



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

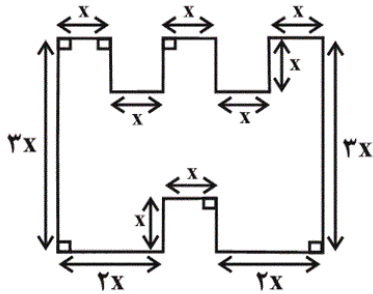
(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی و آمار ۱، معادله و مسائل توصیفی - ۲ سوال

۶۵- در شکل زیر طول پاره‌خط‌های کوچک برابر x است و پاره‌خط‌ها دو به دو بر یکدیگر عمودند، اگر اندازه مساحت شکل برابر اندازه محیط



شکل باشد، در این صورت مقدار x کدام است؟

(۲) $\frac{6}{5}$

(۱) $\frac{13}{7}$

(۴) $\frac{11}{6}$

(۳) $\frac{9}{7}$

۶۱- جواب معادله $4x + 2 = x + 8$ کدام است؟

(۴) $-\frac{6}{5}$

(۳) $\frac{6}{5}$

(۲) -2

(۱) 2

ریاضی و آمار ۱، حل معادله ی درجه ی ۲ و کاربردها - ۵ سوال

۶۲- معادله $(x-3)^2 = 2k - 6$ به‌ازای کدام مقدار k دارای جواب است؟

(۴) 4

(۳) 2

(۲) 1

(۱) -3

۶۴- جواب‌های معادله $(x+2)(x-3) = (x-3)$ کدام است؟

(۴) $-3, 3$

(۳) $-1, 3$

(۲) فقط -1

(۱) فقط 3

۶۶- در حل معادله $3x^2 + 4x - 2 = 0$ به روش مربع کامل، بعد از یک شدن ضریب x^2 از کدام عدد جذر گرفته می‌شود؟

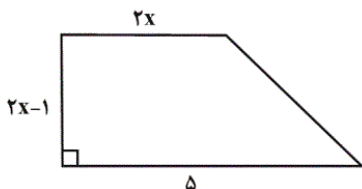
(۴) $\frac{20}{9}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۲) $\frac{10}{9}$

(۱) $\frac{4}{3}$

۶۷- اگر مساحت دوزنقه شکل مقابل برابر با ۸ باشد، x کدام است؟



(۲) $\frac{3}{2}$

(۱) $\frac{7}{2}$

(۴) $\frac{5}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}$

۶۸- به ازای کدام مقدار m معادله درجه دوم $x^2 + 2mx - 1 = 0$ دارای دو جواب حقیقی و متمایز است؟

(۴) هر مقدار دلخواه از m

(۳) هیچ مقداری از m

(۲) $m < 10$

(۱) $m \geq 10$

ریاضی و آمار ۱، معادله های شامل عبارت های گویا - ۲ سوال -

۶۹- جواب معادله $\frac{x-2}{x-4} = \frac{x+1}{x+3}$ کدام است؟

(۴) -۲

(۳) ۲

(۲) $\frac{1}{2}$

(۱) $-\frac{1}{2}$

۷۰- به ازای کدام مقدار a معادله $\frac{ax}{x-1} + \frac{x+1}{x} = a$ دارای جواب $x = -2$ است؟

(۴) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{5}{6}$

(۲) $\frac{2}{3}$

(۱) $\frac{6}{5}$

ریاضی و آمار ۱، مفهوم تابع - ۳ سوال

۷۱- اگر زوج مرتب های $(y-4, 2-y)$ و $(x+4, -7)$ با یکدیگر برابر باشند، در این صورت مقدار x کدام است؟

(۴) -۳

(۳) -۱۱

(۲) -۱

(۱) ۱

۷۲- اگر رابطه $f = \{(-1, 2m-n), (0, 4), (-1, 5), (0, m-n)\}$ یک تابع باشد، حاصل $3m - 4n$ کدام است؟

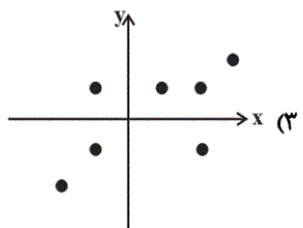
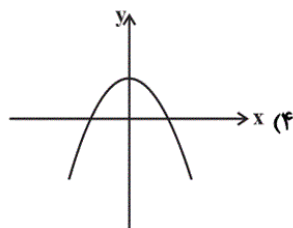
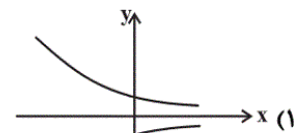
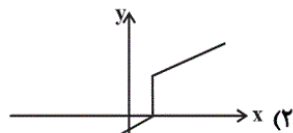
(۴) -۱۵

(۳) ۹

(۲) ۱۵

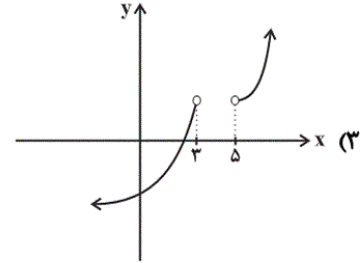
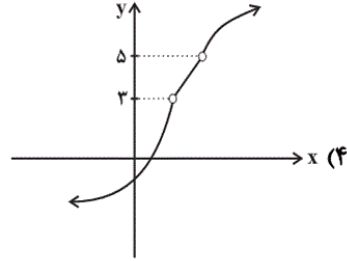
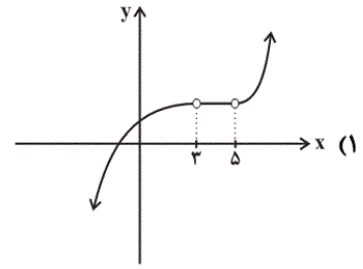
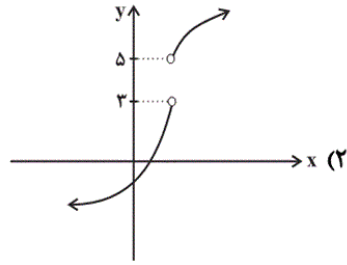
(۱) -۹

۶۳- کدام نمودار مربوط به یک تابع است؟



ریاضی و آمار ۱، ضابطه ی جبری تابع - ۳ سوال

۷۳- دامنه و برد کدام تابع به ترتیب برابر با $\{3, 5\}$ و R می باشد؟



۷۴- نمایش زوج مرتبی تابع $f(x) = x^2 + x$ و $A = \{-1, 0, 1, -2\}$ کدام است؟

(۲) $f = \{(2, -1), (0, 0), (2, 1), (6, -2)\}$

(۱) $f = \{(-1, 2), (0, 0), (1, 2), (-2, 6)\}$

(۴) $f = \{(-1, 0), (0, 0), (1, 2), (-2, 2)\}$

(۳) $f = \{(0, -1), (0, 0), (2, 1), (2, -2)\}$

۷۵- تابع f به هر عدد حقیقی از ۳ برابر مجذور همان عدد ۲ واحد کمتر را نسبت می دهد، در این صورت $f(-2) + f(1)$ کدام است؟

(۴) $3 - 3\sqrt{2}$

(۳) ۱۱

(۲) ۵

(۱) -۹

ریاضی و آمار ۱، نمودار تابع خطی - سوال ۵ -

۷۶- نمودار تابع خطی f محور عرض ها را در نقطه ای به عرض ۲ و محور طول ها را در نقطه ای به طول -۳ قطع می کند. حاصل $f(12)$

کدام است؟

(۴) ۱۸

(۳) ۱۲

(۲) ۱۰

(۱) ۸

۷۷- اگر نمودار تابع خطی $f(x) = (2n+1)x + 4 + 2n$ از مبدأ مختصات بگذرد، در این صورت نمودار این تابع از کدام یک از نقاط زیر

می‌گذرد؟

(۴) (۱, ۵)

(۳) (-۱, ۳)

(۲) (۲, -۱۰)

(۱) (-۲, -۱۰)

۷۸- ضابطه تابع محیط مستطیل‌هایی را که طول آنها از دو برابر عرض آنها یک واحد کمتر است، برحسب طول آنها کدام است؟

(۴) $P(x) = 6x + 2$

(۳) $P(x) = 3x + 1$

(۲) $P(x) = 6x - 2$

(۱) $P(x) = 3x - 1$

۷۹- یک شرکت برای تولید x کالا، $C(x) = 2000 + ax$ تومان هزینه می‌کند و هر کالا را ۱۲۰ تومان می‌فروشد. اگر به‌ازای تولید ۱۰۰

کالا ۶۰۰۰ تومان سود نصیب شرکت شود، مقدار a کدام است؟

(۴) ۱۰۰

(۳) ۸۰

(۲) ۶۰

(۱) ۴۰

۸۰- اگر دامنه تابعی خطی $D = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 3\}$ و برد آن $R = \{y \in \mathbb{R} \mid -1 \leq y \leq 5\}$ باشد، در این صورت ضابطه آن کدام

می‌تواند باشد؟

(۴) $h(x) = -3x + 4$

(۳) $k(x) = -\frac{1}{3}x - 1$

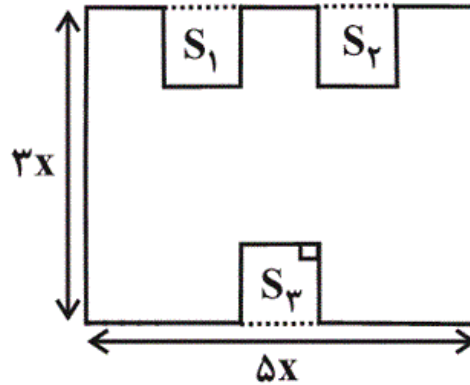
(۲) $f(x) = 3x + 4$

(۱) $g(x) = -3x - 1$

-۶۵

(شقایق راهبریان، معادله و مسائل توصیفی، صفحه ۱۰ تا ۱۶)

ابتدا محیط شکل و مساحت شکل را جداگانه می‌یابیم، داریم:



$$\text{مساحت شکل} = (S_1 + S_2 + S_3) - \text{مساحت مستطیل بزرگ}$$

$$\text{مساحت شکل} = 3x \times 5x - (x^2 + x^2 + x^2)$$

$$= 15x^2 - 3x^2 = 12x^2$$

$$\text{محیط شکل} = 9x + 3x + 2x + 3x + 2x + 3x = 22x$$

$$\text{اندازه محیط شکل} = \text{اندازه مساحت شکل} \Rightarrow 22x = 12x^2 \xrightarrow{x \neq 0} x = \frac{22}{12} = \frac{11}{6}$$

۴

۳

۲

۱

-۶۱

(فریده هاشمی، معادله و مسائل توصیفی، صفحه ۱۰ و ۱۱)

$$4x + 2 = x + 8 \Rightarrow 4x - x = 8 - 2$$

$$\Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$$

۴

۳

۲

۱

برای اینکه معادله دارای جواب باشد، می‌بایست طرف راست تساوی همواره بزرگتر یا مساوی صفر باشد تا بتوان از دو طرف معادله ریشه‌گیری کرد، لذا داریم:

$$(x-3)^2 = 2k-6 \Rightarrow 2k-6 \geq 0 \Rightarrow 2k \geq 6$$

$$\Rightarrow k \geq 3$$

پس به ازای $k = 4$ معادله دارای جواب می‌باشد.

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

معادله را با استفاده از فاکتورگیری حل می‌کنیم:

$$(x+2)(x-3) = (x-3)$$

$$\Rightarrow (x+2)(x-3) - (x-3) = 0$$

$$\Rightarrow (x-3)((x+2)-1) = 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-3=0 \Rightarrow x=3 \\ x+1=0 \Rightarrow x=-1 \end{cases}$$

 ۴

 ۳ ✓

 ۲

 ۱

معادله را به روش مربع کامل حل می‌کنیم:

$$3x^2 + 4x - 2 = 0$$

ابتدا عدد ثابت را به طرف راست تساوی می‌بریم:

$$3x^2 + 4x = 2$$

سپس دو طرف معادله را به ضریب x^2 تقسیم می‌کنیم.

$$x^2 + \frac{4}{3}x = \frac{2}{3}$$

نصف ضریب x را به توان ۲ می‌رسانیم و به طرفین معادله می‌افزاییم:

$$x^2 + \frac{4}{3}x + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

به کمک اتحاد مربع دو جمله ای سمت چپ تساوی را بازنویسی می‌کنیم:

$$\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{10}{9}$$

حال با استفاده از ریشه‌گیری از دو طرف تساوی مقدار x به دست خواهد آمد:

$$x + \frac{2}{3} = \pm \sqrt{\frac{10}{9}}$$

پس از عدد $\frac{10}{9}$ جذر گرفتیم.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

مساحت دوزنقه برابر است با نصف حاصل ضرب ارتفاع در مجموع دو قاعده.

$$S = \frac{1}{2}(2x-1)(2x+5) = 8 \Rightarrow (2x-1)(2x+5) = 16$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 10x - 2x - 5 = 16 \Rightarrow 4x^2 + 8x - 21 = 0$$

$$\frac{\text{مقایسه با فرم استاندارد}}{ax^2 + bx + c = 0} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 8 \\ c = -21 \end{cases}$$

$$\Delta = 8^2 - 4(4)(-21) = 400$$

$$x_1, x_2 = \frac{-8 \pm \sqrt{400}}{8} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-8+20}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \text{ قق} \\ x_2 = \frac{-8-20}{8} = -\frac{28}{8} = -\frac{7}{2} \text{ غق} \end{cases}$$

تذکر: به ازای $x = -\frac{7}{2}$ قاعده کوچک و ارتفاع منفی می شود.

۴

۳

۲ ✓

۱

معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ زمانی دو جواب حقیقی متمایز دارد که مبین معادله یا (Δ) مثبت باشد، لذا داریم:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2m)^2 - 4(10)(-1) = 4m^2 + 40$$

واضح است که m هر عدد حقیقی که باشد، حاصل Δ همواره عددی مثبت است. پس معادله داده شده به ازای هر مقدار دلخواه از m همواره ۲ جواب حقیقی متمایز دارد.

۴ ✓

۳

۲

۱

معادله را با استفاده از طرفین وسطین کردن حل می‌کنیم، داریم:

$$\frac{x-2}{x-4} = \frac{x+1}{x+3} \Rightarrow (x-2)(x+3) = (x+1)(x-4)$$

$$\Rightarrow x^2 + (-2+3)x + (-2) \times (3) = x^2 + (1-4)x + (1) \times (-4)$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 6 = x^2 - 3x - 4$$

$$\Rightarrow x^2 + x - x^2 + 3x - 6 + 4 = 0$$

$$\Rightarrow 4x - 2 = 0 \Rightarrow 4x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(مهمر بصیرایی، معادله‌های شامل عبارتهای گویا، صفحه ۳۳ تا ۳۸)

جواب معادله در خود معادله صدق می‌کند، لذا با جایگذاری $x = -2$ در معادله

داریم:

$$\frac{a \times (-2)}{-2-1} + \frac{-2+1}{-2} = a \Rightarrow \frac{-2a}{-3} + \frac{-1}{-2} = a$$

$$\frac{2a}{3} + \frac{1}{2} = a \Rightarrow a - \frac{2}{3}a = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

۴ ✓

۳

۲

۱

(مهمر بصیرایی، مفهوم تابع، صفحه ۴۲)

دو زوج مرتب زمانی با یکدیگر مساوی‌اند که مؤلفه‌های آنها نظیر به نظیر با یکدیگر مساوی باشند، لذا داریم:

$$(x+4, -7) = (y-4, 2-y) \Rightarrow \begin{cases} x+4 = y-4 & (1) \\ -7 = 2-y \Rightarrow -7-2 = -y & (2) \\ \Rightarrow -y = -9 \Rightarrow y = 9 & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} x+4 = 9-4 \Rightarrow x+4 = 5 \Rightarrow x = 5-4 = 1 \Rightarrow x = 1$$

۴

۳

۲

۱ ✓

رابطه زوج مرتبی زمانی تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی دارای مؤلفه اول برابر نباشند، در غیر این صورت می‌بایست مؤلفه دومشان نیز یکسان باشد:

$$f = \{(-1, 2m - n), (0, 4), (-1, 5), (0, m - n)\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (0, 4) = (0, m - n) \Rightarrow m - n = 4 \quad (1) \\ (-1, 2m - n) = (-1, 5) \Rightarrow 2m - n = 5 \quad (2) \end{array} \right.$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} \left\{ \begin{array}{l} m - n = 4 \xrightarrow{\times(-1)} -m + n = -4 \\ 2m - n = 5 \end{array} \right.$$

$$m = 1 \xrightarrow{(1)} 1 - n = 4 \Rightarrow n = -3$$

$$\Rightarrow 3m - 4n = 3 \times (1) - 4 \times (-3) = 3 + 12 = 15$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

نمودار رابطه‌ای تابع است که هر خط موازی محور y ها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند که با بررسی گزینه‌ها نمودار مربوط به گزینه «۴» تابع می‌باشد.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

می‌دانیم دامنه، همان محدوده تغییرات x و برد محدوده تغییرات y است، در نمودار گزینه «۱» دامنه شامل همه اعداد حقیقی به جز ۳ و ۵ است ولی برد، شامل تمام اعداد حقیقی است.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به ضابطه تابع داریم:

x	$f(x) = x^2 + x$
-۱	$f(-1) = (-1)^2 + (-1) = 1 - 1 = 0$
۰	$f(0) = 0^2 + 0 = 0$
۱	$f(1) = 1^2 + 1 = 1 + 1 = 2$
-۲	$f(-2) = (-2)^2 + (-2) = 4 - 2 = 2$

پس نمایش زوج مرتبی تابع به صورت زیر می باشد:

$$f = \{(-1, 0), (0, 0), (1, 2), (-2, 2)\}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اگر هر عدد حقیقی را با نماد x نشان دهیم، ۳ برابر مجذور آن معادل $3x^2$ می باشد که اگر آن را منهای ۲ کنیم، ضابطه تابع به صورت $f(x) = 3x^2 - 2$ بدست می آید:

$$\left\{ \begin{array}{l} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 3x^2 - 2 \end{array} \right.$$

$$f(-2) = 3 \times (-2)^2 - 2 = 3 \times 4 - 2 = 10$$

$$f(1) = 3 \times (1)^2 - 2 = 3 \times (1) - 2 = 1$$

$$\Rightarrow f(-2) + f(1) = 10 + 1 = 11$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیر زرانروز، نمودار تابع خطی، صفحه ۵۶ تا ۶۲)

نمودار محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۲ قطع می‌کند پس نقطه $A(0, 2)$ روی تابع قرار دارد و همچنین محور طول‌ها را به طول ۳- قطع می‌کند پس نقطه $B(-3, 0)$ نیز روی تابع قرار دارد. بنابراین داریم:

$$A(0, 2), B(-3, 0) \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 2}{-3 - 0} = \frac{2}{3}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 2 = \frac{2}{3}(x - 0) \Rightarrow y = \frac{2}{3}x + 2$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x + 2$$

$$\Rightarrow f(12) = \frac{2}{3} \times 12 + 2 = 10$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(امیر زرانروز، نمودار تابع خطی، صفحه ۵۶ تا ۶۲)

ضابطه نمودار تابع خطی که از مبدأ می‌گذرد به صورت $y = ax$ می‌باشد که با مقایسه با ضابطه تابع صورت سؤال نتیجه می‌گیریم که $4 + 2n = 0$ می‌باشد، لذا داریم:

$$f(x) = (2n + 1)x + 4 + 2n \xrightarrow{4 + 2n = 0 \Rightarrow n = -2}$$

$$f(x) = (2 \times (-2) + 1)x = -3x$$

پس ضابطه تابع به صورت $f(x) = -3x$ می‌باشد، حال تک‌تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$1) f(-2) = -3 \times (-2) = 6 \quad \times$$

$$2) f(2) = -3 \times (2) = -6 \quad \times$$

$$3) f(-1) = -3 \times (-1) = 3 \quad \checkmark$$

$$4) f(1) = -3 \times (1) = -3 \quad \times$$

پس گزینه «۳» صحیح است.

۴

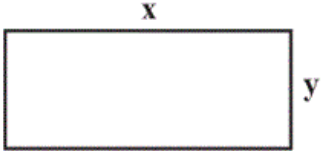
۳ ✓

۲

۱

(امیر محمودیان، نمودار تابع خطی، صفحه ۵۶ تا ۶۲)

اگر طول مستطیل‌ها را x و عرض آن‌ها را y در نظر بگیریم، طبق فرض سؤال داریم:

$$1- \text{عرض مستطیل} = 2 = \text{طول مستطیل}$$


$$x = 2y - 1 \Rightarrow 2y = x + 1 \Rightarrow y = \frac{x+1}{2} \quad (1)$$

محیط مستطیل برابر است با:

$$P = 2 \times (x + y) \xrightarrow{(1)} P(x) = 2 \left(x + \frac{x+1}{2} \right)$$

$$\Rightarrow P(x) = 2x + \frac{2 \times (x+1)}{2} = 2x + x + 1 = 3x + 1$$

۴

۳ ✓

۲

۱

(عمید زرین‌کفش، نمودار تابع خطی، صفحه ۵۶ تا ۶۲)

ابتدا رابطه تابع درآمد شرکت را می‌یابیم:

تعداد کالا \times قیمت فروش کالا = تابع درآمد

$$R(x) = 120 \times x = 120x$$

حال تابع سود شرکت را می‌یابیم:

تابع هزینه - تابع درآمد = تابع سود

$$P(x) = R(x) - C(x)$$

$$\Rightarrow P(x) = 120x - (2000 + ax) = 120x - 2000 - ax = (120 - a)x - 2000$$

حال به‌ازای تولید $x = 100$ کالا سود شرکت را می‌یابیم:

$$P(100) = (120 - a) \times 100 - 2000 \xrightarrow{P(100) = 6000}$$

$$6000 = (120 - a) \times 100 - 2000 \Rightarrow (120 - a) \times 100 = 8000$$

$$120 - a = 80 \Rightarrow a = 120 - 80 = 40$$

۴

۳

۲

۱ ✓

$$y - y_A = m_{AB}(x - x_A) \Rightarrow y - 5 = 3(x - 3)$$

$$\Rightarrow y = 3x - 4 \Rightarrow f(x) = 3x - 4$$

اگر نمودار به صورت g باشد، ضابطه آن از دو نقطه $C(-2, 5)$ و $D(3, -10)$ می‌گذرد، داریم:

$$m_{CD} = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} \Rightarrow m_{CD} = \frac{-10 - 5}{3 - (-2)} = \frac{-15}{5} = -3$$

$$y - y_D = m_{CD}(x - x_D) \Rightarrow y - (-10) = -3(x - 3)$$

$$\Rightarrow y + 10 = -3x + 9 \Rightarrow y = -3x - 1$$

پس ضابطه g به صورت زیر می‌باشد.

$$g(x) = -3x - 1$$

۴

۳

۲

۱ ✓