RIAZISARA

www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات
و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)
https://t.me/riazisara

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)
https://www.instagram.com/riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۹۱- مشتق تابع $y=6x\sqrt[3]{x}$ ، کدام است؟

۱) $\frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$ ۲) $2\sqrt[3]{x^2}$ ۳) $6\sqrt[3]{x^2}$ ۴) $8\sqrt[3]{x}$

۹۲- اگر $f(x)=x\sqrt{\frac{4}{x-1}}$ باشد، آن‌گاه حاصل $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$ کدام است؟

۱) -2 ۲) -4 ۳) 4 ۴) صفر

۹۳- مقدار مشتق تابع $f(x)=\frac{(x^3-1)\left|x^2-3x+1\right|}{\sqrt{x}}$ در $x=1$ کدام است؟

۱) 3 ۲) -3 ۳) 6 ۴) -6

۹۴- یک تودهٔ باکتری پس از t ساعت دارای جرم $f(t)=at^2+a$ است. اگر آهنگ متوسط رشد تودهٔ باکتری در بازهٔ زمانی $[1,a]$ برابر با آهنگ لحظه‌ای رشد آن در $t=3$ باشد، a کدام است؟

۱) 3 ۲) 5 ۳) 2 ۴) 6

۹۵- اگر تابع $f(x)=\begin{cases} ax^2-2bx+1 & ; x\geq 1 \\ \frac{b}{x} & ; 0<x<1 \end{cases}$ در $x=1$ مشتق‌پذیر باشد، آن‌گاه مقدار a کدام است؟

۱) $\frac{1}{5}$ ۲) $\frac{1}{10}$ ۳) $\frac{2}{5}$ ۴) $\frac{1}{20}$

۹۶- تابع $f(x)=ax+[ax]$ در بازهٔ $(0,4)$ دارای ۷ نقطهٔ مشتق‌ناپذیر است. مقدار a کدام می‌تواند باشد؟

۱) 3 ۲) -2 ۳) 1 ۴) -1

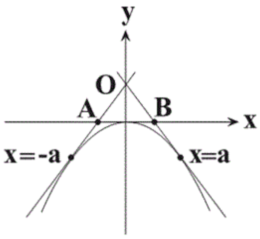
۹۷- اگر $D_f\in(0,1)$؛ $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$ و $g(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$ مفروض باشند، ضابطهٔ تابع $y=f'(x).g'(f(x))$ کدام است؟

۱) $(1-x)^{\frac{3}{2}}$ ۲) $(1-x)^{-\frac{3}{2}}$ ۳) $\frac{1}{2}(1-x)^{\frac{3}{2}}$ ۴) $\frac{1}{2}(1-x)^{-\frac{3}{2}}$

۹۸- اگر تابع $f(x)$ در $\mathbb{R}$ مشتق دوم داشته باشد و بدانیم $\lim_{h\to ۰}\frac{f'(h+۴)-۲}{h}=۴$، در این‌صورت مشتق دوم تابع $y=f(x^۲)$ در نقطهٔ $x=۲$ کدام است؟

۱) ۶۴   ۲) ۲۰   ۳) ۶۸   ۴) ۷۲

۹۹- مطابق شکل زیر، اگر خطوط مماس بر تابع $f(x)=-x^۲$ در نقاط $x=a$ و $x=-a$ ترسیم شوند، مثلث OAB به‌وجود می‌آید. مساحت مثلث OAB کدام است؟



۱) $\frac{a^۲}{۲}$

۲) $a^۲$

۳) $a^۳$

۴) $\frac{a^۳}{۲}$

۱۰۰-تعداد نقاط مشتق‌ناپذیری توابع $f(x)=\sqrt{x^۲+ax+۱}$ و $g(x)=\left||x|+a\right|$ با هم برابر است؛ چند مقدار صحیح برای a پذیرفته است؟

۱) ۲   ۲) ۱   ۳) بی‌شمار   ۴) هیچ‌مقدار

ریاضی ۱ - دهم ، **شمارش ، بدون شمردن**

۱۰۱-یک نان سنگک، یک نان بربری و یک نان لواش را به چند طریق می‌توان بین ۵ نفر تقسیم کرد، به‌طوری که افراد دریافت‌کنندهٔ نان، دقیقاً یک عدد نان دریافت کنند؟

۱) $C(۵,۳)$ ۲) $C(۵,۴)$ ۳) $P(۵,۲)$ ۴) $P(۵,۳)$

۱۰۲-در یک شهرک مسکونی ۵ بلوار اصلی و در هر بلوار بین ۶ تا ۸ خیابان و در هر خیابان بین ۳ تا ۵ کوچه و در هر کوچه بین ۵ تا ۱۰ خانه قرار دارد. اختلاف تعداد حداقل و حداکثر خانه‌هایی که این شهرک می‌تواند داشته باشد، کدام است؟ (هیچ خیابانی بین دو بلوار و هیچ کوچه‌ای بین دو خیابان و هیچ خانه‌ای بین هیچ دو کوچه‌ای مشترک نیست.)

۱) ۲۳۵۰   ۲) ۴۵۰   ۳) ۱۰۰۰   ۴) ۱۵۵۰

۱۰۳-یک کیف شامل دو قفل است که هر کدام دارای یک کد دورقمی شامل ارقام صفر تا ۹ هستند. بیش‌ترین تعداد دفعاتی که باید برای بازشدن قفل‌های کیف امتحان کرد، چه‌قدر است؟ (ابتدا قفل اول و سپس قفل دوم را باز می‌کنیم.)

۱) ۲۰۰   ۲) ۱۰۰۰   ۳) ۱۸۰   ۴) ۱۰۰

۱۰۴-چند عدد ۴ رقمی می‌توان با ارقام $\{۰,۱,۲,۳,۴,۵,۶\}$ ساخت که از ۳۵۰۰ بزرگ‌تر باشد؟ (تکرار ارقام مجاز نیست.)

۱) ۴۰۰   ۲) ۳۶۰   ۳) ۶۹۰   ۴) ۳۲۰

دانلود از سایت ریاضی سرا   www.riazisara.ir

۱۰۵-از هریک از قاره‌های آسیا، اروپا، آفریقا، اقیانوسیه و آمریکا ۱۰ ورزشکار به المپیک دعوت شده‌اند. به چند طریق می‌توانیم ۴ ورزشکار از میان آن‌ها انتخاب کنیم به‌طوری که هم قاره‌ای نباشند؟

۱) ۵۰۰۰۰ ۲) ۴۰۰۰۰ ۳) ۲۱۰۰۰ ۴) ۴۵۰۰۰

۱۰۶-با اعداد طبیعی یک رقمی، چند عدد چهار رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان ساخت که از ارقام زوج، بیش‌تر از ارقام فرد در ساخت عدد استفاده شده باشد؟

۱) ۲۴۰ ۲) ۱۵۱۲ ۳) ۵۰۴ ۴) ۷۴۴

۱۰۷-می‌خواهیم رئوس یک مربع را با رنگ‌های آبی، قرمز و زرد رنگ کنیم؛ به چند طریق می‌توان این کار را انجام داد به‌گونه‌ای که رأس‌هایی که به‌هم وصل‌اند، همرنگ نباشند؟

۱) ۲۴ ۲) ۱۲ ۳) ۱۸ ۴) ۶

۱۰۸-در چند جایگشت از حروف کلمهٔ **tehran** حرف **r** بعد از **t** آمده است، به‌طوری‌که این دو حرف در کنار یکدیگر نیستند؟

۱) ۱۲۰ ۲) ۲۴۰ ۳) ۳۶۰ ۴) ۴۸۰

۱۰۹-چند مقدار قابل قبول برای x وجود دارد تا معادلهٔ $\binom{4x+15}{2x}=\binom{4x+15}{x^2}$ برقرار باشد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۱۰-در مسابقهٔ فوتبال، در ضربات پنالتی هر تیم ۵ ضربه می‌زند که اگر نتیجه مساوی شود، کار به ضربهٔ ششم می‌کشد و تا جایی که فقط یک تیم ضربه‌اش را گل کند، ادامه می‌یابد. اگر بعد از اتمام ضربات ششم مسابقه تمام شود، چند حالت برای چینش گل‌شدن یا نشدن همهٔ ضربات وجود دارد؟

۱) ۱۰۰۸ ۲) ۱۲۶ ۳) ۵۰۴ ۴) ۲۵۲

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

کانون فرهنگی آموزش قلم‌چی
دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۹۱– گزینهٔ «۴» (کتاب آبی جامع ریاضی)

$$y = ۶x\sqrt[۳]{x} = ۶x^{\frac{۴}{۳}} \Rightarrow y' = ۶\times\frac{۴}{۳}\times x^{\frac{۱}{۳}} = ۸\sqrt[۳]{x}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۲ تا ۸۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۹۲– گزینهٔ «۴» (سروش موئینی)

$$\lim_{x\to ۲}\frac{f(x)-f(۲)}{x-۲} = f'(۲)$$

از $f(x)$ مشتق می‌گیریم:

$$f'(x) = \sqrt{\frac{۴}{x-۱}} + (x)\left(\frac{\frac{-۴}{(x-۱)^۲}}{۲\sqrt{\frac{۴}{x-۱}}}\right)$$

حال داریم:

$$f'(۲) = \sqrt{\frac{۴}{۱}} + (۲)\left(\frac{\frac{-۴}{(۱)^۲}}{۲\times\sqrt{۴}}\right) = ۲ + (۲)\left(\frac{-۴}{۴}\right) = ۲-۲ = ۰$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۲ تا ۸۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۹۳– گزینهٔ «۱» (امیرهوشنگ انصاری)

$$f'(۱) = \lim_{x\to ۱}\frac{f(x)-f(۱)}{x-۱} \Rightarrow f'(۱) = \lim_{x\to ۱}\frac{\frac{(x^۳-۱)(|x^۲-۳x+۱|)}{\sqrt{x}}-۰}{x-۱}$$

$$\Rightarrow f'(۱) = \lim_{x\to ۱}\frac{(x^۲+x+۱)(|x^۲-۳x+۱|)}{\sqrt{x}} \Rightarrow f'(۱) = \frac{(۳)(۱)}{۱} = ۳$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۲ تا ۸۷)

۱✓ ۲ ۳ ۴

۹۴- گزینهٔ «۲» (سهیل حسن‌خان‌پور)

$$\text{آهنگ متوسط رشد در بازهٔ } [1,a] = \frac{f(a)-f(1)}{a-1} = \frac{a^3+a-(a+a)}{a-1}$$

$$\Rightarrow \frac{a^3-a}{a-1} = \frac{a(a-1)(a+1)}{a-1} = a(a+1) = a^2+a$$

$$t=3 \text{ آهنگ لحظه‌ای رشد در } = f'(3) \Rightarrow f'(t) = 2at \Rightarrow f'(3) = 6a$$

حال داریم:

$$\Rightarrow a^2+a=6a \Rightarrow a^2-5a=0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 & \text{غ.ق} \\ a=5 & \text{ق.ق} \end{cases}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۹۳ تا ۱۰۰)

۱ ☐ ۲ ☑ ۳ ☐ ۴ ☐

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = b \\ \lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = f(1) = a-2b+1 \end{array}\right\} \Rightarrow a-2b+1=b \Rightarrow 3b-a=1$$

حال باید مشتق چپ و راست تابع را در $x=1$ برابر هم قرار دهیم:

$$\left.\begin{array}{l} 0<x<1: f'_-(x) = -\frac{b}{x^2} \Rightarrow f'_-(1) = -b \\ x>1: f'_+(x) = 2ax-2b \Rightarrow f'_+(1) = 2a-2b \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow 2a-2b=-b \Rightarrow 2a=b$$

در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} 3b-a=1 \\ 2a=b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{5} \\ b=\frac{2}{5} \end{cases}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۵ تا ۹۲)

۱ ☑ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☐

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۶- گزینهٔ «۲» *(بابک ابراهیمی)*

در تابع $f(x)=ax+[ax]$، قسمت $[ax]$ می‌تواند باعث به‌وجود آمدن نقطهٔ مشتق‌ناپذیر از طریق ناپیوستگی شود. این اتفاق زمانی رخ می‌دهد که $ax\in Z$ باشد. در حالت کلی برای $[x]$ در $(۰,۴)$ به‌ازای ۳ عدد صحیح ۱، ۲ و ۳ این اتفاق رخ می‌دهد و در $[ax]$ (که با توجه به گزینه‌ها $a\in Z$) به‌ازای اعداد به فرم $\frac{۱}{a}$، $\frac{۲}{a}$ و ... (یعنی $\frac{k}{a}$ که $k\in Z$) این اتفاق رخ می‌دهد. اگر $a=-۲$ باشد، به‌ازای ۷ عدد صحیح این اتفاق می‌افتد:

$$x=\{\frac{۱}{۲},۱,\frac{۳}{۲},۲,\frac{۵}{۲},۳,\frac{۷}{۲}\}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۲ و ۸۸ تا ۹۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۹۷- گزینهٔ «۴» *(محمدمصطفی ابراهیمی)*

می‌دانیم: $f'(x).g'(f(x))=(gof)'(x)$

پس $(gof)(x)$ را تشکیل می‌دهیم:

$$(gof)(x)=\frac{\frac{۱}{\sqrt{x}}}{\sqrt{(\frac{۱}{\sqrt{x}})^۲-۱}}=\frac{\frac{۱}{\sqrt{x}}}{\sqrt{\frac{-x+۱}{x}}}=\frac{\frac{۱}{\sqrt{x}}}{\frac{\sqrt{-x+۱}}{\sqrt{x}}}=\frac{۱}{\sqrt{-x+۱}}$$

از تابع gof مشتق می‌گیریم:

$$y=(gof)'(x)=\frac{\frac{۱}{۲\sqrt{-x+۱}}}{-x+۱}=\frac{۱}{۲(-x+۱)^{\frac{۳}{۲}}}=\frac{۱}{۲}(۱-x)^{-\frac{۳}{۲}}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۵ تا ۹۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۹۸- گزینهٔ «۳»

(اکبر کلاه‌ملکی)

از حد داده شده می‌توان برداشت کرد که چون ابهام «$\frac{0}{0}$» رخ می‌دهد، پس $f'(4)=2$ و هم‌چنین داریم: $f''(4)=4$. حال از y دو بار مشتق می‌گیریم:

$$y=f(x^2)\Rightarrow y'=2xf'(x^2)$$

$$\Rightarrow y''=2f'(x^2)+4x^2f''(x^2)$$

اکنون به جای x مقدار ۲ را قرار می‌دهیم:

$$y''=2f'(4)+16f''(4)=2\times 2+16\times 4=68$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۲ تا ۹۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۹۹- گزینهٔ «۴»

(آریان حیدری)

ابتدا معادلهٔ خط مماس با شیب منفی را می‌نویسیم:

این خط از نقطهٔ $(a,f(a))$ یا $(a,-a^2)$ می‌گذرد و شیب آن برابر با $f'(a)$ است.

$$f'(x)=-2x\Rightarrow f'(a)=-2a$$

$$y-(-a^2)=-2a(x-a)\Rightarrow y=-2ax+a^2\xrightarrow{\text{برخورد با محور}\ x}x=\frac{a}{2}$$

برای خط با شیب مثبت می‌دانیم که از $(-a,f(a))$ یا $(-a,-a^2)$ می‌گذرد و شیب آن برابر با $f'(-a)$ است.

$$f'(x)=-2x\Rightarrow f'(-a)=2a$$

$$y-(-a^2)=2a(x+a)\Rightarrow y=2ax+a^2\xrightarrow{\text{برخورد با محور}\ x}x=-\frac{a}{2}$$

ارتفاع مثلث OAB برابر عرض از مبدأ این خطوط یعنی a^2 و قاعدهٔ آن برابر a است:

$$\Rightarrow S=\frac{1}{2}(a^2)(a)=\frac{a^3}{2}$$

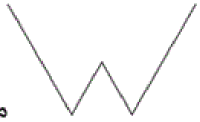
(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۰–گزینهٔ «۲» *(علی‌اصغر شریفی)*

ابتدا تعداد نقاط مشتق‌ناپذیری $g(x)$ را بسته به مقادیر مختلف a تعیین می‌کنیم:

اگر $a \geq ۰$ باشد، آن‌گاه شکل نمودار به‌صورت  می‌شود که یک نقطهٔ مشتق‌ناپذیر دارد و اگر $a < ۰$ باشد، شکل نمودار به‌صورت  می‌شود که سه نقطهٔ مشتق‌ناپذیر دارد.

حال در مورد $f(x)$؛ می‌دانیم که ریشه‌های زیر رادیکال نقاط مشتق‌ناپذیری هستند. پس اگر ریشه‌های عبارت درجه دوم $x^۲ + ax + ۱$ را تعیین کنیم، همان نقاط مشتق‌ناپذیری خواهند بود که بسته به علامت دلتای آن، می‌تواند صفر، یک و یا دوتا باشد.

پس تنها حالتی که مطلوب مسئله رخ می‌دهد، یک نقطهٔ مشتق‌ناپذیری است.

$a > ۰ (I)$

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۰۱–گزینهٔ «۴» *(امیرهوشنگ انصاری)*

نان سنگک می‌تواند ۵ انتخاب داشته باشد تا به شخص خاصی تعلق گیرد.

حال نان بربری نمی‌تواند به آن شخص برسد و ۴ حالت برای آن وجود دارد.

نان لواش هم ۳ انتخاب دارد. پس در مجموع داریم:

$$۵ \times ۴ \times ۳ = \frac{۵!}{۲!} = P(۵,۳)$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۰۲–گزینهٔ «۴» *(محمدجواد محسنی)*

کم‌ترین تعداد خانه در حالت ۵ بلوار، ۶ خیابان، ۳ کوچه و ۵ خانه رخ می‌دهد:

$$\text{کم‌ترین} = ۵ \times ۶ \times ۳ \times ۵ = ۴۵۰$$

بیش‌ترین تعداد خانه در حالت ۵ بلوار، ۸ خیابان، ۵ کوچه و ۱۰ خانه رخ می‌دهد:

$$\text{بیش‌ترین} = ۵ \times ۸ \times ۵ \times ۱۰ = ۲۰۰۰$$

پس داریم: $۲۰۰۰ - ۴۵۰ = ۱۵۵۰$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۳– گزینهٔ «۱» (بابک سادات)

هر قفل برای بازشدن 10×10 حالت دارد، پس بیش‌ترین دفعاتی که برای بازشدن قفل اول باید امتحان کنیم ۱۰۰ مرتبه است.

حال قفل اول را باز کرده‌ایم و برای قفل دوم نیز **۱۰۰** مرتبه باید امتحان کنیم؛ در نتیجه حداکثر **۲۰۰** مرتبه برای این کار لازم است.

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۱✓ ۲ ۳ ۴

۱۰۴– گزینهٔ «۱» (سروش موئینی)

محدودیت برای رقم صدگان و هزارگان وجود دارد:

الف) هزارگان $=\{4,5,6\}$

صدگان $=\{0,1,2,3,4,5,6\}$

عددی که در هزارگان قرار بگیرد، نمی‌تواند در صدگان باشد، بنابراین برای صدگان ۶ حالت وجود دارد. حال داریم: $3\times 6\times 5\times 4=360$

ب) هزارگان $=\{3\}$

صدگان $=\{5,6\}$

در این حالت داریم: $1\times 2\times 5\times 4=40$

پس در مجموع **۴۰۰** حالت داریم.

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

۱✓ ۲ ۳ ۴

۱۰۵– گزینهٔ «۱» (سهیل حسن‌خان‌پور)

ابتدا ۴ قاره از بین قاره‌های موجود انتخاب می‌کنیم: $\binom{5}{4}=5$

سپس از هر قاره یک ورزشکار انتخاب می‌کنیم: $10000=\binom{10}{1}\binom{10}{1}\binom{10}{1}\binom{10}{1}$

پس در کل داریم: $5\times 10000=50000$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۱✓ ۲ ۳ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۰۶- گزینهٔ «۳»

(امیر نزهت)

اگر ۳ رقم زوج و یک رقم فرد باشد:

$$\underbrace{\binom{۵}{۱}}_{\text{یک رقم فرد}}\underbrace{\binom{۴}{۳}}_{\text{سه رقم زوج}}\times\underbrace{۴!}_{\text{جایگشت ارقام}}=۵\times۴\times۲۴=۴۸۰$$

اگر هر ۴ رقم زوج باشد:

$$\underbrace{\binom{۴}{۴}}_{\text{چهار رقم زوج}}\times\underbrace{۴!}_{\text{جایگشت ارقام}}=۱\times۲۴=۲۴$$

در مجموع داریم:

$$\text{کل حالات}=۴۸۰+۲۴=۵۰۴$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۰۷- گزینهٔ «۳»

(سهیل حسن‌خان‌پور)

فرض کنیم می‌خواهیم رنگ آمیزی از رأس A آغاز شود؛ چون هنوز رنگی زده نشده ۳ حالت برای رنگ‌آمیزی این رأس داریم؛ اما در ادامه دو حالت پیش می‌آید:

الف) B و D نباید با A همرنگ باشند اما می‌توانند با هم همرنگ باشند، در حالت همرنگی B و D می‌توانیم ۲ انتخاب داشته باشیم و البته C نیز ۲ انتخاب دارد تا با آن‌ها همرنگ نباشد. پس داریم:

$$\underbrace{۳}_{\text{رنگ A}}\times\underbrace{۲}_{\text{رنگ B و D}}\times\underbrace{۲}_{\text{رنگ C}}=۱۲$$

ب) رنگ B و D می‌توانند متفاوت باشند که در مجموع ۲ حالت برای آن وجود دارد. اما در این حالت C فقط یک انتخاب (که همان رنگ A است.) می‌تواند داشته باشد:

$$\underbrace{۳}_{\text{رنگ A}}\times\underbrace{۲}_{\text{رنگ B و D}}\times\underbrace{۱}_{\text{رنگ C}}=۶$$

پس در مجموع ۱۸ حالت داریم.

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۰۸- گزینهٔ «۲» *(محمدمصطفی ابراهیمی)*

ابتدا تمام جایگشت‌هایی را که حرف $\mathbf{r}$ و $\mathbf{t}$ در کنار یکدیگر نیستند، می‌یابیم. برای این کار تمام حالات را محاسبه می‌کنیم و حالاتی را که این دو کنار هم هستند، از آن کم می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l} \text{همهٔ حالات} = 6! \\ \text{کنار هم بودن } t \text{ و } r = 2! \times 5! \end{array}\right\} \Rightarrow \text{حالات مطلوب} = 6! - 2 \times 5!$$

$$= 720 - 240 = 480$$

در نیمی از حالات $\mathbf{r}$ بعد $\mathbf{t}$ و نیمی دیگر از حالات $\mathbf{r}$ قبل $\mathbf{t}$ آمده است؛

پس مطلوب مسئله برابر است با: $\frac{480}{2} = 240$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۰۹- گزینهٔ «۳» *(علی‌اصغر شریفی)*

از آن‌جا که انتخاب از $4x+15$ حالت صورت گرفته است، پس در یکی از حالات می‌تواند $x^2 = 2x$ برقرار باشد: $x^2 = 2x \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

هر دو مقدار برای $\mathbf{x}$ پذیرفته هستند.

از طرفی می‌دانیم که $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$ پس یعنی حالت $x^2 + 2x = 4x + 15$ نیز پذیرفته است: $x^2 - 2x - 15 = 0 \Rightarrow (x+3)(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -3 \end{cases}$

که حالت $x = -3$ باعث منفی شدن $2x$ می‌شود و پذیرفته نیست.

پس در مجموع ۳ جواب برای $\mathbf{x}$ وجود دارد.

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۱۰–گزینهٔ «۳» *(آریان حیدری)*

در ابتدا باید شرط تساوی را اعمال کنیم؛ تساوی می‌تواند ۰–۰، ۱–۱ و ... و ۵–۵ باشد.

برای ۰–۰ و ۵–۵ فقط یک حالت وجود دارد ولی برای ۱–۱ تیم A دارای $\binom{5}{1}$ حالت و تیم B دارای $\binom{5}{1}$ حالت است که هرکدام یک ضربه را گل کند و به همین ترتیب داریم:

$$\binom{5}{0}^2+\binom{5}{1}^2+\binom{5}{2}^2+\binom{5}{3}^2+\binom{5}{4}^2+\binom{5}{5}^2$$
$$=1+25+100+100+25+1=252$$

حال در ضربهٔ ششم فقط یکی از تیم‌های A و B باید ضربه‌اش را گل کند که در مجموع ۲ حالت ممکن است: $252\times 2=504$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا