



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

...

@riazisara

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

@riazisara.ir

ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۹۱- حاصل ضرب ریشه‌های حقیقی معادله $x^2 + 4x + 3 = \sqrt{x^2 + 4x + 5}$ کدام است؟

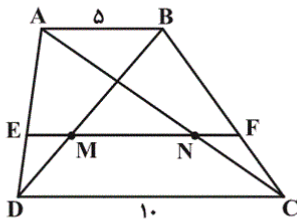
- ۴ (۴) ۲ (۳) ۱ (۲) -۲ (۱)

۹۲- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 3x - 2 = 0$ باشند، مقدار $\alpha^2 + 2\beta - 4$ کدام است؟

- ۹ (۴) ۵ (۳) ۷ (۲) ۸ (۱)

۹۳- در دوزنقه شکل زیر به طول قاعده‌های ۵ و ۱۰، پاره خط EF موازی قاعده‌ها، دو قطر را در نقاط M و N قطع کرده است. اگر

$MN = 2EM$ ، آن‌گاه $\frac{AE}{ED}$ کدام است؟



$\frac{5}{3}$ (۱)

۳ (۲)

$\frac{4}{3}$ (۳)

۲ (۴)

۹۴- در دوزنقه‌ای به طول قاعده‌های ۳ و ۵ و ارتفاع ۲ واحد، امتداد دو ساق در نقطه M متقاطع‌اند. فاصله M از قاعده بزرگ تر

کدام است؟

- ۴ (۴) ۶ (۳) ۵ (۲) ۳ (۱)

۹۵- اگر $f = \{(4, 3), (3, 1), (5, 4)\}$ و $g = \{(3, 6), (4, 4)\}$ باشد، تابع $\frac{f}{g}$ کدام است؟

$\{(3, -\frac{1}{4}), (4, \frac{3}{2})\}$ (۱)

$\{(3, -\frac{1}{4})\}$ (۲)

$\{(3, \frac{3}{8}), (4, \frac{3}{2})\}$ (۳)

$\{(4, \frac{3}{2})\}$ (۴)

۹۶- در کدام گزینه، دو تابع با هم برابر نیستند؟

$$g(x) = \sqrt{\frac{x^2}{x-1}} \text{ و } f(x) = \frac{|x|}{\sqrt{x-1}} \quad (۱)$$

$$g(x) = \frac{x^5}{x^6} \text{ و } f(x) = \frac{x^2}{x^3} \quad (۲)$$

$$g(x) = \begin{cases} 1 & x > 1 \\ -1 & x < 1 \end{cases} \text{ و } f(x) = \frac{x-1}{|x-1|} \quad (۳)$$

$$g(x) = \frac{\sqrt{x}}{x} \text{ و } f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \quad (۴)$$

۹۷- اگر $f(x) = (\sin x + \cos x + 1)(\sin x + \cos x - 1)$ باشد، مقدار $f\left(\frac{7\pi}{6}\right)$ کدام است؟

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۲) \qquad \frac{1}{2} \quad (۱)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (۴) \qquad \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۳)$$

۹۸- حاصل عددی عبارت $\cos \frac{3\pi}{16} + \cos \frac{5\pi}{16} + \cos \frac{7\pi}{16} + \cos \frac{9\pi}{16} + \cos \frac{11\pi}{16} + \cos \frac{13\pi}{16}$ کدام است؟

$$۲ \quad (۴) \qquad -۱ \quad (۳) \qquad ۱ \quad (۲) \qquad \text{صفر} \quad (۱)$$

۹۹- اگر $3 - \log x = 2\sqrt{\log x}$ ، آن گاه حاصل $\log_{x-7}^{2(x-1)}$ کدام است؟

$$۵ \quad (۴) \qquad ۴ \quad (۳) \qquad ۳ \quad (۲) \qquad ۲ \quad (۱)$$

۱۰۰- از معادله لگاریتمی $\log_3(2x^2 + 1) - \log_3(x + 2) = 1$ ، مقدار لگاریتم $(2x - 1)$ در پایه ۸ کدام می تواند باشد؟

$$\frac{2}{3} \quad (۴) \qquad \frac{1}{2} \quad (۳) \qquad -\frac{1}{2} \quad (۲) \qquad -\frac{2}{3} \quad (۱)$$

۹۱- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

فرض کنیم $x^2 + 4x + 3 = t$ ، بنابراین خواهیم داشت:

$$x^2 + 4x + 3 = \sqrt{x^2 + 4x + 3 + 2} \rightarrow t = \sqrt{t + 2}$$

طرفین معادله را با شرط $t \geq 0$ ، به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\Rightarrow t^2 = t + 2 \Rightarrow t^2 - t - 2 = 0 \Rightarrow (t - 2)(t + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = -1 & \text{غ قق} \\ t = 2 \Rightarrow x^2 + 4x + 3 = 2 \Rightarrow x^2 + 4x + 1 = 0 \end{cases}$$

در این معادله، $\Delta = 4^2 - 4 = 12 > 0$ و معادله ۲ جواب حقیقی دارد. بنابراین:

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = 1$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳ و ۲۲ تا ۲۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

۹۲- گزینه «۲»

(آرین غلامی رادر)

مجموع ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ برابر با $-\frac{b}{a}$ است،

پس:

$$\alpha + \beta = \frac{-(-3)}{1} = 3$$

α در معادله صدق می‌کند. بنابراین:

$$\alpha^2 - 3\alpha - 2 = 0 \Rightarrow \alpha^2 = 3\alpha + 2$$

$$\alpha^2 + 3\beta - 4 = 3\alpha + 2 + 3\beta - 4$$

$$= 3\alpha + 3\beta - 2 = 3(\alpha + \beta) - 2 = 3 \times 3 - 2 = 7$$

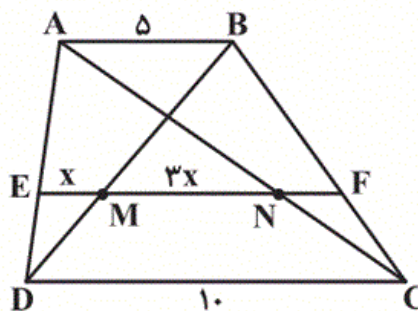
(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۴

۳

۲ ✓

۱



طبق قضیه تالس در دو مثلث $\triangle ABD$ و $\triangle ADC$ داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \triangle ABD: \frac{x}{5} = \frac{ED}{AD} \\ \triangle ADC: \frac{4x}{10} = \frac{AE}{AD} \end{array} \right.$$

حال از تقسیم طرفین این دو معادله بر هم، داریم:

$$\frac{\frac{x}{5}}{\frac{4x}{10}} = \frac{\frac{ED}{AD}}{\frac{AE}{AD}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{ED}{AE} \Rightarrow \frac{AE}{ED} = 2$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۳۳ تا ۴۱)

۴

۳

۲

۱

دو مثلث $\triangle MDC$ و $\triangle MAB$ متشابه‌اند، پس در آن‌ها نسبت ارتفاع‌های نظیر، برابر با نسبت اضلاع نظیر است:

$$\frac{AB}{DC} = \frac{MH}{MH_2} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{MH}{MH+2}$$

$$\Rightarrow 5MH = 3MH + 6 \Rightarrow MH = 3$$

در نهایت فاصله M از قاعده بزرگ‌تر برابر است با:

$$MH_2 = 3 + 2 = 5$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴

۳

۲

۱

(علی شهرابی)

$$D_{2f-g} = D_f \cap D_g \Rightarrow D_f \cap D_g = \{3, 4\}$$

$$(2f - g)(3) = 6 \Rightarrow \underbrace{2f(3)}_1 - g(3) = 6 \Rightarrow g(3) = -4$$

$$(2f - g)(4) = 4 \Rightarrow \underbrace{2f(4)}_3 - g(4) = 4 \Rightarrow g(4) = 2$$

از آنجا که تابع $\frac{f}{g}$ روی دامنه مشترک f و g (به جز $\{x \mid g(x) = 0\}$) تعریف می‌شود و $D_f \cap D_g = \{3, 4\}$ داریم:

$$\frac{f}{g} = \left\{ \left(3, -\frac{1}{4} \right), \left(4, \frac{3}{2} \right) \right\}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۶۵ تا ۷۰)

۴

۳

۲

۱

(ایمان پینی فروشان)

در گزینه «۱»، دامنه دو تابع برابر نیست، پس دو تابع با هم مساوی نیستند.

$$D_f = (1, +\infty)$$

$$D_g = (1, +\infty) \cup \{0\}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۰ و ۵۱)

۴

۳

۲

۱

(علی کردی)

$$f(x) = (\sin x + \cos x + 1)(\sin x + \cos x - 1) = (\sin x + \cos x)^2 - 1$$

$$= \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x - 1 = 2 \sin x \cos x$$

$$f\left(\frac{7\pi}{6}\right) = 2 \times \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) \times \cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) = 2 \times \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) \times \cos\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$= 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۲)

۴

۳

۲

۱

۹۸- گزینه «۱»

(علی کردی)

$$\frac{3\pi}{16} + \frac{13\pi}{16} = \pi \Rightarrow \cos \frac{3\pi}{16} = -\cos \frac{13\pi}{16} \Rightarrow \cos \frac{3\pi}{16} + \cos \frac{13\pi}{16} = 0$$

به طور مشابه داریم:

$$\frac{5\pi}{16} + \frac{11\pi}{16} = \pi \Rightarrow \cos \frac{5\pi}{16} = -\cos \frac{11\pi}{16} \Rightarrow \cos \frac{5\pi}{16} + \cos \frac{11\pi}{16} = 0$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} & \cos \frac{3\pi}{16} + \cos \frac{5\pi}{16} + \cos \frac{8\pi}{16} + \cos \frac{11\pi}{16} + \cos \frac{13\pi}{16} \\ &= \cos \frac{8\pi}{16} = \cos \frac{\pi}{2} = 0 \end{aligned}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۸۰ تا ۸۲)

۴

۳

۲

۱

۹۹- گزینه «۲»

(فرشاد فرامرزی)

با در نظر گرفتن $\sqrt{\log x} = t$ و در نتیجه $\log x = t^2$ ، داریم:

$$3 - t^2 = 2t \Rightarrow t^2 + 2t - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -3 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

$$t = 1 \Rightarrow \sqrt{\log x} = 1 \Rightarrow \log x = 1 \Rightarrow x = 10$$

$$\Rightarrow \log_{x-7}^{3(x-1)} = \log_3^{27} = \log_3^{3^3} = 3$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

۴

۳

۲

۱

از رابطه $\log_m^a - \log_m^b = \log_m^{\frac{a}{b}}$ داریم:

$$\log_3^{(2x^2+1)} - \log_3^{(x+2)} = \log_3^{\left(\frac{2x^2+1}{x+2}\right)}$$

بنابراین معادله مفروض صورت سؤال به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$\log_3^{\left(\frac{2x^2+1}{x+2}\right)} = 1 \quad (*)$$

از طرفی می‌دانیم اگر $\log_v^u = \alpha$ ، آنگاه $u = v^\alpha$ ، پس:

$$(*) \Rightarrow \frac{2x^2+1}{x+2} = 3^1 \Rightarrow 2x^2+1 = 3x+6$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 3x - 5 = 0$$

$$\Rightarrow (2x-5)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ x = -1 \end{cases}$$

هر دو مقدار به دست آمده به عنوان جواب معادله قابل قبول هستند، اما توجه

داریم که در نهایت باید $\log_8^{(2x-1)}$ را محاسبه کنیم که به ازای $x = -1$ ،

این عبارت تعریف نمی‌شود، اما به ازای $x = \frac{5}{2}$ برابر است با:

$$\log_8^{\left(\frac{2 \times \frac{5}{2} - 1}{2}\right)} = \log_8^{\frac{4}{2}} = \log_8^2 = \log_{\frac{2}{3}}^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \log_{\frac{2}{3}}^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

۴ ✓

۳

۲

۱