



RIAZISARA

www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات**

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)



<https://t.me/riazisara>

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی و آمار ۱، حل معادله ی درجه ی ۲ و کاربردها

۶۱- اگر معادله $(x+2)^2 = k-3$ ریشه مضاعف داشته باشد، دلتای (Δ) معادله $(x-1)^2 = k+1$ کدام است؟
 (۱) ۱۶ (۲) ۴ (۳) ۲۵ (۴) ۵

۶۲- دلتا (Δ) و جواب کوچک تر معادله $2x^2 - 3x + 1 = 0$ به ترتیب از راست به چپ کدام اند؟

(۱) ۱ و -۱ (۲) ۱ و ۱ (۳) $\sqrt{2}$ و $\frac{1}{4}$ (۴) ۱ و $\frac{1}{4}$

۶۳- در یک کارگاه تولید بخاری برقی، سود حاصل از فروش x بخاری به طور تقریبی از رابطه $p(x) = x^2 - 2x - 3$ به دست می آید. به ازای فروش چند عدد بخاری کارگاه به نقطه سربه سر خود می رسد؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۱

۶۵- به ازای چند مقدار صحیح m ، هر دو معادله درجه دوم $\frac{m}{4}x^2 + (m-2)x + m + 8 = 0$ و $2x^2 + 5x + 4 - m = 0$ فاقد جواب حقیقی هستند؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) هیچ مقدار صحیحی برای m وجود ندارد.

۶۶- اگر $x = 3$ ، جواب معادله درجه دوم $m(x^2 + 8) + m^2x - 6 = 0$ باشد، حاصل ضرب مقادیر قابل قبول برای m کدام است؟
 (۱) -۲ (۲) -۳ (۳) ۶ (۴) -۶

۶۷- اگر معادله درجه دوم $(m+1)x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ جواب حقیقی نداشته باشد، کدام معادله زیر دو جواب حقیقی دارد؟

(۱) $mx^2 + x - 1 = 0$ (۲) $x^2 + 2x - m - 1 = 0$
 (۳) $mx^2 + x + 2 = 0$ (۴) $-2x^2 - 3x + m - 2 = 0$

ریاضی و آمار ۱، معادله های شامل عبارت های گویا

۶۸- معادله $\frac{1}{x+4} + \frac{x+3}{x-2} = 1$ دارای ...

(۱) فقط یک جواب مثبت است. (۲) فقط یک جواب منفی است.
 (۳) دو جواب مثبت است. (۴) جواب نیست.

۶۴- تفاضل معکوس عددی، از ۳ برابر آن عدد، برابر است با مجموع آن عدد و معکوس آن عدد. مربع این عدد کدام است؟
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۹

۷۰- به ازای چه مقدار a ، معادله $\frac{x-a}{x-4} + \frac{a}{x^2} = -6$ دارای جواب $x=2$ است؟

- (۱) ۲۲ (۲) -۲۰ (۳) ۱۸ (۴) -۱۴

ریاضی و آمار ۱، ترکیبی

۶۹- اگر مجموع جواب‌های معادله $x^2 - 3x - 1 = 0$ برابر با یکی از جواب‌های معادله $\frac{1}{x} - \frac{k}{x-1} = 2$ باشد، مقدار k کدام است؟

- (۱) $-\frac{10}{3}$ (۲) $\frac{10}{3}$ (۳) $-\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{5}{3}$

۶۱-

(ایمان پینی فروشان، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه ۲۷ تا ۳۲)

برای داشتن ریشه مضاعف، معادله داده شده، باید به صورت $(x+2)^2 = 0$ باشد. پس:

$$k-3=0 \Rightarrow k=3 \Rightarrow (x-1)^2 = k+1 \xrightarrow{k=3} (x-1)^2 = 4$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 4 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(1)(-3) = 4 + 12 = 16$$

۴

۳

۲

۱ ✓

۶۲-

(ایمان پینی فروشان، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه ۲۷ تا ۳۲)

$$2x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \\ c = 1 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 2 \times 1 = 9 - 8 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 \pm 1}{4} = \begin{cases} 1 \\ \frac{1}{2} \end{cases} \text{ ریشه کوچکتر}$$

۴ ✓

۳

۲

۱

۶۳-

(امیر زراندوز، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه ۲۹ تا ۳۲)

در نقطه سر به سر مقدار سود برابر صفر است، لذا داریم:

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-3=0 \Rightarrow x=3 \\ x+1=0 \Rightarrow x=-1 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

۴

۳ ✓

۲

۱

هر دو معادله فاقد جواب حقیقی هستند، یعنی دلتای هر دو معادله عددی منفی است.

$$\frac{m}{4}x^2 + (m-2)x + m + 8 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta_1 < 0 \Rightarrow (m-2)^2 - 4\left(\frac{m}{4}\right)(m+8) < 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 4m + 4 - m^2 - 4m < 0 \Rightarrow -8m + 4 < 0 \Rightarrow 12m > 4$$

$$\Rightarrow m > \frac{1}{3} \quad (1)$$

$$2x^2 + 5x + 4 - m = 0$$

$$\Rightarrow \Delta_2 < 0 \Rightarrow 25 - 4(2)(4-m) < 0$$

$$\Rightarrow 25 - 32 + 8m < 0 \Rightarrow 8m < 7 \Rightarrow m < \frac{7}{8} \quad (2)$$

هیچ عدد صحیحی برای m وجود ندارد. اشتراک (۱) و (۲) $\Rightarrow \frac{1}{3} < m < \frac{7}{8}$

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

$x = 3$ در معادله $-m(x^2 + 8) + m^2x - 6 = 0$ صدق می‌کند، پس:

$$-m(3^2 + 8) + m^2 \times 3 - 6 = 0 \Rightarrow 3m^2 - 17m - 6 = 0$$

$$\Delta = (-17)^2 - 4(3)(-6) = 289 + 72 = 361 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{361} = 19$$

$$\begin{cases} m = \frac{17+19}{6} = \frac{36}{6} = 6 \\ m = \frac{17-19}{6} = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$m = 6 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -2$ حاصل ضرب مقادیر قابل قبول برای m

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

معادله درجه دوم داده شده ریشه حقیقی ندارد، یعنی در این معادله $\Delta < 0$ است.

$$(-2m)^2 - 4(m+1)(m-2) < 0 \Rightarrow 4m^2 - 4(m^2 - m - 2) < 0$$

$$\Rightarrow 4m + 8 < 0 \Rightarrow 4m < -8 \Rightarrow m < -2$$

حال باید به دنبال معادله‌ای باشیم که با شرط $m < -2$ ، دلتای مثبت داشته باشد.

$$\text{گزینه «۳» : } mx^2 + x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = 1 - 4(m)(2) = 1 - 8m$$

$$m < -2 \xrightarrow{\times 8} 8m < -16 \xrightarrow{x-1} -8m > 16 \xrightarrow{+1} -8m + 1 > 17$$

پس دلتای این معادله مثبت است و دو ریشه حقیقی دارد.

دلتای سایر معادله‌ها با شرط $m < -2$ کوچکتر از صفر می‌شود.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا همه جملات را در یک تساوی برابر صفر قرار می‌دهیم، سپس مخرج مشترک

معادله را به دست می‌آوریم، داریم:

$$\frac{1}{x+4} + \frac{x+3}{x-2} = 1 \Rightarrow \frac{1}{x+4} + \frac{x+3}{x-2} - 1 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{مخرج مشترک}} \frac{(x+4)(x-2)}{(x+4)(x-2)} + \frac{(x+3)(x+4)}{(x-2)(x+4)} - \frac{(x-2)(x+4)}{(x-2)(x+4)} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{(x-2)(x+4)}{(x-2)(x+4)} = 0 \Rightarrow \frac{x-2 + (x+3)(x+4) - (x-2)(x+4)}{(x+4)(x-2)} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{x-2 + x^2 + 7x + 12 - x^2 - 2x + 8}{(x+4)(x-2)} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{6x + 18}{(x+4)(x-2)} = 0 \Rightarrow 6x + 18 = 0 \Rightarrow 6x = -18 \Rightarrow x = -3$$

پس معادله فقط دارای یک جواب منفی است.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

طبق صورت سؤال، داریم:

$$3x - \frac{1}{x} = x + \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow 3x - x - \frac{1}{x} - \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow 2x - \frac{2}{x} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2x \times x - 2}{x} = 0 \Rightarrow 2x^2 - 2 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 = 2 \Rightarrow x^2 = 1$$

۴

۳

۲ ✓

۱

-۷۰

(همید زربین‌کفش، معادله‌های شامل عبارتهای گویا، صفحه ۳۳ تا ۳۸)

جواب معادله در خود معادله صدق می‌کند، لذا داریم:

$$\frac{x-a}{x-4} + \frac{8}{x^2} = -6 \xrightarrow{x=2}$$

$$\frac{2-a}{2-4} + \frac{8}{(2)^2} = -6 \Rightarrow \frac{2-a}{-2} + 2 = -6$$

$$\Rightarrow \frac{2-a}{-2} = -6 - 2 \Rightarrow \frac{2-a}{-2} = -8$$

$$\Rightarrow 2-a = 16 \Rightarrow a = 2-16 = -14$$

۴ ✓

۳

۲

۱

$$x^2 - 3x - 1 = 0 \Rightarrow \text{مجموع جوابها} = \frac{-b}{a} = \frac{-(-3)}{1} = 3$$

حالا می‌دانیم عدد ۳ ریشه معادله گویای داده شده است، لذا به جای x های معادله،

عدد ۳ قرار می‌دهیم:

$$\frac{1}{3} - \frac{k}{3-1} = 2 \xrightarrow{\times 6} 2 - 3k = 12 \Rightarrow 3k = -10 \Rightarrow k = \frac{-10}{3}$$

توجه کنید که ریشه‌های معادله درجه دوم با شرط $\Delta > 0$ از رابطه

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a}$$

۴

۳

۲

۱ ✓