

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

@riazisara

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

@riazisara.ir

ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی و آمار ۲، گزاره ها و ترکیب گزاره ها - ۹ سوال -

۸۱- چه تعداد از جملات زیر گزاره است؟

(الف) امروز هوا خیلی سرد است.

(ب) قیمت خودرو گران است.

$$(پ) \frac{5 \times 4}{2} > \frac{7}{3}$$

(ت) تعداد شرکت کنندگان در کنکور سراسری امسال، نسبت به سال قبل افزایش یافته است.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۸۲- تعداد ردیف‌های (حالت‌های) یک جدول ارزش‌گذاری با ۱۰ گزاره ساده، چند برابر تعداد ردیف‌های (حالت‌های) یک جدول با ۶ گزاره ساده است؟

(۱) ۴ (۲) ۱۶ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{7}{2}$

۸۳- کدام مورد درباره گزاره p : « $\sqrt{2} \geq \sqrt{3}$ » نادرست است؟

(۱) نقیض گزاره p برابر است با: $\sqrt{2} < \sqrt{3}$

(۲) ارزش $p \vee F$ برابر با F است.

(۳) ارزش $p \wedge T$ برابر با T است.

(۴) گزاره $p \sim$ با گزاره q : «۱۸۲ عددی اول نیست» هم ارزش است.

۸۴- اگر p ، q و r سه گزاره دلخواه باشند، ارزش کدام گزاره همواره درست است؟

(۱) $(2 \text{ عددی اول است}) \Rightarrow \sim p$

(۲) $(\frac{1}{5} \text{ عددی صحیح است}) \wedge (p \vee q)$

(۳) $r \sim \Leftrightarrow$ (میان، همان چارک دوم است).

(۴) (نمودار خط $y = x + 1$ از ربع دوم نمی‌گذرد.) \Rightarrow (عدد ۹۹ مربع کامل نیست).

۸۵- چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

(الف) اگر عدد ۱۳ اول و عدد ۷ زوج باشد، آنگاه ۱۸ مربع کامل است.

(ب) اگر a عدد صحیح زوج یا فرد باشد، آنگاه عدد ۱ اول است. ($a \in \mathbb{Z}$)

(پ) بزرگ‌ترین معجزه پیامبر اسلام (ص) قرآن است و اسلام اولین دین الهی است.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۸۶- اگر p و q گزاره‌هایی درست و r گزاره‌ای نادرست باشد، کدام گزینه صحیح است؟

$$\sim r \Rightarrow (q \wedge r) \equiv p \Leftrightarrow q \quad (۲) \qquad (p \vee \sim q) \wedge r \equiv \sim r \quad (۱)$$

$$(q \wedge \sim r) \Leftrightarrow (q \wedge p) \equiv F \quad (۴) \qquad (\sim r \vee \sim q) \Rightarrow (r \Rightarrow q) \equiv T \quad (۳)$$

۸۷- اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، در این صورت چه تعداد از هم‌ارزی‌های زیر به درستی نوشته شده است؟

$$(\sim q \vee q) \equiv F \quad (ب) \qquad (\sim p \wedge p) \equiv F \quad (الف)$$

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q) \quad (د) \qquad \sim(\sim p \vee q) \equiv (p \vee \sim q) \quad (ج)$$

$$۱ \quad (۴) \qquad ۲ \quad (۳) \qquad ۳ \quad (۲) \qquad ۴ \quad (۱)$$

۸۸- اگر ارزش هر دو گزاره مرکب $(p \wedge \sim q)$ و $(q \vee \sim r)$ درست باشد، در این صورت ارزش چه تعداد از گزاره‌های زیر نادرست است؟

$$p \vee (r \wedge q) \quad (پ) \qquad r \wedge (\sim p \vee q) \quad (ب) \qquad \sim(p \wedge r) \quad (الف)$$

$$۴ \quad (۴) \quad \text{صفر} \qquad ۳ \quad (۳) \qquad ۲ \quad (۲) \qquad ۱ \quad (۱)$$

۸۹- با توجه به جدول زیر گزاره مرکب x کدام می‌تواند باشد؟

$$(p \Leftrightarrow \sim r) \wedge (q \Leftrightarrow r) \quad (۱)$$

$$(q \Rightarrow \sim r) \vee (q \Leftrightarrow p) \quad (۲)$$

$$(p \Leftrightarrow \sim r) \wedge (q \Leftrightarrow p) \quad (۳)$$

$$(p \Rightarrow r) \vee (q \Leftrightarrow r) \quad (۴)$$

p	q	r	x
F	T	T	F
T	T	F	T
F	F	F	T

ریاضی و آمار ۲، استدلال ریاضی - ۳ سوال

۹۰- در کدام گزینه، نماد ریاضی گزاره نادرست است؟

$$(۱) \text{ مجموع ثلث و ربع عددی، سه واحد از آن عدد کمتر است: } \frac{x}{۳} + \frac{x}{۴} = x - ۳$$

$$(۲) \text{ مربع مجموع دو عدد بزرگتر از مجموع مربعات آن دو عدد است: } x^2 + y^2 > (x + y)^2$$

$$(۳) \text{ مکعب هر عددی بزرگتر از مربع آن عدد است: } x^3 > x^2$$

$$(۴) \text{ مجموع معکوس‌های دو عدد ناصفر، کوچکتر از معکوس مجموع آن دو عدد است: } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} < \frac{1}{x+y}$$

۹۱- در مورد استدلال زیر، مطلب ذکر شده در کدام گزینه نادرست است؟

مقدمه ۱: اگر دو عدد فرد باشند، آن‌گاه حاصل ضربشان هم فرد است.
 مقدمه ۲: $a \times b = ۳۲۳$
 ∴

(۱) این استدلال، مغالطه است.

(۲) روش به کار رفته در این استدلال، نادرست است.

(۳) نتیجه این استدلال به این صورت است که: a و b هر دو فرد هستند.

(۴) نتیجه استدلال بالا همیشه نادرست است.

۹۲- در کدام گزینه، خطای محاسباتی وجود ندارد؟

$$a > b \xrightarrow{k < 0} a + k > b + k \quad (۲)$$

$$a > b \Rightarrow -2a > -2b \quad (۱)$$

$$\frac{3x+y}{y} = 3x \quad (۴)$$

$$(x-3)^2 = 25 \Rightarrow \begin{cases} x=8 \\ x=2 \end{cases} \quad (۳)$$

ریاضی و آمار ۲، توابع ثابت، چند ضابطه ای و همانی - ۸ سوال -

۹۳- اگر زوج مرتب $(x+4, x^2-2x)$ روی نیمساز ناحیه اول و سوم قرار داشته باشد، در این صورت مقادیر ممکن برای x کدام است؟

- (۱) ۴ و -۱ (۲) ۱ و -۴ (۳) -۱ و -۴ (۴) ۱ و ۴

۹۴- اگر $f = \{(2a, a^2-1), (1, b^2-2b), (-b, 5-a), (3, 4-2b)\}$ تابعی ثابت باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

- (۱) -۵ (۲) ۴ (۳) -۱ (۴) صفر

۹۵- اگر $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2x+1}, & x \geq 0 \\ \sqrt{1-4x}, & x < 0 \end{cases}$ باشد، حاصل $\frac{f(1/5) - f(-2)}{f(0)}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) ۵ (۴) -۵

۹۶- کدام یک از خط‌های زیر، نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 1-x, & x \geq 0 \\ x-1, & x < 0 \end{cases}$ را قطع نمی‌کند؟

- (۱) $y = x+2$ (۲) $y = 1$ (۳) $y = x$ (۴) $y = -1$

۹۷- در تابع ثابت $f(x)$ اگر $(f(5))^2 + 5f(5^2) = 36$ و $(f(4))^2 = 4f(4)$ باشد، حاصل $f(9)$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) -۹ (۴) $\sqrt{6}$

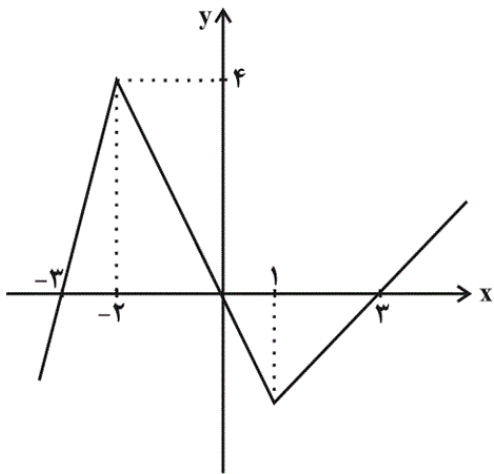
۹۸- اگر ضابطه $f(x) = \frac{a+1}{x} + b(x^2 - 1) + (2a+c)x$ مربوط به یک تابع همانی باشد، در این صورت $a+b+c$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) ۴ (۳) -۲ (۴) ۲

۹۹- اگر $f(x) = \begin{cases} 2x - a & , x \geq -3 \\ ax + 3 & , x \leq -3 \end{cases}$ یک تابع باشد، در این صورت مقدار $f(-4)$ کدام است؟

- (۱) -۹ (۲) ۱۸ (۳) -۱۵ (۴) ۱۲

۱۰۰- ضابطه مربوط به نمودار تابع زیر کدام است؟



$$f(x) = \begin{cases} 4x + 4 & , x \leq -2 \\ -4x & , -2 < x < 1 \\ 2x - 3 & , x \geq 1 \end{cases} \quad (1)$$

$$f(x) = \begin{cases} 4x + 12 & , x \leq -2 \\ -2x & , -2 < x < 1 \\ x - 3 & , x \geq 1 \end{cases} \quad (2)$$

$$f(x) = \begin{cases} 4x + 12 & , x \leq -2 \\ -2x & , -2 < x < 3 \\ 2x - 6 & , x \geq 3 \end{cases} \quad (3)$$

$$f(x) = \begin{cases} -4x + 12 & , x \leq -2 \\ 2x & , -2 \leq x \leq 3 \\ -2x + 6 & , x \geq 3 \end{cases} \quad (4)$$

۸۱-

(امیر محمودیان، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه ۲ تا ۴)

به بررسی تک تک موارد می‌پردازیم:

الف) سرد بودن معیار مشخصی ندارد و نمی‌توانیم ارزش (درستی یا نادرستی) آن را تعیین کنیم بنابراین گزاره نیست.

ب) گران بودن معیار مشخص ندارد و نمی‌توانیم ارزش آن را تعیین کنیم. بنابراین گزاره نیست.

پ) می‌توانیم ارزش این نامساوی را تعیین کنیم. پس گزاره است.

ت) تعداد شرکت‌کنندگان در کنکور سراسری مشخص است می‌توانیم تعیین کنیم که تعداد شرکت‌کنندگان امسال افزایش داشته یا خیر. پس ارزش این جمله را می‌توانیم تعیین کنیم. بنابراین گزاره است.

۴

۳ ✓

۲

۱

۸۲-

(امیر زراندوز، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه ۲ تا ۴)

تعداد ردیف‌های یک جدول ارزش‌گذاری با n گزاره ساده برابر با 2^n می‌باشد، لذا داریم:

$$\text{کسر مطلوب} = \frac{2^{10}}{2^6} = 2^{10-6} = 2^4 = 16$$

۴

۳

۲ ✓

۱

می‌دانیم $\sqrt{2}$ کوچکتر از $\sqrt{3}$ است، پس ارزش $\sqrt{2} \geq \sqrt{3}$ نادرست است. ضمناً نقیض آن به شکل $\sqrt{2} < \sqrt{3}$ می‌باشد.

$$(p \vee F) \equiv (F \vee F) \equiv F$$

$$(p \wedge T) \equiv (F \wedge T) \equiv F$$

دقت کنید ۱۸۲ اول نیست (مثلاً ۱۸۲ بر ۲ بخش پذیر است) پس ارزش گزاره q درست است و با $\sim p$ هم‌ارزش است.

□۴

□۳✓

□۲

□۱

گزاره «۲ عددی اول است» ارزش درست دارد، پس ارزش گزاره داده شده در گزینه «۱» همواره درست است. زیرا گزاره $\sim p$ چه درست باشد چه نادرست به یکی از حالت‌های $(T \Rightarrow T)$ یا $(F \Rightarrow T)$ می‌رسیم که همواره ارزش درست دارند.

$\frac{1}{5}$ عددی صحیح نیست، پس ارزش گزاره « $\frac{1}{5}$ عددی صحیح است.» نادرست است و

ترکیب عطفی آن با هر گزاره دلخواه دیگری نادرست است.

گزاره «میانه، همان چارک دوم است» صحیح است ولی ترکیب دو شرطی آن با $\sim r$ به ارزش گزاره r بستگی دارد.

در گزینه «۴» خط $y = x + 1$ از ربع دوم می‌گذرد و عدد ۹۹ مربع کامل نیست. پس به ترکیب شرطی $T \Rightarrow F$ می‌رسیم که همواره نادرست است.

□۴

□۳

□۲

□۱✓

به بررسی تک تک موارد می‌پردازیم و نماد ریاضی هر یک را می‌نویسیم:

الف) اگر عدد ۱۳ اول و عدد ۷ زوج باشد آنگاه ۱۸ مربع کامل است.

$\underbrace{\hspace{10em}}_r \quad \underbrace{\hspace{10em}}_q \quad \underbrace{\hspace{10em}}_p$

$$(p \wedge q) \Rightarrow r$$

ارزش گزاره p درست و گزاره q نادرست و گزاره r نادرست است، داریم:

$$(T \wedge F) \Rightarrow F \equiv F \Rightarrow F \equiv T$$

ب) اگر a عدد صحیح زوج یا فرد باشد، آنگاه عدد ۱ اول است. در اینجا p و q نقیض

$\underbrace{\hspace{10em}}_r \quad \underbrace{\hspace{10em}}_q \quad \underbrace{\hspace{10em}}_p$

یکدیگرند، پس در این صورت ترکیب فصلی آن‌ها درست است و گزاره r نادرست است.

$$(p \vee q) \Rightarrow r \equiv T \Rightarrow F \equiv F$$

پ) بزرگترین معجزه پیامبر اسلام (ص) قرآن است و اسلام اولین دین الهی است. که

$\underbrace{\hspace{10em}}_q \quad \underbrace{\hspace{10em}}_p$

در این حالت ارزش گزاره p درست و ارزش گزاره q نادرست است، پس ترکیب عطفی آن‌ها نادرست است.

$$p \wedge q \equiv T \wedge F \equiv F$$

۴

۳

۲ ✓

۱

q درست و r نادرست است در نتیجه $\sim q$ نادرست و $\sim r$ درست است و ترکیب

فصلی آن‌ها نیز درست است. r نادرست است در نتیجه $r \Rightarrow q$ درست است. پس

در ترکیب شرطی $(r \Rightarrow q) \Rightarrow (\sim r \vee \sim q)$ هم مقدم و هم تالی درست است در

نتیجه ارزش آن درست است. در سایر گزینه‌ها، هم‌ارزی برقرار نیست. به عنوان

تمرین خودتان بررسی کنید.

۴

۳ ✓

۲

۱

موارد (الف) و (د) صحیح می‌باشند و به کمک جدول ارزش گزاره‌ها می‌توان به سادگی فهمید که موارد (ب) و (ج) نادرست هستند:

ب)

q	~q	~q ∨ q
T	F	T
F	T	T

$\Rightarrow (\sim q \vee q) \equiv T$

ج)

p	q	~p	~q	~p ∨ q	~(~p ∨ q)	p ∨ ~q
T	T	F	F	T	F	T
T	F	F	T	F	T	T
F	T	T	F	T	F	F
F	F	T	T	T	F	T

۴
۳ ✓
۲
۱

ترکیب عطفی دو گزاره زمانی دارای ارزش درست است که هر دو گزاره دارای ارزش درست باشند، لذا داریم:

$$p \wedge \sim q \xrightarrow{\text{ارزش درست}} \left\{ \begin{array}{l} \text{ارزش درست } p \\ \text{ارزش نادرست } q \rightarrow \sim q \text{ درست} \end{array} \right.$$

ترکیب فصلی نیز زمانی ارزش درست دارد که حداقل یکی از گزاره‌ها درست باشد لذا:

$$(q \vee \sim r) \xrightarrow{\text{ارزش درست}} \left\{ \begin{array}{l} \text{ارزش نادرست } q \\ \sim r \text{ درست} \rightarrow r \text{ نادرست} \end{array} \right.$$

(الف)

p	r	p ∧ r	~(p ∧ r)
د	ن	ن	د

(ب)

p	q	r	~p	~p ∨ q	r ∧ (~p ∨ q)
د	ن	ن	ن	ن	ن

(پ)

p	q	r	r ∧ q	p ∨ (r ∧ q)
د	ن	ن	ن	د

پس تنها یک مورد دارای ارزش نادرست است.

۴

۳

۲

۱ ✓

با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها، ارزش ستون هر یک از گزینه‌ها را می‌یابیم:

p	q	r	$\sim r$	$p \Leftrightarrow \sim r$	$q \Leftrightarrow r$
F	T	T	F	T	T
T	T	F	T	T	F
F	F	F	T	F	T

$(p \Leftrightarrow \sim r) \wedge (q \Leftrightarrow r)$	$q \Rightarrow \sim r$	$q \Leftrightarrow p$	$(q \Rightarrow \sim r) \vee (q \Leftrightarrow p)$
T	F	F	F
F	T	T	T
F	T	T	T

$(p \Leftrightarrow \sim r) \wedge (q \Leftrightarrow p)$	$p \Rightarrow r$	$(p \Rightarrow r) \vee (q \Leftrightarrow r)$	x
F	T	T	F
T	F	F	T
F	T	T	T

با مقایسه با ستون مربوط به گزاره مرکب x درمی‌یابیم که این گزاره می‌تواند

$(q \Rightarrow \sim r) \vee (q \Leftrightarrow p)$ باشد.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۹۰

(امیر مضموریان، استدلال ریاضی، صفحه ۱۲ و ۱۳)

نماد ریاضی گزینه «۲» به صورت زیر است اگر دو عدد را x و y در نظر بگیریم مربع مجموع آنها $(x+y)^2$ و مجموع مربعات آنها $x^2 + y^2$ است.

$$(x+y)^2 > x^2 + y^2$$

↓ ↓

مجموع مربعات مربع مجموع

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$p \Rightarrow q$$

استدلال داده شده، از نوع مغالطه است چون به شکل مقابل است: q

$\therefore p$

می‌دانیم روش به کار رفته در مغالطه همیشه نادرست است ولی نتیجه مغالطه، باید بررسی شود و نمی‌توان گفت همواره نادرست است.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(هادی پلاور، استدلال ریاضی، صفحه ۱۶ تا ۱۸)

می‌دانیم اگر دو طرف نامعادله‌ای را در عددی مثبت ضرب کنیم جهت نامعادله تغییر نمی‌کند ولی در گزینه (۱) دو طرف، در عددی منفی ضرب شده و جهت باید تغییر کند. در گزینه (۴) هم نمی‌توان y را از صورت و مخرج ساده کرد. در گزینه (۳) داریم:

$$(x-3)^2 = 25 \xrightarrow{\text{جذر}} x-3 = \pm 5 \Rightarrow \begin{cases} x-3=5 \Rightarrow x=8 \\ x-3=-5 \Rightarrow x=-2 \end{cases}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهدی بهیرایی، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه ۳۰)

یک زوج مرتب زمانی روی نیمساز ناحیه اول و سوم قرار دارد که مؤلفه‌های اول و دوم آن با یکدیگر برابر باشد، در این صورت داریم:

$$\begin{aligned} (x+4, x^2-2x) &\Rightarrow x^2-2x = x+4 \\ \Rightarrow x^2-2x-x-4=0 &\Rightarrow x^2-3x-4=0 \xrightarrow{\text{معادله را تجزیه می‌کنیم}} \\ x^2+(1-4)x+(1)\times(-4)=0 &\Rightarrow (x+1)(x-4)=0 \\ \Rightarrow \begin{cases} x+1=0 \Rightarrow x=-1 \\ x-4=0 \Rightarrow x=4 \end{cases} \end{aligned}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیر محمودیان، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه ۲۶ و ۲۷)

در تابع ثابت، برد تنها شامل یک عضو است در نتیجه با توجه به دو زوج مرتب $(2a, a^2 - 1)$ و $(-b, 5 - a)$ که مؤلفه دوشان بر حسب a می‌باشد، داریم:

$$a^2 - 1 = 5 - a \Rightarrow a^2 + a - 6 = 0 \Rightarrow (a + 3)(a - 2) = 0$$

$$\Rightarrow a = 2 \text{ یا } a = -3$$

حال برای دو زوج مرتب $(1, b^2 - 2b)$ و $(3, 4 - 2b)$ داریم:

$$b^2 - 2b = 4 - 2b \Rightarrow b^2 = 4 \Rightarrow b = 2 \text{ یا } b = -2$$

حال به ازای حالت‌های مختلف a و b شرط تابع ثابت بودن را بررسی می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{اگر } a = 2 \text{ باشد:} \\ 5 - a = a^2 - 1 = 3 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{اگر } a = -3 \text{ باشد:} \\ 5 - a = a^2 - 1 = 8 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{اگر } b = 2 \text{ باشد:} \\ b^2 - 2b = 4 - 2b = 0 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{اگر } b = -2 \text{ باشد:} \\ b^2 - 2b = 4 - 2b = 8 \end{array} \right\}$$

برای آن که برد تنها یک عضو داشته باشد، باید همه اعضای آن برابر باشد یعنی $a = -3$ و $b = -2$ قابل قبول است. (برد فقط شامل « ۸ » است)

$$a + b = -3 - 2 = -5$$

۴

۳

۲

۱ ✓

(هاری پلاور، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه ۲۷ تا ۲۹)

با توجه به محدوده دامنه تابع، $f(1/5)$ و $f(0)$ را از ضابطه اول و $f(-2)$ را از ضابطه دوم به دست می‌آوریم:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{2x+1} & , x \geq 0 \\ \sqrt{1-4x} & , x < 0 \end{cases}$$

$$f(0) = \sqrt{2 \times 0 + 1} = \sqrt{1} = 1$$

$$f(1/5) = \sqrt{2 \times 1/5 + 1} = \sqrt{3/5 + 1} = \sqrt{4/5} = 2$$

$$f(-2) = \sqrt{1 - 4 \times (-2)} = \sqrt{1 + 8} = \sqrt{9} = 3$$

$$\frac{f(1/5) - f(-2)}{f(0)} = \frac{2 - 3}{1} = \frac{-1}{1} = -1$$

۴

۳

۲ ✓

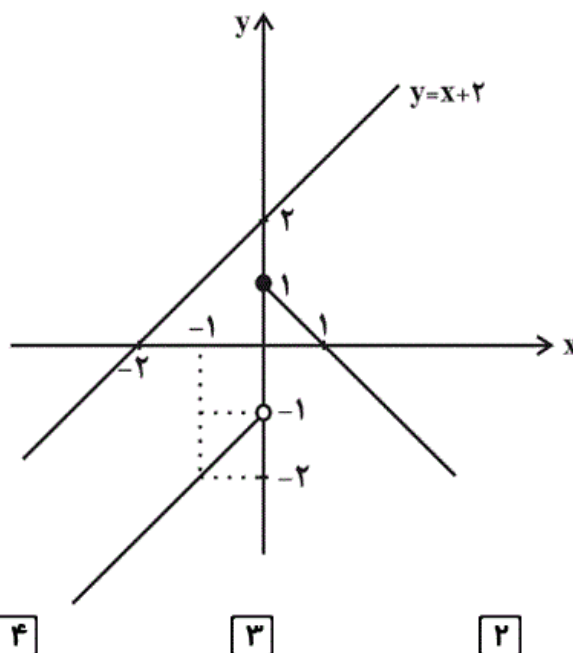
۱

(فرداد روشنی، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه ۲۷ تا ۲۹)

با رسم نمودار تابع داریم:

$$f(x) = \begin{cases} 1-x, & x \geq 0 \Rightarrow \begin{array}{l|l} x & 0 \quad 1 \\ y & 1 \quad 0 \end{array} \\ x-1, & x < 0 \Rightarrow \begin{array}{l|ll} x & -1 & -2 \\ y & -2 & -3 \end{array} \end{cases}$$

با توجه به ضابطه $y = x + 2$ و رسم آن درمی‌یابیم که تنها نمودار مربوط به این ضابطه، نمودار تابع $f(x)$ را قطع نمی‌کند و سایر گزینه‌ها نمودار تابع $f(x)$ را قطع می‌کنند.



(امیر مسموریان، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه ۲۶ و ۲۷)

در تابع ثابت $f(x)$ به‌ازای تمام اعضای دامنه $f(x) = c$ است. در نتیجه:

$$f(5) = f(5^2) = f(4) = c$$

طبق رابطه داده شده:

$$(f(5))^2 + 5f(5^2) = 36 \Rightarrow c^2 + 5c = 36$$

$$\Rightarrow c^2 + 5c - 36 = 0 \Rightarrow (c+9)(c-4) = 0 \Rightarrow c = -9 \text{ یا } c = 4$$

از طرفی:

$$4f(4) = (f(4))^2 \Rightarrow 4c = c^2 \Rightarrow c^2 - 4c = 0$$

$$\Rightarrow c(c-4) = 0 \Rightarrow c = 0 \text{ یا } c = 4$$

از اشتراک دو جواب فوق داریم:

$$c = 4 \Rightarrow f(x) = 4$$

در نتیجه:

$$f(9) = 4$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(شقایق راهبریان، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه ۳۰)

ضابطه تابع همانی به صورت $f(x) = x$ می‌باشد، لذا می‌بایست ضرایب مربوط به عوامل دیگر غیر از x ، صفر و ضریب x می‌بایست ۱ باشد، داریم:

$$f(x) = \frac{a+1}{x} + b(x^2 - 1) + (2a+c)x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+1=0 \Rightarrow a=-1 & (1) \\ b=0 \end{cases}$$

$$\left| \begin{array}{l} 2a+c=1 \xrightarrow{(1)} 2 \times (-1) + c = 1 \Rightarrow -2+c=1 \Rightarrow c=3 \end{array} \right.$$

$$a+b+c = -1+0+3 = 2$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(فریده هاشمی، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه ۲۷ تا ۲۹)

چون $f(x)$ یک تابع است لذا باید به ازای $x = -3$ در دو ضابطه یک مقدار برای آن وجود داشته باشد به همین دلیل هر دو ضابطه باید به ازای $x = -3$ با یکدیگر برابر باشند:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - a, & x \geq -3 \Rightarrow f(-3) = 2 \times (-3) - a = -6 - a \quad (1) \\ ax + 3, & x \leq -3 \Rightarrow f(-3) = a \times (-3) + 3 = -3a + 3 \quad (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} -6 - a = -3a + 3 \Rightarrow 3a - a = 6 + 3 \Rightarrow 2a = 9 \Rightarrow a = \frac{9}{2}$$

پس ضابطه تابع به فرم $f(x) = \begin{cases} 2x - \frac{9}{2}, & x \geq -3 \\ \frac{9}{2}x + 3, & x < -3 \end{cases}$ است. حال برای یافتن

$f(-4)$ داریم:

$$f(-4) = \frac{9}{2} \times (-4) + 3 = -18 + 3 = -15$$

۴

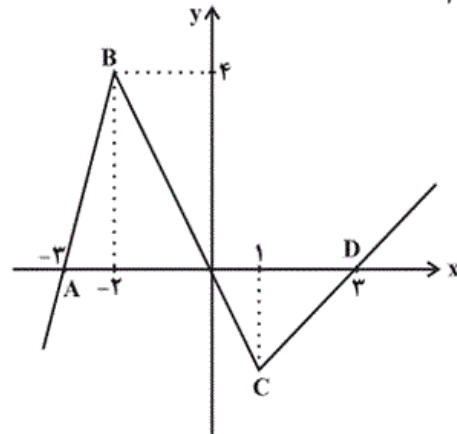
۳

۲

۱

(ممید زرین‌کفش، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه ۲۷ تا ۲۹)

با توجه به نمودار درمی‌یابیم که نمودار تابع از سه خط با شیب‌های متفاوت تشکیل شده است که برای به‌دست آوردن ضابطه تابع با توجه به محدوده دامنه در هر قسمت، آن‌ها را می‌یابیم:



به ازای $x \leq -2$ خط اول از دو نقطه $A(-3, 0)$ و $B(-2, 4)$ می‌گذرد که ضابطه آن به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4 - 0}{-2 - (-3)} = \frac{4}{1} = 4$$

$$y - y_A = m_{AB}(x - x_A) \Rightarrow y - 0 = 4(x - (-3)) \Rightarrow y = 4x + 12$$

به ازای $-2 < x < 1$ خط دوم از نقطه B و مبدأ می‌گذرد که اگر ضابطه آن را $y = ax$ فرض کنیم، داریم:

$$y = ax \xrightarrow{B(-2, 4)} 4 = a \times (-2) \Rightarrow a = -2 \Rightarrow y = -2x$$

به ازای $x \geq 1$ خط سوم از دو نقطه $D(3, 0)$ و C می‌گذرد که عرض نقطه C از ضابطه تابع قبلی به‌دست می‌آید:

$$y = -2x \xrightarrow{x=1} y = -2 \times (1) = -2 \Rightarrow C(1, -2)$$

$$m_{CD} = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} \Rightarrow m_{CD} = \frac{0 - (-2)}{3 - 1} = \frac{2}{2} = 1$$

$$y - y_D = m_{CD}(x - x_D) \Rightarrow y - 0 = 1 \times (x - 3) \Rightarrow y = x - 3$$

پس ضابطه تابع به فرم گزینه «۲» می‌باشد.

$$f(x) = \begin{cases} 4x + 12 & , x \leq -2 \\ -2x & , -2 < x < 1 \\ x - 3 & , x \geq 1 \end{cases}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱