



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۴۱- اگر نقاط  $A(2, 3)$ ،  $B(6, 2k-3)$  و  $C(k, -1)$  رئوس مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) باشند، فاصله پای میانه وارد بر

وتر تا مبدأ مختصات چقدر است؟

(۱)  $\sqrt{26}$

(۲)  $\sqrt{29}$

(۳)  $\sqrt{34}$

(۴)  $\sqrt{37}$

۴۲- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $x^2 - x - 3 = 0$  باشند، ریشه‌های کدام یک از معادله‌های زیر به صورت  $\alpha^3 - 3\alpha$  و  $\beta^3 - 2\beta$  می‌باشند؟

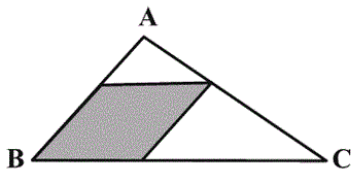
(۱)  $x^2 + 7x + 9 = 0$

(۲)  $x^2 - 7x + 9 = 0$

(۳)  $x^2 - 7x - 9 = 0$

(۴)  $x^2 + 7x - 9 = 0$

۴۳- در شکل زیر اگر  $3AB = 2BC$ ، آنگاه مساحت لوزی سایه زده شده چه کسری از مساحت مثلث  $ABC$  است؟



(۱)  $\frac{3}{5}$

(۲)  $\frac{2}{5}$

(۳)  $\frac{12}{25}$

(۴)  $\frac{6}{25}$

۴۴- اگر  $f(x) = \sqrt{3x-a}$ ،  $g(x) = \frac{1}{2x-b}$  و دامنه تابع  $\frac{f}{g}$  برابر  $\left\{\frac{3}{4}\right\} - \left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$  باشد، کدام  $a+b$  است؟

(۱)  $\frac{5}{2}$

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴)  $-\frac{5}{4}$

۴۵- از به هم وصل کردن انتهای کمان‌های  $\frac{\pi}{3}$ ،  $\frac{2\pi}{3}$  و  $\frac{4\pi}{3}$  روی دایره مثلثاتی، مثلثی تشکیل می‌شود. مساحت این مثلث کدام است؟

(۱) ۱

(۲)  $\sqrt{3}$

(۳)  $\frac{1}{2}$

(۴)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

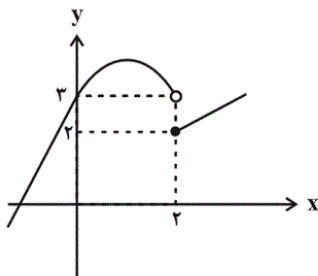
۴۶- اگر  $\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ} = -\frac{127}{73}$  مقدار  $\tan 15^\circ$  کدام است؟

- (۱)  $0/27$   
 (۲)  $0/36$   
 (۳)  $0/14$   
 (۴)  $0/19$

۴۷- مجموع جواب‌های معادله  $\log_3^{(2^x-1)} - \log_9^{(2^x-1)} = 1$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{17}{3}$   
 (۲) ۸  
 (۳)  $\frac{13}{3}$   
 (۴) ۶

۴۸- نمودار تابع  $f$  در شکل زیر رسم شده است و تابع  $g(x) = \frac{x^2 + mf(x)}{m[x] + f(x)}$  در  $x=2$  حد دارد. مجموع مقادیر قابل قبول برای



$m$  کدام است؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) صفر  
 (۲) -۱  
 (۳) ۱  
 (۴) ۲

۴۹- در داده آماری، میانگین و واریانس به ترتیب ۱۲ و ۲۰ هستند. با حذف داده‌های ۱۰ و ۹ و ۱۷، واریانس ۱۰ داده باقی مانده کدام

است؟

- (۱)  $23/2$   
 (۲)  $22/2$   
 (۳)  $23/8$   
 (۴)  $22/8$

۵۰- سه تاس با هم پرتاب شده‌اند. می‌دانیم که اعداد روشده هر سه تاس فرد است. احتمال این که مجموع اعداد روشده، عددی اول

باشد، کدام است؟

- (۱)  $\frac{20}{27}$   
 (۲)  $\frac{19}{27}$   
 (۳)  $\frac{2}{3}$   
 (۴)  $\frac{22}{27}$

#### ۴۱- گزینه «۲»

(بهانه‌بش نیکنام)

مثلث در رأس A قائمه می‌باشد، پس شیب AB و AC، قرینه و معکوس همدیگر هستند.

$$\begin{cases} m_{AB} = \frac{2k-6}{4} = \frac{k-3}{2} \\ m_{AC} = \frac{4}{2-k} \end{cases} \Rightarrow \frac{k-3}{2} = \frac{k-2}{4} \Rightarrow k=4$$

پای میانه وارد بر وتر همان وسط پاره خط BC است.

$$\Rightarrow \begin{cases} B(6, 5) \\ C(4, -1) \end{cases} \Rightarrow BC \text{ وسط پاره خط } (5, 2)$$

$$\sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29}$$

و در نهایت فاصله این نقطه تا مبدأ برابر است با:

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

#### ۴۲- گزینه «۲»

(پیرام نیکوکار)

$$x^2 - x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = 1 \\ \alpha\beta = -3 \end{cases}$$

اگر  $\alpha$  و  $\beta$  را در معادله اولیه جای‌گذاری کنیم آن‌گاه خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \alpha^2 - \alpha - 3 = 0 \Rightarrow \alpha^2 - 3 = \alpha \xrightarrow{\times \alpha} \alpha^3 - 3\alpha = \alpha^2 \\ \beta^2 - \beta - 3 = 0 \Rightarrow \beta^2 - 3 = \beta \xrightarrow{\times \beta} \beta^3 - 3\beta = \beta^2 \end{cases}$$

حال معادله جدید را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} S' = (\alpha^3 - 3\alpha) + (\beta^3 - 3\beta) = \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 1 + 6 = 7 \\ P' = (\alpha^3 - 3\alpha)(\beta^3 - 3\beta) = \alpha^2\beta^2 = (\alpha\beta)^2 = 9 \end{cases}$$

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - 7x + 9 = 0$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

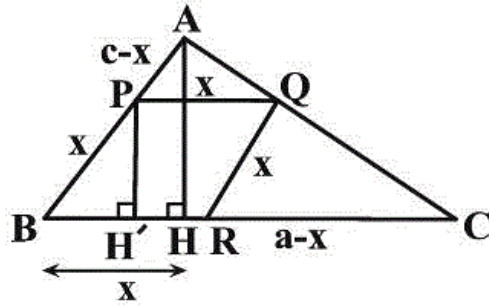
۴

۳

۲ ✓

۱

اگر ضلع لوزی را برابر  $x$  و اندازه اضلاع  $AB$  و  $BC$  را به ترتیب برابر  $c$  و  $a$  در نظر بگیریم، خواهیم داشت:



$$\text{فرض: } \frac{a}{c} = \frac{3}{2}$$

با استفاده از قضیه تالس در مثلث  $ABC$ ، داریم:

$$\left. \begin{aligned} PQ \parallel BC &\Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{c-x}{c} \rightarrow \frac{x}{c-x} = \frac{a}{c} = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{x}{c} = \frac{3}{5} \\ RQ \parallel AB &\Rightarrow \frac{x}{c} = \frac{a-x}{a} \rightarrow \frac{x}{a-x} = \frac{c}{a} = \frac{2}{3} \rightarrow \frac{x}{a} = \frac{2}{5} \end{aligned} \right\}$$

$$PH' \parallel AH \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{PH'}{AH} = \frac{x}{c}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{S_{\text{لوزی}}}{S_{\Delta ABC}} &= \frac{BR \times PH'}{\frac{1}{2} BC \times AH} \\ &= 2 \left( \frac{BR}{BC} \right) \left( \frac{PH'}{AH} \right) = 2 \left( \frac{x}{a} \right) \left( \frac{x}{c} \right) = 2 \left( \frac{2}{5} \right) \left( \frac{3}{5} \right) = \frac{12}{25} \end{aligned}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۳۱ تا ۴۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(علی کردی)

$$\begin{cases} D_f : 3x - a \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{a}{3} \Rightarrow D_f = [\frac{a}{3}, +\infty) \\ D_g : \mathbb{R} - \{\frac{b}{2}\} \end{cases}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = [\frac{1}{3}, +\infty) - \{\frac{3}{2}\}$$

$$= [\frac{a}{3}, +\infty) - \{\frac{b}{2}\} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = 1 \\ \frac{b}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow b = 3 \end{cases} \Rightarrow a + b = 4$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۶ و ۶۵ تا ۷۰)

۴

۳ ✓

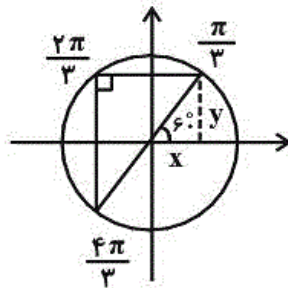
۲

۱

(میثم بهرامی بویا)

با توجه به شکل زیر، از آنجا که  $\sin \frac{2\pi}{3} = \sin \frac{\pi}{3}$  و  $\cos \frac{2\pi}{3} = -\cos \frac{\pi}{3}$  می‌باشد،

مثلث ایجاد شده یک مثلث قائم‌الزاویه است. حال طول اضلاع قائم آن را به دست می‌آوریم:



$$y = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad x = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

با توجه به آن که  $\cos \frac{2\pi}{3} = -\cos \frac{\pi}{3} = -x$  و  $\sin \frac{4\pi}{3} = -\sin \frac{\pi}{3} = -y$  است پس:

$$\text{اضلاع قائم: } 2y = \sqrt{3}, \quad 2x = 1$$

$$\text{مساحت} = \frac{2x \times 2y}{2} = \frac{\sqrt{3} \times 1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ} = \frac{\cos(270^\circ + 15^\circ) - \sin(270^\circ - 15^\circ)}{\sin(540^\circ - 15^\circ) - \sin(90^\circ + 15^\circ)}$$

$$= \frac{\sin 15^\circ + \cos 15^\circ}{\sin 15^\circ - \cos 15^\circ} = \frac{\frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} + 1}{\frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} - 1} = \frac{\tan 15^\circ + 1}{\tan 15^\circ - 1}$$

حال با فرض  $x = \tan 15^\circ$ ، داریم:

$$\frac{x+1}{x-1} = -\frac{127}{73} \Rightarrow 73x + 73 = -127x + 127$$

$$\Rightarrow 200x = 54 \Rightarrow x = 0.27$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\log_3^{(2^x-1)} - \log_{(2^x-1)}^9 = 1 \Rightarrow \log_3^{(2^x-1)} - 2 \log_{(2^x-1)}^3 = 1$$

$$\frac{\log_3^{(2^x-1)} = A}{\log_{(2^x-1)}^3 = \frac{1}{\log_3^{(2^x-1)}}} \rightarrow A - \frac{2}{A} = 1$$

$$\xrightarrow{\times A} A^2 - A - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 2 \\ A = -1 \end{cases}$$

$$A = 2 \Rightarrow \log_3^{(2^x-1)} = 2 \Rightarrow 2^x - 1 = 9 \Rightarrow x_1 = 5$$

$$A = -1 \Rightarrow \log_3^{(2^x-1)} = -1 \Rightarrow 2^x - 1 = \frac{1}{3} \Rightarrow x_2 = \frac{2}{3}$$

$$x_1 + x_2 = 5 + \frac{2}{3} = \frac{17}{3}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

با توجه به نمودار تابع  $f$  واضح است که:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2$$

حال تابع  $g$  در  $x = 2$  هنگامی حد دارد که حدهای چپ و راست آن در این نقطه برابر باشند:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + mf(x)}{m[x] + f(x)} = \frac{4 + 2m}{m + 3} \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + mf(x)}{m[x] + f(x)} = \frac{4 + 2m}{2m + 2} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{برابری حدود}} \frac{2m + 4}{m + 3} = \frac{m + 2}{m + 1}$$

$$\Rightarrow 2m^2 + 7m + 4 = m^2 + 5m + 6$$

$$\Rightarrow 2m^2 + 2m - 2 = 0 \Rightarrow m^2 + m - 1 = 0$$

معادله فوق ۲ جواب دارد که مجموع آن‌ها برابر ۱- است.

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۳۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

(سپار داوطلب)

میانگین اعداد ۱۰، ۹ و ۱۷ نیز برابر ۱۲ است:  $\bar{x} = \frac{17+9+10}{3} = \frac{36}{3} = 12$

پس با حذف آن‌ها میانگین ۱۰ داده باقی مانده ۱۲ خواهد بود و واریانس ۱۳ داده

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - 12)^2 + (x_2 - 12)^2 + \dots + (x_{13} - 12)^2}{13} = 20 \quad \text{برابر است با:}$$

پس حاصل جمع  $(x_1 - 12)^2 + \dots + (x_{13} - 12)^2$  برابر است با:  $13 \times 20 = 260$  واریانس ده داده باقی مانده پس از حذف ۳ داده به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{(x_1 - 12)^2 + \dots + (x_{10} - 12)^2}{10} \\ &= \frac{260 - (17 - 12)^2 - (9 - 12)^2 - (10 - 12)^2}{10} = \frac{260 - 25 - 9 - 4}{10} \\ &= \frac{222}{10} = 22.2 \end{aligned}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۳ تا ۱۵۹)

۴

۳

۲ ✓

۱



(علی مرشد)

$$n(S) = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

اعداد روشده هر سه تاس فرد است، بنابراین مجموع این اعداد نیز فرد بوده و یکی از اعداد ۱۵ و ۱۳ و ۱۱ و ۹ و ۷ و ۵ و ۳ خواهد بود.

در بین اعداد بالا، ۹ و ۱۵ اول نیستند پس تعداد حالاتی که مجموع اعداد سه تاس برابر ۹ یا ۱۵ بوده را محاسبه می‌کنیم.

$$\text{مجموع } 9: \begin{cases} (1, 3, 5) \Rightarrow 3! = 6 \\ (3, 3, 3) \Rightarrow 1 \end{cases}$$

$$\text{مجموع } 15: (5, 5, 5) \Rightarrow 1$$

$$\Rightarrow 6 + 1 + 1 = 8$$

$$P(A') = \frac{8}{27} \Rightarrow P(A) = \frac{19}{27}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۴۴ تا ۱۵۲)

۴

۳

۲ ✓

۱