



RIAZISARA

www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات**

و...

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

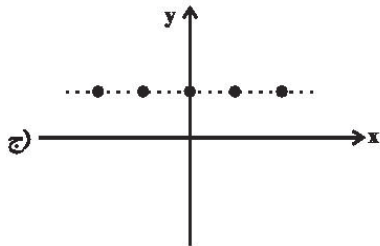
[@riazisara.ir](https://www.instagram.com/riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

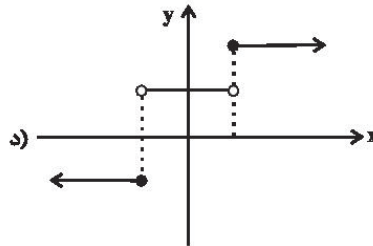
۸۱- چند مورد از توابع زیر، تابع ثابت هستند؟

الف) $\begin{cases} f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = -3 \end{cases}$



۱ (۴)

ب) $\begin{cases} g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \\ g(x) = x \end{cases}$



۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۸۲- اگر $f = \{(a+b, -a-1), (b, 1-a^2), (a, b^2)\}$ تابعی ثابت باشد، حاصل $b-a$ کدام است؟

صفر (۴)

-۳ (۳)

۱ (۲)

-۱ (۱)

۸۳- اگر $f(x) = k$ تابعی ثابت با دامنه \mathbb{R} باشد و رابطه $f(m+1) = 2f(100) + 4$ برقرار باشد، حاصل $\frac{f(\sqrt{2}) \times f(0/5)}{f(k)}$ کدام است؟

-۳ (۴)

۳ (۳)

-۴ (۲)

۴ (۱)

۸۴- چه تعداد از موارد زیر گزاره هستند؟

الف) علی در کنکور سال قبل قبول شد.

ب) علی دانش‌آموز باهوشی است.

پ) عدد $2\sqrt{2} - \sqrt{8}$ عددی مثبت است.

ت) اگر واریانس داده‌ها برابر صفر باشد، تمام داده‌ها برابر صفراند.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۴ (۱)

۸۵- اگر ارزش گزاره « $(q) \wedge (2 \text{ عددی اول است})$ » نادرست و ارزش گزاره « $\vee (p)$ » (پارامتر همیشه از آماره بزرگتر است.) درست باشد،

ارزش گزاره $p \Rightarrow q$ کدام است؟ (T: درست و F: نادرست)

F (۴)

T (۳)

۲) هم‌ارزش با $p \Rightarrow q$

۱) هم‌ارزش با $p \vee q$

۸۶- کدام گزینه، صحیح است؟

(۱) حاصل کسر $\frac{5x-2y}{10}$ پس از ساده کردن صورت و مخرج، برابر است با $x-y$.

(۲) اگر k عددی صحیح و مخالف صفر باشد، آن‌گاه: $x > y \Rightarrow kx > ky$

(۳) در حل معادله $(x-5)(x-8) = 3(x-5)$ با ساده کردن $(x-5)$ از دو طرف معادله به جواب $x=11$ می‌رسیم که تنها جواب معادله است.

(۴) اگر شعاع دایره‌ای ۳ برابر شود، مساحت آن ۹ برابر می‌شود.

۸۷- کدام گزاره فارسی، به‌طور نادرست به نمادهای ریاضی تبدیل شده است؟

(۱) «شش برابر مجذور یک عدد حقیقی، برابر ربع مکعب آن عدد است.»: $6x^2 = \frac{x^3}{4}$

(۲) «قدرمطلق تفاضل دو عدد حقیقی، کوچکتر از مجموع قدرمطلق‌های آن دو عدد است.»: $|x-y| < |x| + |y|$

(۳) «مجموع مربع یک عدد طبیعی با مکعب همان عدد، برابر با چهار برابر ثلث آن عدد است.»: $x^2 + (x^2)^3 = 4 \times \frac{x}{3}$

(۴) «مجموع یک عدد با عکس مربع آن عدد، بزرگتر از ۱ نیست.»: $x + \frac{1}{x^2} > 1$

۸۸- اگر گزاره p «عدد ۹۱ عدد اول است» و گزاره q به صورت « $2+3 \times 4 = 20$ » باشد، ارزش گزاره‌های $\sim p \wedge q$ و $\sim(p \vee q)$

به‌ترتیب از راست به چپ کدام است؟

(۱) درست - درست (۲) نادرست - درست (۳) درست - نادرست (۴) نادرست - نادرست

۸۹- ارزش گزاره $(p \vee \sim p) \Rightarrow \sim(q \wedge \sim q)$ هم ارز با کدام گزینه زیر است؟

(۱) همواره درست (۲) همواره نادرست (۳) $p \Rightarrow q$ (۴) $\sim q \Rightarrow p$

۹۰- اگر گزاره‌های p و q را به صورت زیر تعریف کنیم، ارزش کدام گزاره نادرست است؟

p : ترکیب فصلی یک گزاره درست و یک گزاره نادرست، ارزش درست دارد.

q : ترکیب دوشروطی دو گزاره نادرست، ارزش نادرست دارد.

(۱) $p \Rightarrow q$ (۲) $\sim p \Leftrightarrow q$ (۳) $p \vee q$ (۴) $p \wedge \sim q$

۹۱- اگر ارزش گزاره $p \vee [p \Leftrightarrow \sim q]$ نادرست باشد، ارزش گزاره‌های p و q به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- (۱) درست - درست (۲) درست - نادرست (۳) نادرست - درست (۴) نادرست - نادرست

۹۲- یک جدول ارزش گذاری به نام A شامل ۶۴ ردیف می‌باشد، جدولی دیگر به نام B شامل ۱۲۸ ردیف است. تعداد گزاره‌های موجود در جدول B چند برابر تعداد گزاره‌های جدول A است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{7}{6}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{5}{6}$

۹۳- در بین جملات زیر به ترتیب از راست به چپ ... گزاره و ... گزاره با ارزش درست وجود دارد.

الف) عدد ۱۴۳ عددی اول است.

ب) 2^{12} عدد بزرگی است.

پ) ریشه معادله $\frac{3x+1}{2} = x+2$ ، یک عدد طبیعی فرد است.

ت) معادله $x^2 - x + 1 = 0$ ریشه حقیقی ندارد.

- (۱) ۳ و ۳ (۲) ۳ و ۴ (۳) ۲ و ۳ (۴) ۴ و ۴

۹۴- اگر گزاره p درست، گزاره q نادرست و گزاره r دلخواه باشد، ارزش کدام گزاره همواره درست است؟

- (۱) $r \vee (\sim p \vee q)$ (۲) $\sim r \wedge (p \wedge \sim q)$ (۳) $p \wedge q$ (۴) $\sim q \wedge (p \vee \sim r)$

۹۵- با فرض نادرست بودن ارزش گزاره p ، کدام گزینه همواره درست است؟ (q گزاره‌ای دلخواه است، F : نادرست و T : درست)

(۱) $p \wedge q \equiv F \vee q$ (۲) $\sim(p \vee \sim q) \equiv p \Leftrightarrow q$

(۳) $p \Rightarrow \sim q \equiv F$ (۴) $p \Leftrightarrow q \equiv \sim q$

۹۶- اگر ارزش گزاره r درست و ارزش گزاره $(q \vee r) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p)$ نادرست باشد، گزاره $r \Rightarrow (q \wedge p)$ هم ارز با کدام گزینه است؟ (F : نادرست و T : درست)

- (۱) $r \Rightarrow q$ (۲) F (۳) T (۴) نامشخص

۹۷- اگر ارزش گزاره $p \Leftrightarrow q$ نادرست و ارزش گزاره p درست باشد، ارزش کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) $p \vee q$ (۲) q (۳) $q \Rightarrow p$ (۴) $\sim(p \wedge q)$

۹۸- اگر ارزش گزاره $q \Rightarrow (p \vee r)$ نادرست باشد، ارزش گزاره $(p \vee q) \Leftrightarrow (r \Rightarrow p)$ کدام است؟

- (۱) همواره درست است. (۲) همواره نادرست است.
(۳) هم ارزش با گزاره r است. (۴) هم ارزش با گزاره $\sim q$ است.

۹۹- اگر ارزش گزاره $\sim p \Rightarrow q$ نادرست و ارزش گزاره $s \Rightarrow \sim r$ نیز نادرست باشد، کدام گزینه ارزش نادرست دارد؟

- (۱) $\sim p \wedge s$ (۲) $p \vee s$ (۳) $p \Leftrightarrow s$ (۴) $r \wedge \sim p$

۱۰۰- مقدار m برابر با کدام گزینه زیر باشد تا ارزش سه گزاره زیر یکسان شود؟

- الف) معادله درجه دوم $2x^2 - 9x + 5 = 0$ دو ریشه حقیقی دارد.
ب) میانگین اعداد m و 10 و -3 و 8 و $2m$ برابر با $7/8$ است.
پ) رابطه $\{(2, m^2 - 9m), (2m + 1, 2), (2, -8), (3, 6)\}$ تابع است.

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۸۱-

(امیر زراندوز، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه ۲۶ و ۲۷)

برد تابع ثابت تک عضوی است. یعنی تابع ثابت به هر x از دامنه، عددی ثابت مانند k را نسبت می‌دهد. لذا توابع (الف) و (ج) ثابت هستند. دقت کنید که در توابع نشان داده شده در قسمت (ب) و (د) برد تابع تک عضوی نیست.

۱ ۲ ۳ ۴

۸۲-

(امیر مسموریان، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه ۲۶ و ۲۷)

در تابع ثابت، برد تنها شامل یک عضو است. پس:

$$1 - a^2 = -a - 1 = b^2$$

$$1 - a^2 = -a - 1 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Rightarrow (a - 2)(a + 1) = 0 \Rightarrow a = 2 \text{ یا } a = -1$$

$$a = 2 \text{ اگر } 1 - a^2 = -a - 1 = -3 \Rightarrow b^2 = -3 \text{ غیر قابل قبول}$$

$$a = -1 \text{ اگر } 1 - a^2 = -a - 1 = 0 \Rightarrow b^2 = 0 \Rightarrow b = 0 \text{ قابل قبول}$$

$$b - a = 0 - (-1) = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴

۸۳-

(امیر زراندوز، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه ۲۶ و ۲۷)

f تابع ثابت است. $\Rightarrow \begin{cases} f(m+1) = k \\ f(100) = k \end{cases}$ در رابطه داده شده، قرار می‌دهیم.

$$k = 2k + 4 \Rightarrow k = -4$$

پس خروجی تابع به ازای هر مقدار ورودی برابر با -4 است.

$$\text{کسر مطلوب} = \frac{(-4)(-4)}{(-4)} = -4$$

۱ ۲ ۳ ۴

۸۴-

(عمید اصلانی، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه ۲ و ۳)

عبارت (ب) نمی‌تواند ارزش منحصر به فردی اختیار کند و سلیقه‌ای است. سایر عبارات‌ها، جمله‌های خبری هستند که دقیقاً یکی از دو ارزش درست یا نادرست را به آن می‌توانیم نسبت دهیم.

۱ ۲ ۳ ۴

ارزش گزاره عطفی زمانی نادرست است که حداقل یک گزاره نادرست باشد.
می‌دانیم ۲ عددی اول است، لذا ارزش q نادرست است. ارزش گزاره فصلی تا زمانی درست است که حداقل یک گزاره درست باشد ضمناً پارامتر لزوماً بزرگتر از آماره نیست، پس p درست است. در نتیجه:

$$p \Rightarrow q \equiv T \Rightarrow F \equiv F$$

$$\text{گزینه «۱» : } p \vee q \equiv T \vee F \equiv T$$

$$\text{گزینه «۲» : } q \Rightarrow p \equiv F \Rightarrow T \equiv T$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

گزینه «۱»: در کسر $\frac{5x-2y}{10}$ نمی‌توانیم عدد ۱۰ را با ۲ و ۵ ساده کنیم، چون بین $5x$ و $2y$ علامت ضرب وجود ندارد.
گزینه «۲»: فقط اگر k عددی مثبت باشد، می‌توانیم از $x > y$ عبارت $kx > ky$ را نتیجه بگیریم. ولی اگر k منفی باشد، آن‌گاه از $x > y$ نتیجه می‌گیریم که $kx < ky$.

گزینه «۳»: حل صحیح معادله داده شده به صورت زیر است:

$$(x-5)(x-8) = 3(x-5) \Rightarrow (x-5)(x-8) - 3(x-5) = 0$$

$$\Rightarrow (x-5)(x-8-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-5=0 \Rightarrow x=5 \\ x-11=0 \Rightarrow x=11 \end{cases}$$

پس معادله ۲ جواب دارد نه یک جواب.

گزینه «۴»: اگر مساحت دایره اولیه و مساحت دایره جدید را به ترتیب با S و S'

نمایش دهیم، آن‌گاه خواهیم داشت:

$$\text{اولیه : } S = \pi r^2$$

$$\text{جدید : } S' = \pi r'^2 = \pi(2r)^2 = 4\pi r^2 = 4S$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

نماد ریاضی گزینه «۳» به صورت زیر است:

$$x^2 + x^3 = 4 \times \frac{x}{3}$$

در بقیه گزینه‌ها، نمادهای ریاضی مربوط به گزاره‌های فارسی، همگی درست نوشته شده‌اند.

۴

۳✓

۲

۱

(عمیر اصلانی، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه ۲ تا ۷)

عدد ۹۱ اول نیست، زیرا $91 = 13 \times 7$ ، پس ارزش گزاره p نادرست است و $14 = 2 + 3 \times 4$ می‌شود، پس q نیز نادرست است.

$$\sim (p \vee q) \equiv \underbrace{\sim (F \vee F)}_F \equiv T$$

$$\sim p \wedge q \equiv T \wedge F \equiv F$$

۴

۳✓

۲

۱

(امیر زرانروز، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه ۲ تا ۷)

$$\left. \begin{array}{l} \text{همواره: } (q \wedge \sim q) \equiv F \\ \text{همواره: } (p \vee \sim p) \equiv T \end{array} \right\} \Rightarrow [\underbrace{\sim (q \wedge \sim q)}_F \Rightarrow \underbrace{\sim (p \vee \sim p)}_T] \equiv (T \Rightarrow F) \equiv F$$

۴

۳

۲✓

۱

(امیر مضموریان، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه ۲ تا ۱۱)

اگر ارزش حداقل یکی از گزاره‌ها درست باشد، ارزش ترکیب فصلی آنها نیز درست است، بنابراین گزاره p درست است.
در صورتی که ارزش دو گزاره یکسان باشد، ارزش ترکیب دوشروطی آنها درست است، بنابراین ارزش گزاره q نادرست است.
ارزش $p \Rightarrow q$ به دلیل درست بودن p و نادرست بودن q ، نادرست است. ارزش سایر گزینه‌ها درست است.

۴

۳

۲

۱✓

-۹۱

(امیر محمودیان، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه ۲ تا ۱۱)

چون ارزش ترکیب فصلی p و $[p \leftrightarrow \sim q]$ نادرست است، پس باید هم ارزش p نادرست باشد و هم ارزش $[p \leftrightarrow \sim q]$.
برای آن که ارزش $p \leftrightarrow \sim q$ نیز نادرست شود باید $\sim q$ درست باشد، یعنی ارزش q نادرست باشد.

۴ ✓

۳

۲

۱

-۹۲

(امیر زرااندوز، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه ۲ تا ۷)

اگر یک جدول ارزش گذاری دارای n گزاره باشد، این جدول دارای 2^n ردیف خواهد بود.

$$A \text{ جدول: } 2^{n_A} = 64 \Rightarrow 2^{n_A} = 2^6 \Rightarrow n_A = 6$$

$$B \text{ جدول: } 2^{n_B} = 128 \Rightarrow 2^{n_B} = 2^7 \Rightarrow n_B = 7$$

$$\Rightarrow \frac{n_B}{n_A} = \frac{7}{6}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

-۹۳

(امیر محمودیان، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه ۲ و ۳)

الف) $11 \times 13 = 143$ پس 143 عددی اول نیست. این جمله، گزاره نادرست است.
ب) «بزرگ» بودن معیار مشخصی ندارد و نمی‌توان درستی یا نادرستی این جمله را تعیین کرد. بنابراین گزاره نیست.

$$\frac{3x+1}{2} = x+2 \Rightarrow 3x+1 = 2x+4 \Rightarrow x=3 \quad \text{پ)}$$

ریشه معادله یک عدد طبیعی فرد است و این گزاره درست است.

ت) دلتای معادله را به دست می‌آوریم:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(1)(1) = 1 - 4 = -3$$

Δ کوچکتر از صفر است، پس معادله درجه دوم ریشه حقیقی ندارد. این گزاره درست است.

۴

۳ ✓

۲

۱

-۹۴

(عمید اصلانی، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه ۲ تا ۷)

گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$1) r \vee (\sim p \vee q) \equiv \text{دلخواه} \vee (\text{نادرست} \vee \text{نادرست}) \equiv \text{دلخواه}$$

$$2) \sim r \wedge (p \wedge \sim q) \equiv \text{دلخواه} \wedge (\text{درست} \wedge \text{درست}) \equiv \text{دلخواه}$$

$$3) p \wedge q \equiv \text{نادرست} \wedge \text{نادرست} \equiv \text{درست}$$

$$4) \sim q \wedge (p \vee \sim r) \equiv (\text{دلخواه} \vee \text{درست}) \wedge \text{درست} \equiv \text{درست}$$

پس گزینه «۴» درست است.

۴ ✓

۳

۲

۱

۹۵-

(امیر محمودیان، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه ۲ تا ۱۱)

p	q	~q	p ∧ q	F ∨ q	p ↔ q	p ∨ ~q
ن	د	ن	ن	د	ن	ن
ن	ن	د	ن	ن	د	د

~(p ∨ ~q)	p ⇒ ~q
د	د
ن	د

طبق جدول فوق، ارزش دو گزاره ~q و p ↔ q همواره یکسان است.

۴

۳

۲

۱

۹۶-

(کوروش داوری، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه ۲ تا ۱۱)

ارزش گزاره r درست است، پس $q \vee r \equiv T$. در نتیجه برای نادرستی گزاره $(q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (q \vee r)$ ، باید $q \Rightarrow p \equiv F$ باشد، پس $q \equiv T$ و $p \equiv F$. در نتیجه:

$$r \Rightarrow (q \wedge p) \equiv T \Rightarrow \overbrace{(T \wedge F)}^F \equiv T \Rightarrow F \equiv F$$

۴

۳

۲

۱

۹۷-

(کوروش داوری، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه ۲ تا ۱۱)

چون ارزش گزاره $p \Leftrightarrow q$ نادرست و ارزش گزاره p درست است، باید ارزش گزاره q نادرست باشد، پس گزینه «۲» جواب است. ارزش سایر گزینه‌ها درست است.

۴

۳

۲

۱

۹۸-

(کوروش داوری، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه ۲ تا ۱۱)

برای این‌که ارزش گزاره $q \Rightarrow (p \vee r)$ نادرست باشد، باید:

$$\begin{cases} q \equiv T \\ p \vee r \equiv F \Rightarrow p \equiv F, r \equiv F \end{cases}$$

$$(p \vee q) \Leftrightarrow (r \Rightarrow p) \equiv (F \vee T) \Leftrightarrow (F \Rightarrow F)$$

$$\equiv T \Leftrightarrow T \equiv T$$

۴

۳

۲

۱

(گورش داوری، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه ۲ تا ۱۱)

چون ارزش گزاره $\sim p \Rightarrow q$ نادرست است، پس ارزش $\sim p$ درست و ارزش q نادرست است. $(q \equiv F, p \equiv F)$.

همچنین چون $\sim r \Rightarrow s$ نادرست است، پس ارزش s درست و ارزش $\sim r$ نادرست است. $(r \equiv T, s \equiv T)$.

بررسی گزینه‌ها:

$$۱) \sim p \wedge s \equiv T \wedge T \equiv T$$

$$۲) p \vee s \equiv F \vee T \equiv T$$

$$۳) p \Leftrightarrow s \equiv F \Leftrightarrow T \equiv F$$

$$۴) r \wedge \sim p \equiv T \wedge T \equiv T$$

۴

۳ ✓

۲

۱

(امیر مضمودیان، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه ۲ تا ۷)

شرط درست بودن گزاره‌های صورت سؤال را بررسی می‌کنیم:

(الف)

$$۲x^2 - ۹x + ۵ = ۰$$

$$\Delta = (-۹)^2 - ۴(۲)(۵) = ۴۱ > ۰$$

چون دلتا بزرگ‌تر از صفر است، پس معادله دو ریشه حقیقی متمایز دارد.

(ب)

$$\frac{۲m + ۸ - ۳ + ۱۰ + m}{۵} = ۷/۸ \Rightarrow ۳m + ۱۵ = ۳۹ \Rightarrow ۳m = ۲۴ \Rightarrow m = ۸$$

(پ)

$$m^2 - ۹m = -۸ \Rightarrow m^2 - ۹m + ۸ = ۰ \Rightarrow (m - ۸)(m - ۱) = ۰$$

$$\Rightarrow m = ۸ \text{ یا } m = ۱$$

اگر $m = ۱$ باشد، $۲m + ۱ = ۳$ می‌شود و در این صورت رابطه تابع نیست، چون دو

زوج مرتب $(۳, ۲)$ و $(۳, ۶)$ خواهیم داشت. پس $m = ۸$ قابل قبول است. در

صورتی که $m = ۸$ باشد، ارزش همه گزاره‌ها درست می‌شود.

۴ ✓

۳

۲

۱