



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)



<https://t.me/riazisara>

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی پایه ، معادله ها و نامعادله ها - سوال ۱ -

۱۰۳- از یک رشته سیم به طول ۶۰ متر، می‌خواهیم یک مستطیل به مساحت ۱۸۹ متر مربع بسازیم. طول مستطیل از عرض آن چه قدر بیش تر می‌شود؟

- ۱ (۱)      ۱۲ (۲)      ۲۰ (۳)      ۱۴ (۴)

ریاضی پایه ، هندسه تحلیلی و جبر - سوال ۶ -

۱۰۲- تعداد جواب‌های قابل قبول برای معادله  $x^2 - 2x - 3 = 0$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۱۰۵- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  جواب‌های معادله درجه دوم  $x^2 - 2x - 5 = 0$  باشند، حاصل  $(\alpha + 1)^2 + (\beta + 1)^2$  کدام است؟

- ۱۸ (۱)      ۲۰ (۲)      ۱۲ (۳)      ۸ (۴)

۱۰۶- ریشه‌های کدام معادله درجه دوم زیر، دو برابر معکوس ریشه‌های معادله  $5x^2 - 12x + 3 = 0$  است؟

- (۱)  $5x^2 - 12x + 20 = 0$       (۲)  $3x^2 - 12x + 10 = 0$   
(۳)  $5x^2 - 24x + 10 = 0$       (۴)  $3x^2 - 24x + 20 = 0$

۱۰۷- یکی از ریشه‌های معادله  $ax^2 - (4a + 1)x + 4a = 0$  از ۱۰ برابر ریشه دیگر سه واحد کم تر است. مقدار مثبت  $a$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{9}$       (۲)  $\frac{4}{5}$       (۳)  $\frac{9}{5}$       (۴)  $\frac{5}{4}$

۱۰۸- به‌ازای کدام مقدار  $m$  مجموع مجذورات ریشه‌های معادله  $2x^2 - mx + m = 0$  برابر ۳ است؟

- (۱) هیچ مقدار  $m$       (۲) فقط ۶      (۳) فقط -۲      (۴) ۶ و -۲

۱۱۰- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  جواب‌های معادله  $x^2 + m^2x + 1 = 0$  و  $a$  و  $b$  جواب‌های معادله  $x^2 - (m - 2)x + 2 = 0$  باشند، به‌ازای کدام

مجموعه برای  $m$ ، رابطه  $a + b = \alpha + \beta$  برقرار است؟

- (۱)  $\{\}$       (۲)  $\{-2, 1\}$       (۳)  $\emptyset$       (۴)  $\{-2\}$

۱۰۹- محدوده  $a$  کدام باشد تا نمودار تابع درجه دوم  $y = (a+6)x^2 + (a-2)x + 1$  از ناحیه چهارم محورهای مختصات عبور نکند؟

- (۱)  $-6 < a < -2$  (۲)  $a \leq -6$  (۳)  $a \geq -2$  (۴)  $a > 5$

۱۰۱- نمودار تابع  $f(x) = 2x^2 - 4x - 1$  را چند واحد به بالا انتقال دهیم تا نمودار تابع حاصل دقیقاً یک برخورد با محور  $x$  ها داشته باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۴- خط  $x = 4$  محور تقارن نمودار سهمی به معادله  $y = x^2 + bx + c$  است. اگر عرض رأس سهمی ۵ باشد، مقدار  $b.c$  کدام است؟

- (۱) ۲۱۴ (۲) -۹۱ (۳) ۷۲ (۴) -۱۶۸

۹۱- اگر  $f$  یک تابع ثابت و  $g$  یک تابع همانی باشد، به طوری که  $f(3) - g(m+2) = 4 - m$  حاصل  $g(f(m))$  برابر است با:

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۳

۹۲- تانکر آبی از یک استوانه به ارتفاع ۱۰ متر و یک نیم کره به شعاع  $r$  در انتهای آن ساخته شده است. اگر  $f$  تابع حجم تانکر

بر حسب  $r$  باشد، مقدار  $f(3)$  چند برابر  $\pi$  است؟

- (۱) ۹۴ (۲) ۱۲۴ (۳) ۱۰۸ (۴) ۸۶

۹۴- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+8} & , x > 1 \\ a & , x = 1 \\ \frac{1}{x-1} & , x < 1 \end{cases}$  یک به یک باشد، برای  $a$  چند مقدار صحیح وجود دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۹۵- کدام تابع یک به یک نیست؟

- (۱)  $y = \sqrt{x} + |x+2|$  (۲)  $y = 2^x - 3^{-x}$   
(۳)  $y = x^4 - x^2$  (۴)  $y = x^2 + x$

۹۸- معکوس تابع  $f(x) = \frac{x^3 - 5x^2 + 9x - 5}{x-1}$  به ازای  $x \geq 2$  به کدام صورت است؟

$y = \sqrt{x-1} + 2, x \geq 2$  (۲)

$y = \sqrt{x-1} + 2, x \geq 1$  (۱)

$y = \sqrt{x+2} - 1, x \geq 1$  (۴)

$y = \sqrt{x+2} - 1, x \geq 2$  (۳)

۱۰۰- اگر  $f(x)$  و  $g(x)$  توابع خطی غیر ثابت با دامنه  $\mathbb{R}$  باشند و نمودار تابع  $y = (f.g)(x)$  فقط از دو ناحیه مختصات عبور کند،

کدام گزینه همواره راجع به تابع  $h(x) = \left(\frac{f}{g}\right)(x)$  صحیح است؟

(۲) یک به یک است.

(۱) دامنه آن  $\mathbb{R}$  است.

(۴) با  $y = (f.g)(x)$  دو نقطه برخورد دارد.

(۳) برد آن مجموعه‌ای نامتناهی است.

ریاضی ۳، ترکیبی - ۴ سوال

۹۹- تابع  $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 9} - |x + 2|$  در بازه‌ای یک به یک است. معکوس تابع در این بازه کدام است؟

$y = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}, x \in [-2, 2]$  (۲)

$y = \frac{x-1}{2}, x \in [-5, 5]$  (۱)

$y = \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}, x \in [-2, 2]$  (۴)

$y = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}, x \in [-5, 5]$  (۳)

۹۶- تابع  $f(x) = \sqrt{x+4}$  مفروض است. اگر نمودارهای توابع  $f$  و  $f^{-1} + m$  همدیگر را قطع نکنند، حدود  $m$  کدام است؟

$m \geq 6$  (۴)

$m \geq 4$  (۳)

$m > 6$  (۲)

$m > 4$  (۱)

۹۷- تابع  $f(x) = \frac{x+2}{2x-3}$  مفروض است. حاصل جمع طول نقاط برخورد دو تابع  $f(x)$  و  $f^{-1}(x)$  کدام است؟

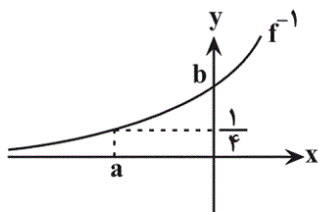
۱ (۴)

-۲ (۳)

۲ (۲)

-۱ (۱)

۹۳- شکل زیر نمودار وارون تابع  $f(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{x}$  است.  $a + b$  کدام است؟



$-\frac{3}{2}$  (۲)

$-\frac{5}{2}$  (۱)

$-\frac{5}{4}$  (۴)

$-\frac{7}{4}$  (۳)

### ۱۰۳- گزینه «۲»

(یاسین سپهر)

اگر طول و عرض مستطیل به ترتیب برابر  $x$  و  $y$  باشند، با توجه به این که محیط آن برابر ۶۰ متر است. بنابراین:

$$2(x+y) = 60 \Rightarrow x+y = 30 \Rightarrow y = 30-x$$

از طرفی مساحت مستطیل یعنی  $xy$  برابر ۱۸۹ می باشد. پس:

$$xy = 189 \xrightarrow{y=30-x} x(30-x) = 189$$

$$\Rightarrow x^2 - 30x + 189 = 0, \Delta = 144$$

$$x = \frac{30 \pm \sqrt{144}}{2} \xrightarrow{x>y} x = 21, y = 30 - 21 = 9 \Rightarrow x - y = 12$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۴ تا ۷۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

### ۱۰۴- گزینه «۳»

(ممن صارقی)

برای حل این معادله، عبارت  $x^2 - 2x$  را  $t$  در نظر گرفته و داریم:

$$t^2 - 2t - 3 = 0 \xrightarrow{\text{به روش } a+c=b} \begin{cases} t = -1 \\ t = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2x = -1 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ x^2 - 2x = 3 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases} \end{cases}$$

بنابراین سه ریشه حقیقی متمایز خواهیم داشت.

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱ و ۱۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

### ۱۰۵- گزینه «۲»

(علی اصغر شریفی)

$$S = \alpha + \beta = 2$$

$$P = \alpha\beta = -5$$

$$\Rightarrow (\alpha+1)^2 + (\beta+1)^2 = \alpha^2 + 2\alpha + 1 + \beta^2 + 2\beta + 1$$

$$= S^2 - 2P + 2S + 2 = 4 + 10 + 4 + 2 = 20$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

ابتدا S و P را برای معادله درجه دوم داده شده می یابیم:

$$S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{12}{5}$$

$$P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{3}{5} \quad (\text{ریشه های معادله داده شده را } \alpha \text{ و } \beta \text{ فرض کردیم.})$$

حال ریشه های معادله جدید را  $\alpha'$  و  $\beta'$  در نظر گرفته و  $S'$  و  $P'$  را تشکیل

$$\alpha' = \frac{2}{\alpha}, \beta' = \frac{2}{\beta} \quad \text{می دهیم:}$$

$$S' = \alpha' + \beta' = \frac{2}{\alpha} + \frac{2}{\beta} = \frac{2\alpha + 2\beta}{\alpha\beta} = \frac{2S}{P} = \frac{2 \times \frac{12}{5}}{\frac{3}{5}} = 8$$

$$P' = \alpha'\beta' = \frac{2}{\alpha} \cdot \frac{2}{\beta} = \frac{4}{\alpha\beta} = \frac{4}{P} = \frac{20}{3}$$

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - 8x + \frac{20}{3} = 0 \xrightarrow{\times 3} 3x^2 - 24x + 20 = 0$$

(ریاضی ۲، صفحه های ۱۱ تا ۱۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

۱۰۷- گزینه «۱»

(ایمان نخستین)

اگر  $\alpha$  و  $\beta$  را ریشه‌های معادله بنامیم، داریم:

$$\begin{cases} \alpha + \beta = \frac{4a+1}{a} \\ \alpha\beta = 4 \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{1}{\beta} - 3 \xrightarrow{\times \alpha} \alpha^2 = \frac{1}{\alpha} - 3\alpha \xrightarrow{\alpha\beta=4} \alpha^2 = \frac{4}{\alpha} - 3\alpha$$

$$\Rightarrow \alpha^2 + 3\alpha - 4 = 0 \Rightarrow (\alpha + 4)(\alpha - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -4 \\ \alpha = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha = -4 \Rightarrow \beta = -\frac{1}{4} \Rightarrow S = \frac{4a+1}{a} = \frac{-17}{4} \Rightarrow a = -\frac{4}{17} \\ \alpha = 1 \Rightarrow \beta = \frac{4}{1} \Rightarrow S = \frac{4a+1}{a} = \frac{5}{1} \Rightarrow a = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$\xrightarrow{\text{مقدار مثبت } a} a = \frac{5}{4}$

توجه: دلتای معادله  $\Delta = 16a + 1$  است که به ازای دو مقدار بدست آمده، مثبت است.

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

۱۰۸- گزینه «۳»

(سروش موئینی)

$$2x^2 - mx + m = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \frac{-b}{a} = \frac{m}{2} \\ P = \frac{c}{a} = \frac{m}{2} \end{cases}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = \frac{m^2}{4} - m = 3 \Rightarrow m^2 - 4m - 12 = 0$$

$$\Rightarrow m = 6 \text{ یا } m = -2$$

دقت کنید که به ازای  $m = 6$  معادله ریشه حقیقی ندارد پس فقط  $m = -2$  قابل قبول است.

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$x^2 + m^2x + 1 = 0 \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{-m^2}{1} = -m^2$$

$$x^2 - (m-2)x + 2 = 0 \Rightarrow a + b = \frac{m-2}{1} = m-2$$

$$\Rightarrow a + b = \alpha + \beta \Rightarrow -m^2 = m - 2$$

$$\Rightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Rightarrow (m+2)(m-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \\ x^2 + x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{غیرقابل قبول} \quad \text{اگر } m = 1 \text{ باشد، داریم:}$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta > 0 \\ x^2 + 4x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{قابل قبول} \quad \text{اگر } m = -2 \text{ باشد، داریم:}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

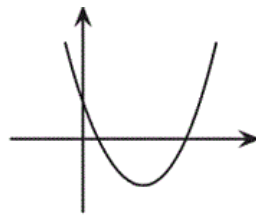
۴ ✓

۳

۲

۱





$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 > 0 \Rightarrow a+6 > 0 \Rightarrow a > -6 \\ b < 0 \Rightarrow a-2 < 0 \Rightarrow a < 2 \end{array} \right\} \Rightarrow -6 < a < 2$$

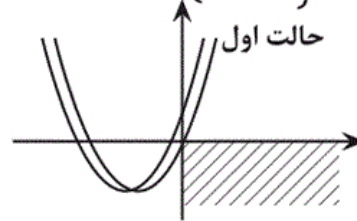
$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta > 0 \Rightarrow (a-2)^2 - 4(a+6) > 0 \Rightarrow (a^2 - 4a + 4) - 4a - 24 > 0 \\ a^2 - 8a - 20 > 0 \Rightarrow (a-10)(a+2) > 0 \Rightarrow a < -2 \text{ یا } a > 10 \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} -6 < a < -2$$

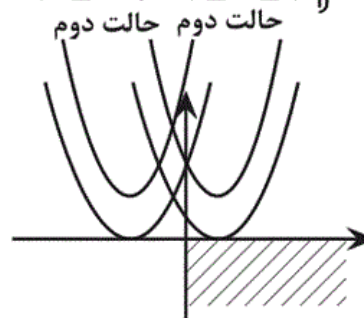
حال اگر از  $a > -6$ ،  $-6 < a < -2$  را کم کنیم  $a \geq -2$  به دست می آید.  
روش دوم: در حالت های زیر معادله درجه دوم از ناحیه چهارم عبور نمی کند.

$$\left\{ \begin{array}{l} a+6 > 0 \Rightarrow a > -6 \\ b > 0 \Rightarrow a-2 > 0 \Rightarrow a > 2 \\ \Delta > 0 \Rightarrow (a-2)^2 - 4(a+6) > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow a > 10 \quad (1)$$

$$\Rightarrow a^2 - 8a - 20 > 0 \Rightarrow \begin{cases} a > 10 \\ a < -2 \end{cases}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} (a+6) > 0 \Rightarrow a > -6 \\ \Delta \leq 0 \Rightarrow a^2 - 8a - 20 \leq 0 \Rightarrow -2 \leq a \leq 10 \end{array} \right\} \Rightarrow -2 \leq a \leq 10 \quad (2)$$



$$\xrightarrow{(1), (2)} a \geq -2$$

(ریاضی ۱، صفحه های ۷۸ تا ۸۲) (ریاضی ۲، صفحه های ۱۳ تا ۱۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

۱۰۱- گزینه «۳»

(معمربوار مسنی)

$$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{4} = 1 \Rightarrow y_s = 2 - 4 - 1 = -3$$

۴

۳ ✓

۲

۱

۱۰۴- گزینه «۴»

(یاسین سپهر)

در سهمی به معادله  $y = ax^2 + bx + c$  خط  $x_s = -\frac{b}{2a}$  محور تقارن است:

$$y = x^2 + bx + c, x_s = -\frac{b}{2a} = 4 \Rightarrow \frac{-b}{2} = 4 \Rightarrow b = -8$$

$$y_s = 16 - 8(4) + c = 5 \Rightarrow c = 21$$

$$\Rightarrow b.c = -168$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

۴

۳

۲

۱

۹۱- گزینه «۲»

(رضا سیدنیقی)

اگر  $f(x)$  یک تابع ثابت و  $g(x)$  یک تابع همانی باشد، داریم:

$$f(3) - g(m+2) = 4 - m \Rightarrow f(3) - m - 2 = 4 - m$$

$$\Rightarrow f(3) = 6 \Rightarrow f(x) = 6$$

$$g(f(m)) = g(6) = 6$$

بنابراین:

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۰۹ و ۱۱۰)

۴

۳

۲

۱

۹۲- گزینه «۳»

(یاسین سپهر)

حجم استوانه به ارتفاع  $h$  و شعاع قاعده  $r$  برابر  $\pi r^2 h$  و حجم کره به

شعاع  $r$  برابر  $\frac{4}{3}\pi r^3$  است. پس حجم تانکر عبارت است از:

$$f(r) = 10\pi r^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) = 10\pi r^2 + \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$\Rightarrow f(3) = 10\pi(3)^2 + \frac{2}{3}\pi(3)^3 = 108\pi$$

(ریاضی ۱، صفحه ۱۱۶، برگرفته از تمرین شماره ۴)

۴

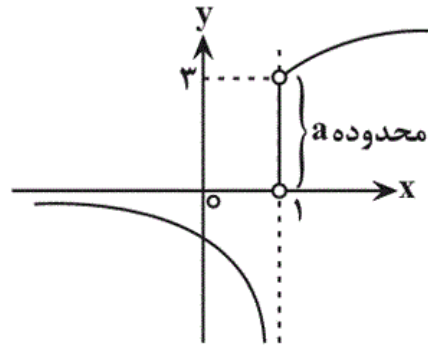
۳

۲

۱

با توجه به نمودار تابع،  $a$  می‌تواند مقادیر زیر را اختیار کند:

$$0 \leq a \leq 3 \Rightarrow a = \{0, 1, 2, 3\}$$



راه دوم:

$$x > 1 \Rightarrow x + 8 > 9 \Rightarrow \sqrt{x + 8} > 3 \quad \text{برد هر شاخه را پیدا می‌کنیم:}$$

$$x < 1 \Rightarrow x - 1 < 0 \Rightarrow \frac{1}{x - 1} < 0$$

می‌دانیم که برای یک به یک شدن نباید در برد توابع شاخه‌ها، اشتراکی باشد

$$0 \leq a \leq 3 \Rightarrow a = \{0, 1, 2, 3\}$$

پس:

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

۴

۳

۲

۱

(سروش موئینی)

در گزینه «۱» هم  $\sqrt{x}$  و هم  $|x + 2|$  با شرط  $(x \geq 0)$  اکیداً صعودی‌اند، پس جمع آن‌ها نیز اکیداً صعودی و یک به یک است.

در گزینه «۲»  $2^x$  و  $3^{-x}$  اکیداً صعودی‌اند.

در گزینه «۴» هم  $x$  و هم  $x^3$  اکیداً صعودی‌اند.

در گزینه «۳»، به ازای  $x = 0$  و  $x = \pm 1$  داریم:  $y = 0$ .

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

۴

۳

۲

۱

(سهیل مسلمان پور)

ابتدا صورت کسر را تجزیه می‌کنیم.  $x=1$  صورت این عبارت را صفر می‌کند، پس  $(x-1)$  یکی از عامل‌های این عبارت است.

$$x^3 - 5x^2 + 9x - 5 \Big| \frac{x-1}{x^2 - 4x + 5}$$

$$\underline{-(x^3 - x^2)}$$

$$-4x^2 + 9x - 5$$

$$\underline{-(-4x^2 + 4x)}$$

$$5x - 5$$

$$\underline{-(5x - 5)}$$

•

$$\Rightarrow f(x) = \frac{(x^2 - 4x + 5)(x-1)}{x-1} = x^2 - 4x + 5$$

$$\Rightarrow y = x^2 - 4x + 4 + 1 = (x-2)^2 + 1 \Rightarrow (x-2)^2 = y-1$$

$$\Rightarrow x-2 = \pm\sqrt{y-1} \xrightarrow{x \geq 2} x-2 = \sqrt{y-1}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{y-1} + 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x-1} + 2$$

عبارت زیر رادیکال باید نامنفی باشد، پس  $x \geq 1$  است.

$$f^{-1}(x) = \sqrt{x-1} + 2 \quad x \geq 1$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

۱۰۰- گزینه «۴»

(مهمربوار ممسنی)

اگر  $f$  و  $g$  توابع درجه یک باشند، نمودار  $y = (f.g)(x)$  یک سهمی است که برای عبور از دو ناحیه نباید دو ریشه داشته باشد، پس ریشه‌های  $f$  و  $g$  باید یکسان باشند. فرض کنیم:

$$f(x) = a(x - \alpha) ; g(x) = b(x - \alpha) \xrightarrow{(a, b \neq 0)} h(x) = \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{a}{b}$$

به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

(۱) دامنه  $h$  برابر  $\mathbb{R} - \{\alpha\}$  است.

(۲) تابع ثابت است که یک‌به‌یک نیست.

(۳) برد آن تک‌عضوی است.

(۴) داریم:

$$y = h(x) \Rightarrow ab(x - \alpha)^2 = \frac{a}{b} \Rightarrow (x - \alpha)^2 = \frac{1}{b^2} \Rightarrow x = \alpha \pm \frac{1}{b}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۶۵ تا ۷۰)

۴

۳

۲

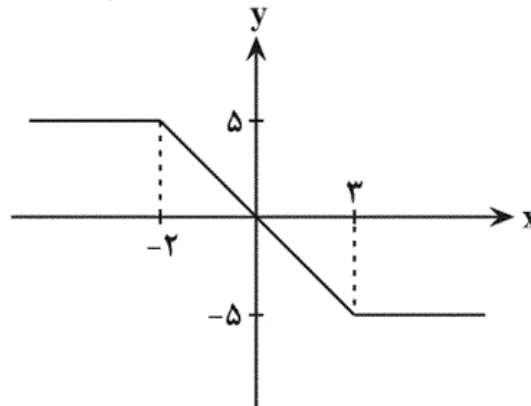
۱

۹۹- گزینه «۳»

(سهند ولی‌زاده)

$$f(x) = \sqrt{(x-3)^2} - |x+2| = |x-3| - |x+2|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -5 & x > 3 \\ -2x+1 & -2 \leq x \leq 3 \\ 5 & x < -2 \end{cases}$$



$$y = -2x + 1 \quad [-2, 3]$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x-1}{-2} = -\frac{x-1}{2} = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} ; [-5, 5]$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

۴

۳

۲

۱

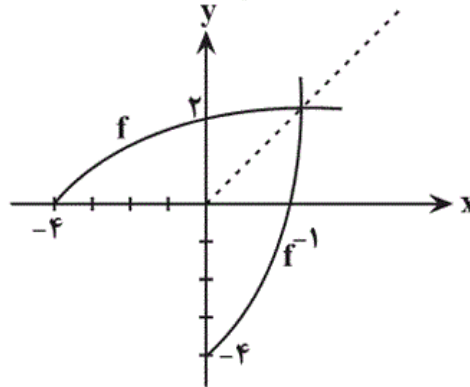
ابتدا ضابطه وارون تابع  $f$  را به دست می آوریم:

$$f(x) = \sqrt{x+4}, \begin{cases} D_f = [-4, +\infty) \\ R_f = [0, +\infty) \end{cases}$$

$$y = \sqrt{x+4} \xrightarrow{\text{توان ۲}} y^2 = x+4 \Rightarrow x = y^2 - 4$$

$$\xrightarrow{\text{جای } x, y \text{ را عوض می کنیم.}} y = f^{-1}(x) = x^2 - 4, D_{f^{-1}} = R_f = [0, +\infty)$$

حال نمودار دو تابع  $f(x) = \sqrt{x+4}$  و  $f^{-1}(x) = x^2 - 4$  را رسم می کنیم:



با توجه به شکل برای این که نمودار دو تابع  $f$  و  $f^{-1} + m$  همدیگر را قطع نکنند،

باید نمودار  $f^{-1}$  بیش تر از ۶ واحد به سمت بالا انتقال یابد یعنی  $m > 6$ .

(ریاضی ۲، صفحه های ۵۷ تا ۶۴) (ریاضی ۳، صفحه های ۲۴ تا ۲۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$y = \frac{x+2}{2x-3} \Rightarrow 2xy - 3y = x+2 \Rightarrow x(2y-1) = 3y+2$$

$$\Rightarrow x = \frac{3y+2}{2y-1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3x+2}{2x-1}$$

$$f(x) = f^{-1}(x) \Rightarrow \frac{3x+2}{2x-1} = \frac{x+2}{2x-3} \Rightarrow 6x^2 - 5x - 6 = 2x^2 + 3x - 2$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 8x - 4 = 0 \Rightarrow \text{جمع طول نقاط برخورد} = 2$$

(ریاضی ۳، صفحه های ۲۴ تا ۲۹) (ریاضی ۲، صفحه های ۶۱ تا ۶۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$(\circ, b) \in f^{-1} \Rightarrow (b, \circ) \in f \Rightarrow \sqrt{b} - \frac{1}{b} = \circ \Rightarrow \sqrt{b} = \frac{1}{b} \Rightarrow b = \frac{1}{b^2}$$

$$\Rightarrow b^3 = 1 \Rightarrow b = 1$$

$$(a, \frac{1}{4}) \in f^{-1} \Rightarrow (\frac{1}{4}, a) \in f \Rightarrow a = \sqrt{\frac{1}{4}} - \frac{1}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} - 4 = \frac{-7}{2}$$

$$\Rightarrow a + b = -\frac{7}{2} + 1 = \frac{-5}{2}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

۴

۳

۲

۱ ✓