

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات
و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)



<https://t.me/riazisara>

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۱، توان های گویا و عبارت های جبری -

۵۵- دو کره تو خالی هم مرکز، در داخل هم قرار گرفته اند که حجم کره بیرونی $\frac{324\pi}{3}$ و حجم کره درونی 36π می باشد. کدام گزینه، به عنوان شعاع کره ای

که بین این دو کره و هم مرکز با آنها قرار می گیرد، قابل قبول نیست؟

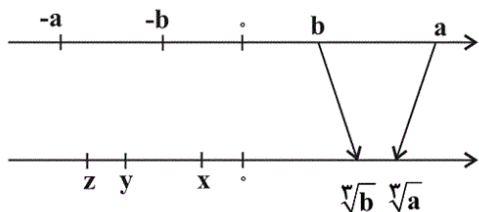
- (۱) $\sqrt[3]{23}$ (۲) $\sqrt[3]{55}$ (۳) ۴ (۴) $2\sqrt[3]{10}$

۵۶- اگر a و b دو عدد طبیعی متوالی و d و c دو عدد صحیح متوالی باشند و $a < \sqrt{52} < b$ و $c < \sqrt[3]{-52} < d$ ، آنگاه حاصل $\sqrt[5]{a+b+c+d}$ ، بین

کدام دو عدد صحیح متوالی قرار می گیرد؟

- (۱) ۲، ۱ (۲) ۳، ۲ (۳) ۴، ۳ (۴) ۵، ۴

۵۷- در شکل زیر، هریک از نقاط مشخص شده در محور بالا را به یکی از نقاط مشخص شده روی محور پایینی، که متناظر با ریشه سوم آن عدد است، وصل



کرده ایم. نقاط x و y و z به ترتیب نشانگر کدام اعداد می توانند باشند؟

(۱) $z = -a^3, y = \sqrt[3]{-b}, x = -b^3$

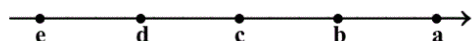
(۲) $z = \sqrt[3]{-a}, y = -b^3, x = -\sqrt[3]{b}$

(۳) $z = \sqrt[3]{-a}, y = \sqrt[3]{-b}, x = -b^3$

(۴) $z = -a^3, y = -b^3, x = -\sqrt[3]{b}$

۵۸- اگر اعداد $\sqrt[3]{0/01}$ ، $(0/1)^5$ ، $\sqrt{0/0001}$ ، $(0/1)^3$ و $\sqrt[5]{-0/00001}$ را روی محور اعداد حقیقی، با حروف a ، b ، c و e نمایش دهیم، c نشان دهنده

کدام عدد است؟



(۱) $\sqrt[3]{0/01}$

(۲) $(0/1)^3$

(۳) $\sqrt{0/00001}$

(۴) $\sqrt[5]{-0/00001}$

۵۹- در تساوی $\sqrt[3]{\frac{1}{128}} \times \sqrt[4]{3^{-4}} = x \times \sqrt[5]{-\frac{1}{32}} \times \sqrt[3]{-128} \times \sqrt[4]{625}$ کدام است؟

$-\frac{1}{10}$ (۴)

$\frac{1}{10}$ (۳)

$-\frac{1}{30}$ (۲)

$\frac{1}{30}$ (۱)

۶۰- اگر $x = \frac{\sqrt{3}\sqrt{80} - \sqrt{45}}{\sqrt[4]{45}}$ باشد، حاصل $\sqrt{x^2 + 1}$ کدام است؟

$\sqrt{10}$ (۴)

۲ (۳)

$\sqrt{6}$ (۲)

$\sqrt{3}$ (۱)

۶۱- اگر مجموع مربعات ریشه‌های هشتم عددی را بر ریشه سوم همین عدد تقسیم کنیم، حاصل برابر $\frac{1}{4}$ خواهد شد، این عدد کدام است؟

2^{24} (۴)

2^4 (۳)

2^{144} (۲)

2^{12} (۱)

۶۲- چند مورد از عبارتهای زیر، همواره برقرار هستند؟

(ب) $\sqrt{x(x-1)} = \sqrt{x}\sqrt{x-1}$

(الف) $\sqrt{\frac{x}{x^3}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x^3}}$

(ت) $\sqrt{x^2 + 4} = x + 2$

(پ) $\sqrt[3]{\sqrt{x}} = \sqrt[6]{x}$

(ه) $(\sqrt[n]{a^2})^n = |a|$

(ث) $\sqrt[n]{x+y} = \sqrt[n]{x} + \sqrt[n]{y}$

صفر (۴)

۱ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۶۳- اگر $\sqrt[3]{\alpha} \times \sqrt[3]{\beta} = -c$ ، α و β کدام یک می‌تواند باشد؟ ($c > 0, a > b > 0$)

(۱) $\beta = (b-a)^3$ و $\alpha = (a+b)^3$

(۲) $\beta = (a+b)^3$ و $\alpha = (a-b)^3$

(۳) $\beta = (a-b)^3$ و $\alpha = (a+b)^3$

(۴) $\beta = (a+b)^3$ و $\alpha = (b-a)^3$

۶۴- اگر ریشه سوم عدد ۶۴ برابر a و ریشه هشتم منفی عدد $\frac{1}{16}$ برابر b باشد، آنگاه حاصل $\sqrt[4]{a \times b^3}$ کدام است؟

-۱ (۴)

$-\sqrt{2}$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

$-\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۱)

۶۵- ریشه نهم کدام عدد، با ریشه پنجم عدد $4\sqrt{2}$ برابر است؟

$4\sqrt{128}$ (۴)

$16\sqrt{2}$ (۳)

$8\sqrt{2}$ (۲)

۵۱۲ (۱)

۶۶- اگر $a^{13} > a^{17}$ باشد، آنگاه کدام گزینه، همواره درست است؟

$a^5 > a^8$ (۲)

$0 < a < 1$ (۱)

$-1 < a < 0$ (۴)

$a^6 > a^9$ (۳)

۶۷- اگر $x = \sqrt{3+2\sqrt{2}}$ باشد، حاصل $\frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}} - \frac{1}{x-1}$ کدام است؟

$(\sqrt{3+\sqrt{2}})(2+\sqrt{2})$ (۲)

$\frac{1}{1+\sqrt{2}}$ (۱)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴)

$(\sqrt{3+\sqrt{2}}+1)(2-\sqrt{2})$ (۳)

۶۸- اگر مخرج عبارت $\frac{1}{\sqrt{x+1}} - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2+1}+\sqrt[3]{x}}$ را گویا کنیم، به صورت $\frac{\sqrt[3]{xA}}{x-1}$ می‌شود. A همواره کدام است؟

$\sqrt{x}-1$ (۴)

$1-\sqrt{x}$ (۳)

$\sqrt[3]{x}-1$ (۲)

$\sqrt[3]{x}-1$ (۱)

۶۹- اگر $a = 2^{\frac{4}{3}}$ و $b = \left(\frac{1}{25}\right)^{\frac{3}{5}}$ باشد، آنگاه $45^{\frac{2}{3}}$ ، برحسب a و b، کدام است؟

$\frac{b}{\sqrt[3]{a}}$ (۴)

$ba^{\frac{2}{3}}$ (۳)

$\frac{a}{\sqrt[3]{b^5}}$ (۲)

$\frac{\sqrt[3]{a}}{b^5}$ (۱)

۷۰- اگر $x = \sqrt[3]{2}-1$ و $y = \sqrt[3]{2}+1$ و $z = xy+y+1$ باشد، حاصل $\frac{1}{z^3} + \frac{6}{z^2} + \frac{12}{z} + 8$ کدام است؟

z^3 (۴)

y^3 (۳)

x^3 (۲)

۱ (۱)

ریاضی ۱، مثلثات -

۵۱- اگر $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ و انتهای کمان زاویه α در ربع دوم باشد، حاصل $\frac{6}{\sin \alpha} - \tan \alpha$ کدام است؟

۵۲- با فرض با معنی بودن هر کسر، کدام یک از تساوی‌های زیر برقرار نیست؟

$$\frac{1}{\cos x} - \tan x = \frac{\cos x}{1 + \sin x} \quad (۱)$$

$$\frac{1 + \tan x}{1 + \cot x} = \tan x \quad (۲)$$

$$\sin^4 x - \cos^4 x = \sin^2 x - \cos^2 x \quad (۳)$$

$$\frac{1 - \tan x}{\cot x} = \tan^2 x - \tan x \quad (۴)$$

۵۳- عبارت $A = \left(\frac{1}{1 - \cos \theta} + \frac{1}{1 + \cos \theta} \right) - 2 \cot^2 \theta$ ، چند برابر عبارت $B = \left(\cot^4 \theta + \frac{1}{\sin^2 \theta} - \frac{1}{\sin^4 \theta} \right)$ است؟ (مخرج کسرها، مخالف صفر هستند.)

$$-2 \cot^2 \theta \quad (۴)$$

$$2 \cot^2 \theta \quad (۳)$$

$$2 \tan^2 \theta \quad (۲)$$

$$-2 \tan^2 \theta \quad (۱)$$

۵۴- اگر $\tan \alpha = 3$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{2 \cos \alpha}}{\frac{1}{\cos^3 \alpha}}$ کدام است؟

$$\frac{1}{6} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{12} \quad (۳)$$

$$\frac{2}{15} \quad (۲)$$

$$\frac{6}{5} \quad (۱)$$

هندسه ۱، قضیه ی تالس، تشابه و کاربردهای آن

۷۱- مثلث ABC به اضلاع $2\sqrt{3}$ ، ۶ و $2\sqrt{6}$ با نسبت تشابه $\sqrt{2}$ با مثلث $A'B'C'$ متشابه است. کدام یک از مقادیر زیر نمی‌تواند اندازه‌ی هیچ‌کدام از

اضلاع مثلث $A'B'C'$ باشد؟

$$2\sqrt{3} \quad (۲)$$

$$\sqrt{6} \quad (۱)$$

$$3 \quad (۴)$$

$$3\sqrt{2} \quad (۳)$$

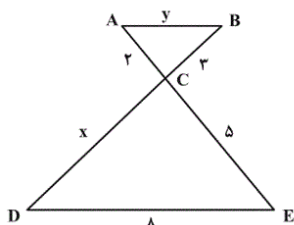
۷۲- در شکل زیر $AB \parallel DE$ است. حاصل xy کدام است؟

$$24 \quad (۱)$$

$$32 \quad (۲)$$

$$36 \quad (۳)$$

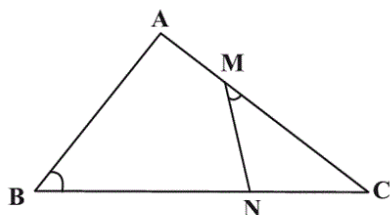
$$40 \quad (۴)$$



۷۳- فردی با یک لیزر کوچک بالای ساختمانی را نشانه گرفته است به طوری که شعاع لیزر مماس بر بالای درختی که به فاصله ۸ متری وی است به بالاترین نقطه ساختمانی برخورد می‌کند. اگر فاصله درخت تا ساختمانی ۳ برابر فاصله او از درخت باشد، ارتفاع ساختمانی چند برابر ارتفاع درخت است؟ (فرض کنید لیزر روی زمین قرار دارد و هم‌سطح با پای درخت و ساختمانی است.)

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۷۴- در شکل زیر اگر $\widehat{B} = \widehat{NMC}$ ، $NC = 6$ و $BN = CM = 8$ باشد، اندازه AM کدام است؟

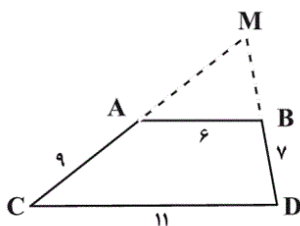


- (۱) ۱/۵
(۲) ۲
(۳) ۲/۵
(۴) ۳

۷۵- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\widehat{A} = 90^\circ$)، ارتفاع وارد بر وتر است. اگر $AB = 4\sqrt{3}$ و $BH = 4$ باشد، اندازه AC کدام است؟

- (۱) ۸
(۲) $4\sqrt{6}$
(۳) ۱۲
(۴) $8\sqrt{3}$

۷۶- در دوزنقه $ABCD$ ، اندازه اضلاع مطابق شکل داده شده است. محیط مثلث MAB کدام است؟

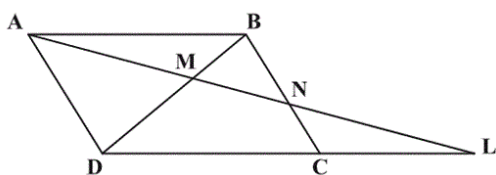


- (۱) ۲۴
(۲) ۲۴/۸
(۳) ۲۵/۲
(۴) ۲۶

۷۷- طول ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای برابر ۱۲ و نسبت دو قطعه ایجاد شده روی وتر توسط ارتفاع برابر $\frac{3}{4}$ است. مساحت این مثلث قائم‌الزاویه چقدر است؟

- (۱) $48\sqrt{2}$
(۲) $48\sqrt{3}$
(۳) $84\sqrt{2}$
(۴) $84\sqrt{3}$

۷۸- در شکل زیر متوازی‌الاضلاع ABCD متوازی‌الاضلاع است. اگر $AM = ۸$ و $MN = ۴$ باشد، اندازه NL کدام است؟



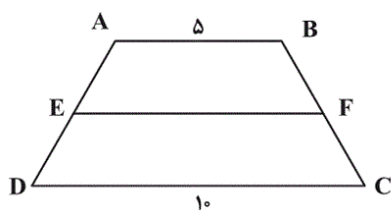
۱۲ (۱)

۱۰ (۲)

۹ (۳)

۸ (۴)

۷۹- در ذوزنقه مقابل، اگر $۳AE = ۲ED$ و $۳BC = ۵FC$ باشد، اندازه EF کدام است؟



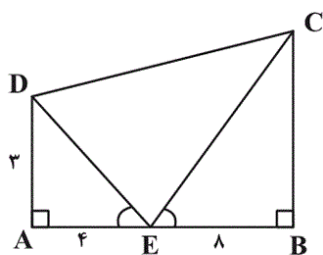
۵ (۱)

۶ (۲)

۷ (۳)

۸ (۴)

۸۰- در ذوزنقه قائم‌الزاویه شکل زیر، طول پاره‌خطها مشخص شده است. اگر $\widehat{AED} = \widehat{BEC}$ باشد، آن‌گاه طول ساق CD کدام است؟



۱۳ (۱)

$۳\sqrt{۱۷}$ (۲)

$۴\sqrt{۱۵}$ (۳)

۱۴ (۴)

۵۵- گزینه «۱»

(همید علیزاده)

فرض کنیم، شعاع کره‌ای که بین دو کره قرار می‌گیرد، r باشد. داریم:

$$36\pi < \frac{4}{3}\pi r^3 < \frac{324}{3}\pi \xrightarrow{\times \frac{3}{4\pi}} 27 < r^3 < 81$$

هریک از گزینه‌ها را به توان ۳ می‌رسانیم. بنابراین $\sqrt[3]{27}$ ، در بازه مورد نظر قرار ندارد.
(توان‌های گویا و عبارت‌های پی‌ری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

۵۶- گزینه «۱»

(امیر زراندوز)

$$a < \sqrt{52} < b \Rightarrow a^2 < 52 < b^2 \Rightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = 8 \end{cases}$$

$$c < \sqrt[3]{-52} < d \Rightarrow c^3 < -52 < d^3 \Rightarrow \begin{cases} c = -4 \\ d = -3 \end{cases}$$

$$\sqrt[5]{a+b+c+d} = \sqrt[5]{7+8-4-3} = \sqrt[5]{8}$$

$$1^5 < 8 < 2^5 \Rightarrow 1 < \sqrt[5]{8} < 2$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های پی‌ری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

۵۷- گزینه «۳»

(میلاد منصوری)

با توجه به نمودار داده شده، $0 < b < \sqrt[3]{b}$ است، بنابراین $0 < b < 1$. پس:

$$-1 < \sqrt[3]{-b} < -b < -b^3 < 0 \text{ و } 0 < b^3 < b < \sqrt[3]{b} < 1$$

از طرفی $0 < \sqrt[3]{a} < a$ ، بنابراین $a > 1$ است. پس $a^3 > a > \sqrt[3]{a} > 1$ و

$$-a^3 < -a < \sqrt[3]{-a} < -1. \text{ بنابراین } z = \sqrt[3]{-a} \text{ می‌تواند باشد.}$$

با توجه به این که $y < x$ است، پس $y = \sqrt[3]{-b}$ و $x = -b^3$ می‌توانند باشند.

(توان‌های گویا و عبارت‌های پی‌ری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

۵۸- گزینه «۲»

(علی ارجمند)

برای $0 < x < 1$ هرچه توان بیشتر باشد، عدد کوچک تر است.

$$\sqrt{0/0001} = \sqrt{10^{-4}} = 0/01$$

$$\sqrt[5]{-0/0001} < (0/1)^5 < (0/1)^3 < \sqrt{0/0001} < \sqrt[3]{0/01}$$

$$c = (0/1)^3$$

بنابراین:

(توان های گویا و عبارت های جبری، صفحه های ۴۸ تا ۵۳ و ۵۹ تا ۶۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

۵۹- گزینه «۱»

(عاطفه فان مممردی)

$$\frac{1}{2} \times 3^{-1} = x \left(-\frac{1}{2} \right) \times (-2) \times 5 \Rightarrow x = \frac{1}{30}$$

(توان های گویا و عبارت های جبری، صفحه های ۵۴ تا ۵۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱✓

۶۰- گزینه «۳»

(امیر محمودیان)

$$x = \frac{\sqrt{3\sqrt{80} - \sqrt{45}}}{\sqrt[4]{45}} = \frac{\sqrt{3\sqrt{16 \times 5} - \sqrt{9 \times 5}}}{\sqrt[4]{9 \times 5}}$$

$$= \frac{\sqrt{12\sqrt{5} - 3\sqrt{5}}}{\sqrt{3 \times \sqrt[4]{5}}} = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{3 \times \sqrt[4]{5}}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

$$\sqrt{x^2 + 1} = \sqrt{3 + 1} = 2$$

(توان های گویا و عبارت های جبری، صفحه های ۵۴ تا ۶۱ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

۶۱- گزینه «۴»

(عمیر علیزاده)

ریشه های هشتم عدد x ، $\sqrt[4]{x}$ و $-\sqrt[4]{x}$ است. داریم:

$$\frac{(-\sqrt[4]{x})^2 + (\sqrt[4]{x})^2}{\sqrt[3]{x}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2\sqrt[4]{x}}{\sqrt[3]{x}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt[4]{x}}{\sqrt[3]{x}} = \frac{1}{4} \xrightarrow{\text{به توان ۱۲}} \frac{x^3}{x^4} = \frac{1}{4^{12}} \Rightarrow x = 2^{24}$$

(توان های گویا و عبارت های جبری، صفحه های ۵۴ تا ۶۱ کتاب درسی)

۴✓

۳

۲

۱

۶۲- گزینه «۱»

(عمید علیزاده)

موارد پ و ه همواره برقرار هستند.

اگر $X < 0$ باشد الف و ب درست نیست.

در حالت کلی روابط ت و ث نیز درست نیستند.

(توان‌های گویا و عبارات‌های جبری، صفحه‌های ۵۳ تا ۶۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

۶۳- گزینه «۱»

(سعید جعفری کافی آباد)

با توجه به سؤال، باید α مثبت و β منفی باشد، تا حاصل $\sqrt[6]{\alpha} \sqrt[6]{\beta}$ یک عدد منفی شود. (α نمی‌تواند منفی شود زیرا اعداد منفی ریشه ششم ندارند.)

از طرفی $a > b > 0$ بنابراین $(a-b)^3 > 0$ و $(b-a)^3 < 0$ و

$(a+b)^3 > 0$ است. پس:

$$\alpha = (a+b)^3 \text{ یا } (a-b)^3$$

$$\beta = (b-a)^3$$

(توان‌های گویا و عبارات‌های جبری، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

۶۴- گزینه «۲»

(عمید علیزاده)

$$\sqrt[3]{64} = a \Rightarrow a = 4$$

$$-\sqrt[4]{\frac{1}{16}} = b \Rightarrow b = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt[4]{a} \times b^3 = \sqrt[4]{4} \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3 = \sqrt{2} \left(-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) = -\frac{1}{2}$$

(توان‌های گویا و عبارات‌های جبری، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

۶۵- گزینه «۳»

(سهند ولی زاده)

$$\sqrt[5]{4\sqrt{2}} = \sqrt[5]{\sqrt{32}} = \sqrt[10]{32} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt[9]{x} = \sqrt{2} \Rightarrow x = (\sqrt{2})^9 = \sqrt{2^8} \times 2 = 16\sqrt{2}$$

(توان‌های گویا و عبارات‌های جبری، صفحه‌های ۵۳ تا ۶۱ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سهند ولی زاده)

$$a^{13} > a^{17} \Rightarrow \begin{cases} \text{درست: } 0 < a < 1 \Rightarrow a^5 > a^8 \\ \text{یا} \\ \text{نادرست: } a < -1 \Rightarrow a^5 > a^8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{درست: } 0 < a < 1 \Rightarrow a^6 > a^9 \\ \text{درست: } a < -1 \Rightarrow a^6 > a^9 \end{cases}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

(علی ارجمند)

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{x-1} &= \frac{\sqrt{x}+1-\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x-1} \\ &= \frac{1}{\sqrt{(1+\sqrt{2})^2-1}} = \frac{1}{1+\sqrt{2}-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

(عمیر علیزاده)

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{x}+1} \times \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1} &= \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} \\ \frac{1}{\sqrt[3]{x^2+1}+\sqrt[3]{x}} \times \frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[3]{x}-1} &= \frac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1} \\ \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} - \frac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1} &= \frac{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}{x-1} = \frac{x^{\frac{1}{2}}-x^{\frac{1}{3}}}{x-1} = \frac{x^{\frac{1}{6}}(x^{\frac{1}{6}}-1)}{x-1} \\ &= \frac{\sqrt[6]{x}(\sqrt[6]{x}-1)}{x-1} \Rightarrow A = \sqrt[6]{x}-1 \end{aligned}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

(میلار منصورى)

$$3^{\frac{4}{3}} = a \Rightarrow 3 = a^{\frac{3}{4}} \xrightarrow[\text{می رسانیم}]{\text{به توان ۲}} 9 = a^{\frac{3}{2}}$$

$$\left(\frac{1}{25}\right)^{\frac{3}{5}} = b \Rightarrow (5^{-2})^{\frac{3}{5}} = b \Rightarrow 5^{-\frac{6}{5}} = b \Rightarrow 5^{-6} = b^5$$

$$5 = b^{-\frac{5}{6}} = \left(\frac{1}{b}\right)^{\frac{5}{6}}$$

$$45^{\frac{2}{3}} = (9 \times 5)^{\frac{2}{3}} = \left(a^{\frac{2}{3}} \times \left(\frac{1}{b}\right)^{\frac{5}{6}}\right)^{\frac{2}{3}} = a \left(\frac{1}{b}\right)^{\frac{5}{9}} = \frac{a}{\sqrt[9]{b^5}}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

(میلار منصورى)

$$z = xy + y + 1 = (\sqrt[3]{2} - 1)(\sqrt[3]{2} + 1) + \sqrt[3]{2} + 1 + 1 = \sqrt[3]{4} + 1 + \sqrt[3]{2}$$

$$zx = (\sqrt[3]{2} - 1)(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1) = (\sqrt[3]{2})^3 - 1 = 1 \quad \text{از طرفی داریم:}$$

$$\text{بنابراین } \frac{1}{z} = x \text{ می‌شود. پس:}$$

$$\frac{1}{z^3} + \frac{6}{z^2} + \frac{12}{z} + 8 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = (x+2)^3$$

$$= (\sqrt[3]{2} - 1 + 2)^3 = (\sqrt[3]{2} + 1)^3 = y^3$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

(محمد بصیرایی)

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169}$$

$$\xrightarrow{\alpha \text{ در ربع دوم}} \sin \alpha = \frac{12}{13}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{12}{13}}{-\frac{5}{13}} = -\frac{12}{5}$$

$$\frac{6}{\sin \alpha} - \tan \alpha = \frac{6}{\frac{12}{13}} - \left(-\frac{12}{5}\right) = 8/9$$

(مثلثات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

(سعید آذرگزین)

$$۱) \frac{1}{\cos x} - \tan x = \frac{1}{\cos x} - \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{(1 - \sin x)(1 + \sin x)}{\cos x(1 + \sin x)}$$

$$= \frac{1 - \sin^2 x}{\cos x(1 + \sin x)} = \frac{\cos x}{(1 + \sin x)}$$

$$۲) \frac{1 + \tan x}{1 + \cot x} = \frac{1 + \tan x}{1 + \frac{1}{\tan x}} = \frac{1 + \tan x}{\frac{\tan x + 1}{\tan x}} = \tan x$$

$$۳) \sin^4 x - \cos^4 x = (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x) = \sin^2 x - \cos^2 x$$

$$۴) \frac{1 - \tan x}{\cot x} = \frac{1 - \tan x}{\frac{1}{\tan x}} = \tan x - \tan^2 x$$

(مثلثات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$A = \frac{(1 + \cos \theta) + (1 - \cos \theta)}{1 - \cos^2 \theta} - 2 \cot^2 \theta = \frac{2}{\sin^2 \theta} - \frac{2 \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta}$$

$$= 2 \frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \theta} = 2$$

$$B = \frac{\cos^4 \theta + \sin^2 \theta - 1}{\sin^4 \theta} = \frac{\cos^4 \theta - \cos^2 \theta}{\sin^4 \theta}$$

$$= \frac{\cos^2 \theta (\cos^2 \theta - 1)}{\sin^4 \theta} = -\frac{\cos^2 \theta \times \sin^2 \theta}{\sin^4 \theta} = -\cot^2 \theta$$

$$\frac{A}{B} = \frac{2}{-\cot^2 \theta} = -2 \tan^2 \theta$$

(مثلات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\frac{\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{2 \cos \alpha}}{\frac{1}{\cos^3 \alpha}} \times \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1 + \frac{\tan \alpha}{2}}{\frac{\tan \alpha}{\cos^2 \alpha}}$$

$$= \frac{1 + \frac{\tan \alpha}{2}}{\tan \alpha (1 + \tan^2 \alpha)} = \frac{1 + \frac{3}{2}}{3(1+9)} = \frac{\frac{5}{2}}{30} = \frac{1}{12}$$

(مثلات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

۷۱- گزینه «۴»

(فرشار فرامرزی)

اگر اندازه اضلاع مثلث ABC ، نظیر به نظیر k برابر اندازه اضلاع مثلث $A'B'C'$ باشند، آن گاه می‌گوییم مثلث ABC با نسبت تشابه k با مثلث $A'B'C'$ متشابه است.

در صورتی که اضلاع مثلث $A'B'C'$ را با x, y, z و z نمایش دهیم، آن گاه داریم:

$$\frac{2\sqrt{3}}{x} = \frac{6}{y} = \frac{2\sqrt{6}}{z} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{6} \\ y = \frac{6}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} \\ z = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{3} \end{cases}$$

بنابراین طول هیچ کدام از اضلاع مثلث $A'B'C'$ ، برابر ۳ نیست.

(حقیقه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه ۳۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

۷۲- گزینه «۱»

(منوچهر قاصی)

دو مثلث ABC و EDC به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند. نسبت تشابه را می‌نویسیم:

$$\frac{2}{5} = \frac{3}{x} = \frac{y}{8}$$

$$\Rightarrow xy = 3 \times 8 = 24$$

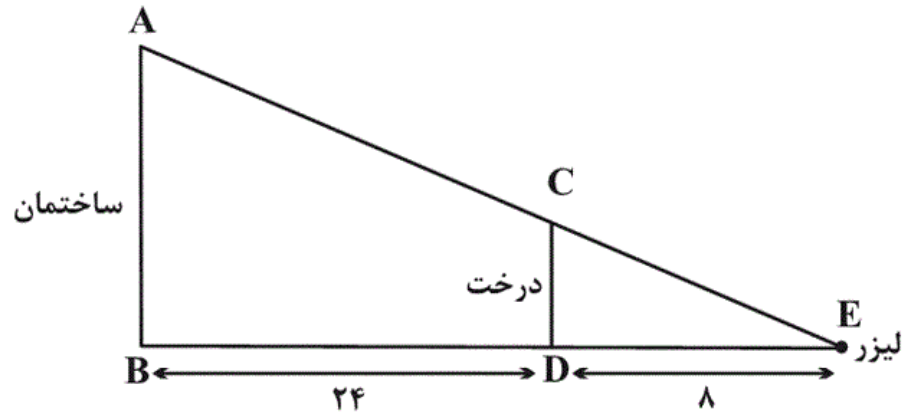
(حقیقه تالس، تشابه و کاربردهای آن، مشابه تمرین ۱ (الف) صفحه ۴۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱



$$\triangle ABE : CD \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{ED}{EB} = \frac{CD}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{32} = \frac{CD}{AB} \Rightarrow AB = 4CD$$

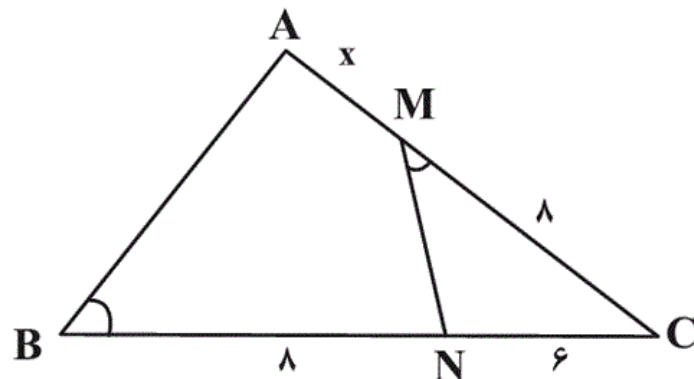
(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، مشابه تمرین ۶ صفحه ۳۷ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱



اگر $AM = x$ فرض شود، آن گاه داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{C} = \widehat{C} \\ \widehat{NMC} = \widehat{B} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تساوی دو زاویه}} \triangle NMC \sim \triangle ABC$$

$$\Rightarrow \frac{NC}{AC} = \frac{MC}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{8+x} = \frac{8}{14} \Rightarrow 64 + 8x = 84 \Rightarrow 8x = 20 \Rightarrow x = 2.5$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

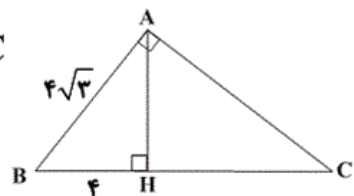
۷۵- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومحبوب)

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow (4\sqrt{3})^2 = 4BC$$

$$\Rightarrow BC = \frac{48}{4} = 12$$



طبق قضیه فیثاغورس در مثلث ABC داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow 12^2 = (4\sqrt{3})^2 + AC^2$$

$$\Rightarrow AC^2 = 144 - 48 = 96 = 16 \times 6$$

$$\Rightarrow AC = 4\sqrt{6}$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲ کتاب درسی)

۴

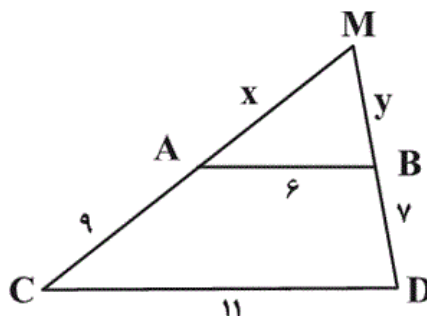
۳

۲ ✓

۱

۷۶- گزینه «۳»

(منوچهر فاضلی)



$$AB \parallel CD \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{MA}{MC} = \frac{MB}{MD} = \frac{AB}{CD}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{x+9} = \frac{y}{y+7} = \frac{6}{11}$$

$$\frac{x}{x+9} = \frac{6}{11} \Rightarrow 11x = 6x + 54 \Rightarrow 5x = 54$$

$$\Rightarrow x = 10/8$$

$$\frac{y}{y+7} = \frac{6}{11} \Rightarrow 11y = 6y + 42$$

$$\Rightarrow 5y = 42 \Rightarrow y = 8/4$$

$$MAB \text{ محیط مثلث} = 10/8 + 8/4 + 6 = 25/2$$

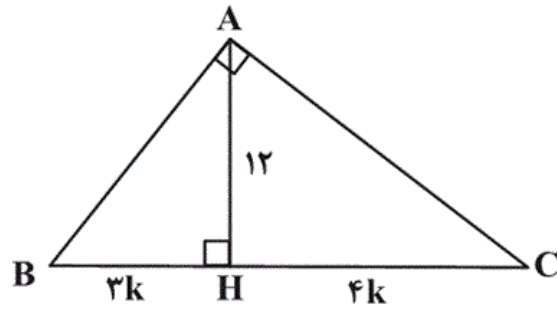
(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱



فرض کنید $BH = 3k$ و $CH = 4k$ باشد. طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow 12^2 = 3k \times 4k$$

$$\Rightarrow 12k^2 = 12 \times 12 \Rightarrow k^2 = 12$$

$$\Rightarrow k = 2\sqrt{3}$$

$$BC = 7 \times 2\sqrt{3} = 14\sqrt{3}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} \times 12 \times 14\sqrt{3} = 84\sqrt{3}$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$AD \parallel BN \Rightarrow \triangle AMD \sim \triangle NMB \Rightarrow \frac{AM}{MN} = \frac{MD}{MB} \quad (1)$$

$$AB \parallel DL \Rightarrow \triangle LMD \sim \triangle AMB \Rightarrow \frac{ML}{AM} = \frac{MD}{MB} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{AM}{MN} = \frac{ML}{AM} \Rightarrow \frac{8}{4} = \frac{ML}{8}$$

$$\Rightarrow ML = \frac{64}{4} = 16$$

$$NL = ML - MN = 16 - 4 = 12$$

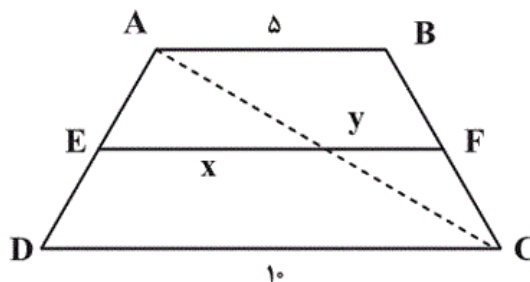
(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



$$3AE = 2ED \Rightarrow \frac{AE}{ED} = \frac{2}{3} \quad (1)$$

$$3BC = 5FC \Rightarrow \frac{FC}{BC} = \frac{3}{5}$$

$$\xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{FC}{BF} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{BF}{FC} = \frac{2}{3} \quad (2)$$

از روابط (۱) و (۲) طبق عکس قضیه تالس در دوزنقه نتیجه می‌گیریم:

$$EF \parallel AB \parallel CD$$

حال یکی از قطرهای دوزنقه را به دلخواه رسم می‌کنیم. طبق تعمیم قضیه تالس خواهیم داشت:

$$\triangle ACD: \frac{AE}{AD} = \frac{x}{DC} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{x}{10} \Rightarrow x = 4$$

$$\triangle ABC: \frac{FC}{BC} = \frac{y}{5} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{y}{5} \Rightarrow y = 3$$

$$EF = x + y = 4 + 3 = 7$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷ کتاب درسی)

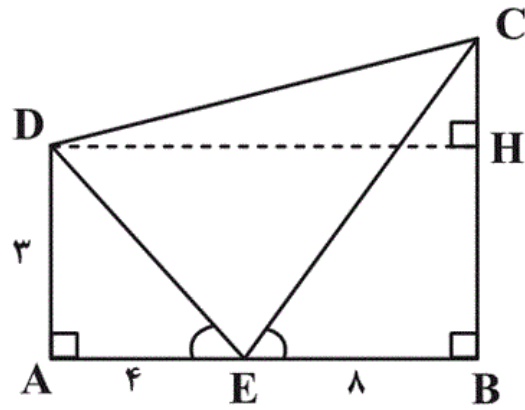
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

دو مثلث $\triangle ADE$ و $\triangle BCE$ به حالت تساوی دو زاویه، متشابه هستند و داریم:



$$\triangle ADE \sim \triangle BCE \Rightarrow \frac{BC}{AD} = \frac{BE}{AE} \Rightarrow BC = 3 \times \frac{8}{4} = 6$$

$$CH = BC - BH = BC - AD = 6 - 3 = 3$$

$$CD^2 = DH^2 + CH^2 = AB^2 + CH^2 = 12^2 + 3^2 = 3^2(4^2 + 1)$$

$$= 9(16 + 1) = 9 \times 17 \Rightarrow CD = 3\sqrt{17}$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱