشابهت این سؤال با تمرین ۳ صفحهٔ ۵۱ کتاب درسی که در امتحانات مدارس نیز پرتکرار است.

برای دو پیشامد A و C داریم:

$$A\cup C=\{a,b,c,d\}=S\Rightarrow P(A\cup C)=P(S)=۱$$

$$A\cap C=\{c\}$$

$$P(A\cup C)=P(A)+P(C)-P(A\cap C)$$

$$\Rightarrow ۱=۰/۴+۰/۸-P(c)\Rightarrow P(c)=۰/۲$$

$$P(B)=P(\{a,b,d\})=۱-P(c)=۱-۰/۲=۰/۸$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir