



RIAZISARA

www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات**

و...

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

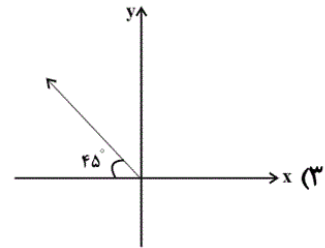
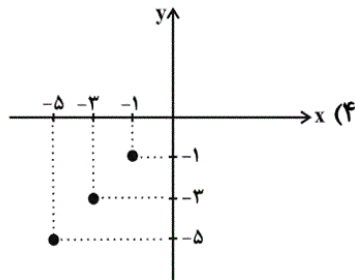
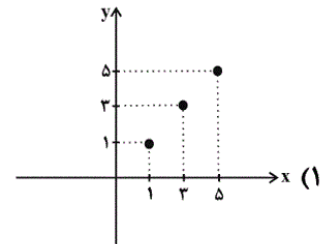
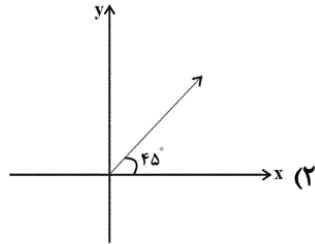
[@riazisara.ir](https://www.instagram.com/riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی و آمار ۲، توابع ثابت، چند ضابطه ای و همانی

۷۱- نمودار کدام تابع مربوط به یک تابع همانی نیست؟



۷۵- اگر نمودار دو تابع $f(x) = \text{sign}(x)$ و $g(x) = \begin{cases} -x^2, & x \geq 0 \\ x^2, & x < 0 \end{cases}$ را در یک دستگاه مختصات رسم کنیم، چند نقطه برخورد

(تلاقی) دارند؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۷۶- اگر نقاط تابع $f = \left\{ (b, -3a+2), (6a^2 - a - 2, -1), \left(\frac{4}{9}, (a+1)^2\right) \right\}$ بر روی نیمساز ناحیه اول و سوم باشند، b کدام است؟

-۲ (۴)

-۱ (۳)

۷ (۲)

۳ (۱)

۷۷- اگر $f(x) = \begin{cases} 2x-1, & x \leq -2 \\ x^2-3, & -2 < x < 4 \\ 1, & x \geq 4 \end{cases}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{f(-2) \times f(5)}{f(\sqrt{2}) - f(-\sqrt{3})}$ کدام است؟

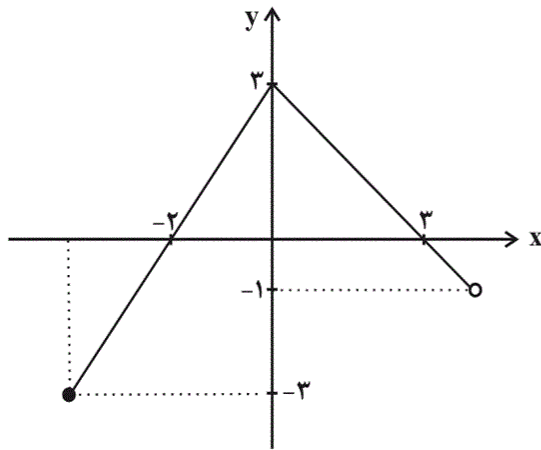
$50(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ (۴)

$25\sqrt{2}$ (۳)

$25\sqrt{3}$ (۲)

۵۰ (۱)

۸۰- با توجه به نمودار شکل زیر، ضابطه آن کدام است؟



$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}x + 3 & , -2 \leq x \leq 0 \\ -x + 3 & , 0 < x \leq 3 \end{cases} \quad (1)$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}x + 3 & , -4 \leq x \leq 0 \\ -x + 3 & , 0 < x < 4 \end{cases} \quad (2)$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x + 3 & , -3 \leq x \leq -1 \\ -x + 3 & , -1 \leq x \leq 3 \end{cases} \quad (3)$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x + 3 & , -4 \leq x \leq 0 \\ x + 3 & , 0 < x \leq 4 \end{cases} \quad (4)$$

ریاضی و آمار ۲، توابع پلکانی و قدرمطلق

۷۸- طبق جدول محاسبه هزینه برق مصرفی بر حسب «کیلووات ساعت»، هزینه برق مصرفی به ازای مصرف ۳۴۰ کیلووات ساعت چند ریال است؟

میزان مصرف بر حسب کیلووات ساعت	هزینه بر حسب ریال
مصرف ۰ تا ۱۰۰	۴۵۰
مازاد بر ۱۰۰ تا ۲۰۰	۵۲۵
مازاد بر ۲۰۰ تا ۳۰۰	۱۱۲۵
مازاد بر ۳۰۰	۲۰۰۰

(۱) ۴۱۰۰۰۰

(۲) ۲۵۰۰۰۰

(۳) ۳۶۰۰۰۰

(۴) ۲۹۰۰۰۰

۷۹- اگر $f(x) = \text{sign}(x)$ ، $g(x)$ یک تابع ثابت و $\frac{3f(4) - 4g(-2)}{f(-2) + 2g(3)} = -4$ باشد، در این صورت مقدار $f(-3) \times g(-3)$ کدام است؟

(۴) $-\frac{7}{12}$

(۳) $\frac{7}{12}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۱) $-\frac{1}{4}$

۷۲- مقدار $\text{sign}(\frac{1}{4}) + \text{sign}(\sqrt{2} - 3) - \text{sign}(\pi)$ کدام است؟

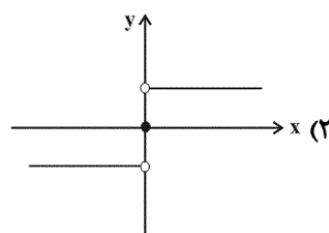
(۴) ۲

(۳) ۳

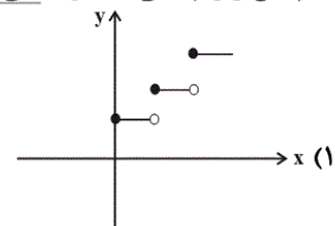
(۲) -۱

(۱) ۱

۷۳- کدام تابع زیر، پلکانی محسوب نمی‌شود؟

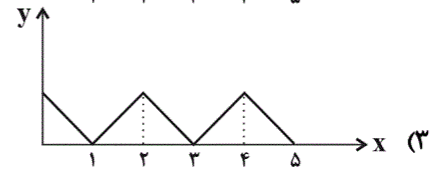
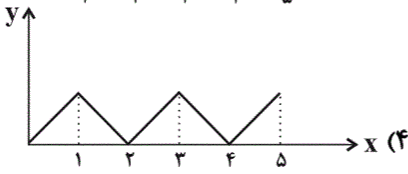
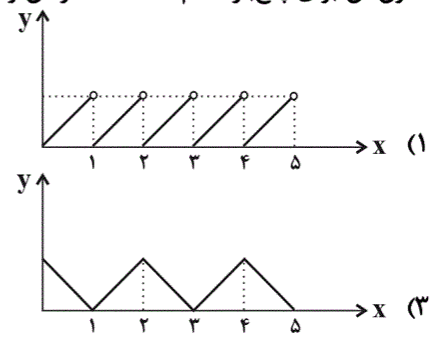
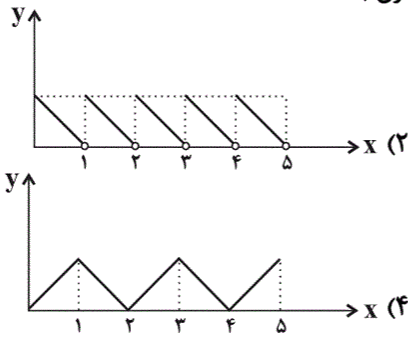


$$g(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ x & , 0 \leq x \leq 1 \\ 2x & , x > 1 \end{cases} \quad (4)$$



$$f(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ 1 & , 0 \leq x \leq 1 \\ 2 & , x > 1 \end{cases} \quad (3)$$

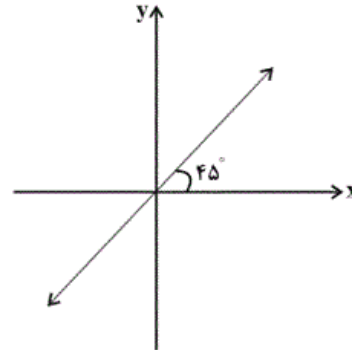
۷۴- اگر مخزن شن یک ساعت شنی با سرعت ثابت از قسمت بالا در مدت یک ساعت به قسمت پایین بریزد، نمودار مربوط به خالی شدن مخزن آن برای پنج بار کدام است؟ (X زمان و Y میزان شن مخزن بالا است).



۷۱-

(امیر زراندوز، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه ۳۰)

ضابطه تابع همانی به صورت $y = x$ می‌باشد که اگر دامنه را \mathbb{R} فرض کنیم نمودارش همان نیمساز ربع اول و سوم است:



نمودارهای (۱)، (۲) و (۴) همگی تابع همانی با دامنه‌های مختلف هستند ولی ضابطه نمودار (۳) به صورت $y = -x$ (با دامنه $x \leq 0$) می‌باشد.

۴

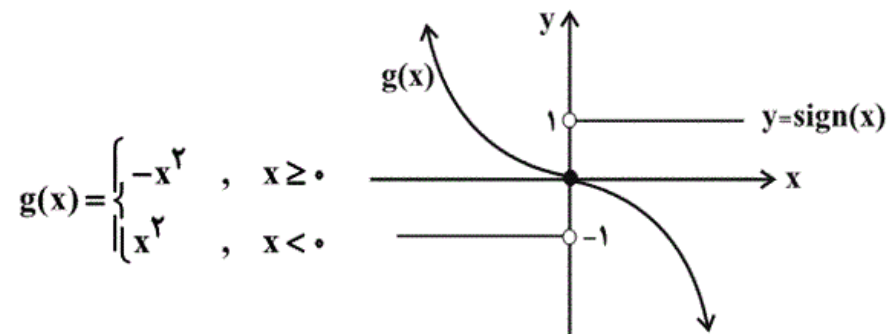
۳ ✓

۲

۱

۷۵-

(امیر زراندوز، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، توابع بلکانی و قدر مطلق، صفحه‌های ۲۷ تا ۲۹ و ۳۵)



با توجه به نمودار ملاحظه می‌شود که دو تابع f و g فقط یک نقطه برخورد دارند

(در مبدأ مختصات تلاقی دارند)

۴ ✓

۳

۲

۱

(امیر مهوریان، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه ۳۰)

از آنجا که نقاط تابع بر روی نیمساز ناحیه اول و سوم است، تابع همانی است و باید مؤلفه‌های اول و دوم هر زوج مرتب با هم برابر باشد.

$$\frac{4}{9} = (a+1)^2 \Rightarrow a+1 = \pm \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} a+1 = \frac{2}{3} \Rightarrow a = -\frac{1}{3} \\ a+1 = -\frac{2}{3} \Rightarrow a = -\frac{5}{3} \end{cases} \quad (1)$$

حل از روش Δ $\rightarrow 6a^2 - a - 2 = -1 \Rightarrow 6a^2 - a - 1 = 0$

$$\Delta = (-1)^2 - 4(6)(-1) = 1 + 24 = 25$$

$$\Rightarrow a = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{12} \Rightarrow a = \frac{1 \pm 5}{12} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ a = -\frac{1}{3} \end{cases} \quad \text{یا} \quad (2)$$

از پاسخ‌های به دست آمده در (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم:

$$a = -\frac{1}{3}$$

از برابری مؤلفه‌های اول و دوم زوج مرتب $(b, -3a+2)$ داریم:

$$-3a+2=b \xrightarrow{a=-\frac{1}{3}} -3\left(-\frac{1}{3}\right)+2=b \Rightarrow b=3$$

۴

۳

۲

۱ ✓

(مهمربفیرایی، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه ۲۷ تا ۲۹)

ابتدا هر یک از مقادیر $f(-2)$ ، $f(5)$ ، $f(\sqrt{2})$ و $f(-\sqrt{3})$ را می‌یابیم:

(۱) $f(-2)$ را از ضابطه اول می‌یابیم:

$$f(-2) = 2 \times (-2) - 1 = -4 - 1 = -5$$

(۲) $f(5)$ را از ضابطه سوم می‌یابیم:

$$f(5) = 10$$

(۳) $f(\sqrt{2})$ و $f(-\sqrt{3})$ را از ضابطه دوم به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} f(\sqrt{2}) = (\sqrt{2})^2 - 3 = 2 - 3 = -1 \\ f(-\sqrt{3}) = (-\sqrt{3})^2 - 3 = 3 - 3 = 0 \end{cases}$$

حال حاصل عبارت را می‌یابیم:

$$\frac{f(-2) \times f(5)}{f(\sqrt{2}) - f(-\sqrt{3})} = \frac{-5 \times 10}{-1 - 0} = \frac{-50}{-1} = 50$$

۴

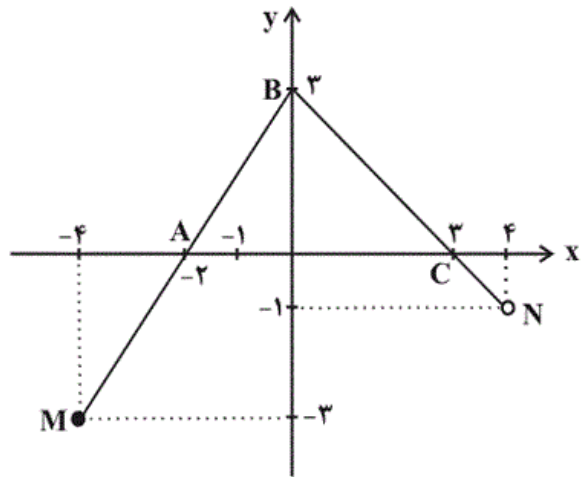
۳

۲

۱ ✓

(عمید زرین‌کفش، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه ۲۷ تا ۲۹)

با توجه به نمودار یکی از خطوط آن از دو نقطه $A(-۲, ۰)$ و $B(۰, ۳)$ می‌گذرد که با یافتن ضابطه آن داریم:



$$m_{AB} = \frac{3-0}{0-(-2)} = \frac{3}{2}$$

$$y - y_A = m_{AB}(x - x_A) \Rightarrow y - 0 = \frac{3}{2}(x - (-2)) \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + 3$$

حال با قرار دادن عرض نقطه M در ضابطه بالا طول آن را به دست می‌آوریم:

$$\frac{3}{2}x + 3 = -3 \Rightarrow \frac{3}{2}x = -3 - 3 \Rightarrow x = -4$$

حال ضابطه خط BC را که از دو نقطه $B(۰, ۳)$ و $C(۳, ۰)$ می‌گذرد می‌یابیم:

$$m_{BC} = \frac{0-3}{3-0} = -1$$

$$y - y_C = m_{BC}(x - x_C) \Rightarrow y - 0 = -1(x - 3)$$

$$\Rightarrow y = -x + 3$$

و با قرار دادن عرض نقطه N طول متناسب با آن را می‌یابیم:

$$-x + 3 = -1 \Rightarrow x = 4$$

پس ضابطه تابع با توجه به محدوده دامنه هر یک از ضابطه‌ها به صورت زیر است:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}x + 3 & , -4 \leq x \leq 0 \\ -x + 3 & , 0 < x < 4 \end{cases}$$

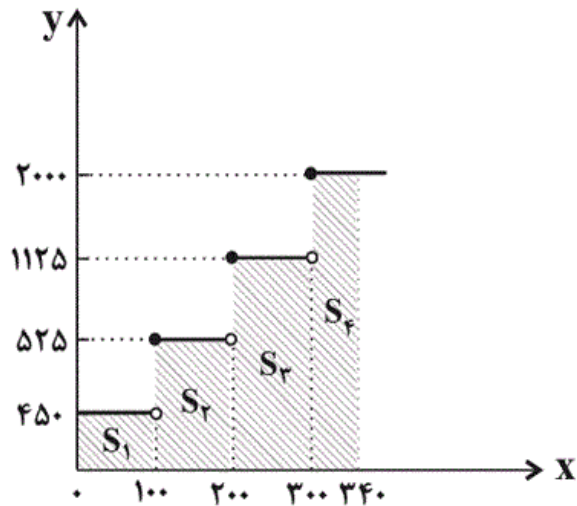
۴

۳

۲ ✓

۱

ابتدا نمودار جدول مربوط به سؤال را رسم می‌کنیم:



به‌ازای مصرف ۳۴۰ کیلووات ساعت، از آنجا که در سه پله به‌طور کامل مصرف شده است، هزینه به صورت زیر محاسبه می‌شود:

۱۰۰ کیلووات ساعت در پله اول مصرف شده است.

ریال $S_1 = 100 \times 450 = 45000$: هزینه مصرف در پله اول

۱۰۰ کیلووات ساعت در پله دوم مصرف شده است.

ریال $S_2 = 100 \times 525 = 52500$: هزینه مصرف در پله دوم

۴ ✓

۳

۲

۱

ضابطه تابع علامت به صورت زیر می‌باشد:

$$f(x) = \text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -1 & , x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(4) = 1 \\ f(-2) = -1 \end{cases}$$

اگر ضابطه تابع ثابت را به صورت $g(x) = k$ در نظر بگیریم، داریم:

$$\frac{3f(4) - 4g(-2)}{f(-2) + 2g(3)} = \frac{3 \times 1 - 4k}{-1 + 2k} = -4 \Rightarrow 3 - 4k = -4(-1 + 2k)$$

$$\Rightarrow 3 - 4k = 4 - 8k$$

$$\Rightarrow -4k + 8k = 4 - 3 \Rightarrow 4k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{4}$$

پس ضابطه تابع ثابت به صورت $g(x) = \frac{1}{4}$ می‌باشد و در این حالت داریم:

$$f(-3) \times g(-3) = -1 \times \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$$

۴

۳

۲

۱

با توجه به ضابطه تابع علامت داریم:

$$f(x) = \text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -1 & , x < 0 \end{cases}$$

$$\text{sign}\left(\frac{1}{2}\right) \xrightarrow{\frac{1}{2} > 0} \text{sign}\left(\frac{1}{2}\right) = 1$$

$$\text{sign}(\sqrt{2} - 3) \xrightarrow{\sqrt{2} - 3 < 0} \text{sign}(\sqrt{2} - 3) = -1$$

$$\text{sign}(\pi) \xrightarrow{\pi > 0} \text{sign}(\pi) = 1$$

$$\text{sign}\left(\frac{1}{2}\right) + \text{sign}(\sqrt{2} - 3) - \text{sign}(\pi) = 1 + (-1) - 1 = -1$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

یک تابع چند ضابطه‌ای که در هر ضابطه مقدار تابع عددی ثابت است را تابع پلکانی می‌گویند، پس گزینه‌های (۱) و (۲) و (۳) تابع پلکانی هستند. همچنین ضابطه تابع پلکانی، نباید شامل متغیر باشد، پس تابع $g(x)$ پلکانی محسوب نمی‌شود.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

مخزن شن در ابتدا پر است سپس در مدت زمان یک ساعت خالی می‌شود و دوباره آن را برعکس می‌کنیم و مخزن آن دوباره به حالت پر است، پس نمودار خالی شدن مخزن آن مطابق نمودار گزینه «۲» می‌باشد.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱