



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

@riazisara

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

@riazisara.ir

ریاضی سرا در اینستاگرام:



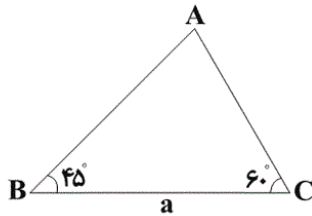
<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۱۳۱- یک کتاب فروشی اینترنتی برای فروش کتاب‌های کمک‌درسی ریاضی (۱) و هندسه (۱) در یک روز خاص ۱۴۰ نفر مراجعه کننده داشت. ۸۰ نفر کتاب کمک درسی ریاضی (۱) و ۳۰ نفر کتاب کمک درسی هندسه (۱) خریداری کردند و ۵۰ نفر هیچ کتابی نخریدند. چند نفر فقط کتاب کمک درسی ریاضی (۱) خریدند؟

- ۷۰ (۱) ۶۰ (۲) ۵۰ (۳) ۴۰ (۴)

۱۳۲- با اضافه کردن یک مقدار ثابت به هر یک از عددهای ۲۰، ۵۰ و ۱۰۰ سه عدد حاصل با همین ترتیب (از راست به چپ) تشکیل دنباله هندسی می‌دهند، قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

- $\frac{5}{3}$ (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴)



۱۳۳- مساحت مثلث مقابل بر حسب a ، کدام است؟

- $\frac{a^2}{2(1+\sqrt{3})}$ (۱) $\frac{\sqrt{3}a^2}{1+\sqrt{3}}$ (۲)
 $\frac{a^2}{1+\sqrt{3}}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}a^2}{2(1+\sqrt{3})}$ (۳)

۱۳۴- حاصل عبارت $2^{\sqrt{5}-2} \times (1+2\sqrt{15})^{\frac{\sqrt{5}+2}{2}} \times (\sqrt{5}-\sqrt{3})^{\frac{1}{\sqrt{5}-2}}$ کدام است؟

- ۱۶ (۴) $4\sqrt{5}$ (۳) $2\sqrt{5}$ (۲) ۱ (۱)

۱۳۵- اگر مجموعه جواب نامعادله $3x+1 < 1-x < x+5$ بازه (a, b) باشد، مجموعه جواب نامعادله $|3x+a| < b+1$ کدام است؟

- $(-\frac{1}{3}, 1)$ (۴) $(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$ (۳) $(\frac{1}{3}, 1)$ (۲) $(\frac{1}{3}, 2)$ (۱)

۱۳۶- رابطه $\{(x+2, x^3), (-x, x^2), (x+2, x^2+2x), (2-2x, x)\}$ به ازای چند مقدار x تابع است؟

- ۳ (۴) ۲ (۳) ۱ (۲) هیچ مقدار (۱)

۱۳۷- از بین n کتاب ریاضی و $n-1$ کتاب شیمی، به ۱۶ حالت می‌توانیم ۲ کتاب هم‌مبحث را انتخاب کنیم. به چند طریق می‌توانیم ۳ کتاب از مجموع کتاب‌ها انتخاب کنیم؟

- ۱۲۰ (۲) ۵۶ (۳) ۱۰ (۴) ۸۴ (۱)

۱۳۸- چند عدد ۳ رقمی وجود دارد که «یکان > دهگان \geq صدگان» باشد؟

- ۹۰ (۱) ۱۲۰ (۲) ۱۴۵ (۳) ۱۶۵ (۴)

۱۳۹- در جعبه‌ای ۵ مهره آبی و ۴ مهره قرمز وجود دارد. اگر از این جعبه ۳ مهره به تصادف خارج کنیم، چه قدر احتمال دارد دقیقاً ۲ مهره هم‌رنگ باشند؟

$$\frac{4}{5} \quad (۴)$$

$$\frac{5}{7} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{5}{6} \quad (۱)$$

۱۴۰- در ظرفی ۳ مهره آبی و تعدادی مهره سبز داریم. به تصادف ۲ مهره از این ظرف خارج می‌کنیم. اگر احتمال هم‌رنگ بودن دو

مهره $\frac{1}{2}$ باشد، تعداد مهره‌های سبز کدام می‌تواند باشد؟

$$۵ \quad (۴)$$

$$۷ \quad (۳)$$

$$۶ \quad (۲)$$

$$۸ \quad (۱)$$

۱۳۱- گزینه ۲»

(ریمیم مشتاق نظم)

اگر x تعداد افرادی باشد که هر دو کتاب را خریدند، در این صورت:

$$(۸۰ - x) + x + (۳۰ - x) + ۵۰ = ۱۴۰ \Rightarrow ۱۶۰ - x = ۱۴۰ \Rightarrow x = ۲۰$$

تعداد افرادی که فقط کتاب کمک درسی ریاضی (۱) خریدند:

$$۸۰ - x = ۸۰ - ۲۰ = ۶۰$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱

۱۳۲- گزینه ۱»

(کتاب آبی)

$$۲۰ + a, ۵۰ + a, ۱۰۰ + a$$

فرض کنید a مقدار ثابت باشد:

در دنباله هندسی، قدرنسبت از تقسیم یک جمله به جمله قبلی به دست می‌آید:

$$r = \frac{a + ۵۰}{a + ۲۰} = \frac{a + ۱۰۰}{a + ۵۰}$$

$$\Rightarrow (a + ۵۰)^2 = (a + ۲۰)(a + ۱۰۰)$$

$$\Rightarrow a^2 + ۱۰۰a + ۲۵۰۰ = a^2 + ۱۲۰a + ۲۰۰۰$$

$$\Rightarrow ۲۰a = ۵۰۰ \Rightarrow a = ۲۵ \Rightarrow r = \frac{a + ۱۰۰}{a + ۵۰} = \frac{۱۲۵}{۷۵} = \frac{۵}{۳}$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

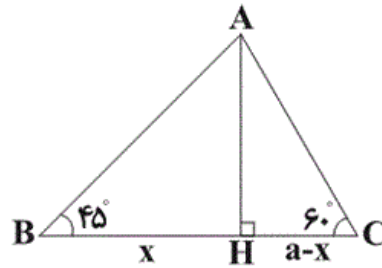
۴

۳

۲

۱

با رسم ارتفاع مثلث داریم:



$$\tan(\hat{B}) = \frac{AH}{BH} \Rightarrow \tan 45^\circ = \frac{AH}{x} = 1 \Rightarrow AH = x$$

$$\tan(\hat{C}) = \frac{AH}{CH} \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{AH}{a-x} = \sqrt{3} \Rightarrow AH = \sqrt{3}(a-x)$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{3}(a-x) \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}a}{1+\sqrt{3}}$$

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{x \times a}{2} = \frac{\sqrt{3}a^2}{2(1+\sqrt{3})}$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۲۵ تا ۳۵)

۴

۳✓

۲

۱

(ابراهیم نفی)

$$(1+2\sqrt{15})^2 \frac{\sqrt{5+2}}{2} = (5+2\sqrt{15}+3)^2 \frac{\sqrt{5+2}}{2}$$

$$= ((\sqrt{5} + \sqrt{3})^2)^2 \frac{\sqrt{5+2}}{2} = (\sqrt{5} + \sqrt{3})^{\sqrt{5+2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{5-2}} \times \frac{\sqrt{5+2}}{\sqrt{5+2}} = \frac{\sqrt{5+2}}{5-4} = \sqrt{5+2}$$

از طرفی:

$$\Rightarrow 2^{\sqrt{5-2}} \times (\sqrt{5} + \sqrt{3})^{\sqrt{5+2}} \times (\sqrt{5} - \sqrt{3})^{\sqrt{5+2}} = 2^{\sqrt{5-2}} \times 2^{\sqrt{5+2}}$$

$$= 2^{\sqrt{5}} = 4^{\sqrt{5}}$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱ و ۶۵ تا ۶۷)

۴

۳✓

۲

۱

در نامعادله داده شده داریم:

$$\begin{cases} 3x+1 < 1-x \Rightarrow 4x < 0 \Rightarrow x < 0 \\ 1-x < x+5 \Rightarrow -4 < 2x \Rightarrow -2 < x \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} -2 < x < 0$$

$$\Rightarrow x \in (-2, 0) \Rightarrow a = -2, b = 0$$

$$|3x+a| < b+1 \Rightarrow |3x-2| < 1 \Rightarrow -1 < 3x-2 < 1$$

$$\Rightarrow 1 < 3x < 3 \Rightarrow \frac{1}{3} < x < 1$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱ تا ۹۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

(امیر محمودیان)

دو زوج مرتب با مؤلفه اول یکسان $x+2$ وجود دارد، پس برای تابع شدن رابطه، باید مؤلفه‌های دوم آن‌ها برابر باشد:

$$x^3 = x^2 + 2x \Rightarrow x^3 - x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x^2 - x - 2) = 0$$

$$\Rightarrow x(x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ یا } x = -1 \text{ یا } x = 2$$

به ازای $x = 0$ رابطه را بازنویسی می‌کنیم:

$$\{(2, 0), (0, 0), (2, 0), (2, 0)\}$$

تابع است.

به ازای $x = -1$:

$$\{(1, -1), (1, 1), (1, -1), (4, -1)\}$$

تابع نیست.

به ازای $x = 2$:

$$\{(4, 8), (-2, 4), (4, 8), (-2, 2)\}$$

تابع نیست.

پس تنها به ازای $x = 0$ تابع است.

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

(امین نصراله)

$$\binom{n}{2} + \binom{n-1}{2} = 16 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} + \frac{(n-1)(n-2)}{2} = 16$$

$$\Rightarrow \frac{(n-1)(n+n-2)}{2} = 16$$

$$\Rightarrow \frac{(n-1)(2n-2)}{2} = 16$$

$$\Rightarrow (n-1)^2 = 16 \Rightarrow n-1 = \pm 4$$

$$\Rightarrow n = -3 \text{ یا } n = 5 \Rightarrow n = 5 \text{ قابل قبول است}$$

$$\Rightarrow n + (n-1) = 5 + 4 = 9$$

$$\binom{9}{3} = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2} = 84$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

(میلاد منصوری)

برای حل سؤال دو حالت در نظر می‌گیریم. اول اینکه «یکان > دهگان = صدگان» برای ساختن چنین عددی کافی است که ۲ رقم متمایز مانند $\{a, b\}$ از $\{0, 1, \dots, 9\}$ انتخاب کنیم و رقم بزرگتر را به صدگان و دهگان نسبت دهیم، رقم کوچکتر را به یکان.

$$\text{پس در این حالت } \binom{10}{2} = 45 \text{ عدد داریم.}$$

در حالت دوم «یکان > دهگان > صدگان». در این حالت باید ۳ رقم متمایز انتخاب کنیم و رقم بزرگتر را به صدگان، رقم متوسط را به دهگان و رقم کوچکتر را به یکان

$$\text{نسبت دهیم. یعنی } \binom{10}{3} = 120 \text{ حالت مختلف.}$$

۴ ✓

۳

۲

۱

(رضا اکبری)

$$n(S) = \binom{9}{3} = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$$

$$n(A) = \binom{5}{2} \binom{4}{1} + \binom{4}{2} \binom{5}{1} = 10 + 10 = 20$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{20}{84} = \frac{5}{21}$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

۱۴۰- گزینه ۲»

(علی مرشد)

اگر تعداد مهره‌های سبز ظرف n باشد، داریم:اگر $n > 1$ باشد:

$$\frac{1}{2} = \frac{\binom{n}{2} + \binom{3}{2}}{\binom{n+3}{2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\frac{n(n-1)}{2} + 3}{\frac{(n+3)(n+2)}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\frac{n^2 - n + 6}{2}}{\frac{n^2 + 5n + 6}{2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{n^2 - n + 6}{n^2 + 5n + 6}$$

$$\Rightarrow n^2 - 7n + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 6 \\ n = 1 \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{\binom{3}{2}}{\binom{1+3}{2}} \Rightarrow \frac{\binom{3}{2}}{\binom{4}{2}} = \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

اگر $n = 1$ باشد:پس به‌ازای $n = 1$ نیز تساوی برقرار است و $n = 1$ نیز قابل قبول است.

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

۴

۳

۲ ✓

۱