

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)



<https://t.me/riazisara>

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۵۲- در دنباله حسابی $a_n = (k-3)n^2 + (k+2)n + 4 - k$ ، مجموع جملات اول و دوم کدام است؟

۲۰ (۴)

۱۶ (۳)

۱۵ (۲)

۱۷ (۱)

۵۳- n عددی طبیعی و بازه $U_n = [(-1)^n, 3n+1]$ مفروض است، بازه $(U_1 \cup U_2) \cap U_3$ کدام است؟

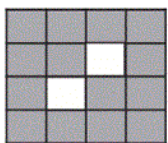
$[-1, 4]$ (۲)

$[-1, 7]$ (۱)

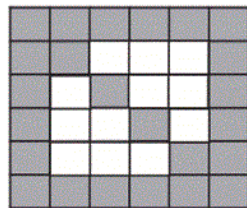
$[-1, 1]$ (۴)

$[1, 7]$ (۳)

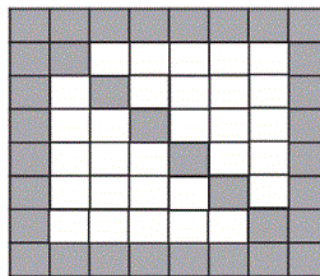
۵۴- با توجه به الگوی زیر، در شکل دهم چند کاشی تیره به کار رفته است؟



(۱)



(۲)



(۳)

۷۶ (۱)

۸۴ (۲)

۹۴ (۳)

۱۰۴ (۴)

۵۵- در یک کلاس ۳۰ نفره، ۱۸ نفر در مسابقات فوتبال و ۱۰ نفر در مسابقات بسکتبال شرکت کرده‌اند. اگر

بدانیم ۸ نفر در هیچ یک از این دو مسابقه شرکت نکرده‌اند، تعداد کسانی که هم در فوتبال و هم در بسکتبال

شرکت کرده‌اند، چند نفر هستند؟

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

۵۶- جملات سوم و ششم یک دنباله هندسی به ترتیب از راست به چپ ۱۲ و ۹۶ می‌باشند. جمله دوم این دنباله

کدام است؟

۹ (۴)

۶ (۳)

۱۵ (۲)

۸ (۱)

۵۷- در دنباله حسابی $4a-1, a-3, 2a, \dots$ جمله پنجم کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

$\frac{17}{4}$ (۲)

$\frac{7}{4}$ (۱)

۵۸- اگر A و B زیر مجموعه‌هایی از مجموعه مرجع U باشند به طوری که $n(A') = 40$ ، $n(B') = 30$ ،

$n(A \cap B)$ مقدار $n(A' \cap B') = 20$ و $n(U) = 80$ باشد، مقدار $n(A \cap B)$ کدام است؟

۲۰ (۴)

۳۰ (۳)

۴۰ (۲)

۵۰ (۱)

۶۴- بین دو عدد ۸ و ۶۳ تعدادی واسطه حسابی درج می‌کنیم. اگر اختلاف کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عددهای

قرار داده شده برابر با ۳۳ باشد، جمله پنجم دنباله تشکیل شده ($a_1 = 8$) کدام است؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۵۱ (۳) ۵۲ (۴) ۵۳

۶۵- در یک دنباله حسابی جمله اول برابر با ۳ و مجموع ۵ جمله دوم از ۳ برابر مجموع ۵ جمله اول، 10 واحد

کم‌تر است. جمله یازدهم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۳۹ (۲) ۴۳ (۳) ۴۲ (۴) ۴۴

۶۷- اگر $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ یک دنباله هندسی با جملات مثبت باشد و داشته باشیم $a_1 a_3 = 16$ و $a_5 = \frac{125}{16}$ ؛

جمله ششم این دنباله کدام است؟

- (۱) $\frac{125}{64}$ (۲) $\frac{25}{32}$ (۳) $\frac{625}{64}$ (۴) $\frac{125}{32}$

۷۰- اگر a ، 2 و b به ترتیب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، واسطه حسابی بین دو عدد $\frac{1}{2-a}$ و

$\frac{1}{2-b}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۶۸- اگر $\cos x \sqrt{1 + \tan^2 x} = 1$ و $\frac{\tan x}{1 + 2 \cos x} < 0$ باشد، انتهای کمان مقابل به زاویه x در کدام ناحیه

مثلثاتی قرار می‌گیرد؟

(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

۶۹- اگر $\frac{\sin^2 x}{1 + \cos x} = \frac{2}{17}$ باشد، حاصل $1 + \tan^2 x$ کدام است؟

(۴) $\frac{8}{15}$

(۳) $\frac{289}{25}$

(۲) $\frac{64}{225}$

(۱) $\frac{289}{225}$

۶۶- حاصل $\frac{1}{\tan x + \cot x} - \frac{\sin^3 x}{1 - \cos x}$ کدام است؟ (عبارت، تعریف شده است).

(۴) $-\cos x$

(۳) $-\sin x$

(۲) $\cos x$

(۱) $\sin x$

۵۹- اگر x اندازه یک کمان دلخواه از دایره مثلثاتی باشد، آنگاه کم‌ترین مقدار عبارت $2 \sin^2 x + 3$ و

بیش‌ترین مقدار عبارت $1 - 3 \sin x$ با هم چقدر اختلاف دارند؟

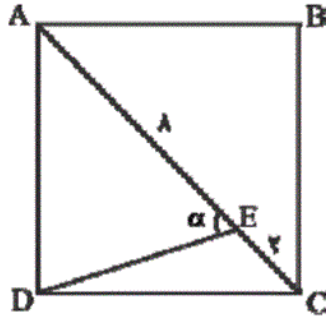
(۴) ۷

(۳) ۵

(۲) ۲

(۱) ۱

۶۰- اگر ABCD یک مربع باشد، آن گاه $\tan \alpha$ کدام است؟ ($EC = 2, AE = 8$)



(۱) $\frac{3}{2}$

(۲) $\frac{3}{5}$

(۳) $\frac{5}{3}$

(۴) $\frac{4}{3}$

۶۱- اگر $\sin \alpha > 0$ و $\frac{1}{\cos \alpha} - \sin \alpha \cdot \tan \alpha > 0$ باشد، آن گاه انتهای کمان α در کدام ناحیه مثلثاتی است؟

(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

۶۲- اگر $27^\circ < \alpha < 36^\circ$ ؛ آنگاه حاصل عبارت $A = \sin \alpha - \sqrt{\cot^2 \alpha - \cos^2 \alpha}$ کدام است؟

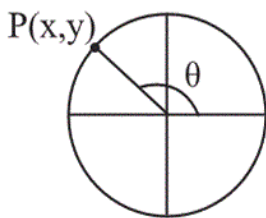
(۴) $-\frac{1}{\tan \alpha}$

(۳) $\frac{1}{\tan \alpha}$

(۲) $-\frac{1}{\cos \alpha}$

(۱) $\frac{1}{\sin \alpha}$

۶۳- در شکل زیر، نقطه P روی دایره مثلثاتی قرار دارد و $\cos \theta = -\frac{1}{3}$ است. مقدار $\tan \theta$ کدام است؟



(۲) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

(۱) $-\sqrt{3}$

(۴) ۱

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۵۱- تفاضل سه برابر ریشه چهارم مثبت ۲۵۶ از پنج برابر ریشه سوم ۲۷ چند برابر ریشه دوم مثبت ۱۶ است؟

۰/۲۵ (۴)

۲/۲۵ (۳)

۲/۷۵ (۲)

۰/۷۵ (۱)

۵۲- گزینه «۱»

«امسان غنی زاده»

جمله عمومی دنباله حسابی یا عدد ثابت یا تابع درجه یک نسبت به n به صورت $a_n = a_1 + (n-1)d$ است بنابراین ضریب n^2 یعنی $k-3$ باید صفر باشد؛

$$a_n = (k-3)n^2 + (k+2)n + 4 - k \xrightarrow{k=3} a_n = 5n + 1$$

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = 6 \\ a_2 = 11 \end{array} \right\} \Rightarrow a_1 + a_2 = 6 + 11 = 17$$

(صفحه های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲

۱

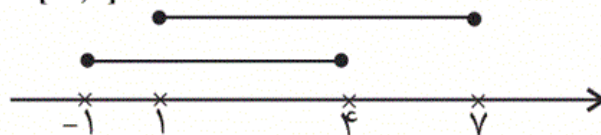
۵۳- گزینه «۱»

«معدی حاجی نژادریان»

$$U_n = [(-1)^n, 3n+1]$$

$$\xrightarrow{n \text{ طبیعی}} U_1 = [-1, 4], U_2 = [1, 7], U_3 = [-1, 10]$$

$$U_1 \cup U_2 = [-1, 7]$$



$$(U_1 \cup U_2) \cap U_3 = [-1, 7] \cap [-1, 10] = [-1, 7]$$

(صفحه های ۳ تا ۵ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲

۱

۵۴- گزینه «۴»

«سپار داوطلب»

الگوی کاشی های تیره را می نویسیم:

$$\begin{array}{ccc} (1) & (2) & (3) \\ 14 & 24 & 34, \dots \\ \quad \curvearrowright & \quad \curvearrowright & \\ \quad 10 & 10 & \end{array}$$

اعداد فوق، دنباله ای حسابی با جمله اول ۱۴ و قدر نسبت $d=10$ است:

$$t_n = 10n + 4$$

$$t_{10} = 10 \cdot 10 + 4 = 104$$

(صفحه های ۱۴ تا ۲۴ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲

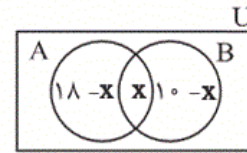
۱

۵۵- گزینه «۲»

«علی فارسی»

از نمودار ون استفاده می‌کنیم. اگر X نفر در هر دو مسابقه شرکت کنند،

داریم:



$$30 = 18 - x + 10 - x + x + 8$$

$$\Rightarrow 30 = 36 - x \Rightarrow x = 6$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲

۱

۵۶- گزینه «۳»

«علی مرشد»

جمله عمومی دنباله هندسی با قدرنسبت q به صورت $a_n = a_1 q^{n-1}$ است،

پس:

$$\begin{cases} a_6 = 96 \\ a_3 = 12 \end{cases} \Rightarrow \frac{aq^5}{aq^2} = \frac{96}{12} \Rightarrow q^3 = 8 \Rightarrow q = 2$$

$$a_2 = \frac{a_3}{q} = \frac{12}{2} = 6$$

(صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲

۱

۵۷- گزینه «۴»

«مهروی بیرانوند»

$$a_2 = \frac{a_3 + a_1}{2} \Rightarrow a - 3 = \frac{2a + (4a - 1)}{2}$$

$$\Rightarrow 2a - 6 = 6a - 1 \Rightarrow 4a = -5 \Rightarrow a = -\frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow 2a - 6 = 6a - 1 \Rightarrow 4a = -5 \Rightarrow a = -\frac{5}{4}$$

$$\text{جملات دنباله: } -6, -\frac{17}{4}, -\frac{5}{2}, \dots \Rightarrow d = \left(-\frac{17}{4}\right) - (-6) = \frac{7}{4}$$

$$\Rightarrow a_n = -6 + (n-1)\frac{7}{4}$$

$$\Rightarrow a_5 = -6 + 7 = 1$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲

۱

۵۸- گزینه «۳»

«علی ارجمند»

$$n(A' \cup B') = n(A') + n(B') - n(A' \cap B') = 40 + 30 - 20 = 50$$

مجموعه $A \cap B$ ، متمم مجموعه $A' \cup B'$ است، در نتیجه:

$$n(A \cap B) = n(U) - n(A' \cup B') = 80 - 50 = 30$$

(صفحه‌های ۱ تا ۱۳ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲

۱

۶۴- گزینه «۳»

«وهاب نادری»

$$8, \bigcirc, \bigcirc, \bigcirc \dots \bigcirc, \bigcirc 63$$

a_2

a_{n-1}

$$a_{n-1} - a_2 = 33 \Rightarrow a_1 + (n-1-1)d - (a_1 + d) = 33 \Rightarrow (n-3)d = 33 \quad (1)$$

$$a_n - a_1 = 63 - 8 = 55 \Rightarrow d = \frac{a_n - a_1}{n-1} = \frac{55}{n-1} = d \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} (n-3) \left(\frac{55}{n-1} \right) = 33 \Rightarrow \frac{n-3}{n-1} = \frac{3}{5} \Rightarrow 5n - 15 = 3n - 3$$

$$\Rightarrow 2n = 12 \Rightarrow n = 6 \Rightarrow d = \frac{55}{n-1} = \frac{55}{5} = 11$$

$$a_5 = a_1 + 4d = 8 + 4 \times 11 = 52$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲

۱

۶۵- گزینه «۲»

«فاطمه رای زن»

جمله عمومی دنباله حسابی به صورت $a_n = a_1 + (n-1)d$ است.

$$\text{مجموع ۵ جمله اول: } a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + a_1$$

$$+ 3d + a_1 + 4d = 5a_1 + 10d$$

$$\text{مجموع ۵ جمله دوم: } a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} = a_1 + 5d + a_1 + 6d + a_1 + 7d$$

$$+ 8d + a_1 + 9d = 5a_1 + 35d$$

طبق صورت سؤال داریم:

$$3(5a_1 + 10d) - 10 = 5a_1 + 35d \Rightarrow 10a_1 - 10 = 5d$$

$$\xrightarrow{a_1=3} 20 = 5d \Rightarrow d = 4$$

$$a_{11} = a_1 + 10d = 3 + 40 = 43$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲

۱

۶۷- گزینه «۳»

«علی زیب ارزانی»

$$a_5 = \frac{125}{16} \Rightarrow a_1 q^4 = \frac{125}{16}$$

$$a_1 a_3 = 16 \Rightarrow a_1^2 q^2 = 16 \Rightarrow a_1 q = 4 \Rightarrow q^3 = \frac{125}{64} = \frac{5^3}{4^3}$$

$$\Rightarrow q = \frac{5}{4}, a_1 = \frac{16}{5} \Rightarrow a_6 = a_1 q^5 = \frac{16}{5} \times \frac{5^5}{4^5} = \frac{5^4}{4^3} \Rightarrow a_6 = \frac{625}{64}$$

(صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳ ✓

۲

۱

۷۰- گزینه «۴»

«اهسان غنی زاده»

$$b, 2, a \Rightarrow ab = 2^2 = 4$$

اگر واسطه حسابی بین دو عدد $\frac{1}{2-a}$ و $\frac{1}{2-b}$ را برابر با x در نظر بگیریم:

$$\text{حسابی} : \frac{1}{2-b}, x, \frac{1}{2-a} \Rightarrow \frac{1}{2-b} + \frac{1}{2-a} = 2x$$

$$\Rightarrow \frac{2-a+2-b}{(2-b)(2-a)} = 2x \Rightarrow \frac{4-(a+b)}{4-2a-2b+ab} = 2x$$

$$\xrightarrow{ab=4} 2x = \frac{4-(a+b)}{2(4-(a+b))} \Rightarrow 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{4}$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴ ✓

۳

۲

۱

۶۸- گزینه «۴»

«میلاد منصوری»

در ابتدا داریم:

$$\cos x \sqrt{1 + \tan^2 x} = \cos x \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} = \cos x \times \frac{1}{|\cos x|}$$

که طبق فرض برابر ۱ است.

$$\cos x \times \frac{1}{|\cos x|} = 1 \Rightarrow \cos x > 0$$

از این که $\cos x > 0$ است نتیجه می‌گیریم که $1 + 2 \cos x > 0$ است. اما

$$\text{چون } \frac{\tan x}{1 + 2 \cos x} < 0 \text{ است، پس باید } \tan x < 0.$$

برای آن که هر دو شرط $\cos x > 0$ و $\tan x < 0$ هم‌زمان برقرار باشند، باید انتهای کمان x در ناحیه چهارم باشد.

(صفحه‌های ۳۶ تا ۴۶ کتاب درسی) (مثلثات)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\frac{\sin^2 x}{1 + \cos x} = \frac{1 - \cos^2 x}{1 + \cos x} = 1 - \cos x = \frac{2}{17} \Rightarrow \cos x = \frac{15}{17}$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{1}{\left(\frac{15}{17}\right)^2} = \frac{17^2}{15^2} = \frac{289}{225}$$

(صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳

۲

۱

$$\tan x + \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{1}{\sin x \cos x}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\tan x + \cot x} = \sin x \cos x$$

$$\frac{\sin^3 x}{1 - \cos x} \times \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} = \frac{\sin^3 x (1 + \cos x)}{1 - \cos^2 x} = \frac{\sin^3 x (1 + \cos x)}{\sin^2 x}$$

$$\underline{\underline{\sin x \neq 0}} \quad \sin x (1 + \cos x) = \sin x + \sin x \cos x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\tan x + \cot x} - \frac{\sin^3 x}{1 - \cos x} = \sin x \cos x - \sin x - \sin x \cos x = -\sin x$$

(صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳

۲

۱

$$-1 \leq \cos x \leq 1 \quad \text{و} \quad -1 \leq \sin x \leq 1$$

می‌دانیم:

در عبارت $2 \sin^2 x + 3$ ، کم‌ترین مقدار برابر با $3 = 2(0)^2 + 3$ است و

هم‌چنین بیش‌ترین مقدار $3 \sin x - 1$ هنگامی است که $\sin x = -1$

باشد؛ پس $2 = 3 - 1 = 3 - (-1) - 1$ و اختلاف برابر با $1 = |3 - 2|$ است.

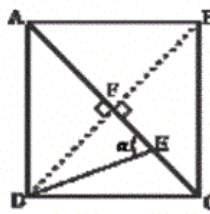
(صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳

۲

۱



اگر قطر دیگر مربع را رسم کنیم تا همدیگر را در نقطه F قطع کنند می‌دانیم قطرهای مربع برهم عمودند و همدیگر را نصف می‌کنند. با توجه به این که قطر مربع ۱۰ می‌باشد، در مثلث DEF داریم:

$$\tan \alpha = \frac{DF}{EF} = \frac{AC \div 2}{CF - CE} = \frac{10 \div 2}{5 - 2} = \frac{5}{3}$$

(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳ ✓

۲

۱

۶۱- گزینه ۱»

«مهری فابی نژادریان»

انتهای کمان α در ناحیه اول یا دوم قرار دارد. (۱) $\sin \alpha > 0 \rightarrow$

با استفاده از اتحادهای $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ و $1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha$ داریم:

$$\frac{1}{\cos \alpha} - \sin \alpha \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} > 0 \Rightarrow \frac{1 - \sin^2 \alpha}{\cos \alpha} > 0$$

$\Rightarrow \frac{\cos^2 \alpha}{\cos \alpha} > 0 \Rightarrow \cos \alpha > 0 \rightarrow$ (۲) در ناحیه اول یا چهارم قرار دارد

از اشتراک (۱) و (۲)، می‌توان گفت فقط ربع اول هست که هم $\cos \alpha$ و هم $\sin \alpha$ مثبت است.

(صفحه‌های ۳۶ تا ۴۶ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\begin{aligned} \cot^2 \alpha - \cos^2 \alpha &= \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} - \cos^2 \alpha \\ &= \cos^2 \alpha \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1 \right) = \cos^2 \alpha (1 + \cot^2 \alpha - 1) = \cos^2 \alpha \cot^2 \alpha \\ \Rightarrow \sin \alpha - \sqrt{\cot^2 \alpha - \cos^2 \alpha} &= \sin \alpha - \sqrt{\cot^2 \alpha \cos^2 \alpha} \\ &= \sin \alpha - |\cot \alpha \cos \alpha| = \sin \alpha - \left| \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} \right| \end{aligned}$$

وقتی $270^\circ < \alpha < 360^\circ$ باشد $\sin \alpha < 0$ است، پس $\frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} < 0$ و در نتیجه:

$$A = \sin \alpha + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha}$$

(صفحه‌های ۳۶ تا ۴۶ کتاب درسی) (مثلثات)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۶۳- گزینه «۱» «مهریس فمزه‌ای»

$$\begin{aligned} \sin^2 \theta + \cos^2 \theta &= 1 \Rightarrow \sin^2 \theta + \frac{1}{4} = 1 \Rightarrow \sin^2 \theta = \frac{3}{4} \\ \Rightarrow \sin \theta &= \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

چون انتهای کمان θ در ناحیه دوم دایره مثلثاتی قرار گرفته پس

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ و در نتیجه:}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}} = -\sqrt{3}$$

(صفحه‌های ۳۶ تا ۴۶ کتاب درسی) (مثلثات)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۵۱- گزینه «۱» «مهرادر قابی»

$$\begin{aligned} \text{ریشه چهارم مثبت } 256 &= x = \sqrt[4]{256} = \sqrt[4]{4^4} = 4 \\ \text{ریشه سوم } 27 &= y = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3 \\ \text{ریشه دوم مثبت } 16 &= z = \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4 \\ \frac{5y - 3x}{z} &= \frac{15 - 12}{4} = \frac{3}{4} = 0.75 \end{aligned}$$

(صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های پی‌ری)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴