سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)

https://t.me/riazisara

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)

https://www.instagram.com/riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

ریاضیات گسسته ، بخش پذیري

۱۱۸- در بوفهٔ یک دانشگاه ژتون‌های ۳۰۰۰ و ۵۰۰۰ تومانی برای خرید غذاهای گرم و سرد وجود دارد. عرفان دوستان خود را به بوفه دعوت کرد. اگر هزینهٔ سفارشات عرفان ۳۸۰۰۰ تومان باشد، او به چند طریق می‌تواند با دو نوع ژتون بوفه، این مبلغ را پرداخت کند؟

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

۱۱۹- می‌خواهیم ۱۱۴ کیلو شکر را در کیسه‌های ۴ و ۵ کیلویی بسته‌بندی کنیم، اختلاف میان حداکثر و حداقل تعداد کیسه‌های لازم برای این کار کدام است؟ (کیسه‌ها به طور کامل پر می‌شوند.)

۱) ۳ ۲) ۵

۳) ۷ ۴) ۹

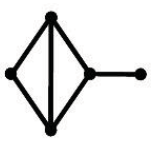
۱۲۰- معادلهٔ سیالهٔ $(۴n+۶)x+(۶n+۱)y=۷$ به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی n در مجموعهٔ اعداد صحیح دارای جواب است؟

۱) ۸۰ ۲) ۸۵

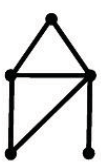
۳) ۸۸ ۴) ۹۰

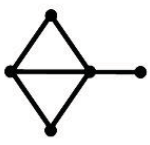
ریاضیات گسسته ، گراف و مدل سازي

۱۱۱- کدام‌یک از گراف‌های زیر با بقیه متفاوت است؟

۱) 

۲)

۳) 

۴) 

۱۱۲- اگر G گرافی از مرتبهٔ ۸ باشد، آنگاه تعداد رأس‌های تنهای این گراف، کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

۱) ۸ ۲) ۷

۳) ۶ ۴) ۵

۱۱۳- در یک گراف ساده، $p=۶$ و $q=۴$ است. این گراف حداکثر چند رأس از درجهٔ ۱ می‌تواند داشته باشد؟

۱) ۳ ۲) ۴

۳) ۵ ۴) ۶

۱۱۴- گراف G با مجموعهٔ رأس‌های $V=\{۱,۲,۳,۴,۵,۶,۷,۸\}$ مفروض است. دو رأس a و b در این گراف مجاورند اگر و تنها اگر $a+b^{۳}\equiv ۰$ باشد. $N_G[۱]$ چند عضو دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

۱۱۵- در گراف G از مرتبهٔ ۱۰، $\Delta=۹$ است. حداکثر درجه در گراف $\overline{G}$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۶ ۲) ۷

۳) ۸ ۴) ۹

۱۱۶- اگر $m=۲n+۱$ و تعداد یال‌های گراف K_m، ۵ برابر تعداد یال‌های گراف K_n باشد، حاصل $m+n$ کدام است؟

۱) ۱۹ ۲) ۲۲

۳) ۲۵ ۴) ۲۸

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

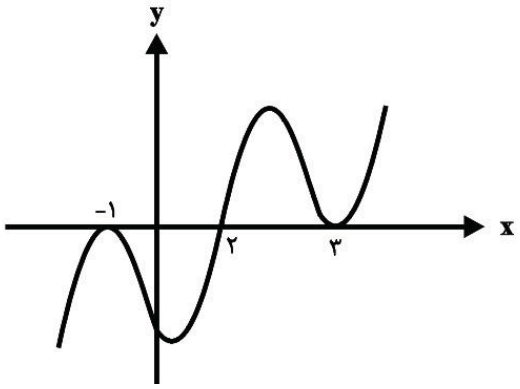
۱۱۷- گراف ۲- منتظم G با مجموعهٔ رئوس $V=\{a,b,c,d,e\}$ مفروض است. این گراف، چند زیرگراف از مرتبهٔ ۴ دارد؟

۱) ۴۰ ۲) ۲۰

۳) ۱۰ ۴) ۵

ریاضی پایه ، معادله ها و نامعادله ها

۹۱- نمودار تابع f به صورت زیر است. اگر نمودار تابع $g(x)=\frac{f(x-1)}{x}$ در بازهٔ (a,b) پایین محور x قرار گیرد، بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟



۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۹۲- اگر جواب‌های معادلهٔ $x^2-mx+m=0$ برابر باشند، مجموع جواب‌های حقیقی معادلهٔ $(m-2)x^2-(m+1)x+3=0$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) $-\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) $-\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{1}{2}$

۹۳- اگر جواب نامعادله $x(x^2-x-8)+12>0$ به صورت $(a,+\infty)-\{b\}$ باشد، حاصل $b-a$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۶ ۳) ۵ ۴) ۳

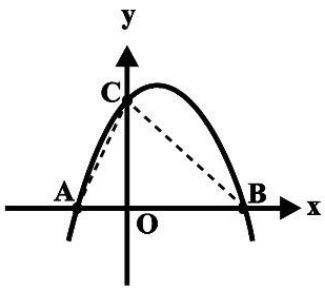
۹۴- اگر بازهٔ $(-1,2)$ بزرگ‌ترین بازه‌ای باشد، که سهمی $y=x^2-2ax+b$ پایین‌تر از خط $y=ax+3b$ قرار بگیرد، حاصل $a+b$ کدام است؟

۱) $\frac{4}{3}$ ۲) $\frac{2}{3}$

۳) $-\frac{1}{3}$ ۴) صفر

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۹۵- شکل زیر سهمی $f(x)=a(-x^2+4x+7)$ را نشان می‌دهد. a کدام باشد تا مساحت مثلث ABC برابر $28\sqrt{11}$ شود؟



۱) ۲

۲) ۴

۳) $\frac{1}{2}$

۴) $\frac{1}{4}$

۹۶- مجموع اعداد صحیح موجود در مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $\frac{x+\sqrt{x}}{x^2-x-2}\leq 0$ کدام است؟

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۹۸- اگر سهمی به معادلهٔ $f(x)=(a-1)x^2-2\sqrt{3}x+a+1$ از ناحیهٔ سوم و چهارم نگذرد، حدود a کدام است؟

۱) $a>1$

۲) $a\geq 2$ یا $a\leq -2$

۳) $a\geq 2$

۴) $a\leq -2$

ریاضی پایه ، جبر و معادله

۹۹- جواب‌های معادلهٔ $3x^2+ax+b=0$ از مربع جواب‌های معادلهٔ $x^2-2x-2=0$ یک واحد کم‌تر است. حاصل $a+b$ کدام است؟

۱) -۹

۲) ۶

۳) ۱۸

۴) -۲۷

۱۰۰- اگر α و β صفرهای تابع $f(x)=x^2+(4m-1)x+1$ باشند به طوری که رابطهٔ $\alpha-\beta=\beta\sqrt{\alpha}+\alpha\sqrt{\beta}$ برقرار باشد، مقدار m کدام است؟ $(\alpha>\beta)$

۱) $-\frac{3}{4}$

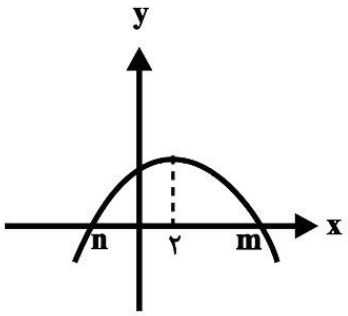
۲) $\frac{3}{4}$

۳) $-\frac{1}{2}$

۴) $\frac{1}{2}$

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۷- نمودار سهمی $f(x)=ax^2+bx-8a$ به صورت زیر است. حاصل m^3+n^3 کدام است؟



۱) ۱۳۰

۲) ۱۴۰

۳) ۱۵۰

۴) ۱۶۰

آمار و احتمال ، احتمال

۱۲۱- در پرتاب سه تاس سالم، چقدر احتمال دارد حاصل ضرب اعداد رو شده عددی اول باشد؟

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۱}{۲۴}$ ۳) $\frac{۱}{۱۲}$ ۴) $\frac{۱}{۹}$

۱۲۲- از جعبه‌ای که شامل ۶ مهرهٔ سفید و ۳ مهرهٔ سیاه است، سه مهره به صورت پی‌درپی و بدون جایگذاری بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال رنگ مهره‌های اول و سوم یکسان و با مهرهٔ دوم متفاوت است؟

۱) $\frac{۱}{۱۴}$ ۲) $\frac{۵}{۲۸}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۲}{۷}$

۱۲۳- جعبه‌ای شامل ۳ مهرهٔ سفید، ۴ مهرهٔ قرمز و ۵ مهرهٔ آبی در اختیار داریم. اگر سه مهره با هم و به طور تصادفی از این جعبه خارج کنیم، با کدام احتمال حداقل ۲ مهره همرنگ هستند؟

۱) $\frac{۵}{۱۱}$ ۲) $\frac{۱۳}{۲۲}$ ۳) $\frac{۸}{۱۱}$ ۴) $\frac{۱۹}{۲۲}$

۱۲۴- دو تاس به رنگ‌های سیاه و سفید با هم پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم مجموع دو عدد رو شده کمتر از ۶ است، احتمال آنکه عدد تاس سفید از عدد تاس سیاه کمتر نباشد، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۵}{۱۸}$

۳) $\frac{۲}{۵}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۵- یک تاس به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال مشاهدهٔ هر عدد با مجموع شمارنده‌های طبیعی آن متناسب است. در پرتاب این تاس احتمال رو شدن عددی اول کدام است؟

۱) $\frac{۱۰}{۳۳}$ ۲) $\frac{۱۳}{۳۳}$

۳) $\frac{۱۴}{۳۳}$ ۴) $\frac{۲۰}{۳۳}$

۱۲۶- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. پیشامد آن که مجموع اعداد دو تاس، عددی مربع کامل باشد، با کدام‌یک از پیشامدهای زیر ناسازگار است؟

۱) هر دو تاس فرد بیایند.

۲) عدد رو شدهٔ دو تاس مساوی یکدیگر باشد.

۳) اختلاف دو عدد رو شده برابر ۳ باشد.

۴) حاصل‌ضرب اعداد رو شدهٔ دو تاس بزرگ‌تر از ۲۰ باشد.

۱۲۷- عددی به تصادف از مجموعهٔ $\{۱,۲,۳,...,۵۰\}$ انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه عدد انتخابی فقط بر یکی از دو عدد ۳ یا ۷ بخش‌پذیر باشد، کدام است؟

۱) ۰/۳۸ ۲) ۰/۴۰ ۳) ۰/۴۲ ۴) ۰/۴۴

۱۲۸- چه تعداد از گزاره‌های زیر درست هستند؟

الف) هیچ پیشامد ناتهی وجود ندارد که مستقل از خودش باشد.

ب) در یک فضای نمونهٔ ۶ عضوی، دو پیشامد ۳ عضوی نمی‌توانند مستقل از هم باشند.

پ) اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند پیشامدهای A' و B' نیز مستقل خواهند بود.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۲۹- در یک سکه، احتمال آمدن رو، دو برابر احتمال آمدن پشت و در یک تاس، احتمال آمدن هر عدد اول، سه برابر احتمال آمدن هر عدد غیر اول است. اگر این سکه و تاس را با هم پرتاب کنیم، با کدام احتمال سکه رو یا تاس ۶ می‌آید؟

۱) $\frac{۲۵}{۳۶}$ ۲) $\frac{۱۹}{۳۶}$ ۳) $\frac{۲۵}{۲۷}$ ۴) $\frac{۱۸}{۲۵}$

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۳۰- سه کیسه داریم. در کیسهٔ اول ۴ مهرهٔ آبی و ۲ مهرهٔ قرمز، در کیسهٔ دوم ۲ مهرهٔ آبی و ۳ مهرهٔ قرمز و در کیسهٔسوم ۵ مهرهٔ آبی و ۱ مهرهٔ قرمز وجود دارد. به تصادف یک کیسه را انتخاب کرده و دو مهره از آن خارج می‌کنیم. اگر دو مهره همرنگ نباشند، با کدام احتمال از کیسهٔ اول خارج شده‌اند؟

۱) $\frac{۵}{۲۲}$

۲) $\frac{۹}{۲۲}$

۳) $\frac{۸}{۴۵}$

۴) $\frac{۴}{۱۱}$

حسابان ۲ ، مثلثات

۸۷- اگر $۴\tan x+\tan x\tan y=۱-۴\tan y$ باشد، حاصل $\cot(\frac{\pi}{۲}-x-y)$ کدام است؟

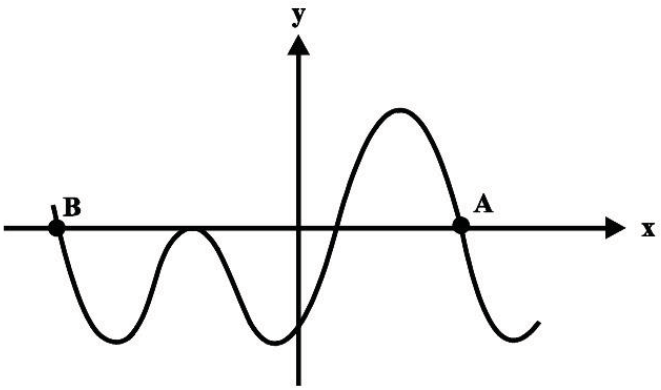
۱) ۰/۲۵

۲) ۰/۵

۳) ۰/۷۵

۴) ۱/۲۵

۸۸- قسمتی از نمودار تابع $f(x)=\sin x-\cos ۲x$ در شکل زیر رسم شده است. طول پاره‌خط AB چند π است؟



۱) ۲

۲) $\frac{۵}{۳}$

۳) ۴

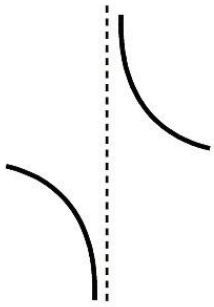
۴) $\frac{۱۰}{۳}$

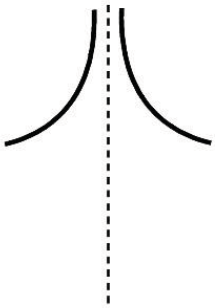
حسابان ۲ ، حدهاي نامتناهي - حد در بينهايت

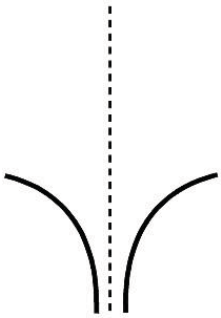
www.riazisara.ir

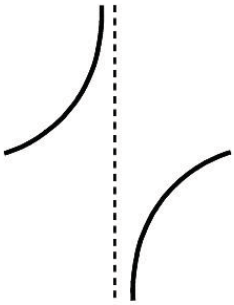
دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۹- نمودار تابع $f(x)=\frac{۲x-۳}{x-\sqrt{۲x-۱}}$ در اطراف مجانب قائم خود چگونه است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۹۰- حاصل $\lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{۲})^-}\frac{\sin ۲x}{(۱-\tan\frac{x}{۲})^۲}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $-\infty$ ۳) $+\infty$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۸۱- مقادیر حد راست و حد چپ تابع $f(x)=\frac{۳}{۲\sin^۲ x-۱}$ در $x=\frac{۳\pi}{۴}$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۱) $+\infty,+\infty$ ۲) $-\infty,-\infty$ ۳) $-\infty,+\infty$ ۴) $+\infty,-\infty$

۸۲- تابع f پیوسته و اکیداً نزولی بوده و $f(۳)=۲$ است. حاصل $\lim\limits_{x\to ۳^-}\frac{x^۲-۶}{f(x)-۲}$ کدام است؟

۱) $-\infty$ ۲) ۲ ۳) $+\infty$ ۴) صفر

حسابان ۲ ، حد و پیوستگی

۸۳- تابع $f(x)=\frac{x^۲-۴x+۳}{۲x^۲+mx+۶}$ در تمام نقاط $\mathbb{R}$ حد دارد. m چند مقدار صحیح می‌تواند باشد؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۳ ۳) ۱۴ ۴) بی‌شمار

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۸۴- نمودار تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{1-[x]}{x}\sin x & ;x<0\\ k & ;x\geq 0\end{cases}$ در $x=0$ پیوسته است. مقدار k کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۲ ۲) -1 ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) ۱

۸۵- حاصل $\lim\limits_{x\to 1}\frac{1-\sqrt{x}}{2-\sqrt{x+3}}$ کدام است؟

۱) -4 ۲) -2

۳) ۲ ۴) ۴

۸۶- مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $|x-2|<2$ اجتماع یک همسایگی راست نقطهٔ a و یک همسایگی چپ نقطهٔ b است. حاصل $a+b$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

هندسه ۳ ، آشنایی با مقاطع مخروطی

۱۰۱- اگر نقطهٔ $O(3,-2)$ مرکز دایره‌ای به معادلهٔ $x^2+y^2+2ax+by+a=0$ باشد، شعاع این دایره کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۴

۳) ۶ ۴) ۸

۱۰۲- به ازای کدام مجموعهٔ مقادیر a، منحنی به معادلهٔ $x^2+2mx+y^2-m=0$، یک دایره نیست؟

۱) $-1\leq m\leq 0$ ۲) $m>0$ یا $m<-1$

۳) $-1<m<0$ ۴) $\varnothing$

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۰۳- دایره‌ای به مرکز $O(2a,a-1)$ و شعاع $\sqrt{2}$ بر نیمساز ربع سوم مماس است. معادلهٔ دایره کدام است؟

۱) $x^2+y^2-4x+2=0$

۲) $x^2+y^2-4y+2=0$

۳) $x^2+y^2-12x-8y+50=0$

۴) $x^2+y^2+12x+8y+50=0$

۱۰۴- معادلهٔ مکان هندسی مرکز دایره‌هایی که بر دو خط $x-y+3=0$ و $y-x+1=0$ مماس هستند کدام است؟

۱) $x+y=1$

۲) $x-y=2$

۳) $x+y+2=0$

۴) $x-y+1=0$

۱۰۵- کدام‌یک از نقاط زیر می‌تواند مرکز دایره‌ای به شعاع $2\sqrt{5}$ باشد که روی محور yها وتری به طول ۴ جدا می‌کند؟

۱) $(3,4)$

۲) $(-4,1)$

۳) $(2,-1)$

۴) $(-3,-2)$

۱۰۶- شعاع دایره‌ای که از نقاط $A(1,-5)$ و $B(2,2)$ بگذرد و خط $y=x+1$ شامل قطری از آن باشد، کدام است؟

۱) ۳

۲) ۴

۳) ۵

۴) ۶

۱۰۷- مربع $ABCD$ به طول ضلع $8\sqrt{2}$ در یک صفحه مفروض است. چند نقطه روی این مربع وجود دارد که فاصلهٔ آن از یکی از دو قطر مربع، برابر ۸ باشد؟

۱) هیچ

۲) ۲

۳) ۴

۴) ۸

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۰۸- بیشترین فاصلهٔ نقطه $A(۴,۵)$ از دایره‌ای به مرکز $O(۱,۱)$ ، $\frac{۳}{۲}$ برابر کمترین فاصلهٔ نقطهٔ A از همان دایره است. وضعیت این دایره نسبت به محورهای مختصات چگونه است؟ (نقطهٔ A خارج دایره است.)

۱) بر محور xها مماس است.

۲) بر محور yها مماس است.

۳) بر هر دو محور x و y مماس است.

۴) هر دو محور x و y را قطع می‌کند.

۱۰۹- دایره‌ای به شعاع $R=۱$ بر دو خط $۳x=۴y$ و $۴x=۳y$ مماس است. اگر مرکز دایره در ناحیهٔ اول محورهای مختصات باشد، مجموع طول و عرض مختصات مرکز دایره کدام است؟

۱) ۱۰

۲) $۸+\sqrt{۲}$

۳) $۴+\sqrt{۶}$

۴) ۱۲

۱۱۰- مکان هندسی نقاطی از صفحه که مماس‌های رسم شده از آن نقاط بر دایرهٔ $C(O,۵)$ با یکدیگر زاویهٔ ۶۰° بسازند، کدام است؟

۱) دایره‌ای هم مرکز با C و به شعاع ۱۰

۲) دایره‌ای هم مرکز با C و به شعاع $۵\sqrt{۲}$

۳) دایره‌ای متخارج با C و به شعاع ۵

۴) دایره‌ای متخارج با C و به شعاع $۵\sqrt{۲}$

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۱۱۸- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

فرض کنید تعداد ژتون‌های ۳۰۰۰ و ۵۰۰۰ تومانی به ترتیب برابر x و y باشد. در این صورت داریم:

$$۳۰۰۰x+۵۰۰۰y=۳۸۰۰۰\Rightarrow ۳x+۵y=۳۸$$

$$\Rightarrow ۵y\overset{۳}{\equiv}۳۸\Rightarrow ۲y\overset{۳}{\equiv}۲\xrightarrow[(۲,۳)=۱]{\div ۲} y\overset{۳}{\equiv}۱\Rightarrow y=۳k+۱(k\in\mathbb{Z})$$

$$۳x+۵(۳k+۱)=۳۸\Rightarrow ۳x=-۱۵k+۳۳\Rightarrow x=-۵k+۱۱$$

$$\left.\begin{array}{l} x\geq ۰\Rightarrow -۵k+۱۱\geq ۰\Rightarrow k\leq \frac{۱۱}{۵} \\ y\geq ۰\Rightarrow ۳k+۱\geq ۰\Rightarrow k\geq -\frac{۱}{۳} \end{array}\right\}\xrightarrow{k\in\mathbb{Z}} k=۰,۱,۲$$

بنابراین او به سه طریق می‌تواند با این ژتون‌ها، مبلغ موردنظر را پرداخت کند.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۱۹- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

فرض کنید تعداد کیسه‌های ۴ و ۵ کیلویی را به ترتیب با x و y نمایش دهیم. در این صورت داریم:

$$۴x+۵y=۱۱۴ \Rightarrow ۵y \overset{۴}{\equiv} ۱۱۴ \Rightarrow y \overset{۴}{\equiv} ۲ \Rightarrow y=۴k+۲(k\in\mathbb{Z})$$

$$۴x+۵(۴k+۲)=۱۱۴ \Rightarrow ۴x=-۲۰k+۱۰۴ \Rightarrow x=-۵k+۲۶$$

حداکثر تعداد کیسه‌ها زمانی استفاده می‌شود که تعداد کیسه‌های ۵ کیلویی مینیمم باشد. در این صورت $k=۰$ است و داریم:

$$x=۲۶, y=۲ \Rightarrow \max(x+y)=۲۸$$

حداقل تعداد کیسه‌ها زمانی استفاده می‌شود که تعداد کیسه‌های ۴ کیلویی مینیمم باشد. در این صورت $k=۵$ است و داریم:

$$x=۱, y=۲۲ \Rightarrow \min(x+y)=۲۳$$

بنابراین اختلاف بین حداکثر و حداقل تعداد کیسه‌ها برابر $۲۸-۲۳=۵$ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۰- **گزینهٔ «۴»** *(احمدرضا فلاح)*

شرط لازم و کافی برای آنکه معادلهٔ سیالهٔ $ax+by=c$ در $\mathbb{Z}$ دارای جواب باشد، آن است که $(a,b)|c$. بنابراین در صورتی که $d=(۴n+۶,۶n+۱)$ باشد، معادلهٔ صورت سؤال زمانی جواب دارد که $d|۷$. در نتیجه داریم:

$$\left.\begin{array}{l} d|۴n+۶ \xrightarrow{\times ۳} d|۱۲n+۱۸ \\ d|۶n+۱ \xrightarrow{\times ۲} d|۱۲n+۲ \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d|۱۶ \Rightarrow d=۱,۲,۴,۸,۱۶$$

با توجه به اینکه $d|۶n+۱$ و $۶n+۱$ عددی فرد است، پس d نیز لزوماً فرد بوده یعنی فقط حالت $d=۱$ امکان‌پذیر است. چون $۱|۷=d$، پس این معادله به ازای هر عدد صحیح از جمله تمام اعداد طبیعی دو رقمی (۹۰ عدد) دارای جواب است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۱۱- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

همهٔ گراف‌های داده شده دارای ۵ رأس و ۶ یال هستند. گراف گزینه‌های «۲»، «۳» و «۴» دارای رأسی از درجهٔ ۴ است، در حالی که گراف گزینهٔ «۱» فاقد چنین رأسی است، پس گراف گزینهٔ «۱» با دیگر گزینه‌ها متفاوت است.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحهٔ ۳۵)

۱✓ ۲ ۳ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۱۲- **گزینهٔ «۲»** *(مرتضی فهیم علوی)*

رأس تنها به رأسی گفته می‌شود که درجهٔ آن صفر باشد، یعنی هیچ یالی به آن متصل نباشد. با توجه به این تعریف، گرافی از مرتبهٔ ۸ نمی‌تواند ۷ رأس تنها داشته باشد، چون در این صورت رأس دیگر گراف نیز لزوماً از درجهٔ صفر خواهد بود، یعنی گراف تهی بوده و دارای ۸ رأس تنها است.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحهٔ ۳۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۱۳- **گزینهٔ «۳»** *(سید محمدرضا حسینی‌فرد)*

این گراف نمی‌تواند ۶ رأس درجهٔ ۱ داشته باشد، چون در این صورت مطابق شکل (۱) دارای ۳ یال خواهد بود که مخالف فرض است. در صورتی که گراف را مطابق شکل (۲) رسم کنیم، مشاهده می‌کنیم که گراف موردنظر می‌تواند حداکثر دارای ۵ رأس از درجهٔ ۱ باشد.

شکل (۲)

شکل (۱)

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۴- **گزینهٔ «۴»** *(علی ایمانی)*

فرض کنید رأس x با رأس ۱ مجاور باشد. در این صورت داریم:

$$۱+x\overset{۳}{\equiv}۰\Rightarrow x\overset{۳}{\equiv}-۱\overset{۳}{\equiv}۲\xrightarrow{x\in V}x=۲,۵,۸$$

از طرفی مجموعهٔ همسایگی بستهٔ هر رأس، شامل خود آن رأس نیز می‌شود،

بنابراین داریم:

$$N_G[۱]=\{۱,۲,۵,۸\}$$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحهٔ ۳۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۱۵- **گزینهٔ «۳»** *(احمدرضا فلاح)*

فرض کنید رأس a در گراف G از درجهٔ $\Delta=۹$ باشد. در این صورت این رأس با تمام رئوس دیگر گراف مجاور است، یعنی حداقل درجه در این گراف $\delta=۱$ است.

اگر b رأسی از درجهٔ ۱ در گراف G باشد، آنگاه داریم:

$$d_G(b)+d_{\overline{G}}(b)=p-۱\Rightarrow ۱+d_{\overline{G}}(b)=۱۰-۱\Rightarrow d_{\overline{G}}(b)=۸$$

یعنی حداکثر درجهٔ یک رأس در گراف $\overline{G}$، برابر ۸ است.

تذکر: رأسی در گراف $\overline{G}$ از درجهٔ ماکزیمم (Δ) است که در گراف G از درجهٔ مینیمم (δ) باشد.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

تعداد یال‌های گراف کامل K_p، برابر $\frac{p(p-1)}{2}$ است، بنابراین داریم:

$$\frac{m(m-1)}{2}=5\times\frac{n(n-1)}{2}\xrightarrow{m=2n+1}(2n+1)(2n)=5n(n-1)$$

$$\xrightarrow{\div n}2(2n+1)=5(n-1)\Rightarrow 4n+2=5n-5\Rightarrow n=7\Rightarrow m=15$$

بنابراین $m+n=15+7=22$ است.

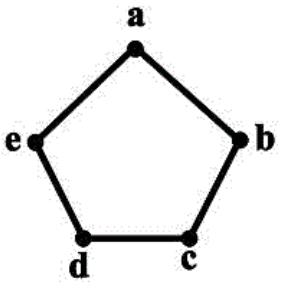
(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحهٔ ۳۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

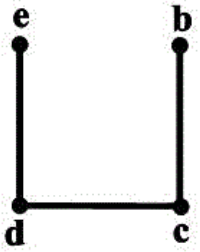
www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۷- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

گراف G به صورت زیر مفروض است.



هر زیرگراف مرتبهٔ ۴ از این گراف، فاقد یکی از رأس‌های این گراف است. فرض کنید رأس a را حذف کنیم. در این صورت گراف حاصل (گراف G_1) به صورت زیر است:



این گراف دارای ۴ رأس و ۳ یال است. در هر زیرگراف مرتبهٔ ۴ از گراف G_1، هر یک از یال‌های bc، cd و de می‌توانند وجود داشته باشند یا نداشته باشند، بنابراین برای هر یال، دو حالت وجود دارد و در نتیجه تعداد زیرگراف‌های مرتبهٔ ۴ گراف G_1 برابر است با:

$$۲\times۲\times۲=۸$$

چون با حذف هر یک از رأس‌های دیگر گراف G، گرافی مانند گراف G_1 (یعنی از مرتبهٔ ۴ و اندازهٔ ۳) پدید می‌آید، پس تعداد زیرگراف‌های مرتبهٔ ۴ گراف G برابر است با: $۵\times۸=۴۰$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۱- **گزینهٔ «۳»** *(علی سلامت)*

نمودار تابع $g(x)$ در بازه‌ای زیر محور x قرار دارد که:

$$\frac{f(x-1)}{x}<0$$

برای حل این نامعادله به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$f(x-1)=0\Rightarrow\begin{cases}x=0\\x=3\\x=4\end{cases}$$

x	$-\infty$	0	3	4	$+\infty$
$f(x-1)$	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$
x	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$g(x)$	$+$	$-$	0	$+$	0	$+$

ت.ن

بنابراین تابع روی بازهٔ $(0,3)$ پایین محور x قرار دارد، پس بیشترین مقدار $b-a$ برابر ۳ است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۹۲- **گزینهٔ «۱»** *(عادل حسینی)*

جواب‌های معادلهٔ $x^2-mx+m=0$ برابرند، یعنی معادله جواب مضاعف دارد، پس Δ ی آن برابر صفر است.

$$\Delta=m^2-4m=0\Rightarrow m=0\text{یا}4$$

$$\begin{cases}m=0\xrightarrow{\text{معادله جدید}}-2x^2-x+3=0\\\Rightarrow\text{مجموع جواب}:S=-\frac{1}{2}\\m=4\xrightarrow{\text{معادله جدید}}2x^2-5x+3=0\\\Rightarrow\text{مجموع جواب‌ها}:S=\frac{5}{2}\end{cases}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۳- **گزینهٔ «۳»** *(علی شهرابی)*

$$\underbrace{x^۳-x^۲-۸x+۱۲}_{f(x)}>۰ \xrightarrow[\text{بر } x-۲ \text{ بخشپذیر است}]{f(۲)=۰}$$

$$(x-۲)(x^۲+x-۶)>۰ \Rightarrow (x-۲)^۲(x+۳)>۰$$

حال برای تعیین علامت آن داریم:

x	-۳	۲
$(x-۲)^۲(x+۳)$	$-$ ۰ $+$	۰ $+$

$$\Rightarrow b-a=۲-(-۳)=۵$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۹۴- **گزینهٔ «۱»** *(عادل حسینی)*

بازهٔ $(-۱,۲)$ مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $x^۲-۲ax+b<ax+۳b$ است:

$$\Rightarrow x^۲-۳ax-۲b<۰$$

برای اینکه بازهٔ $(-۱,۲)$ بزرگ‌ترین بازهٔ جواب نامعادلهٔ بالا باشد، لازم است

که $x=-۱$ و $x=۲$ جواب معادلهٔ $x^۲-۳ax-۲b=۰$ باشند:

$$\Rightarrow \begin{cases} x=-۱ : ۱+۳a-۲b=۰ \Rightarrow ۳a-۲b=-۱ \\ x=۲ : ۴-۶a-۲b=۰ \Rightarrow ۳a+b=۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow a=\frac{۱}{۳}\ ,\ b=۱ \Rightarrow a+b=\frac{۴}{۳}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۵- **گزینهٔ «۲»** *(جهانبخش نیکنام)*

طول نقاط A و B ریشه‌های معادله $f(x)=0$ می‌باشد و از طرفی ریشه‌های معادله $f(x)=0$ و $-x^2+4x+7=0$ یکسان می‌باشد.

$$AB=|x_1-x_2|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{16-4(-1)(7)}}{1}=\sqrt{44}=2\sqrt{11}$$

$$f(0)=7a\Rightarrow OC=7a$$

$$S_{\Delta ABC}=\frac{7a\times 2\sqrt{11}}{2}=28\sqrt{11}\Rightarrow 7a=28\Rightarrow a=4$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۹۶- **گزینهٔ «۲»** *(طاهر دادستانی)*

چون در صورت $\sqrt{x}$ وجود دارد، پس $x\geq 0$ و $x+\sqrt{x}\geq 0$ است. بنابراین کافی است نامساوی $x^2-x-2<0$ نیز برقرار باشد تا عبارت مورد نظر کوچک‌تر یا مساوی صفر شود.

$$x^2-x-2<0\Rightarrow (x-2)(x+1)<0$$

$$\Rightarrow -1<x<2\xrightarrow{x\geq 0}0\leq x<2$$

پس اعداد صحیح موجود در مجموعه جواب ۰ و ۱ می‌باشند که مجموع آن‌ها برابر یک است.

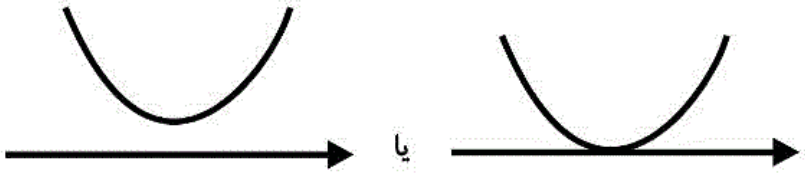
(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۹۸- **گزینهٔ «۳»** *(فرامرز سپهری)*

وقتی سهمی از ناحیهٔ سوم و چهارم نمی‌گذرد نمودار آن به یکی از دو فرم زیر خواهد بود.



در نتیجه یا ریشهٔ حقیقی ندارد یا دارای ریشهٔ مضاعف است که ضریب $x^۲$ باید مثبت باشد.

$$\begin{cases} \Delta \le ۰ \Rightarrow ۱۲ - ۴(a-۱)(a+۱) \le ۰ \Rightarrow ۳ - (a^۲ - ۱) \le ۰ \\ \Rightarrow a^۲ \ge ۴ \Rightarrow a \le -۲ \text{ یا } a \ge ۲ \\ a - ۱ > ۰ \Rightarrow a > ۱ \text{ ازطرفی} \end{cases} \xrightarrow{\cap} a \ge ۲$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۹- **گزینهٔ «۴»** (میلاد چاشمی)

α و β را جواب‌های $x^۲-۲x-۲=۰$ و α' و β' را جواب‌های $۳x^۲+ax+b$ در نظر می‌گیریم.

داریم:

$$\alpha'=\alpha^۲-۱,\beta'=\beta^۲-۱$$

$$\Rightarrow\begin{cases}S'=\alpha'+\beta'=\alpha^۲+\beta^۲-۲=(\alpha+\beta)^۲-۲\alpha\beta-۲\\ =(۲)^۲-۲(-۲)-۲=۶\\ P'=\alpha'\beta'=(\alpha^۲-۱)(\beta^۲-۱)=(\alpha\beta)^۲-(\alpha^۲+\beta^۲)+۱\\ =(-۲)^۲-(۸)+۱=-۳\end{cases}$$

پس معادلهٔ دوم به صورت $x^۲-۶x-۳=۰$ خواهد بود. داریم:

$$۳x^۲+ax+b=۳x^۲-۱۸x-۹=۰$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a=-۱۸\\ b=-۹\end{cases}\Rightarrow a+b=-۲۷$$

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۷ تا ۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۰- **گزینهٔ «۳»** *(شاهین پروازی)*

$$S=\frac{-b}{a}=۱-۴m, P=\frac{c}{a}=۱$$

طرفین رابطهٔ بین ریشه‌ها را به توان ۲ می‌رسانیم.

$$\alpha^۲+\beta^۲-۲\alpha\beta=\beta^۲\alpha+\alpha^۲\beta+۲\alpha\beta\sqrt{\alpha\beta}$$

$$\Rightarrow S^۲-۴P=P.S+۲P\sqrt{P}$$

$$(۱-۴m)^۲-۴=۱-۴m+۲\Rightarrow ۱۶m^۲-۸m+۱-۴+۴m-۳=۰$$

$$\Rightarrow ۱۶m^۲-۴m-۶=۰\Rightarrow \Delta=۱۶-۴(۱۶)(-۶)=۲۵(۱۶)$$

$$\Rightarrow m_۱, m_۲=\frac{۴\pm\sqrt{۲۵(۱۶)}}{۳۲}=\frac{۴\pm۲۰}{۳۲}\begin{cases}m_۱=\frac{۳}{۴}\\ m_۲=-\frac{۱}{۲}\end{cases}$$

$$\begin{cases}m=\frac{۳}{۴}: f(x)=x^۲+۲x+۱\Rightarrow x_۱=x_۲=-۱ \text{ غ ق ق}\\ m=-\frac{۱}{۲}: f(x)=x^۲-۳x+۱\Rightarrow \begin{cases}\Delta>۰\\ S>۰\\ P>۰\end{cases}\end{cases}$$

معادله دارای دو ریشهٔ مثبت است.

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۷ تا ۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۹۷- **گزینهٔ «۴»** *(علی شهرابی)*

m و n ریشه‌های معادلهٔ $ax^۲ + bx - ۸a = ۰$ هستند. از معادلهٔ داده شده، حاصل ضرب ریشه‌ها برابر است با:

$$P = \frac{c}{a} \Rightarrow m \times n = \frac{-۸a}{a} \Rightarrow mn = -۸$$

با توجه به نمودار رسم شده، طول رأس یعنی میانگین دو ریشه، برابر ۲ است:

$$\frac{m+n}{۲} = ۲ \Rightarrow m+n = ۴$$

$$\Rightarrow m^۳ + n^۳ = (m+n)^۳ - ۳mn(m+n)$$
$$= (۴)^۳ - ۳(-۸)(۴) = ۶۴ + ۹۶ = ۱۶۰$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۷ تا ۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۲۱- **گزینهٔ «۲»** *(سید محمدرضا حسینی‌فرد)*

تعداد اعضای فضای نمونهٔ این آزمایش برابر است با:

$$n(S) = ۶ \times ۶ \times ۶ = ۲۱۶$$

حاصل ضرب اعداد رو شدهٔ سه تاس در صورتی عددی اول است که دو تاس عدد یک و دیگری یکی از سه عدد ۲، ۳ و ۵ باشد. با توجه به اینکه عدد اول موردنظر می‌تواند در یکی از ۳ پرتاب رو شود، داریم:

$$\left.\begin{array}{l}(۱,۱,۲) \rightarrow ۳\text{حالت} \\ (۱,۱,۳) \rightarrow ۳\text{حالت} \\ (۱,۱,۵) \rightarrow ۳\text{حالت}\end{array}\right\} \Rightarrow n(A) = ۳ \times ۳ = ۹$$

$$P(A) = \frac{۹}{۲۱۶} = \frac{۱}{۲۴}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال؛ صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۴۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۲- **گزینهٔ «۳»** *(فرشاد فرامرزی)*

احتمال موردنظر برابر است با:

$$P(\text{سیاه، سفید، سیاه}) + P(\text{سفید، سیاه، سفید}) \quad P$$

$$= \frac{۶}{۹}\times\frac{۳}{۸}\times\frac{۵}{۷} + \frac{۳}{۹}\times\frac{۶}{۸}\times\frac{۲}{۷} = \frac{۵}{۲۸} + \frac{۱}{۱۴} = \frac{۷}{۲۸} = \frac{۱}{۴}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۲۳- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

اگر A پیشامد آن باشد که حداقل دو مهره از سه مهرهٔ خارج شده از جعبه همرنگ باشند، آن‌گاه A' (متمم A) پیشامد آن است که رنگ هیچ دو مهره‌ای از سه مهرهٔ خارج شده یکسان نباشد. در این صورت داریم:

$$P(A') = \frac{\binom{۳}{۱}\binom{۴}{۱}\binom{۵}{۱}}{\binom{۱۲}{۳}} = \frac{۳\times۴\times۵}{۲۲۰} = \frac{۳}{۱۱}$$

$$P(A) = ۱ - \frac{۳}{۱۱} = \frac{۸}{۱۱}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۴۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۴- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه‌خان)*

فرض کنید تاس اول سفید و تاس دوم سیاه باشد. اگر پیشامدهای B و A به ترتیب به صورت «مجموع اعداد رو شدهٔ دو تاس کمتر از ۶ باشد» و «عدد تاس سفید از عدد تاس سیاه کمتر نباشد» تعریف شوند، آنگاه داریم:

$$B=\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,3),(3,1),(3,2),(4,1)\}$$

$$A\cap B=\{(1,1),(2,1),(2,2),(3,1),(3,2),(4,1)\}$$

$$P(A\mid B)=\frac{n(A\cap B)}{n(B)}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۲۵- **گزینهٔ «۲»** *(فرشاد فرامرزی)*

$$\text{شمارنده‌های طبیعی ۱} = \{1\} \to P(1)=x$$

$$\text{شمارنده‌های طبیعی ۲} = \{1,2\} \to P(2)=3x$$

$$\text{شمارنده‌های طبیعی ۳} = \{1,3\} \to P(3)=4x$$

$$\text{شمارنده‌های طبیعی ۴} = \{1,2,4\} \to P(4)=7x$$

$$\text{شمارنده‌های طبیعی ۵} = \{1,5\} \to P(5)=6x$$

$$\text{شمارنده‌های طبیعی ۶} = \{1,2,3,6\} \to P(6)=12x$$

$$P(1)+P(2)+\ldots+P(6)=1$$

$$\Rightarrow x+3x+4x+7x+6x+12x=1$$

$$\Rightarrow 33x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{33}$$

$$P(\{2,3,5\})=P(2)+P(3)+P(5)=3x+4x+6x=13x$$

$$\Rightarrow P(\{2,3,5\})=\frac{13}{33}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۲۶- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

پیشامد آن که مجموع اعداد دو تاس، عددی مربع کامل باشد، شامل حالت‌هایی است که مجموع اعداد دو تاس ۴ یا ۹ بیاید. اگر این پیشامد را A بنامیم، آنگاه داریم:

$$A = \{(۱,۳),(۲,۲),(۳,۱),(۳,۶),(۴,۵),(۵,۴),(۶,۳)\}$$

گزینهٔ «۱»: این پیشامد شامل زوج مرتب‌های (۱,۳) و (۳,۱) است، پس با پیشامد A ناسازگار نیست.

گزینهٔ «۲»: این پیشامد شامل زوج مرتب (۲,۲) است، پس با پیشامد A ناسازگار نیست.

گزینهٔ «۳»: این پیشامد شامل زوج مرتب‌های (۳,۶) و (۶,۳) است، پس با پیشامد A ناسازگار نیست.

گزینهٔ «۴»: در هیچ کدام از زوج مرتب‌های تشکیل‌دهندهٔ پیشامد A، حاصل‌ضرب دو عدد بزرگ‌تر از ۲۰ نیست، پس اشتراک پیشامد A با پیشامد موردنظر تهی بوده و در نتیجه دو پیشامد ناسازگار هستند.

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۴۵ و ۴۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۲۷- **گزینهٔ «۱»** *(نرا صالح‌پور)*

فرض کنید A و B زیرمجموعه‌هایی از فضای نمونهٔ $S=\{۱,۲,۳,...,۵۰\}$ باشند که اعضای آن‌ها به ترتیب بر ۳ و ۷ بخش‌پذیر هستند.

$$P(A)=\frac{\left[\frac{۵۰}{۳}\right]}{۵۰}=\frac{۱۶}{۵۰}\ ,\ P(B)=\frac{\left[\frac{۵۰}{۷}\right]}{۵۰}=\frac{۷}{۵۰}$$

$$P(A\cap B)=\frac{\left[\frac{۵۰}{۲۱}\right]}{۵۰}=\frac{۲}{۵۰}$$

پیشامد آنکه عدد انتخابی فقط بر یکی از دو عدد ۳ یا ۷ بخش‌پذیر باشد، معادل $(A-B)\cup(B-A)$ است. با توجه به ناسازگار بودن پیشامدهای $(A-B)$ و $(B-A)$ داریم:

$$P\left[(A-B)\cup(B-A)\right]=P(A-B)+P(B-A)$$

$$=P(A)+P(B)-۲P(A\cap B)$$

$$=\frac{۱۶}{۵۰}+\frac{۷}{۵۰}-\frac{۴}{۵۰}=\frac{۱۹}{۵۰}=۰/۳۸$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۸- **گزینهٔ «۳»** *(سید محمدرضا حسینی‌فرد)*

گزارهٔ «الف»: درست نیست و مثال نقض آن فضای نمونه است که نسبت به خودش مستقل است زیرا:

$$P(S \cap S) = ۱, P(S) \times P(S) = ۱$$

گزارهٔ «ب»: درست است، زیرا اشتراک آن‌ها دارای احتمال ۰ یا $\frac{۱}{۶}$ یا $\frac{۲}{۶}$ یا $\frac{۳}{۶}$ است در حالی که احتمال حاصل‌ضرب دو پیشامد برابر $\frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۴}$ است.

گزارهٔ «پ»: درست است، زیرا با فرض $P(A \cap B) = P(A).P(B)$ داریم:

$$P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = ۱ - P(A \cup B) = ۱ - P(A) - P(B) + P(A)P(B)$$

$$= (۱ - P(A)) \times (۱ - P(B)) = P(A').P(B')$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۹- **گزینهٔ «۱»** *(احمدرضا فلاح)*

$$\text{سکه}: P(\text{رو})+P(\text{پشت})=1 \xrightarrow{P(\text{رو})=2P(\text{پشت})} \begin{cases} P(\text{رو})=\frac{2}{3} \\ P(\text{پشت})=\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\text{تاس}: P(1)+P(2)+P(3)+P(4)+P(5)+P(6)=1$$

$$\Rightarrow x+3x+3x+x+3x+x=1 \Rightarrow 12x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow P(6)=\frac{1}{12}$$

اگر A پیشامد آن باشد که سکه رو بیاید و B پیشامد آن باشد که تاس ۶ بیاید، آنگاه این دو پیشامد مستقل از یکدیگرند و داریم:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A)P(B)$$

$$=\frac{2}{3}+\frac{1}{12}-\frac{2}{3}\times\frac{1}{12}=\frac{24+3-2}{36}=\frac{25}{36}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱ و ۶۷ تا ۷۲)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۰- **گزینهٔ «۴»** *(مهدی نیک‌زاد)*

$$\begin{cases} \text{انتخاب کیسهٔ اول} \rightarrow \frac{۱}{۳} \xrightarrow{\text{انتخاب دو مهرهٔ غیرهمرنگ}} \frac{\binom{۴}{۱}\binom{۲}{۱}}{\binom{۶}{۲}} = \frac{۸}{۱۵} \\ \text{انتخاب کیسهٔ دوم} \rightarrow \frac{۱}{۳} \xrightarrow{\text{انتخاب دو مهرهٔ غیرهمرنگ}} \frac{\binom{۲}{۱}\binom{۳}{۱}}{\binom{۵}{۲}} = \frac{۶}{۱۰} \\ \text{انتخاب کیسهٔ سوم} \rightarrow \frac{۱}{۳} \xrightarrow{\text{انتخاب دو مهرهٔ غیرهمرنگ}} \frac{\binom{۵}{۱}\binom{۱}{۱}}{\binom{۶}{۲}} = \frac{۵}{۱۵} \end{cases}$$

اگر پیشامد همرنگ نبودن دو مهره را A و پیشامد خارج شدن از کیسهٔ اول را B بنامیم، داریم:

$$P(A) = \frac{۱}{۳} \times \frac{۸}{۱۵} + \frac{۱}{۳} \times \frac{۶}{۱۰} + \frac{۱}{۳} \times \frac{۵}{۱۵} = \frac{۲۲}{۴۵}$$

$$P(A \cap B) = \frac{۱}{۳} \times \frac{۸}{۱۵} = \frac{۸}{۴۵}$$

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{۸}{۴۵}}{\frac{۲۲}{۴۵}} = \frac{۴}{۱۱}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۸۷- **گزینهٔ «۱»** (سعید علم‌پور)

$$۴\tan x + ۴\tan y = ۱ - \tan x \tan y$$

$$\Rightarrow ۴(\tan x + \tan y) = ۱ - \tan x \tan y$$

$$\Rightarrow \frac{\tan x + \tan y}{۱ - \tan x \tan y} = \tan(x+y) = \frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow \cot(\frac{\pi}{۲} - x - y) = \cot(\frac{\pi}{۲} - (x+y)) = \tan(x+y)$$

$$= \frac{۱}{۴} = ۰/۲۵$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحهٔ ۴۲)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۸- **گزینهٔ «۱»** (عادل حسینی)

ابتدا ضابطهٔ تابع را به‌صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$f(x)=\sin x-(۱-۲\sin^۲ x)=۲\sin^۲ x+\sin x-۱$$

طول نقاط A و B را از محل برخورد نمودار f با محور x که همان جواب‌های معادلهٔ $f(x)=۰$ هستند، انتخاب می‌کنیم:

$$۲\sin^۲ x+\sin x-۱=۰ \xrightarrow[\text{با تغییر متغیر}]{\text{معادله درجه‌دوم}} \sin x=-۱ \text{ یا } \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x=-۱ \Rightarrow x=۲k\pi-\frac{\pi}{۲} \\ \sin x=\frac{۱}{۲} \Rightarrow \begin{cases} x=۲k\pi+\frac{\pi}{۶} \\ x=۲k\pi+\frac{۵\pi}{۶} \end{cases} \end{cases}$$

پس جواب‌های مثبت معادله مجموعهٔ $\{\frac{\pi}{۶},\frac{۵\pi}{۶},\frac{۳\pi}{۲},...\}$ و جواب‌های منفی معادلهٔ مجموعهٔ $\{-\frac{\pi}{۲},-\frac{۷\pi}{۶},\frac{-۱۱\pi}{۶},...\}$ هستند. طول نقطهٔ A دومین جواب مثبت یعنی $\frac{۵\pi}{۶}$ و طول B نیز دومین جواب منفی یعنی $-\frac{۷\pi}{۶}$ است.

$$\Rightarrow |AB|=\frac{۵\pi}{۶}-(-\frac{۷\pi}{۶})=\frac{۱۲\pi}{۶}=۲\pi$$

(حسابان ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۹- **گزینهٔ «۳»** *(علی سلامت)*

ابتدا برای یافتن مجانب قائم تابع از معادله زیر، ریشه مخرج را به‌دست می‌آوریم:

$$x-\sqrt{2x-1}=0 \Rightarrow x=\sqrt{2x-1}$$

$$\Rightarrow x^2-2x+1=0 \Rightarrow (x-1)^2=0 \Rightarrow x=1$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 1} f(x)=\lim_{x\to 1}\frac{2x-3}{x-\sqrt{2x-1}}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{(2x-3)(x+\sqrt{2x-1})}{(x-\sqrt{2x-1})(x+\sqrt{2x-1})}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{(2x-3)(x+\sqrt{2x-1})}{x^2-2x+1}=\lim_{x\to 1}\frac{-2}{(x-1)^2}=-\infty$$

نمودار گزینهٔ «۳» پاسخ صحیح است.

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی، حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۰- **گزینهٔ «۳»** (سعید علم‌پور)

$$x-\frac{\pi}{۲}=t\Rightarrow\begin{cases}x\to(\frac{\pi}{۲})^-\\ t\to۰^-\end{cases}$$

$$\Rightarrow\lim_{t\to۰^-}\frac{\sin۲(\frac{\pi}{۲}+t)}{\left(۱-\tan\left(\frac{\frac{\pi}{۲}+t}{۲}\right)\right)^۲}=\lim_{t\to۰^-}\frac{\sin(\pi+۲t)}{(۱-\tan(\frac{\pi}{۴}+\frac{t}{۲}))^۲}$$

$$=\lim_{t\to۰^-}\frac{-\sin۲t}{\left(۱-\frac{۱+\tan\frac{t}{۲}}{۱-\tan\frac{t}{۲}}\right)^۲}=\lim_{t\to۰^-}\frac{-\sin۲t}{\left(\frac{-۲\tan\frac{t}{۲}}{۱-\tan\frac{t}{۲}}\right)^۲}$$

$$=\lim_{t\to۰^-}\frac{-(\sin۲t)(۱-\tan\frac{t}{۲})^۲}{۴\tan^۲\frac{t}{۲}}=-\lim_{t\to۰^-}\frac{\sin۲t}{۴\tan^۲\frac{t}{۲}}$$

$$=-\lim_{t\to۰^-}\frac{۲\sin t\cos t}{\frac{\sin^۲\frac{t}{۲}}{۴\frac{}{\cos^۲\frac{t}{۲}}}}=-\lim_{t\to۰^-}\frac{\sin t}{۲\sin^۲\frac{t}{۲}}$$

$$=-\lim_{t\to۰^-}\frac{۲\sin\frac{t}{۲}\cos\frac{t}{۲}}{۲\sin^۲\frac{t}{۲}}=-\lim_{t\to۰^-}\frac{۱}{\sin\frac{t}{۲}}=-(-\infty)=+\infty$$

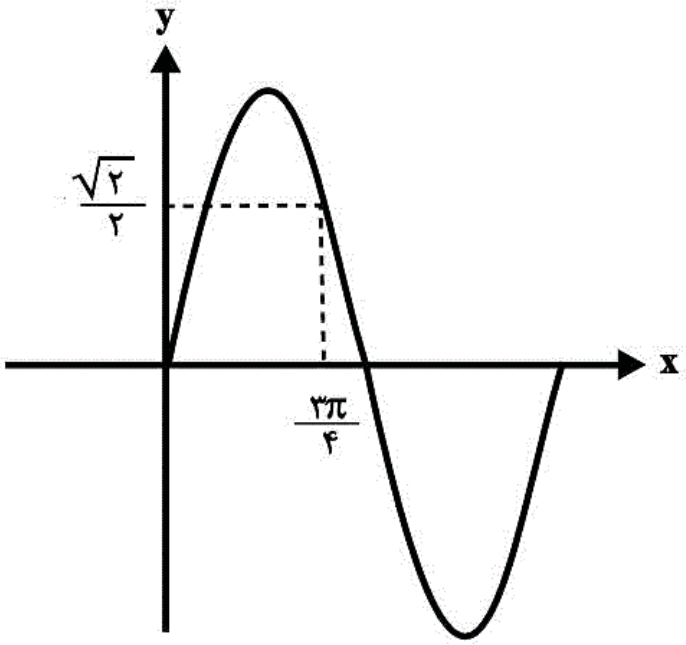
(حسابان ۲- حدهای نامتناهی، حد در بی‌نهایت: صفحه‌های ۴۶ تا ۵۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۱- **گزینهٔ «۴»** (علی سلامت)

می‌دانیم حد تابع $y=۲\sin^۲x-۱$ در $x=\frac{۳\pi}{۴}$ برابر صفر است.



به نمودار $y=\sin x$ توجه کنید: این تابع در همسایگی $x=\frac{۳\pi}{۴}$ نزولی است.

$$\begin{cases} x>\frac{۳\pi}{۴}\Rightarrow \sin x<\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow \sin^۲x<\frac{۱}{۲}\Rightarrow ۲\sin^۲x-۱<۰\Rightarrow \lim\limits_{x\to\left(\frac{۳\pi}{۴}\right)^+}\frac{۳}{۲\sin^۲x-۱}=-\infty \\ x<\frac{۳\pi}{۴}\Rightarrow \sin x>\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow \sin^۲x>\frac{۱}{۲}\Rightarrow ۲\sin^۲x-۱>۰\Rightarrow \lim\limits_{x\to\left(\frac{۳\pi}{۴}\right)^-}\frac{۳}{۲\sin^۲x-۱}=+\infty \end{cases}$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۵۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۸۲- **گزینهٔ «۳»** (میلاد چاشمی)

$$x<۳ \xrightarrow{f\text{اکیداً نزولی}} f(x)>f(۳)\Rightarrow f(x)-۲>۰ \quad :\text{حد چپ}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to۳^-}\frac{x^۲-۶}{f(x)-۲}=\frac{۳}{۰^+}=+\infty$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۵۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۸۳- **گزینهٔ «۳»** *(سعید علم‌پور)*

دو حالت ممکن است پیش آید:

الف) مخرج ریشه نداشته باشد $\Rightarrow \Delta_{\text{مخرج}} = m^2 - 48 < 0$

$$\Rightarrow -\sqrt{48} < m < \sqrt{48}$$

ب) مخرج دو ریشه داشته باشد و این ریشه‌ها، ریشهٔ صورت هم باشند

یعنی مخرج مضربی از صورت باشد، داریم:

$$2x^2 + mx + 6 = k(x^2 - 4x + 3) \Rightarrow k = 2, m = -8$$

پس اعداد صحیح بازهٔ $(-\sqrt{48}, \sqrt{48})$ یعنی $-6, -5, \ldots, 6$ و عدد -8 جواب‌های موردنظر برای m می‌باشند که ۱۴ مقدار هستند.

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۸۴- **گزینهٔ «۱»** *(عادل حسینی)*

لازم است حدهای چپ و راست تابع در $x = 0$ برابر باشند.

$$\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-} \frac{1 - [x]}{x} \sin x = \lim_{x \to 0^-} \frac{2 \sin x}{x}$$

$$= 2 \lim_{x \to 0^-} \frac{\sin x}{x} = 2$$

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = k$$

$$\xrightarrow{\text{شرط پیوستگی}} k = 2$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۵- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا لشکری)*

حد موردنظر مبهم $\frac{0}{0}$ است، بنابراین با ضرب صورت و مخرج در مزدوج‌های آن‌ها داریم:

$$\lim_{x\to 1}\frac{1-\sqrt{x}}{2-\sqrt{x+3}}=\lim_{x\to 1}\frac{1-\sqrt{x}}{2-\sqrt{x+3}}\times\frac{1+\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\times\frac{2+\sqrt{x+3}}{2+\sqrt{x+3}}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{(1-x)(2+\sqrt{x+3})}{(1+\sqrt{x})(1-x)}=\frac{4}{2}=2$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۸۶- **گزینهٔ «۲»** *(کاظم اجلالی)*

ابتدا نامعادله را حل می‌کنیم:

$$|x-2|>1\Rightarrow\begin{cases}x-2>1\\x-2<-1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x>3\\x<1\end{cases}\quad(1)$$

$$|x-2|<2\Rightarrow -2<x-2<2\Rightarrow 0<x<4\quad(2)$$

$$(1)\cap(2)\Rightarrow x\in(0,1)\cup(3,4)$$

بنابراین مجموعهٔ جواب‌های نامعادله، می‌تواند همسایگی راست صفر و همسایگی چپ ۴ باشد $(b=4,a=0)$ یا همسایگی راست ۳ و همسایگی چپ ۱ باشد $(b=1,a=3)$. در هر دو صورت $a+b=4$ است.

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۱- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

$$\text{مرکز دایره}: O(-\frac{۲a}{۲},-\frac{b}{۲})=(-a,-\frac{b}{۲})=(۳,-۲)\Rightarrow\begin{cases}a=-۳\\b=۴\end{cases}$$

بنابراین معادلهٔ دایره به صورت $x^۲+y^۲-۶x+۴y-۳=۰$ در می‌آید و داریم:

$$\text{شعاع دایره}: R=\frac{۱}{۲}\sqrt{(-۶)^۲+۴^۲-۴(-۳)}=\frac{۱}{۲}\times۸=۴$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۰۲- **گزینهٔ «۱»** *(افشین خاصه‌خان)*

معادلهٔ $x^۲+y^۲+ax+by+c=۰$ متعلق به یک دایره است، هرگاه $a^۲+b^۲-۴c>۰$.

بنابراین کافی است داشته باشیم:

$$a^۲+b^۲-۴c\le۰\Rightarrow(۲m)^۲+۰^۲-۴(-m)\le۰$$

$$\Rightarrow۴m^۲+۴m\le۰\Rightarrow۴m(m+۱)\le۰\Rightarrow-۱\le m\le۰$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحهٔ ۴۲)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۳- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه‌خان)*

ابتدا با پیدا کردن فاصله مرکز دایرهٔ C تا نیمساز ربع دوم $(y=-x)$ مختصات مرکز دایره را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{|2a-a+1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\sqrt{2}\Rightarrow|a+1|=2\Rightarrow\begin{cases}a=1\Rightarrow O_1(2,0)\\a=-3\Rightarrow O_2(-6,-4)\end{cases}$$

چون دایره بر نیمساز ربع سوم مماس است، پس نقطهٔ $O_1(2,0)$ نمی‌تواند مرکز این دایره باشد و در نتیجه معادلهٔ دایره عبارت است از:

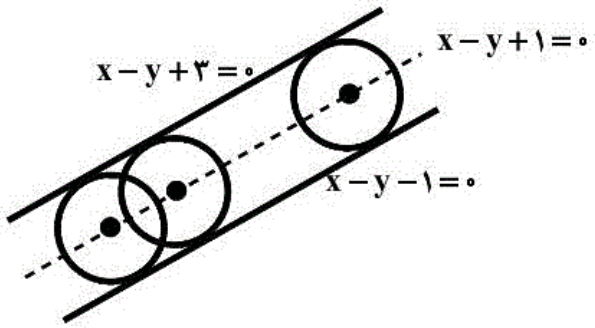
$$(x+6)^2+(y+4)^2=2\Rightarrow x^2+y^2+12x+8y+50=0$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۰۴- **گزینهٔ «۴»** *(سید محمدرضا حسینی‌فرد)*

دو خط داده شده را به صورت $x-y+3=0$ و $x-y-1=0$ می‌نویسیم، پس این دو خط با هم موازی هستند و مکان هندسی مرکز دایره‌های مماس بر این دو خط، خط وسط آن‌ها یعنی $x-y+1=0$ است.



(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۴۳)

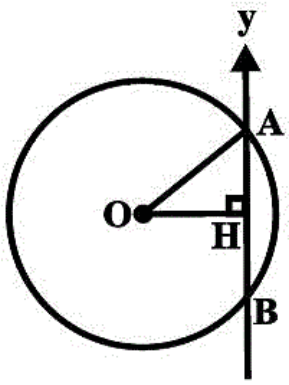
۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۵- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

مطابق شکل فرض کنید محور yها، دایره را در نقاط A و B قطع کند. می‌دانیم قطر عمود بر یک وتر، آن وتر را نصف می‌کند، بنابراین اگر از نقطهٔ O (مرکز دایره)، عمودی بر وتر AB رسم کنیم، آنگاه $AH = BH = ۲$ است. داریم:

$$\overset{\Delta}{OAH} : OH^۲ = OA^۲ - AH^۲ = (۲\sqrt{۵})^۲ - ۲^۲ = ۲۰ - ۴ = ۱۶$$
$$\Rightarrow OH = ۴$$



بنابراین نقطهٔ O، ۴ واحد از محور yها فاصله دارد، یعنی بر روی یکی از دو خط $x = ۴$ یا $x = -۴$ واقع است که با توجه به گزینه‌ها، تنها نقطهٔ $(-۴,۱)$ دارای این ویژگی است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحهٔ ۴۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۶- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

مرکز دایره روی خط $y=x+1$ قرار دارد، پس می‌توان $O(x,x+1)$ را به عنوان مرکز دایره در نظر گرفت. تمام نقاط واقع بر دایره، از مرکز دایره به یک فاصله‌اند، بنابراین داریم:

$$OA=OB \Rightarrow \sqrt{(1-x)^2+(-5-x-1)^2}=\sqrt{(2-x)^2+(2-x-1)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{به‌توان ۲}} (1-x)^2+(-6-x)^2=(2-x)^2+(1-x)^2$$

$$\Rightarrow (-6-x)^2=(2-x)^2 \Rightarrow \begin{cases} -6-x=2-x \Rightarrow -6=2 \text{ غ‌ق‌ق} \\ -6-x=-2+x \Rightarrow x=-2 \end{cases}$$

بنابراین نقطهٔ $O(-2,-1)$ مرکز دایره است و داریم:

$$R=OA=\sqrt{(1+2)^2+(-5+1)^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$$

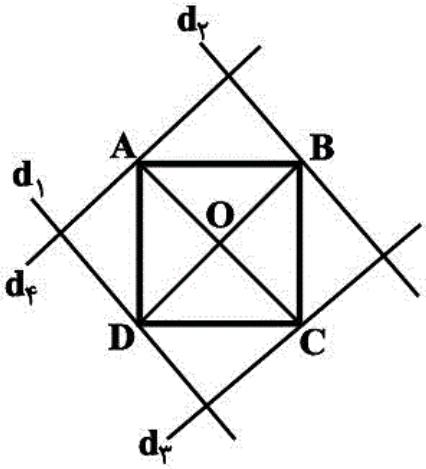
(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۰۷- **گزینهٔ «۳»** *(احمدرضا فلاح)*

مکان هندسی نقاطی از صفحه که فاصلهٔ آن‌ها از یکی از قطرهای یک مربع، برابر ۸ باشد، دو خط موازی با آن قطر به فاصلهٔ ۸ از آن و در طرفین آن قطر است. بنابراین محل تلاقی این خطوط با مربع، جواب مسئله است. داریم:



$$AB = ۸\sqrt{۲} \Rightarrow AC = BD = ۸\sqrt{۲} \times \sqrt{۲} = ۱۶$$

$$\Rightarrow OA = OB = OC = OD = ۸$$

یعنی فاصلهٔ هر رأس مربع از قطر مقابل آن برابر ۸ است، پس مطابق شکل خطوط موردنظر از رئوس مربع عبور می‌کنند و مسئله ۴ جواب دارد.

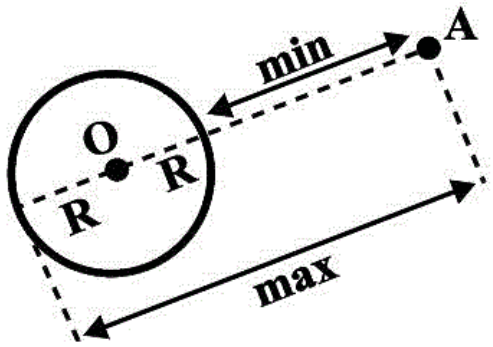
(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۸- **گزینهٔ «۳»** *(شادمان ویسی)*

اگر A نقطه‌ای در خارج دایرهٔ $C(O,R)$ باشد، آن‌گاه بیش‌ترین و کم‌ترین فاصلهٔ نقطهٔ A از نقاط این دایره به ترتیب برابر $OA+R$ و $OA-R$ است.

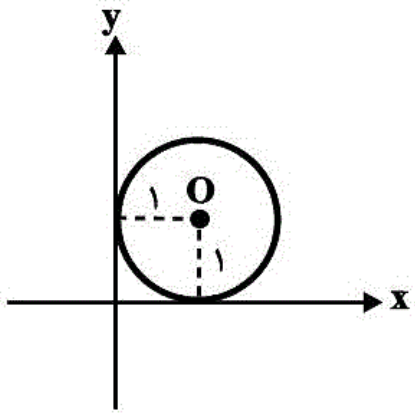


از طرفی داریم:

$$OA=\sqrt{(۵-۱)^۲+(۴-۱)^۲}=۵$$

$$\frac{OA+R}{OA-R}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow\frac{۵+R}{۵-R}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow R=۱$$

فاصلهٔ مرکز دایره از هر دو محور برابر شعاع دایره است، پس بر هر دو محور مماس است.



(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۰۹- **گزینهٔ «۱»** *(سید محمدرضا حسینی‌فرد)*

مکان هندسی نقاطی که از دو خط $۳x=۴y$ و $۴x=۳y$ به یک فاصله باشند، نیمساز زاویه‌های بین دو محور مختصات است، پس طبق فرض مرکز دایره روی نیمساز ربع اول قرار دارد، یعنی $O(\alpha,\alpha)$ مرکز دایره است و فاصله‌اش تا هر کدام از خط‌ها، برابر با شعاع دایره است. داریم:

$$OH=R\Rightarrow\frac{|۳\alpha-۴\alpha|}{\sqrt{۳^۲+۴^۲}}=۱\Rightarrow|\alpha|=۵\xrightarrow{\alpha>۰}\alpha=۵$$

پس $O(۵,۵)$ مرکز دایره است و مجموع مختصات آن برابر ۱۰ می‌باشد.

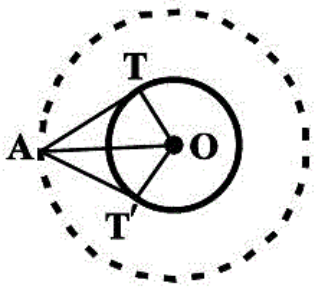
(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۰- **گزینهٔ «۱»** *(محمد خندان)*

مطابق شکل فرض کنید دو مماس AT و AT' با یکدیگر زاویهٔ 60° بسازند. از هندسه ۲ می‌دانیم که خطی که نقطهٔ A را به مرکز دایره وصل می‌کند، نیمساز زاویهٔ بین دو مماس است، بنابراین $\hat{OAT} = 30^\circ$ و در مثلث قائم‌الزاویهٔ ATO داریم:



$$\hat{OAT} = 30^\circ \Rightarrow OT = \frac{1}{2}OA \xrightarrow{OT=R} 5 = \frac{1}{2}OA \Rightarrow OA = 10$$

به طور مشابه هر نقطهٔ دیگری که دارای این ویژگی باشد، به فاصلهٔ ۱۰ واحد از نقطهٔ O قرار دارد، پس مکان هندسی موردنظر دایره‌ای به مرکز O و به شعاع ۱۰ است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا