



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات
و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir)

ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۹۱- چه تعداد از توابع زیر گویا هستند؟

$$k(x) = 5 \quad \text{ت:}$$

$$h(x) = \frac{x - 3}{\sqrt{5x}} \quad \text{پ:}$$

$$g(x) = 2x^3 + 3x^2 \quad \text{ب:}$$

$$f(x) = \frac{2}{x^3 + 2} \quad \text{الف:}$$

$$L(x) = \frac{|x+1|}{2x} \quad \text{ج:}$$

$$Z(x) = \frac{x\sqrt{x} + x}{\sqrt{x} + 1} \quad \text{ث:}$$

۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

۹۲- کدام تابع زیر با تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x}$ برابر است؟

$$h(x) = \sqrt[4]{(x^2 - 4x)^2} \quad (۱)$$

$$g(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x - 4} \quad (۱)$$

$$m(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 3x^2 - 4x}{x+2}} \quad (۴)$$

$$k(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 5x^2 + 4x}{x-1}} \quad (۳)$$

۴ (۴)

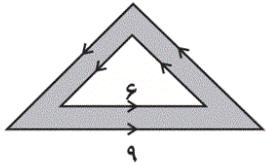
۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۹۳- تابع $y = \frac{\frac{x^2 - 9}{x-3}}{1 - \frac{2x+1}{x-1}}$ به ازای چند عدد صحیح تعریف نشده است؟

۹۴- در شکل زیر نسبت مساحت قسمت رنگی به قسمت سفید، چقدر است؟



$\frac{4}{3}$ (۲)

$\frac{6}{5}$ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۱)

$\frac{5}{4}$ (۳)

۹۵- طول ضلع‌های یک مثلث ۱۲ و ۱۰ و ۵ می‌باشد. اگر این مثلث با مثلث دیگری متشابه باشد، که محیط آن ۳۶ باشد، طول بزرگترین ضلع این مثلث کدام است؟

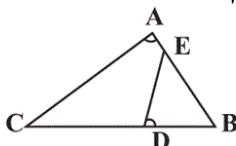
۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

$\frac{40}{3}$ (۲)

$\frac{20}{3}$ (۱)

۹۶- در شکل مقابل D متری $BC = 2BD$ و $BE = 4AE$ ، $\hat{A} = \hat{D}$ کدام است؟



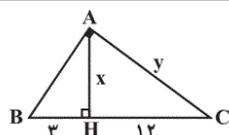
$\frac{10}{3}$ (۲)

$\frac{20}{3}$ (۴)

$\frac{5}{2}$ (۱)

$\frac{15}{4}$ (۳)

۹۷- در شکل مقابل اندازه $x+y$ کدام است؟ (مثلث ABC قائم‌الزاویه و AH ارتفاع است.)



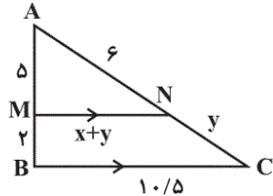
$5 + 5\sqrt{6}$ (۲)

$6 + 5\sqrt{6}$ (۴)

$6 + 8\sqrt{5}$ (۱)

$6 + 6\sqrt{5}$ (۳)

۹۸- در شکل مقابل $MN \parallel BC$ است. مقدار x کدام است؟

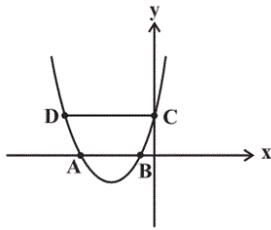


- ۵/۱ (۱)
- ۵/۳ (۲)
- ۵/۴ (۳)
- ۴/۸ (۴)

۹۹- اگر $x = -1$ یکی از ریشه‌های معادله $0 = -5x^2 - 2x + k - 1$ باشد، آنگاه حاصل ضرب دو ریشه این معادله کدام است؟

- $\frac{1}{2}$ (۱)
- $\frac{7}{2}$ (۲)
- $-\frac{7}{2}$ (۳)
- $\frac{3}{2}$ (۴)

۱۰۰- شکل زیر مربوط به سهمی $1 + kx + x^2$ است. اگر معادله محور تقارن آن $x = \frac{-2}{3}$ باشد، مساحت ذوزنقه $ABCD$ کدام است؟



- ۱ (۱)
- $\frac{1}{3}$ (۲)
- $\frac{2}{3}$ (۳)
- $\frac{2}{5}$ (۴)

۱۰۱- معادله $0 = x + \frac{1}{x} + 3(x + \frac{1}{x}) + 2 = 0$ چند جواب حقیقی متمایز دارد؟

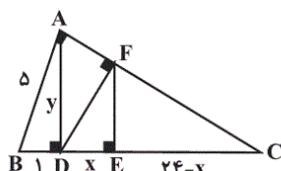
- ۳ (۱)
- ۲ (۲)
- ۱ (۳)
- ۰ (۴) صفر

۱۰۲- حاصل ضرب جواب‌های معادله $1 = \sqrt{6x^2 - 12x + 3} - \sqrt{2x^2 - 4x + 2}$ کدام است؟

- ۲ (۱)
- ۲ (۲)
- ۱ (۳)
- ۱ (۴)

۱۰۳- فائزه و معصومه با هم کاری را در ۱۵ ساعت انجام می‌دهند. اگر فائزه به تنها یک بخواهد این کار را انجام دهد، ۴۰ ساعت نسبت به حالتی که معصومه آن را به تنها یک انجام می‌دهد، کار را زودتر تمام می‌کند. فائزه این کار را به تنها یک در چند ساعت انجام می‌دهد؟

- ۲۵ (۱)
- ۴۰ (۲)
- ۳۰ (۳)



۱۰۴- در شکل مقابل مقدار $y + x$ کدام است؟

- $2/91 + 4\sqrt{6}$ (۱)
- $1/9 + 2\sqrt{6}$ (۲)
- $0/96 + 2\sqrt{6}$ (۳)

$$105 - \text{مجموع جوابهای معادله } \frac{x^2 - 3x}{x+1} + \frac{x+1}{x^2 - 3x} = 2 \text{ کدام است؟}$$

-۴ (۲)

۲ (۱)

۴ (۴)

-۲ (۳)

106 - نقاط $P(-2, -4)$ و $N(3, 4)$ ، $M(-1, -1)$ ، $A(3, 4)$ ، $B(-2, -4)$ به ترتیب وسطهای ضلعهای AC ، AB و BC از مثلث ABC هستند. معادله خطی که ضلع AC روى آن قرار دارد، کدام است؟

$$y - 2x = -2 \quad (2)$$

$$2y - x = 5 \quad (1)$$

$$y + 2x = 5 \quad (4)$$

$$2y + x = -5 \quad (3)$$

107 - نقاط $A(-5, -2)$ و $B(3, 6)$ دو سر یک پاره خط می‌باشند. کدام یک از نقاط زیر از دو سر پاره خط AB به فاصله یکسان قرار دارد؟

(-۲، -۱) (۲)

(۳، ۵) (۱)

(-۳، ۴) (۴)

(۷، -۵) (۳)

108 - نقاط $(1, -3)$ ، $A(-3, -1)$ ، $B(-3, 7)$ و $C(3, 3)$ سه رأس مثلثی می‌باشند. این مثلث چگونه است؟

۲) فقط متساوی الساقین

۱) متساوی الاضلاع

۴) متساوی الساقین و قائم الزاویه

۳) فقط قائم الزاویه

109 - به ازای چه مقادیری از k ، خط به معادله $kx + 4y = k$ بر دایره‌ای به مرکز $(-2, 1)$ و شعاع ۲ واحد، مماس است؟

-۱۲ و ۸ (۲)

۱) ۹ و -۱۱ (۱)

-۹ و ۱۱ (۴)

-۸ و ۱۲ (۳)

110 - در معادله درجه دوم $x^2 - (2a+3)x + 1 - a^2 = 0$ ، اگر مجموع ریشه‌ها برابر ۷ باشد، حاصل ضرب ریشه‌ها کدام است؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

-۳ (۳)



«۳- گزینه ۹۱»

(مهدی ملار، مفهانی)

هر تابع به شکل $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ را یک تابع گویا می‌نامیم، که در

آن $P(x)$ و $Q(x)$ چندجمله‌ای هستند. بنابراین به غیر از توابع $Z(x)$ و $L(x)$ ، سایر توابع گویا هستند.

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

برای تساوی دو تابع، دو شرط زیر باید برقرار باشد:

الف) دامنه دو تابع برابر باشند.

ب) به ازای هر x از دامنه، مقدار دو تابع برابر باشند:

$$\begin{aligned} f(x) = \sqrt{x^2 - 4x} &\xrightarrow{\text{شرط دامنه}} x^2 - 4x \geq 0 \Rightarrow x(x-4) \geq 0 \\ &\Rightarrow (-\infty, 0] \cup [4, +\infty) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{«۱»: } g(x) = \sqrt{x} \sqrt{x-4} &\xrightarrow{\text{شرط دامنه}} \begin{cases} x \geq 0 \\ x \geq 4 \end{cases} \\ &\xrightarrow{\text{اشتراك}} x \geq 4 \quad \text{دامنه‌ها نابرابر است.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{«۲»: } h(x) = \sqrt[4]{(x^2 - 4x)^2} &\xrightarrow{\text{شرط دامنه}} (x^2 - 4x)^2 \geq 0 \\ &\Rightarrow D_h = \mathbb{R} \quad \text{دامنه‌ها نابرابر است.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{«۳»: } k(x) = \sqrt{\frac{x^3 - 5x^2 + 4x}{x-1}} &\xrightarrow{\text{شرط دامنه}} \\ \frac{x(x-1)(x-4)}{x-1} \geq 0 &\xrightarrow{x \neq 1} D_k = D_f \end{aligned}$$

$$x \in D_k = D_f \Rightarrow k(x) = \sqrt{x^2 - 4x}$$

$$\text{«۴»: } m(x) = \sqrt{\frac{x^3 - 3x^2 - 4x}{x+2}} \xrightarrow{x \neq -2}$$

دامنه‌ها نابرابرند.

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۱۶۸ تا ۱۷۰)

۲

۳ ✓

۴

۱

(وهید راهنی)

$$x - 3 \neq 0 \Rightarrow x \neq 3$$

$$x - 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$$

$$\frac{1 - \frac{2x+1}{x-1} \neq 0}{\Rightarrow \frac{2x+1}{x-1} \neq 1} \Rightarrow 2x+1 \neq x-1$$

$$\Rightarrow x \neq -2 \Rightarrow D_f = R - \{-2, 1, 3\}$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۰)

(مرتضی نوری)

دو مثلث متشابه هستند، در نتیجه نسبت مساحت مثلث بزرگتر به مساحت

مثلث کوچکتر برابر است با $\frac{9}{4}$. بنابراین اگر مساحت ناحیه سفیدرا S_1 و ناحیه رنگی را S_2 در نظر بگیریم، داریم:

$$\frac{S_2 + S_1}{S_1} = \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{S_2}{S_1} + 1 = \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{S_2}{S_1} = \frac{9}{4} - 1 = \frac{5}{4}$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۶)

(مرتضی نوری)

در مثلث‌های متشابه نسبت تشابه با نسبت محیط‌های دو مثلث برابر است،

بنابراین:

$$k = \frac{12 + 10 + 5}{36} = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$$

اگر طول اضلاع مثلث دیگر را a , b و c در نظر بگیریم، داریم:

$$\frac{a}{5} = \frac{b}{10} = \frac{c}{12} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{a}{5} = \frac{4}{3} \Rightarrow a = \frac{20}{3}$$

$$\frac{b}{10} = \frac{4}{3} \Rightarrow b = \frac{40}{3} \text{ و } \frac{c}{12} = \frac{4}{3} \Rightarrow c = \frac{48}{3} = 16$$

بنابراین بزرگترین ضلع مثلث برابر با ۱۶ است.

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۶)

«۳» - ۹۶ - گزینه

(وهید راهنی)

فرض $AE = x \Rightarrow BE = 4x \Rightarrow AB = 5x$

فرض $BD = y \Rightarrow BC = 3y$

چون $\hat{A} = \hat{D}$ و \hat{B} زاویه مشترک بین دو مثلث متشابه‌اند، پس داریم:

$$\frac{BC}{BE} = \frac{AB}{BD} = k$$

$$\Rightarrow \frac{3y}{4x} = \frac{5x}{y} = k$$

$$\frac{y^2}{x^2} = \frac{20}{3} \quad (I)$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{BDE}} = k^2 = 25 \times \frac{x^2}{y^2} \xrightarrow{(I)} 25 \times \frac{3}{20} = \frac{15}{4}$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۱

۳ ✓

۲

۱

«۳» - ۹۷ - گزینه

(محمد بهیرابی)

$$AH^2 = BH \times HC = 3 \times 12 = 36 \xrightarrow{AH > 0} AH = 6$$

$$\Rightarrow x = 6$$

$$AC^2 = AH^2 + HC^2 \Rightarrow y^2 = 36 + 144 = 180$$

$$\xrightarrow{y > 0} y = \sqrt{180} = \sqrt{36 \times 5} = 6\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow x + y = 6 + 6\sqrt{5}$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۱

۳ ✓

۲

۱

«۹۸- گزینه»

(محمد بهیرایی)

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{5}{2} = \frac{6}{y} \Rightarrow y = \frac{6 \times 2}{5} = 2.4$$

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تممیم تالس}} \frac{5}{7} = \frac{x+y}{10+5}$$

$$x+y = \frac{10+5 \times 5}{7} = 7.5$$

$$\underline{y=2.4} \quad x = 7.5 - 2.4 = 5.1$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۱۳۳ و ۱۳۴)

۱

۲

۳

۴

«۹۹- گزینه»

(وهدی راهنی)

$$2x^2 - 5x + k - 1 = 0 \xrightarrow{x=-1} 2 \times (-1)^2 - 5 \times (-1) + k - 1 = 0$$

$$\Rightarrow k = -6$$

پس با جایگذاری $k = -6$ ، معادله را مشخص می‌کنیم:

$$2x^2 - 5x - 7 = 0$$

$$P = \frac{c}{a} = \frac{-7}{2} : \text{حاصل ضرب ریشه‌ها}$$

(ریاضی ۲، هندسه تطبیقی و هبتو، صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴)

۱

۲

۳

۴

«۱۰۰- گزینه»

(وهدی راهنی)

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{k}{6} = -\frac{2}{3} \Rightarrow k = -4$$

$$\underline{k=-4} \quad y = 3x^2 + 4x + 1 \Rightarrow \Delta = 16 - 4(3)(1) = 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_A = \frac{-4+2}{2(3)} = -\frac{1}{3} \\ x_B = \frac{-4-2}{2(3)} = -1 \end{cases}$$

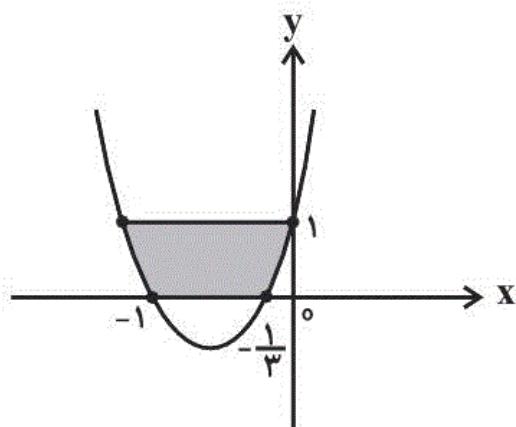
در نقطه C ، $x = 0$ است، پس $y = 1$ می‌باشد. برای بدست آوردن

نقطه D داریم:

$$3x^2 + 4x + 1 = 0 \Rightarrow 3x^2 + 4x = 0$$

$$\Rightarrow x(3x + 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_C = 0 \\ x_D = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

(C و D نسبت به محور تقارن سه‌می متقارن هستند.)



$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \times (\text{قاعدہ کوچک} + \text{قاعدہ بزرگ})$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} + \frac{4}{3} \right) \times 1 = 1$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

۲

۳

۴

۱ ✓

$$\text{نکته مهم} : \begin{cases} x + \frac{1}{x} \geq 2 \\ \text{یا} \\ x + \frac{1}{x} \leq -2 \end{cases}$$

$$x + \frac{1}{x} = t \Rightarrow t^2 + 2t + 2 = 0$$

$$\Rightarrow (t+1)(t+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = -1 & (1) \\ t = -2 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = -2 & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1)} x^2 + 1 = -x \Rightarrow x^2 + x + 1 = 0$$

$\Rightarrow \Delta < 0$ معادله جواب ندارد.

$$\xrightarrow{(2)} x^2 + 1 = -2x \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (x+1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و هجر، صفحه‌های ۱۰ تا ۲۴)

۲

۳

۲ ✓

۱

با فرض $t = x^2 - 4x + 2$, داریم:

$$6x^2 - 12x + 3 = 3(\underbrace{2x^2 - 4x + 2}_t) - 3 = 3t - 3$$

معادله به شکل رو به رو در می‌آید:

$$\sqrt{3t - 3} - \sqrt{t} = 1 \quad \rightarrow \sqrt{t+1}^2 = 3t - 3 = t + 1 + 2\sqrt{t}$$

$$\Rightarrow 2t - 4 = 2\sqrt{t} \rightarrow t - 2 = \sqrt{t}^2 \rightarrow t^2 - 4t + 4 = t$$

$$\Rightarrow (t-1)(t-4) = 0 \begin{cases} t=1 & \times \\ t=4 & \checkmark \end{cases}$$

فقط $t = 4$ در معادله صدق می‌کند:

$$2x^2 - 4x + 2 = 4 \Rightarrow 2x^2 - 4x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow P = \frac{c}{a} = \frac{-2}{2} = -1$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

۴

۳

۲✓

۱

اگر فرض کنیم فائزه این کار را در x ساعت انجام می‌دهد، معصومه آن را در $x + 40$ ساعت انجام می‌دهد. از طرفی می‌دانیم وقتی هر دو با هم این کار را انجام می‌دهند، کار در ۱۵ ساعت انجام می‌شود. پس:

$$\frac{1}{\text{زمان هر دو با هم}} + \frac{1}{\text{زمان معصومه}} = \frac{1}{\text{زمان فائزه}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x+40} = \frac{1}{15} \Rightarrow \frac{2x+40}{x^2+40x} = \frac{1}{15}$$

$$\Rightarrow x^2 + 40x = 30x + 600$$

$$\Rightarrow x^2 + 10x - 600 = 0 \Rightarrow (x+30)(x-20) = 0$$

$$\xrightarrow{x>0} x = 20$$

پس فائزه به تنها بی این کار را در ۲۰ ساعت انجام می‌دهد.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

۴

۳

۲

۱✓

«۳-گزینه» ۱۰۴

(مترضی نوری)

چون $AD \parallel EF$ است، در مثلث ADC داریم:

$$\frac{AF}{FC} = \frac{DE}{EC} \Rightarrow \frac{AF}{FC} = \frac{x}{24-x} \quad (1)$$

و چون $DF \parallel AB$ است در مثلث ABC داریم:

$$\frac{AF}{FC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{AF}{FC} = \frac{1}{24-x+x} = \frac{1}{24} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{x}{24-x} = \frac{1}{24} \Rightarrow 24x = 24 - x$$

$$25x = 24 \Rightarrow x = \frac{24}{25} = 0.96$$

$$AD^2 = AB^2 - BD^2 = 25 - 1 = 24$$

$$AD = y = 2\sqrt{6}$$

$$x + y = 0.96 + 2\sqrt{6}$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۲

۳ ✓

۴

۱

«۴-گزینه» ۱۰۵

(وهید راهنی)

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 2 \xrightarrow{\text{باید}} \frac{a}{b} = 1$$

$$\frac{x^2 - 3x}{x+1} = 1 \Rightarrow x^2 - 3x = x + 1 \Rightarrow x^2 - 4x - 1 = 0$$

$\Delta = 20 \Rightarrow$ معادله دارای دو ریشه رادیکالی قابل قبول است $\xrightarrow{\text{جمع دوری شده}}$

$$S = -\frac{b}{a} = 4$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

۲ ✓

۳

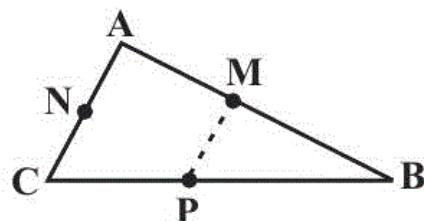
۴

۱

با توجه به عکس قضیه تالس نتیجه می‌گیریم که خط MP موازی

ضلع AC است، پس شیب‌های برابر دارند. پس:

$$m_{AC} = m_{MP} = \frac{y_P - y_M}{x_P - x_M} = \frac{-4 - (-2)}{-2 - (-1)} = \frac{-2}{-1} = 2$$



همچنین معادله خطی که از نقطه N گذشته و شیب آن برابر ۲ است،

برابر است با:

$$\begin{aligned} y - y_N &= m(x - x_N) \Rightarrow y - (-4) = 2(x - 1) \\ \Rightarrow y - (-4) &= 2x - 2 \Rightarrow y - 2x = -2 \end{aligned}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر و هندسه، صفحه‌های ۲ تا ۴ و ۳۳ تا ۳۶)

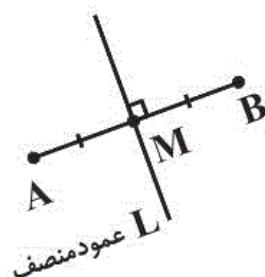
۴

۳

۲✓

۱

نکته مهم: تمامی نقاط موجود روی عمودمنصف یک پاره خط از دو سر پاره خط به فاصله یکسان قرار دارند.



$$m_{AB} = \frac{6 - (-2)}{3 - (-5)} = 1 \xrightarrow{\text{قرینه و معکوس}} m_L = -1$$

$$x_M = \frac{-5 + 3}{2} = -1$$

$$y_M = \frac{-2 + 6}{2} = 2$$

$$\text{معادله خط } L : y - 2 = -1(x + 1) \Rightarrow y = -x + 1$$

با توجه به گزینه‌ها تنها مختصات نقطه $(-3, 4)$ در این خط صدق می‌کند.

(ریاضی ۲، هنرسه تحلیلی و جبر و هندسه، صفحه‌های ۳۰ تا ۲۶ و ۷ تا ۳)

۱

۲

۳

۴

ابتدا اندازه ضلع‌های مثلث را به کمک فاصله دو نقطه از هم، به دست

می‌وریم:

$$\left. \begin{array}{l} AB = \sqrt{(-3+3)^2 + (-1-7)^2} = \sqrt{0+64} = 8 \\ AC = \sqrt{(-3-3)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{36+16} = \sqrt{52} \\ BC = \sqrt{(-3-3)^2 + (7-3)^2} = \sqrt{36+16} = \sqrt{52} \end{array} \right\}$$

پس مثلث متساوی‌الساقین است.

چون قضیه فیثاغورس در مثلث صادق نیست، پس مثلث قائم‌الزاویه نیست.

$$8^2 \neq (\sqrt{52})^2 + (\sqrt{52})^2$$

(ریاضی ۲، هندسه تطبیقی و همایش، صفحه‌های ۵ و ۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

باید فاصله خط $3x + 4y = k$ تا مرکز دایره برابر ۲ واحد باشد تا بر دایره

مماس باشد.

$$3x + 4y - k = 0$$

$$\Rightarrow R : \text{فاصله مرکز دایره از خط} \Rightarrow R = \frac{|3(-2) + 4(1) - k|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$$

$$\frac{|-2 - k|}{5} = 2 \Rightarrow |-2 - k| = 10$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2 - k = 10 \Rightarrow k = -12 \\ -2 - k = -10 \Rightarrow k = 8 \end{cases}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۹ و ۱۰)

۲

۳

۲✓

۱

اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند،

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a} \quad \text{و} \quad x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

آنگاه داریم:

ابتدا مقدار a را تعیین می‌کنیم:

$$x_1 + x_2 = 7 \Rightarrow 2a + 3 = 7 \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a} = 1 - a^2 \xrightarrow{a=2} x_1 x_2 = -3$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و هیبر، صفحه‌های ۱۳ و ۱۸)

 ۱ ۳ ۲ ۴