

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات
و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)

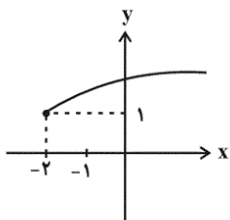


<https://t.me/riazisara>

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>



۹۱- نمودار تابع $y = -a + \sqrt{x + 2b}$ به صورت شکل زیر است. مقدار $2a - b$ کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) صفر
(۳) -۳
(۴) -۱

۹۲- اگر $x + y = 4/7$ و $x = 3$ باشد، آنگاه $[y]$ کدام است؟ ([]، علامت جزء صحیح است.)

- (۱) -۱ یا صفر
(۲) ۱ یا ۲
(۳) صفر یا ۱
(۴) فقط ۲

۹۳- اگر برای تابع $f(x) = 2x + a - 1$ داشته باشیم، $f(a) = f^{-1}(a)$ ، مقدار a کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) ۱
(۴) -۱

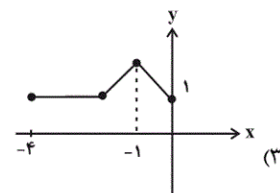
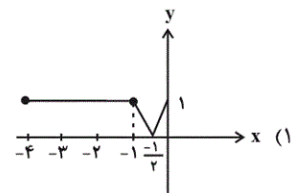
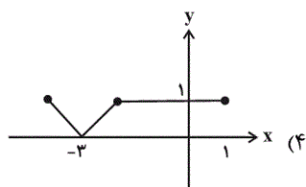
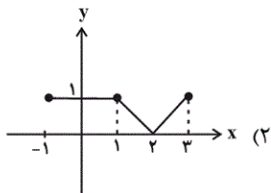
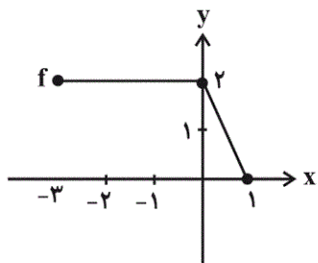
۹۴- دامنه تابع $f(x) = \frac{x-1}{[x-1]}$ کدام است؟ ([]، علامت جزء صحیح است.)

- (۱) $(1, 2]$
(۲) $\mathbb{R} - (1, 2]$
(۳) $[1, 2)$
(۴) $\mathbb{R} - [1, 2)$

۹۵- اگر $f = \{(2, 3), (3, 4), (5, 6), (6, 7)\}$ و $g^{-1} = \{(4, 5), (5, 6), (6, 7)\}$ باشند، آنگاه مقدار $f^{-1}(3) + g(6)$ کدام است؟

- (۱) ۱۰
(۲) ۱۳
(۳) ۱۱
(۴) ۷

۹۶- اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، آنگاه نمودار تابع $y = |-f(x+1) + 1|$ کدام است؟



۹۷- اگر وارون تابع $f(x) = \frac{ax+1}{3}$ به صورت $f^{-1}(x) = \frac{2x+b}{a+1}$ باشد، کدام است؟

$\frac{3}{2}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$-\frac{3}{2}$ (۲)

$-\frac{2}{3}$ (۱)

۹۸- اگر $f(x) = x - \sqrt{x^2 + x}$ و $g(x) = x - \sqrt{2x-1}$ باشد، دامنه تابع $\frac{f^2}{-g}$ کدام است؟

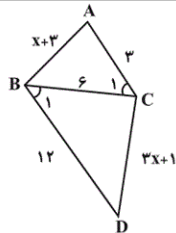
$[-\frac{1}{2}, +\infty) - \{0, 1\}$ (۴)

$[\frac{1}{2}, +\infty) - \{1\}$ (۳)

$[-\frac{1}{2}, +\infty) - \{1\}$ (۲)

$(0, +\infty) - \{1, 2\}$ (۱)

ریاضی ۲، هندسه -



۹۹- در شکل مقابل $\hat{C}_1 = \hat{B}_1$ است. مقدار x کدام است؟

۴ (۲)

۲ (۱)

۶ (۴)

۵ (۳)

۱۰۰- در مستطیل ABCD، اگر $AB = 12$ و $BC = 9$ باشد، فاصله رأس A از قطر BD کدام است؟

$7/2$ (۴)

$8/1$ (۳)

$6/2$ (۲)

$5/4$ (۱)

ریاضی ۲- آشنا، هندسه

۱۰۱- در یک مثلث قائم الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر، مثلث مفروض را به دو جزء تقسیم می‌کند. اگر مساحت مثلث کوچکتر $\frac{1}{5}$ مساحت مثلث اصلی باشد،

نسبت فواصل پای ارتفاع از دو ضلع قائم آن کدام است؟

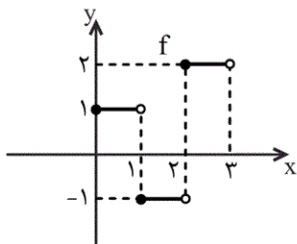
$\frac{4}{5}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

ریاضی ۲- آشنا، تابع -



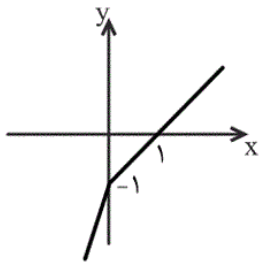
۱۰۲- در تابع پله‌ای شکل زیر، حاصل $f(1) + f(\sqrt{2}) - 2f(2)$ کدام است؟

-۶ (۱)

-۱ (۲)

۳ (۳)

صفر (۴)

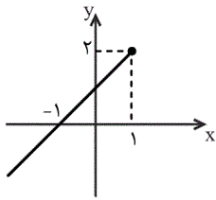


۱۰۳- نمودار وارون تابع مقابل از کدام ناحیه عبور نمی‌کند؟

- (۱) اول
(۲) دوم
(۳) سوم
(۴) چهارم

۱۰۴- در کدام تابع زیر، وارون تابع خود یک تابع نیست؟

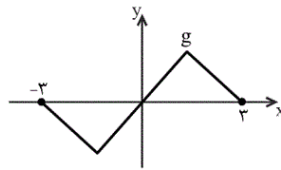
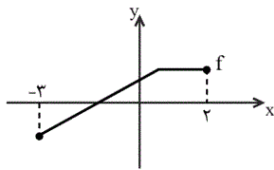
- (۱) $\{(1, 4), (2, 5), (-1, 3)\}$
(۲) $\{(2, 0), (1, 1), (3, 0)\}$
(۳) $\{(1, 5), (-1, 2), (0, 0)\}$
(۴) $\{(-1, 1), (0, 0), (1, -1)\}$



۱۰۵- نمودار تابع f به صورت زیر است. اگر $(2, b+1) \in f^{-1}$ و $(b, a) \in f^{-1}$ باشد، مقدار $a+b$ برابر کدام گزینه است؟

- (۱) -۱
(۲) صفر
(۳) ۱
(۴) ۳

۱۰۶- با توجه به نمودار تابع‌های f و g ، دامنه تابع $\frac{2f^2}{g}$ کدام است؟



- (۱) $(0, 3)$
(۲) $[0, 3]$
(۳) $[-3, 2]$
(۴) $(-3, 0) \cup (0, 2]$

۱۰۷- اگر $f = \{(1, 3), (-1, 4), (0, 4)\}$ و $g = \{(-1, 3), (1, 7), (0, 0)\}$ ، آنگاه $(f-g)(1)$ و $(\frac{f}{g})(0)$ به ترتیب کدام‌اند؟

- (۱) -4 و $\frac{5}{4}$
(۲) -4 و وجود ندارد.
(۳) 4 و $\frac{5}{4}$
(۴) 4 و وجود ندارد.

۱۰۸- اگر $f(x) = \frac{x+1}{x^2-4}$ و $g = \{(0, 4), (3, -1), (2, 1), (1, 2)\}$ باشند، تابع $f \times g$ کدام است؟

- (۱) $\{(0, -1), (3, -\frac{4}{5}), (1, -\frac{4}{3})\}$
(۲) $\{(0, \frac{15}{4}), (3, -\frac{1}{5}), (1, -\frac{4}{3})\}$
(۳) $\{(0, 1), (3, -4), (1, -\frac{4}{3})\}$
(۴) $\{(0, -\frac{15}{4}), (3, \frac{1}{5}), (1, \frac{4}{3})\}$

۱۰۹- نمودار تابع $y = |x-1|$ را یک واحد در راستای محور y ها به سمت پایین منتقل می‌کنیم. سپس نمودار را در راستای محور x ها، ۲ واحد به سمت

چپ منتقل می‌کنیم. سپس نمودار حاصل را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم. در این صورت ضابطه تابع جدید کدام است؟

- (۱) $y = |x+1| - 1$
(۲) $y = -|x-3| + 1$
(۳) $y = -|x+1| + 1$
(۴) $y = |x-1| - 1$

۱۱۰- برای رسم نمودار تابع $g(x) = \sqrt{9x+18}$ از روی نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ کافی است ابتدا نمودار تابع f را انتقال داده و سپس عرض هر نقطه را کنیم.

(۴) ۳ واحد به راست- ۳ برابر

(۳) ۲ واحد به چپ- ۹ برابر

(۲) ۲ واحد به چپ- ۲ برابر

(۱) ۳ واحد به چپ- ۳ برابر

۹۱- گزینه «۳»

(معمد بگیری)

اگر نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ را یک واحد به سمت بالا و دو واحد به سمت چپ

انتقال دهیم، به صورت شکل داده شده می‌شود، پس نمودار تابع

$$y = 1 + \sqrt{x+2}$$

رسم شده است. با مقایسه داریم:

$$-a = 1 \Rightarrow a = -1 \quad \text{و} \quad 2b = 2 \Rightarrow b = 1$$

$$\Rightarrow 2a - b = -2 - 1 = -3$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۲، ۵۳ و ۵۶)

۴

۳

۲

۱

۹۲- گزینه «۳»

(ایمان نخستین)

$$[x] = 3 \Rightarrow 3 \leq x < 4 \quad (1)$$

$$x + y = 4/7 \Rightarrow x = 4/7 - y \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} 3 \leq 4/7 - y < 4 \Rightarrow -1/7 \leq -y < -0/7$$

$$\Rightarrow 0/7 < y \leq 1/7 \Rightarrow [y] \in \{0, 1\}$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۴

۳

۲

۱

$$f(a) = 2a + a - 1 = 3a - 1$$

$$y = 2x + a - 1 \xrightarrow{\text{جابه جایی } y, x} x = 2y + a - 1$$

$$\Rightarrow y = \frac{x - a + 1}{2} \Rightarrow f^{-1}(a) = \frac{a - a + 1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$f(a) = f^{-1}(a) \Rightarrow 3a - 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

۹۴- گزینه ۴»

(میلاد منصوری)

دامنهٔ توابع کسری با حذف ریشه‌های مخرج از مجموعهٔ اعداد حقیقی

به دست می‌آید:

$$|x-1| = 0 \Rightarrow 0 \leq x-1 < 1 \Rightarrow 1 \leq x < 2$$

بنابراین:

$$D_f = \mathbb{R} - [1, 2)$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

۹۵- گزینه ۴»

(رفیعم مشتاق نظم)

$$(2, 3) \in f \Rightarrow f^{-1}(3) = 2 \Rightarrow f^{-1}(3) + g(6) = 2 + 5 = 7$$

$$(5, 6) \in g^{-1} \Rightarrow g(6) = 5$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

 ۴

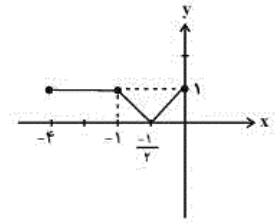
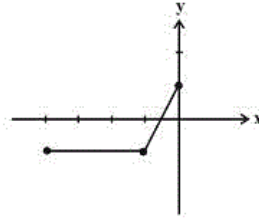
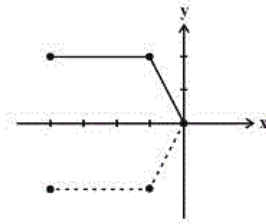
 ۳

 ۲

 ۱

(ریم مشتاق نظم)

$$y = f(x+1)$$



$$y = -f(x+1)$$

$$y = -f(x+1) + 1$$

$$y = |-f(x+1) + 1|$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۶۵ تا ۷۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

وارون تابع $f(x) = \frac{ax+1}{3}$ را به دست می آوریم:

$$y = \frac{ax+1}{3} \Rightarrow 3y = ax+1 \Rightarrow \frac{3y-1}{a} = x$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3x-1}{a} = \frac{3}{a}x - \frac{1}{a}$$

بنابراین باید:

$$\frac{3}{a}x - \frac{1}{a} = \frac{2x+b}{a+1} = \frac{2}{a+1}x + \frac{b}{a+1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{a} = \frac{2}{a+1} \\ -\frac{1}{a} = \frac{b}{a+1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a = 2a+2 \\ a+1 = -ab \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ -2 = 2b \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = -2, b = -1$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه های ۵۷ تا ۶۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

(مجتبی نادرری)

$$D_{\frac{f^2}{-g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$$

f دامنه: $x^2 + x \geq 0 \Rightarrow x(x+1) \geq 0$

$$\Rightarrow \frac{x}{x^2+x} \quad \begin{array}{c|c|c|c} & -1 & 0 & \\ \hline & + & - & + \end{array} \Rightarrow D_f = (-\infty, -1] \cup [0, +\infty)$$

g دامنه: $2x-1 \geq 0 \Rightarrow D_g = [\frac{1}{2}, +\infty)$

حال ریشه $g(x) = 0$ را می یابیم:

$$g(x) = 0 \Rightarrow x = \sqrt{2x-1} \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$D_{\frac{f^2}{-g}} = [\frac{1}{2}, +\infty) - \{1\}$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه های ۶۵ تا ۷۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

(میلاد منصوری)

چون $\hat{C}_1 = \hat{B}_1$ و $\frac{AC}{BC} = \frac{BC}{BD} = \frac{1}{2}$ است، پس $\Delta BCD \sim \Delta ABC$

(به حالت تناسب دو ضلع و برابری زاویه بین) پس باید:

$$\frac{x+3}{3x+1} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x+6 = 3x+1 \Rightarrow x = 5$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه های ۴۲ تا ۴۶)

۴

۲ ✓

۱

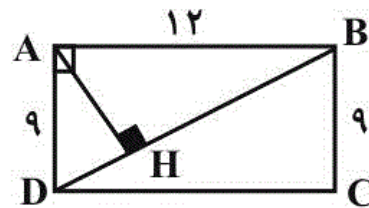
طبق رابطه فیثاغورس داریم:

$$BD = \sqrt{12^2 + 9^2} = \sqrt{144 + 81} = \sqrt{225} = 15$$

$$AD^2 = DH \times DB \Rightarrow 81 = DH \times 15$$

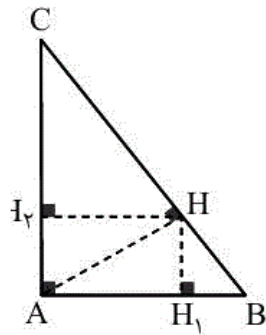
$$\Rightarrow DH = \frac{81}{15} = \frac{27}{5} = 5.4$$

$$AH = \sqrt{9^2 - 5.4^2} = \sqrt{81 - 29.16} = \sqrt{51.84} = 7.2$$



(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱



در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، ارتفاع وارد بر وتر، مثلث را به دو مثلث متشابه تقسیم می‌کند. یعنی مثلث‌های ABH و ACH با هم متشابهند.

$$\frac{S(\triangle ABH)}{S(\triangle ABC)} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{S(\triangle ABH)}{S(\triangle ABC) - S(\triangle ABH)} = \frac{1}{5-1}$$

$$\Rightarrow \frac{S(\triangle ABH)}{S(\triangle ACH)} = \frac{1}{4}$$

بنابراین نسبت مساحت دو مثلث متشابه $\frac{1}{4}$ است. در نتیجه نسبت تشابه دو

مثلث $\frac{1}{2}$ است. در دو مثلث متشابه، نسبت ارتفاع‌ها همان نسبت تشابه

$$\frac{HH_1}{HH_2} = \frac{1}{2}$$

است. در نتیجه داریم:

(ریاضی ۲، هنر سه، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

۱۰۲- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

$$f(1) = -1, f(\sqrt{2}) = -1, f(2) = 2$$

$$\Rightarrow f(1) + f(\sqrt{2}) - 2f(2)$$

$$= -1 - 1 - 2 \times (2) = -6$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۴

۳

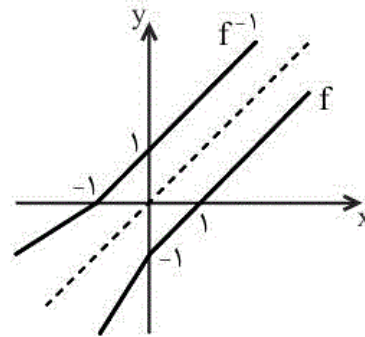
۲

۱

۱۰۳- گزینه «۴»

(کتاب آبی)

کافی است قرینه نمودار f را نسبت به خط $y = x$ رسم کنیم.



دیده می‌شود که نمودار f^{-1} از ناحیه چهارم عبور نمی‌کند.

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

۴

۳

۲

۱

گزینه (۱):

$$\{(1, 4), (2, 5), (-1, 3)\} \xrightarrow{\text{وارون}} \{(4, 1), (5, 2), (3, -1)\}$$

⇒ تابع است.

$$\{(2, 0), (1, 1), (3, 0)\} \xrightarrow{\text{وارون}} \{(0, 2), (1, 1), (0, 3)\}$$

گزینه (۲):

⇒ تابع نیست.

دو زوج مرتب متمایز $(0, 2)$ و $(0, 3)$ مؤلفه‌های اولشان برابرند، بنابراین

تابع نیست.

گزینه (۳):

$$\{(1, 5), (-1, 2), (0, 0)\} \xrightarrow{\text{وارون}} \{(5, 1), (2, -1), (0, 0)\}$$

⇒ تابع است.

گزینه (۴):

$$\{(-1, 1), (0, 0), (1, -1)\} \xrightarrow{\text{وارون}} \{(1, -1), (0, 0), (-1, 1)\}$$

⇒ تابع است.

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

۴

۳

۲

۱

$$(2, b+1) \in f^{-1} \Rightarrow (b+1, 2) \in f$$

با دقت در نمودار تابع f می‌بینیم که نقطه $(1, 2)$ بر روی نمودار تابع f قرار دارد یعنی $(1, 2) \in f$ بنابراین:

$$(b+1, 2) = (1, 2) \Rightarrow b+1 = 1 \Rightarrow b = 0$$

همچنین داریم:

$$(b, a) \in f^{-1} \Rightarrow (a, b) \in f \xrightarrow{b=0} (a, 0) \in f$$

با توجه به نمودار تابع f می‌بینیم که نقطه $(-1, 0)$ نیز متعلق به تابع f می‌باشد، بنابراین:

$$(-1, 0) = (a, 0) \Rightarrow a = -1 \Rightarrow a + b = -1 + 0 = -1$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

۴

۳

۲

۱

با توجه به نمودارهای تابع f و g ، داریم:

$$D_f = [-3, 2]$$

$$D_g = [-3, 3]$$

$$D_{\left(\frac{f^2}{g}\right)} = (D_f \cap D_g) - \{x \mid g(x) = 0\}$$

$$= [-3, 2] - \{-3, 0, 3\} = (-3, 0) \cup (0, 2]$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۶۵ تا ۷۰)

۴

۳

۲

۱

$$f = \{(1, 3), (-1, 4), (0, 4)\}$$

$$g = \{(-1, 3), (1, 7), (0, 0)\}$$

$$(f - g)(1) = f(1) - g(1) \quad (*)$$

$$\begin{cases} (1, 3) \in f \Rightarrow f(1) = 3 \\ (1, 7) \in g \Rightarrow g(1) = 7 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(*)} (f - g)(1) = 3 - 7 = -4$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(0) = \frac{f(0)}{g(0)} \quad (**)$$

همچنین:

$$(0, 0) \in g \Rightarrow g(0) = 0$$

پس با توجه به (***) و اینکه عدد صفر نمی‌تواند در مخرج کسر قرار

بگیرد، $\left(\frac{f}{g}\right)(0)$ تعریف نشده است.

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۶۵ تا ۷۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

ابتدا دامنه تابع $f \times g$ را می‌یابیم، و سپس به ازای هر $x_0 \in D_f \cap D_g$

مقدار $f(x_0) \times g(x_0)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$D_f = \mathbb{R} - \{-2, 2\}, \quad D_g = \{0, 3, 2, 1\}$$

$$\Rightarrow D_f \cap D_g = \{0, 3, 1\}$$

$$f \times g = \{(0, f(0) \times g(0)), (3, f(3) \times g(3)), (1, f(1) \times g(1))\}$$

$$f \times g = \left\{ \left(0, -\frac{1}{4} \times 4\right), \left(3, \frac{4}{5} \times (-1)\right), \left(1, -\frac{2}{3} \times 2\right) \right\}$$

$$f \times g = \left\{ (0, -1), \left(3, -\frac{4}{5}\right), \left(1, -\frac{4}{3}\right) \right\}$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۶۵ تا ۷۰)

۴

۳

۲

۱

$$y = |x-1|$$

$$\xrightarrow{\text{یک واحد به پایین}} y = |x-1| - 1$$

$$\xrightarrow{\text{دو واحد به سمت چپ}} y = |x+2-1| - 1 \Rightarrow y = |x+1| - 1$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور Xها}} y = -|x+1| + 1$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۶۵ تا ۷۰)

۴

۳

۲

۱

ابتدا ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$g(x) = \sqrt{9x+18} = \sqrt{9(x+2)} = 3\sqrt{x+2}$$

بنابراین برای رسم نمودار تابع $g(x) = 3\sqrt{x+2}$ از روی نمودار تابع

$f(x) = \sqrt{x-1}$ کافی است ابتدا نمودار تابع f را سه واحد به چپ

انتقال داده، سپس عرض هر نقطه را ۳ برابر کرده تا نمودار تابع

$$g(x) = 3\sqrt{x+2} = \sqrt{9x+18}$$

حاصل شود.

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۶۵ تا ۷۰)

۴

۳

۲

۱ ✓