



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



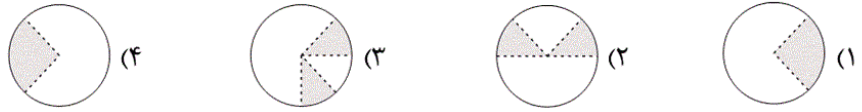
<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۱۱۰- در دایره مثلثاتی کدام گزینه، محدوده کمان‌هایی که در آن‌ها $|\sin x| < \cos x$ است، به درستی سایه خورده است؟



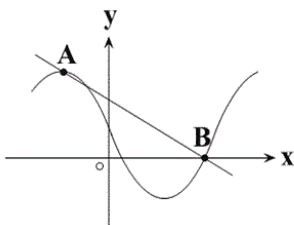
۱۱۱- اگر $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ باشد، آن‌گاه حاصل عبارت $\sqrt{\tan \frac{\pi}{4} + \cot^2 2\theta} (1 - \cos^2 2\theta)$ کدام است؟

- (۱) $\sin 2\theta$ (۲) $-\sin 2\theta$ (۳) ۱ (۴) -۱

۱۱۲- اگر $\tan 20^\circ = x$ ، آن‌گاه حاصل $\frac{\cos 160^\circ + \sin 250^\circ}{\cot 340^\circ + \tan 290^\circ}$ کدام است؟

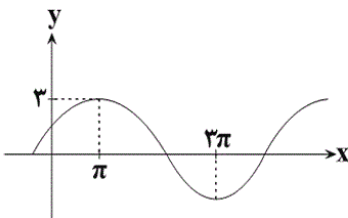
- (۱) $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ (۲) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ (۳) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ (۴) $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

۱۱۳- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = 1 - 2\sin x$ را نشان می‌دهد. شیب پاره خط AB کدام است؟



- (۱) $-\frac{9}{4\pi}$ (۲) $-\frac{3}{8\pi}$
(۳) $\frac{-9}{2\pi}$ (۴) $\frac{-3}{\pi}$

۱۱۴- اگر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = 1 - a \sin bx$ مطابق شکل زیر باشد، حاصل ab کدام است؟



- (۱) -۲ (۲) ۲
(۳) ۱ (۴) -۱

۱۱۵- دوره تناوب اصلی تابع $y = \frac{\cos 2x}{\cos^2 x - \sin^2 x}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{4}$ (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) π (۴) ندارد.

۱۱۶- اگر $\sin 2\alpha = \frac{1}{2}$ باشد، حاصل عبارت $\sin \alpha + \cos \alpha$ کدام است؟

- (۱) $\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) -۱

۱۱۷- اگر $\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) = -\frac{1}{3}$ باشد، مقدار $\cos 2\alpha$ کدام است؟

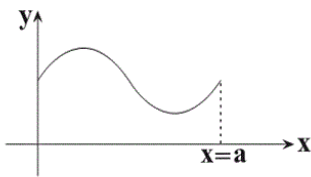
- (۱) $\frac{2}{9}$ (۲) $\frac{7}{9}$ (۳) $-\frac{2}{9}$ (۴) $-\frac{7}{9}$

۱۱۸- مجموع جوابهای معادله $\cos 2x = 3 \cos x - 2$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- (۱) 2π (۲) $\frac{4\pi}{3}$ (۳) $\frac{8\pi}{3}$ (۴) 4π

ریاضی ۳ - دوازدهم ، مشتق - ۴ سوال -

۱۲۷- در شکل مقابل با افزایش مقادیر x از $x=0$ تا $x=a$ ، مقدار مشتق تابع چگونه تغییر می کند؟

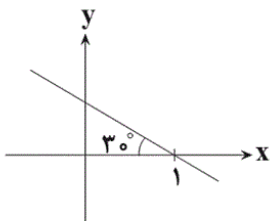


- (۱) افزایش - کاهش
(۲) افزایش - کاهش - افزایش
(۳) کاهش - افزایش
(۴) کاهش - افزایش - کاهش

۱۲۸- عرض از مبدأ خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = (x-2)\sqrt{x^2+5}$ در نقطه $x=2$ واقع بر آن کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۵ (۴) -۶

۱۲۹- اگر نمودار تابع $f(x)$ مطابق شکل زیر باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(1) - f(x)}{x - 1}$ کدام است؟



- (۱) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
(۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
(۳) $-\sqrt{3}$
(۴) صفر

۱۳۰- خط $y = 2x + 3$ در نقطه $x=3$ بر منحنی تابع $f(x)$ مماس است. حاصل $f(3) + f'(3)$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۱ (۳) ۱۳ (۴) ۷

ریاضی ۳ - دوازدهم ، حد و پیوستگی - ۸ سوال -

۱۱۹- حد تابع $f(x) = \frac{\|x\|}{x}$ وقتی $x \rightarrow 0$ برابر است با:

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) وجود ندارد.

۱۲۰- حاصل حد تابع $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x}-1}{x^2+3x-4}$ در نقطه $x=1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{1}{15}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{18}$

۱۲۱- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} a & , x=2 \\ \sqrt{3-x}-1 & , x \neq 2 \\ \frac{1}{x-2} & , x \neq 2 \end{cases}$ در $x=2$ پیوسته باشد، a کدام است؟

- (۱) $0/5$ (۲) $-0/5$ (۳) $0/25$ (۴) $-0/25$

۱۲۲- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} |x^2+x-2| & x < 1 \\ x-1 & x < 1 \\ |1-|a-1|| & x \geq 1 \end{cases}$ در $x=1$ پیوسته باشد، مجموعه مقادیر قابل قبول برای a کدام است؟

- (۱) $\{-3, 5\}$ (۲) $\{-3\}$ (۳) $\{5\}$ (۴) \emptyset

۱۲۳- تابع $f(x) = x^3 + 2x^2 - a$ بر $x+a$ بخش پذیر است. اگر $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{(x-a)^2} = +\infty$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) $a=0$ (۲) $a=1$ (۳) $a=-1$ (۴) $a \in \emptyset$

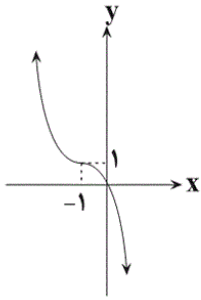
۱۲۴- چه تعداد از حدود زیر درست محاسبه شده است؟

- (الف) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \tan x = +\infty$ (ب) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \tan x = -\infty$
 (ج) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{x}{\cos x} = +\infty$ (د) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{x}{1-\sin x} = +\infty$
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲۵- اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3[\frac{1}{x}] + 6x^2 - 1}{4x^2 - (1+n)x^m + 5} = \frac{3}{2}$ باشد، حاصل mn کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) هر مقداری می تواند باشد.

۱۲۶- اگر نمودار تابع درجه سوم $f(x)$ مطابق شکل زیر باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|f(x)|}{(2x-1)^3}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{4}$
- (۲) $-\frac{1}{8}$
- (۳) $\frac{1}{8}$
- (۴) $-\frac{1}{4}$

ریاضی ۳ - دوازدهم، تابع ۹ - سوال

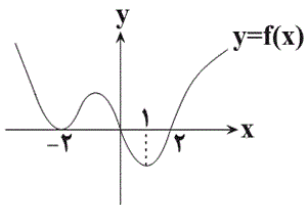
۱۰۱- اگر $f(x)$ تابع همانی، $g(x)$ تابع ثابت و $h(x) = g^2(x) - 2f(x)g(x)$ باشد و داشته باشیم: $h(3) = -8$ ، آن گاه حاصل $h(2)$ کدام می تواند باشد؟

- (۱) ۴
- (۲) -۴
- (۳) ۲
- (۴) -۲

۱۰۲- با فرض $f(x+1) = x^2 - 3x$ ، نمودار تابع $y = f(x)$ را ۲ واحد به سمت چپ و ۴ واحد به سمت پایین انتقال می دهیم. نمودار جدید محور x ها را با کدام طول ها قطع می کند؟

- (۱) ۳ و -۲
- (۲) ۲ و -۳
- (۳) -۲ و صفر
- (۴) صفر و ۲

۱۰۳- شکل زیر نمودار تابع $y = f(x)$ است. دامنه تعریف تابع با ضابطه $y = \sqrt{(2x-2)f(x)}$ کدام است؟



- (۱) $\{-2, 0, 2\}$
- (۲) \mathbb{R}
- (۳) $[0, 1] \cup [2, +\infty) \cup \{-2\}$
- (۴) $[0, +\infty) \cup \{-2\}$

۱۰۴- کدام یک از توابع زیر با تابع $f(x) = \sqrt{|x| + |-x|}$ مساوی است؟

(۱) $y = 0$

(۲) $y = \frac{1}{[x] + [-x] + 1}$

(۳) $y = \sqrt{-\sin^2 \pi x}$

(۴) همه موارد.

۱۰۵- اگر بزرگ ترین بازه ای که تابع $f(x) = |x-a| - |x-b|$ در آن اکیداً نزولی است، به صورت $[-3, 5]$ باشد، دوتایی مرتب (a, b) کدام است؟

- (۱) $(3, -5)$
- (۲) $(5, -3)$
- (۳) $(-5, 3)$
- (۴) $(-3, 5)$

۱۰۶- بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع با ضابطه $y = |\log(-x+1)|$ در آن اکیداً نزولی است، کدام است؟

- (۱) $[0, +\infty)$ (۲) $(-\infty, 0]$ (۳) $(0, 1)$ (۴) $(-\infty, 1]$

۱۰۷- اگر $f(x) = \{(-1, 1), (0, 2), (1, 4)\}$ و $g(x) = \{(1, 2), (2, 3), (-1, 0)\}$ باشد؛ حاصل $(f^{-1} \circ g)(1)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۰۸- اگر $f(x) = x^2 + 4x$ و $f(g(x)) = x^2 - 2x - 3$ باشند و $g(x)$ اکیداً صعودی باشد، مساحت محصور بین نمودار تابع $g(x)$

و محورهای مختصات در ناحیه چهارم کدام است؟

- (۱) $1/5$ (۲) $2/5$ (۳) $3/5$ (۴) $4/5$

۱۰۹- ضابطه وارون تابع $f(x) = 1 - \sqrt{2x}$ کدام است؟

(۱) $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2; x \leq 1$ (۲) $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2; x \geq 1$

(۳) $f^{-1}(x) = -2(x-1)^2; x \leq 1$ (۴) $f^{-1}(x) = -2(x-1)^2; x \geq 1$

۱۱۰- گزینه ۱»

(میلاد منصوری)

با توجه به این که $|\sin x| \geq 0$ است، پس برای برقراری نامعادله $|\sin x| \geq \cos x > 0$ باید $\cos x > 0$ باشد. (گزینه‌های دوم و چهارم رد می‌شوند.) پس x در ربع اول یا چهارم است. می‌دانیم که در ربع اول برای کمان‌های $0 \leq x < \frac{\pi}{4}$ $\cos x > \sin x$ است.

در ربع چهارم نیز برای کمان‌های $-\frac{\pi}{4} < x \leq 0$ $\cos x > |\sin x|$ است.

بنابراین گزینه ۱» درست است.

۴

۳

۲

۱

۱۱۱- گزینه ۱»

(مهمربوار مفسنی)

$$1 - \cos^2 2\theta = \sin^2 2\theta$$

$$\sqrt{\tan \frac{\pi}{4} + \cot^2 2\theta} = \sqrt{1 + \cot^2 2\theta} = \sqrt{\frac{1}{\sin^2 2\theta}} = \frac{1}{|\sin 2\theta|}$$

$$(1 - \cos^2 2\theta) \sqrt{\tan \frac{\pi}{4} + \cot^2 2\theta} = \frac{\sin^2 2\theta}{|\sin 2\theta|} \quad \text{در نتیجه داریم:}$$

$$0 < \theta < \frac{\pi}{2} \Rightarrow 0 < 2\theta < \pi \Rightarrow \sin 2\theta > 0$$

$$\frac{\sin^2 2\theta}{|\sin 2\theta|} = \sin 2\theta$$

پس:

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۶)

(مثالت) (ریاضی ۲، صفحه ۷۷ تا ۷۹)

۴

۳

۲

۱

با توجه به این که $\tan 20^\circ = x$ است، داریم:

$$\frac{\cos(180^\circ - 20^\circ) + \sin(270^\circ - 20^\circ)}{\cot(360^\circ - 20^\circ) + \tan(270^\circ + 20^\circ)} = \frac{-\cos 20^\circ - \cos 20^\circ}{-\cot 20^\circ - \cot 20^\circ}$$

$$= \frac{\cos 20^\circ}{\cot 20^\circ} = \sin 20^\circ$$

$$1 + \cot^2 20^\circ = \frac{1}{\sin^2 20^\circ} \Rightarrow \sin^2 20^\circ = \frac{1}{1 + \frac{1}{\tan^2 20^\circ}}$$

$$= \frac{\tan^2 20^\circ}{1 + \tan^2 20^\circ} \Rightarrow \sin^2 20^\circ = \frac{x^2}{1 + x^2}$$

$$\xrightarrow{x > 0} \sin 20^\circ = \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}}$$

(مثلثات) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

۴

۳

۲

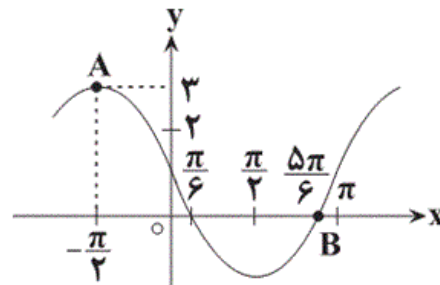
۱

(مهمرمصطفی ابراهیمی)

در شکل زیر نمودار تابع $y = 1 - 2 \sin x$ را رسم کرده‌ایم. مطابق شکل

$A(-\frac{\pi}{2}, 3)$ و $B(\frac{5\pi}{6}, 0)$ است. چرا که برای پیدا کردن ریشه‌های تابع

$y = 1 - 2 \sin x$ باید مقدار تابع را برابر صفر قرار دهیم.



۴

۳

۲

۱

با توجه به نمودار، از $x = \pi$ تا $x = 3\pi$ نصف دوره تناوب است:

$$\frac{T}{2} = 2\pi \Rightarrow T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{2}$$

$$\max = 3 \Rightarrow 1 + |a| = 3 \Rightarrow |a| = 2$$

با توجه به آن که نمودار اطراف مبدأ صعودی است، پس $-a$ و b هم علامت بوده اند و در نتیجه a و b مختلف‌العلامت هستند.

$$ab = -\left(\frac{1}{2}\right)(2) = -1$$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷، ۴۰ و ۴۱)

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۸۸ تا ۹۴)

۴

۳

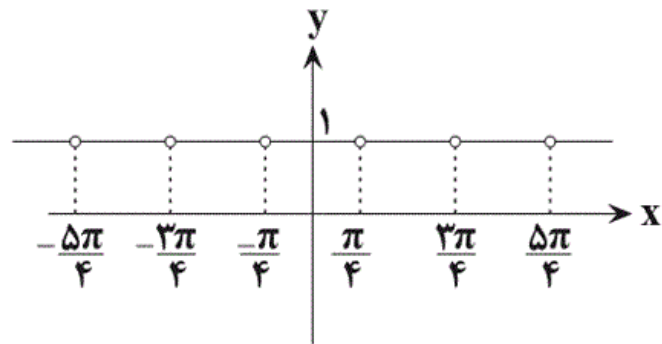
۲

۱

با توجه به اتحاد $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ ، این تابع به صورت ثابت

$y = 1$ درمی‌آید. اما چون نقاط $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ در دامنه تابع نیستند،

بنابراین نمودار تابع به صورت زیر و دوره تناوب آن $\frac{\pi}{2}$ است.



(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷ و ۴۰ تا ۴۳)

۴

۳

۲

۱

$$\Rightarrow \sin \alpha - 1 + \cos \alpha (1 - \sin \alpha) = 0$$

$$\Rightarrow (\sin \alpha - 1)(1 - \cos \alpha) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha - 1 = 0 \Rightarrow \sin \alpha = 1 \Rightarrow \cos \alpha = 0 \\ \cos \alpha - 1 = 0 \Rightarrow \cos \alpha = 1 \Rightarrow \sin \alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = 1$$

راه حل دوم: زاویه $\alpha = 0^\circ$ در تساوی $\sin \alpha + \cos \alpha - 1 = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$

صدق می‌کند، با جاگذاری این زاویه در عبارت $\sin \alpha + \cos \alpha$ داریم:

$$\sin 0^\circ + \cos 0^\circ = 1$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

۱۱۷- گزینه «۴»

(سروش مؤینی)

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \frac{-1}{3} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2\left(\frac{-1}{3}\right)^2 - 1 = \frac{2}{9} - 1 = \frac{-7}{9}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۸۲ تا ۸۴)

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۴ ✓

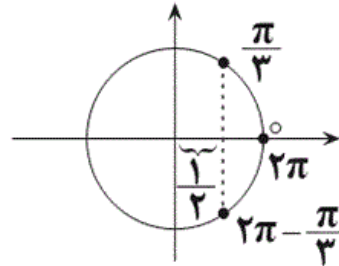
۳

۲

۱

$$\cos 2x = 3 \cos x - 2 \Rightarrow 2 \cos^2 x - 1 = 3 \cos x - 2$$

$$2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases}$$



جواب‌های معادله در بازه $[0, 2\pi]$ مطابق دایره مثلثاتی عبارتند از:

$$\left\{0, \frac{\pi}{3}, 2\pi - \frac{\pi}{3}, 2\pi\right\}$$

پس مجموع جواب‌ها برابر است با: 4π

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۸)

۴

۳

۲

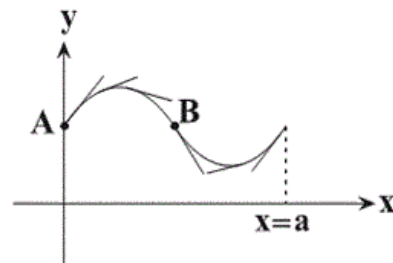
۱

۱۲۷- گزینه «۳»

(معمربصطفی ابراهیمی)

با توجه به شکل مقدار مشتق تابع $y = f(x)$ که همان شیب خط مماس است از

نقطه A تا B پیوسته کاهش می‌یابد و سپس از B به بعد در حال افزایش است.



(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۶)

۴

۳

۲

۱

برای نوشتن معادله خط مماس نیاز به مختصات نقطه تماس و شیب خط مماس داریم. طول نقطه در صورت سؤال داده شده و عرض آن هم $f(2) = 0$ است. برای تعیین شیب از تعریف مشتق استفاده می‌کنیم.

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)\sqrt{x^2+5} - 0}{x-2}$$

$$= \sqrt{2^2+5} = \sqrt{9} = 3 \Rightarrow m = 3$$

حال معادله خط مماس را می‌نویسیم:

$$\left. \begin{array}{l} A(2,0) \\ m = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 0 = 3(x - 2) \Rightarrow y = 3x - 6$$

عرض از مبدأ $\rightarrow y = -6$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(1) - f(x)}{x - 1} = - \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = -f'(1)$$

مشتق همان شیب خط مماس بر تابع است. اگر θ زاویه خط با جهت مثبت محور x ها باشد، شیب خط برابر است با:

$$\tan \theta = \text{شیب خط} \Rightarrow \tan(150^\circ) = -\tan 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow f'(1) = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow -f'(1) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

۱۳۰- گزینه «۲»

(علی مقدم)

هرگاه دو تابع f و g در نقطه‌ای به طول a بر هم مماس باشند؛ آن‌گاه

پس: $f(a) = g(a)$ و $f'(a) = g'(a)$

$$f(3) = y(3) = 2 \times 3 + 3 = 9$$

$$f'(3) = 2 \text{ (همان شیب خط } y \text{)}$$

$$\Rightarrow f(3) + f'(3) = 11$$

در نتیجه:

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۶)

۴

۳

۲

۱

۱۱۹- گزینه «۳»

(میلاد منصوری)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[0^+]}{x} = \frac{0}{0^+} = 0$$

دقت کنید که:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[0^+]}{x} = \frac{0}{0^-} = 0$$

پس این حد وجود دارد و برابر صفر است.

(مدر و پیوستگی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۳۶)

۴

۳

۲

۱

۱۲۰- گزینه «۲»

(یاسین سپهر)

هم حد صورت و هم حد مخرج در $x=1$ برابر صفر است. صورت و مخرج را در $\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1$ ضرب می‌کنیم تا صورت کسر گویا شود و هم‌چنین مخرج را تجزیه می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{(x-1)(x+4)} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)}{(x-1)(x+4)(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)} = \frac{1}{5 \times 3} = \frac{1}{15} \end{aligned}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۴)

(مد ری‌نوایت و حد در ری‌نوایت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۰ تا ۵۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

۱۲۱- گزینه «۲»

(سروش موئینی)

$$\begin{aligned} a = f(2) &= \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3-x} - 1}{x-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(3-x) - 1}{(x-2)(\sqrt{3-x} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2-x}{(x-2)(\sqrt{3-x} + 1)} \\ &= \frac{-1}{1+1} = \frac{-1}{2} \end{aligned}$$

(مد و پیوستگی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۲)

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x^2 + x - 2|}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|(x-1)(x+2)|}{x-1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x-1)(x+2)}{x-1} = -3$$

۴

۳

۲

۱ ✓

اولاً $f(x)$ بر $x+a$ بخش پذیر است. پس:

$$x+a=0 \Rightarrow x=-a \Rightarrow f(-a)=0 \Rightarrow -a^3 + 2a^2 - a = 0$$

$$\Rightarrow -a(a^2 - 2a + 1) = 0 \Rightarrow -a(a-1)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=1 \end{cases}$$

$$a=0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{(x-0)^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 2x^2 - 0}{x^2} = \frac{0}{0}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2(x+2)}{x^2} = 2 \text{ غقق}$$

$$a=1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 - 1}{(x-1)^2} = \frac{2}{0^+} = +\infty \text{ قق}$$

(حد بی‌نهایت و حد در بی‌نهایت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۰ تا ۵۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

حدود را یکی یکی بررسی می کنیم:

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \tan x = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\sin \frac{\pi}{2}}{0^+} = +\infty$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \tan x = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\sin \frac{\pi}{2}}{0^-} = -\infty$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{x}{\cos x} = \frac{\frac{\pi}{2}}{0^-} = -\infty$$

$$\text{د) } \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{x}{1 - \sin x} = \frac{\frac{\pi}{2}}{1 - 1^-} = \frac{\frac{\pi}{2}}{0^+} = +\infty$$

(مر بی نوبت و مر در بی نوبت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 [\frac{1}{x}] + 6x^2 - 1}{4x^2 - (1+n)x^m + 5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^3 + 6x^2 - 1}{4x^2 - (1+n)x^m + 5} = \frac{3}{2}$$

از طرفی با توجه به این که حاصل حد فوق برابر یک عدد حقیقی شده است، می توان

نتیجه گرفت که درجه بزرگترین جمله عبارت صورت و مخرج با هم برابرند.

لذا $m = 3$ بوده و خواهیم داشت:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^3 + 6x^2 - 1}{-(1+n)x^3 + 4x^2 + 5} = \frac{3}{2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^3}{-(1+n)x^3} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{(1+n)} = \frac{3}{2} \Rightarrow n = \frac{1}{3}$$

بنابراین: $mn = 1$

(مر بی نوبت و مر در بی نوبت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ضابطه تابع درجه سوم با نقطه تقارن (α, β) به شکل $f(x) = a(x - \alpha)^3 + \beta$ است:

$$f(x) = a(x + 1)^3 + 1 \xrightarrow{(0,0) \in f} 0 = a + 1 \Rightarrow a = -1$$

$$\Rightarrow f(x) = -(x + 1)^3 + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|-(x + 1)^3 + 1|}{(2x - 1)^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x + 1)^3 - 1}{(2x - 1)^3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{8x^3} = \frac{1}{8}$$

طبق قاعده پرتوان:

(عدد بی نهایت و عدد در بی نهایت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳ تا ۵ و ۵۱ تا ۶۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(میثم فلاح)

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = x \\ g(x) = k \end{array} \right\} \Rightarrow h(x) = k^2 - 2kx$$

$$h(3) = -8 \Rightarrow k^2 - 6k = -8 \Rightarrow k^2 - 6k + 8 = 0$$

$$\Rightarrow (k - 2)(k - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ k = 4 \end{cases}$$

$$h(2) = k^2 - 4k \xrightarrow{k=2} h(2) = -4$$

$$h(2) = k^2 - 4k \xrightarrow{k=4} h(2) = 0$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه ۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

۱۰۲- گزینه «۱»

(میلاد منصوری)

اگر $y = f(x)$ را ۲ واحد به سمت چپ انتقال دهیم، به $y = f(x+2)$ تبدیل می‌شود. پس کافی است که در ضابطه $f(x+1)$ به جای x ، $x+1$ را قرار دهیم:

$$f(x+1) = x^2 - 3x = x(x-3)$$

$$\Rightarrow f(x+2) = (x+1)(x-2) = x^2 - x - 2$$

حال نمودار جدید را ۴ واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم:

$$y = f(x+2) - 4 = x^2 - x - 6$$

تقاطع این نمودار با محور x ها برابر است با:

$$x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+2) = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ و } -2$$

(تابع) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

۱۰۳- گزینه «۳»

(سپار داوطلب)

عبارت زیر رادیکال باید بزرگ‌تر یا مساوی صفر باشد:

$$(2x-2)f(x) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x-2=0 \Rightarrow x=1 \\ f(x)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=0 \\ x=-2 \rightarrow \text{ریشه مرتبه زوج} \end{cases} \end{cases}$$

حال بعد از پیدا کردن ریشه‌ها جدول تعیین علامت را رسم می‌کنیم:

x	-2	0	1	2			
$2x-2$	-	-	-	0	+	+	
$f(x)$	+	0	+	0	-	0	+
$(2x-2)f(x)$	-	0	-	0	+	0	+

$$D = [0, 1] \cup [2, +\infty) \cup \{-2\}$$

پس دامنه تابع برابر است با:

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سیار داوطلب)

$$f(x) = \sqrt{[x] + [-x]} \text{ با توجه به این که می‌دانیم } [x] + [-x] = \begin{cases} 0, x \in \mathbb{Z} \\ -1, x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

دامنه برابر \mathbb{Z} و ضابطه تابع برابر $f(x) = 0$ است. پس در گزینه‌ها باید به دنبال چنین تابعی بگردیم:

$$y = 0, D_y = \mathbb{R} \quad \text{گزینه «۱»}$$

$$y = \frac{1}{[x] + [-x] + 1}, D_y = \mathbb{Z}, y = 1 \quad \text{گزینه «۲»}$$

گزینه «۳»:

$$y = \sqrt{-\sin^2 \pi x}, -\sin^2 \pi x \geq 0$$

$$\Rightarrow \sin^2 \pi x = 0 \Rightarrow D_y = \mathbb{Z}, y = 0$$

پس گزینه «۳» صحیح است.

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۰ تا ۵۶)

۴

۳ ✓

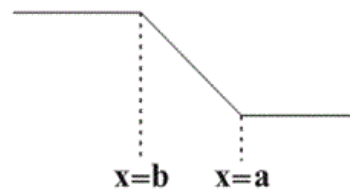
۲

۱

(چوار سراج)

چون تابع به صورت آبخاری یا سرسره‌ای است و قرار است نزولی باشد، پس باید $a > b$ باشد، این توابع بین ریشه‌های عبارت داخل قدرمطلق اکیداً یکنوا هستند پس ۵ و -۳ همان ریشه‌ها هستند:

$$\left. \begin{array}{l} a = 5 \\ b = -3 \end{array} \right\} \Rightarrow (a, b) = (5, -3)$$



(تابع) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۱ و ۱۱۲) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

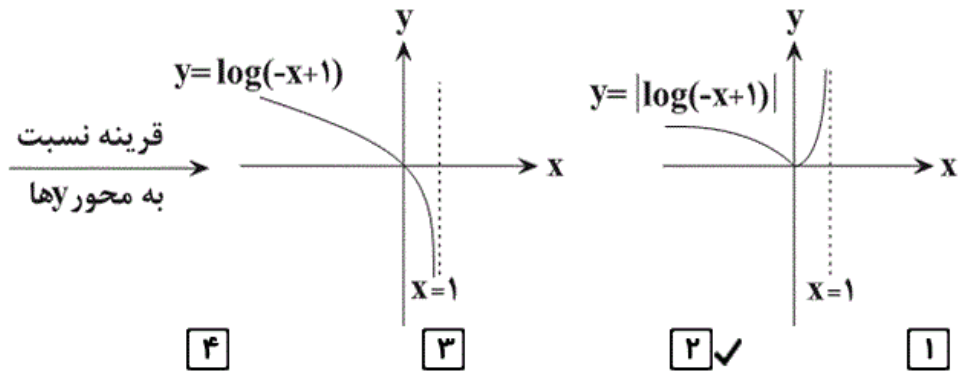
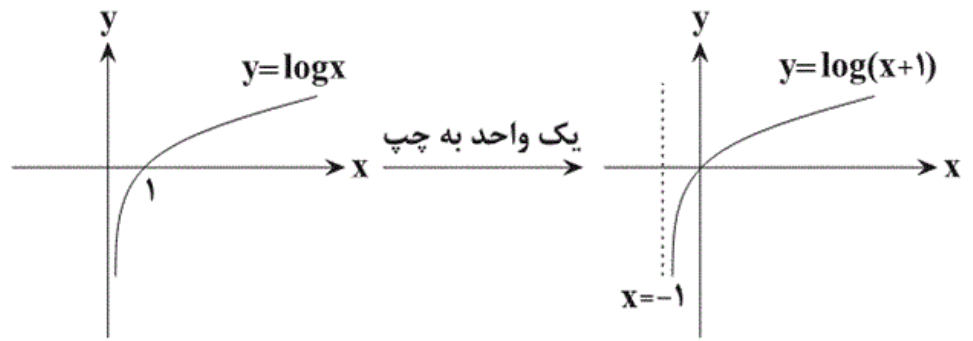
۴

۳

۲ ✓

۱

نمودار تابع $y = |\log(-x+1)|$ را مرحله به مرحله رسم می کنیم:



$$(1, 2) \in g \Rightarrow g(1) = 2 \Rightarrow f^{-1}(g(1)) = f^{-1}(2)$$

$$\frac{(0, 2) \in f}{(2, 0) \in f^{-1}} \rightarrow f^{-1}(2) = 0$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه های ۱۱ تا ۱۴، ۲۲ تا ۲۵ و ۲۹)

- 4 3 2 1 ✓

۱۰۸- گزینه «۴»

(بابک سادات)

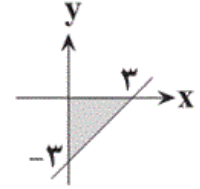
برای به دست آوردن ضابطه تابع g ، باید در تابع f به جای x ها g بگذاریم:

$$g^2 + 4g = x^2 - 2x - 3 \xrightarrow{\text{طرفین} + 4}$$

$$g^2 + 4g + 4 = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow (g+2)^2 = (x-1)^2$$

$$\Rightarrow |g+2| = |x-1| \Rightarrow g+2 = \pm(x-1) \quad \text{از طرفین جذر می‌گیریم:}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} g = x - 3 \Rightarrow S_{\Delta} = \frac{3 \times 3}{2} = \frac{9}{2} = 4.5 \\ g = -x - 1 \end{cases}$$



چون $g(x)$ اکیداً صعودی است، $-x-1$ جواب ما نیست و $g(x) = x-3$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴، ۲۲ و ۲۳)

۴

۳

۲

۱

۱۰۹- گزینه «۱»

(عزیزالله علی اصغری)

$$y = 1 - \sqrt{2x} \Rightarrow \sqrt{2x} = 1 - y \Rightarrow 2x = (1 - y)^2 \Rightarrow x = \frac{(1 - y)^2}{2}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2$$

چون $R_f = D_{f^{-1}}$ ، باید برد f را بیابیم:

$$\sqrt{2x} \geq 0 \Rightarrow -\sqrt{2x} \leq 0 \Rightarrow 1 - \sqrt{2x} \leq 1$$

$$R_f = (-\infty, 1] \Rightarrow D_{f^{-1}} = (-\infty, 1]$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۴

۳

۲

۱