



RIAZISARA

www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات**

...

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

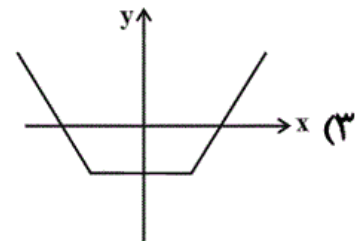
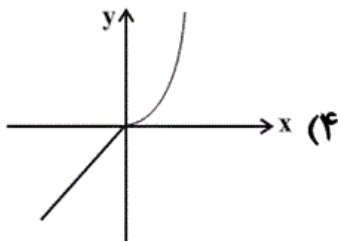
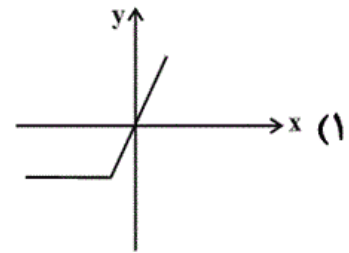
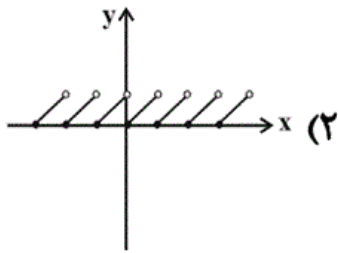
[@riazisara.ir](https://www.instagram.com/riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی و آمار ۲، توابع ثابت، چند ضابطه ای و همانی - ۲۰ سوال -

۸۱- برد کدام تابع زیر، مجموعه اعداد حقیقی است؟



۸۲- اگر $f = \{(-3, 2), (5, a+7)\}$ تابعی ثابت باشد، a کدام است؟

- (۱) -۱۰ (۲) -۵ (۳) -۲ (۴) ۲

۸۳- اگر f یک تابع همانی باشد، حاصل عبارت $f(-3) + f(2)$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۵ (۳) ۱ (۴) ۵

۸۴- اگر زوج مرتب $(2m+1, 3-2m)$ روی نیمساز ناحیه اول و سوم قرار داشته باشد، در این صورت m کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) -۱

۸۵- با فرض آن که $\begin{cases} g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ g(x) = -2 \end{cases}$ و $\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 2 \end{cases}$ باشد، جواب معادله $x \times f(10) - 2x \times g(10) = 1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{10}$

۸۶- کدام گزینه، همواره درست است؟

- (۱) اگر دامنه یک تابع با برد آن برابر باشد آن تابع حتماً همانی است.
 (۲) نمودار تابع همانی با دامنه \mathbb{R} لزوماً از مبدأ نمی‌گذرد.
 (۳) دامنه و برد تابع ثابت، همواره تک عضوی هستند.
 (۴) تابع $f = \{(1, 1)\}$ هم ثابت است و هم تابع همانی.

۸۷- اگر f تابعی ثابت باشد و $\frac{3f(2)+2}{2} = f(2) \times f(-1)$ ، حاصل $f(-1)$ کدام گزینه می‌تواند باشد؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) -۱

۸۸- اگر $f = \{(a, 2), (3, b), (c, 7)\}$ یک تابع همانی باشد، میانگین a ، b و c کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $\frac{11}{3}$ (۳) ۸ (۴) ۱۲

۸۹- اگر f تابعی ثابت، g تابعی همانی و $2g(3) = \frac{f(2) \times g(5) - g(2)}{f(3) - g(1)}$ باشد، مقدار $f(5)$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۰- اگر ضابطه $f(x) = (a-1)x^3 + (b+1)x^2 + (2c+1)x$ مربوط به تابع همانی باشد، در این صورت حاصل $f(a) + f(b) + f(c)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) صفر (۳) -۲ (۴) $-\frac{5}{2}$

۹۱- اگر تابع $f = \{(x, y-1), (z, t+1), (m, k-3)\}$ ثابت باشد و بدانیم که نقطه $(1, 5)$ یکی از نقاط f است، واریانس اعداد t ، y و k کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{8}{3}$ (۳) $\frac{17}{3}$ (۴) $\frac{19}{3}$

۹۲- اگر f یک تابع همانی و g یک تابع ثابت باشد و x و y دو عدد حقیقی دلخواه باشند، در این صورت کدام گزینه همواره صحیح نیست؟

- (۱) $f(-kx) = -kf(x)$ (۲) $f(xy) = f(x)f(y)$
 (۳) $g(x+y) + g(x-y) = g(x) + g(y)$ (۴) $g(x+y)g(x-y) = g(x^2 - y^2)$

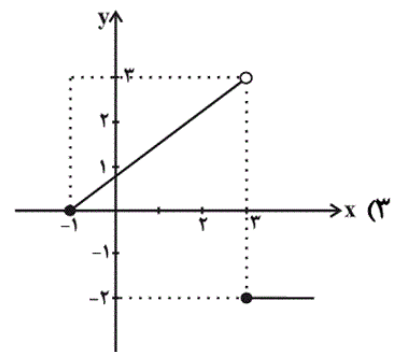
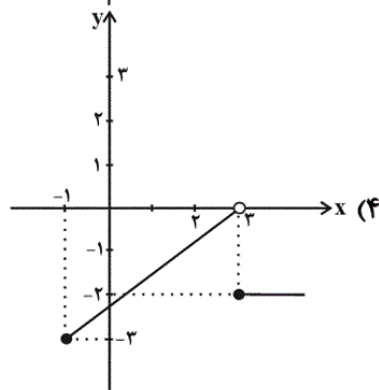
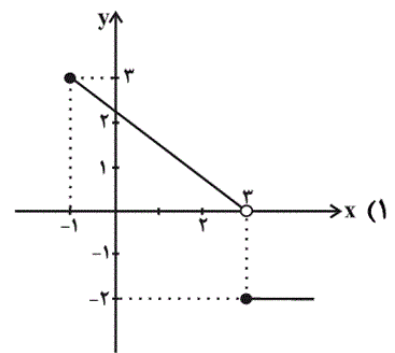
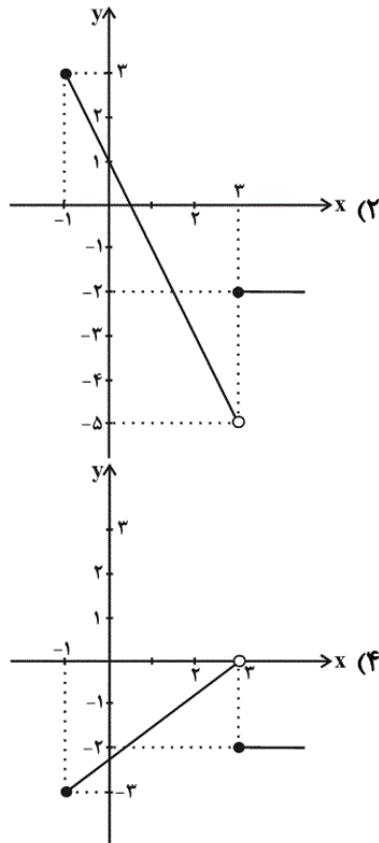
۹۳- اگر $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + x, & x < 0 \\ 2x - 1, & 0 \leq x \leq 2 \\ x^3 - 2, & x > 2 \end{cases}$ و $a = f(-1)$ باشد، حاصل $f(a) - f(3)$ کدام است؟

- (۱) -۲۳ (۲) -۲۲ (۳) -۶ (۴) -۷

۹۴- با فرض آنکه $f(x) = \begin{cases} 10k - 2x, & x > 1 \\ x^3 - mx, & x \leq 1 \end{cases}$ و $f(10) = 4$ باشد و بدانیم نمودار f از نقطه $(1, 1)$ می‌گذرد، حاصل $m + k$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $2/4$ (۳) ۳ (۴) $3/4$

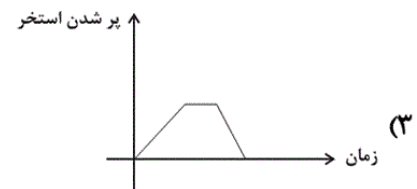
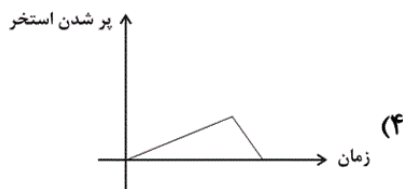
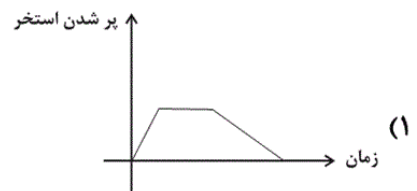
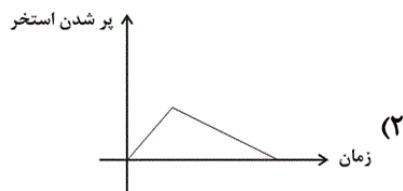
۹۵- نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -2x+1 & , -1 \leq x < 3 \\ -2 & , x \geq 3 \end{cases}$ کدام است؟



۹۶- کدام نمودار مربوط به داستان زیر است؟

«استخر آبی توسط یک شیر ۷ ساعت طول می کشد تا پر شود. پس از پر شدن بعد از ۳ ساعت، شیر دیگری را باز می کنیم تا استخر

خالی شود که مدت زمان خالی شدن استخر ۴ ساعت طول می کشد.»



۹۷- نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -x^2 & , x \geq 1 \\ |x|^2 & , x < -1 \end{cases}$ و $g(x) = \frac{1}{2}$ در چند نقطه یکدیگر را قطع می کنند؟

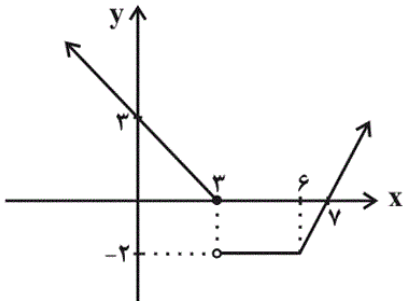
۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

هیچ (۱)

۹۸- در تابع مقابل حاصل $f(-1) - f(10)$ کدام است؟



(۲) -۴

(۱) ۱۰

(۴) ۶

(۳) -۲

۹۹- مساحت محصور بین نمودار تابع $f(x)$ و محورهای مختصات کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} -x + 3 & , x \leq 4 \\ -1 & , 4 < x < 8 \\ x - 9 & , x \geq 8 \end{cases}$$

(۲) ۵

(۱) $\frac{19}{2}$

(۴) ۱۰

(۳) $\frac{17}{2}$

۱۰۰- تابع $f(x)$ به ازای $-3 < x < 1$ تابعی همبانی و به ازای $x \geq 1$ و $x \leq -3$ تابعی ثابت است. اگر $f(2) = -2f(-4)$ و

کدام است؟ $\frac{f(-2) \times f(2)}{f(-8)}$ باشد، حاصل $f(-3) + f(1) = -2$

(۴) ۸

(۳) ۴

(۲) ۲

(۱) $\frac{1}{2}$

۸۱-

(عمید زرین کفش، صفحه‌ی ۲۲ تا ۲۴)

برای به دست آوردن برد تابع از روی نمودار، کافی است تصویر نقاط را روی محور y ها به دست آوریم، سپس محدوده برد تابع را می‌یابیم، که با توجه به نمودارها، تنها برد تابع گزینه «۴» مجموعه اعداد حقیقی است.

۴

۳

۲

۱

۸۲-

(شقایق راهبریان، صفحه ۲۶ و ۲۷)

در تابع ثابت، مؤلفه دوم تمام زوج مرتب‌ها با یکدیگر مساوی می‌باشند، لذا داریم:

$$f = \{(-3, 2), (5, a+7)\}$$

$$\Rightarrow a+7=2 \Rightarrow a=2-7=-5 \Rightarrow a=-5$$

۴

۳

۲

۱

۸۳-

(هادی پلاور، صفحه ۳۰)

ضابطه تابع همانی به صورت $f(x) = x$ می‌باشد، که به ازای هر مقدار ورودی، خروجی تابع همان مقدار می‌باشد:

$$f(x) = x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(-3) = -3 \\ f(2) = 2 \end{cases} \Rightarrow f(-3) + f(2) = -3 + 2 = -1$$

۴

۳

۲

۱

۸۴-

(فریره هاشمی، صفحه ۳۰)

یک زوج مرتب زمانی روی نیمساز ناحیه اول و سوم قرار دارد که مؤلفه‌های اول و دوم آن با یکدیگر برابر باشند، در این صورت داریم:

$$(2m+1, 3-2m) \Rightarrow 2m+1 = 3-2m$$

$$\Rightarrow 2m+2m = 3-1 \Rightarrow 4m = 2 \Rightarrow m = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

۴

۳

۲

۱

توابع f و g ثابت می‌باشند، لذا داریم:

$$f(10) = 2, \quad g(10) = -2$$

$$\Rightarrow xf(10) - 2xg(10) = 1 \Rightarrow 2x + 4x = 1$$

$$\Rightarrow 6x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{6}$$

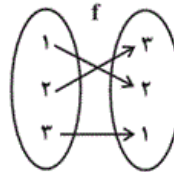
۴

۳

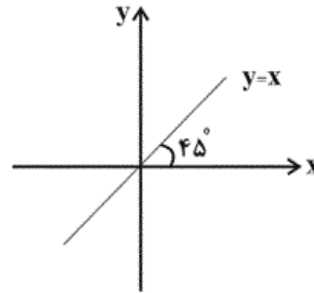
۲

۱ ✓

بررسی گزینه «۱»: دامنه و برد یک تابع ممکن است مساوی باشند ولی آن تابع، همانی نباشد مانند:



بررسی گزینه «۲»: نمودار تابع همانی با دامنه \mathbb{R} حتماً از مبدأ هم می‌گذرد:



بررسی گزینه «۳»: فقط برد تابع ثابت، همواره تک عضوی است.

بررسی گزینه «۴»: تابع $\{(1,1)\}$ هم ثابت است هم همانی چون ضابطه‌اش هم به شکل $y=x$ و هم به شکل $y=1$ می‌تواند باشد.

۴ ✓

۳

۲

۱

در تابع ثابت f داریم: $f(x) = c$ ، در نتیجه:

$$f(2) = f(-1) = c$$

$$c \times c = \frac{3c+2}{2} \Rightarrow 2c^2 = 3c+2 \Rightarrow 2c^2 - 3c - 2 = 0 \xrightarrow{\text{حل با استفاده از } \Delta}$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4(2)(-2) = 9 + 16 = 25$$

$$c = \frac{3 + \sqrt{25}}{2 \times 2} = \frac{3 + 5}{2 \times 2} = \frac{8}{4} = 2$$

$$c = \frac{3 - \sqrt{25}}{2 \times 2} = \frac{3 - 5}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

(معمد بپیرایی، صفحه ۳۰)

در تابع همانی مؤلفه‌های اول و دوم زوج‌های مرتب در نمایش زوج مرتبی با یکدیگر برابرند، لذا داریم:

$$f = \{(a, 2), (3, b), (c, 7)\}$$

$$\begin{cases} (a, 2) \Rightarrow a = 2 \\ (3, b) \Rightarrow b = 3 \\ (c, 7) \Rightarrow c = 7 \end{cases} \Rightarrow \text{میانگین} = \frac{a+b+c}{3} = \frac{2+3+7}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

۴

۳

۲

۱ ✓

(معمد بپیرایی، صفحه‌های ۲۶، ۲۷ و ۳۰)

f تابع ثابت است، پس $f(x) = k$ (k عددی ثابت) و g تابعی همانی پس $g(x) = x$ است.

$$\Rightarrow \frac{k \times 5 - 2}{k - 1} = 2 \times 3$$

$$\Rightarrow \frac{5k - 2}{k - 1} = 6 \Rightarrow 6k - 6 = 5k - 2$$

$$\Rightarrow k = 4 \Rightarrow f(x) = 4 \Rightarrow f(5) = 4$$

۴ ✓

۳

۲

۱

(عمید زرین‌کفش، صفحه ۳۰)

ضابطه تابع همانی به صورت $f(x) = x$ می‌باشد، پس ضریب جملات x^2 و x^3 باید صفر باشد و ضریب جمله x باید برابر یک باشد، لذا داریم:

$$f(x) = (a-1)x^3 + (b+1)x^2 + (2c+1)x \equiv x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-1=0 \Rightarrow a=1 \\ b+1=0 \Rightarrow b=-1 \\ 2c+1=1 \Rightarrow c=0 \end{cases}$$

$$f(x) = x$$

$$f(a) + f(b) + f(c) = f(1) + f(-1) + f(0) = 1 + (-1) + 0 = 0$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(امیر زرانروز، صفحه ۲۶ و ۲۷)

نقطه (۱,۵) یکی از نقاط f است، پس ضابطه f به صورت $f(x) = 5$ می باشد، لذا داریم:

$$y - 1 = 5 \Rightarrow y = 6$$

$$t + 1 = 5 \Rightarrow t = 4$$

$$k - 3 = 5 \Rightarrow k = 8$$

حالا واریانس این سه عدد را بدست می آوریم:

$$\bar{x} = \frac{6 + 4 + 8}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

$$\sigma^2 = \frac{(6-6)^2 + (4-6)^2 + (8-6)^2}{3} = \frac{4+4}{3} = \frac{8}{3}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(عمید زرین کفش، صفحه های ۲۶ و ۲۷، ۳۰)

ضابطه تابع همانی به صورت $f(x) = x$ و ضابطه تابع ثابت $f(x) = c$ می باشد، حال به بررسی تک تک گزینه ها می پردازیم:

$$۱) \begin{cases} f(-kx) = -kx \\ -kf(x) = -kx \end{cases} \quad \checkmark$$

$$۲) \begin{cases} f(xy) = xy \\ f(x)f(y) = xy \end{cases} \quad \checkmark$$

$$۳) \begin{cases} g(x+y) + g(x-y) = c + c = 2c \\ g(x) + g(y) = c + c = 2c \end{cases} \quad \checkmark$$

$$۴) \begin{cases} g(x+y)g(x-y) = c \times c = c^2 \\ g(x^2 - y^2) = c \end{cases} \quad \times$$

پس گزینه «۴» همواره صحیح نیست.

۴ ✓

۳

۲

۱

(ممد بر بیری، صفحه ۲۷ تا ۲۹)

برای یافتن $f(-1)$ از ضابطه اول استفاده می‌کنیم زیرا $-1 < 0$ می‌باشد، داریم:

$$a = f(-1) \xrightarrow{-1 < 0} a = 3(-1)^2 + (-1) = 2$$

حال که a را بدست آوردیم برای یافتن $f(a)$ از ضابطه دوم استفاده می‌کنیم:

$$f(a) = f(2) = 2 \times 2 - 1 = 3$$

برای یافتن $f(3)$ از ضابطه سوم استفاده می‌کنیم:

$$f(3) = 3^3 - 2 = 27 - 2 = 25$$

$$\Rightarrow f(a) - f(3) = 3 - 25 = -22$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(امیر زرانروز، صفحه ۲۷ تا ۲۹)

$$f(10) = 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 4 \end{cases} \xrightarrow[\text{بالایی } f]{\text{جاگذاری در ضابطه}} 10k - 2(10) = 4$$

$$\Rightarrow 10k = 24 \Rightarrow k = 2/4$$

$$(1,1) \in f \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \xrightarrow[\text{پایینی } f]{\text{جاگذاری در ضابطه}} 1^3 - m(1) = 1 \Rightarrow m = 0$$

$$\Rightarrow m + k = 0 + 2/4 = 2/4$$

۴

۳

۲ ✓

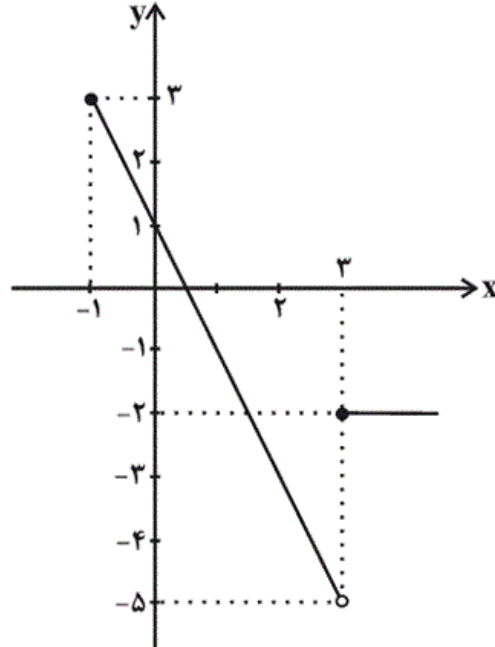
۱

(ممید زرین کفش، صفحه ۲۷ تا ۲۹)

با استفاده از جدول نقطه یابی، ضابطه اول یک بخش از یک نمودار تابع خطی است و به ازای $x \geq 3$ ضابطه دوم یک تابع ثابت است. نمودار تابع را رسم می کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} -2x+1 & , -1 \leq x < 3 \\ -2 & , x \geq 3 \end{cases}$$

x	-1	0	3
y	3	1	-5



۴

۳

۲ ✓

۱

(هادی پلاور، صفحه ۲۷ تا ۲۹)

در مرحله اول مدت زمانی که طول می کشد استخر پر شود بیشتر از مدت زمانی است که طول می کشد استخر خالی شود پس قدرمطلق شیب خط مرحله اول که پر شدن استخر را نشان می دهد می بایست کم تر از قدرمطلق شیب مرحله خالی شدن آن باشد و از طرفی مدت زمانی را استخر به صورت پر باقی می ماند پس نمودار گزینه «۳» صحیح است.

۴

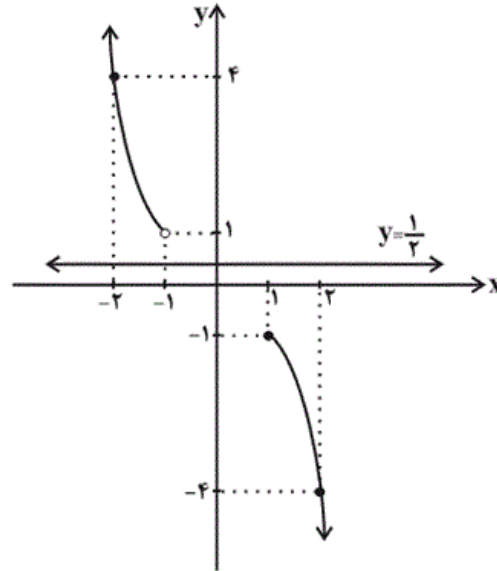
۳ ✓

۲

۱

نمودار تابع را با استفاده از جدول نقطه‌یابی برای هر یک از ضابطه‌ها رسم می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \geq 1 \\ x^2, & x < -1 \end{cases}, \quad \begin{array}{c|cc} x & 1 & 2 \\ \hline y & -1 & -4 \end{array} \quad \begin{array}{c|cc} x & -1 & -2 \\ \hline y & 1 & 4 \end{array}$$



واضح است که دو نمودار f و g یکدیگر را در هیچ نقطه‌ای قطع نمی‌کنند.

۴

۳

۲

۱ ✓

تابع f تابعی چند ضابطه‌ای است. هر ضابطه را به صورت جدا به دست می‌آوریم:
 ضابطه اول به ازای $x \leq 3$ یک تابع خطی است که از دو نقطه $A(0, 3)$ و $B(3, 0)$ می‌گذرد، داریم:

$$m = \frac{0-3}{3-0} = \frac{-3}{3} = -1$$

$$y = mx + h \Rightarrow 3 = 0 \times m + h \Rightarrow h = 3$$

$$\Rightarrow y = -x + 3$$

به ازای $3 < x < 6$ ضابطه دوم تابع ثابت است:

به ازای $x \geq 6$ ضابطه سوم تابع خطی است که از دو نقطه $A(6, -2)$ و $B(7, 0)$ می‌گذرد، داریم:

$$m = \frac{0 - (-2)}{7 - 6} = \frac{2}{1} = 2$$

$$y = mx + h \Rightarrow 0 = 2(7) + h \Rightarrow h = -14$$

$$\Rightarrow y = 2x - 14$$

$$f(x) = \begin{cases} -x + 3 & , x \leq 3 \\ -2 & , 3 < x < 6 \\ 2x - 14 & , x \geq 6 \end{cases}$$

$f(-1)$ را از ضابطه اول و $f(10)$ را از ضابطه سوم به دست می‌آوریم:

$$f(-1) = -(-1) + 3 = 4$$

$$f(10) = 2(10) - 14 = 6$$

$$\Rightarrow f(-1) - f(10) = 4 - 6 = -2$$

۴

۳ ✓

۲

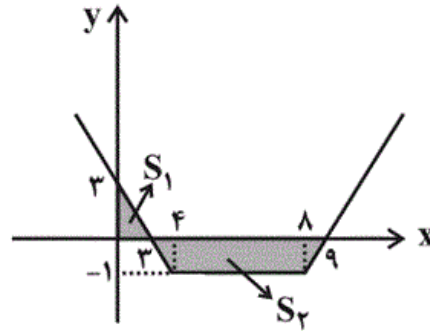
۱

تابع $f(x)$ را رسم می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} -x+3, & x \leq 3 \\ -1, & 3 < x < 8 \\ x-9, & x \geq 8 \end{cases}$$

x	۰	۳	۳
y	۳	-۱	۰

x	۸	۹
y	-۱	۰



$$S_1 = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2}$$

$$S_2 = \frac{1}{2} [(9-3) + (8-4)] \times 1 = \frac{1}{2} \times 10 = 5$$

$$\Rightarrow S_1 + S_2 = \frac{19}{2}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

تابع $f(x)$ به ازای $x \leq -3$ تابعی ثابت است که آن را $f(x) = c_1$ در نظر می‌گیریم. به ازای $x \geq 1$ نیز تابعی ثابت است که آن را به صورت $f(x) = c_2$ در نظر می‌گیریم. در نتیجه تابع چند ضابطه‌ای $f(x)$ به صورت زیر است:
 به ازای $-3 < x < 1$ نیز تابع همانی یعنی $f(x) = x$ است:

$$f(x) = \begin{cases} c_1, & x \leq -3 \\ x, & -3 < x < 1 \\ c_2, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(2) = -2f(-4) \Rightarrow c_2 = -2c_1 \\ f(-3) + f(1) = -2 \Rightarrow c_1 + c_2 = -2 \Rightarrow c_1 - 2c_1 = -2 \Rightarrow c_1 = 2 \\ \Rightarrow c_2 = -2(2) = -4 \end{cases}$$

$$\frac{f(-2) \times f(2)}{f(-8)} = \frac{-2 \times (-4)}{2} = 4$$

۴

۳ ✓

۲

۱