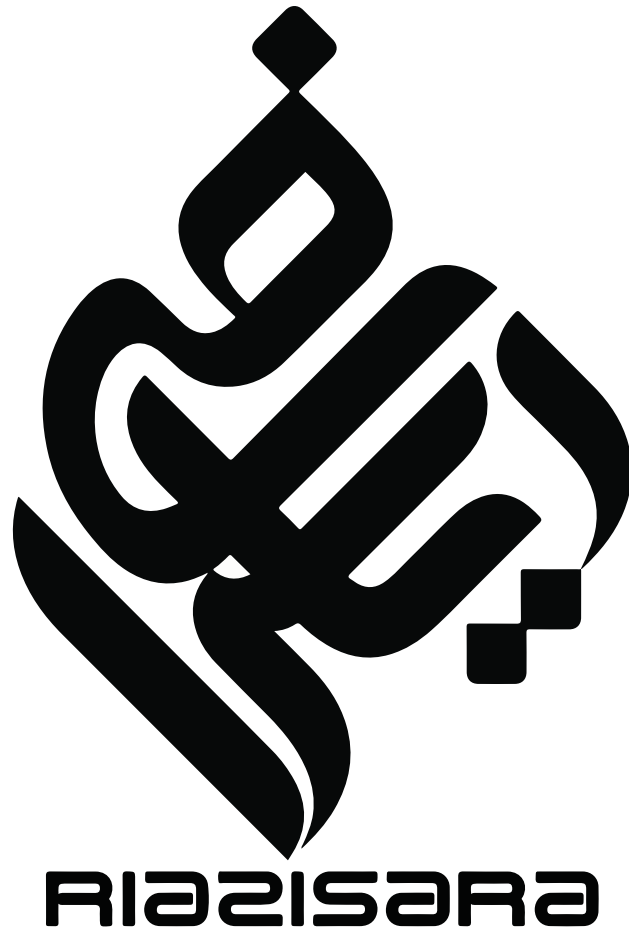




سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات
و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>



ریاضی نهم، **عددهای گویا** - ۵ سوال

۶۰- کدام تعریف برای مجموعه اعداد گویا (Q) درست است؟ (N مجموعه اعداد طبیعی، Z مجموعه اعداد صحیح و W مجموعه اعداد حسابی است.)

(۱) $Q = \{\frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$

(۲) $Q = \{\pm \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{N}\}$

(۳) $Q = \{\pm \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{W}, b \in \mathbb{N}\}$

(۴) $Q = \{\pm \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{W}\}$

۵۱- کدام عدد زیر، بین $\frac{2}{7}$ و $\frac{3}{10}$ قرار ندارد؟

(۴) $\frac{32}{105}$

(۳) $\frac{31}{105}$

(۲) $\frac{83}{280}$

(۱) $\frac{41}{140}$

۵۴- اگر کسری که دقیقاً وسط دو کسر $\frac{x}{y}$ و $\frac{2}{5}$ قرار دارد برابر با $-\frac{7}{40}$ باشد، $\frac{x}{y}$ کدام است؟ ($y \neq 0$)

(۴) $\frac{3}{4}$

(۳) $-\frac{2}{7}$

(۲) $-\frac{3}{4}$

(۱) $\frac{2}{7}$

۵۵- حاصل کسر $\frac{a + \frac{1}{a}}{a + \frac{1}{a + \frac{1}{a}}}$ به‌ازای $a = \frac{3}{2}$ کدام است؟

(۴) $\frac{13}{22}$

(۳) $\frac{18}{22}$

(۲) $\frac{26}{17}$

(۱) $\frac{169}{153}$

۵۷- حاصل عبارت $3 - 3 \left[-(-3)^2 + 3 \times \frac{1}{2} - 9 \left(\frac{1}{3} \right)^3 - (-4)^2 \right]$ کدام است؟

(۴) $-\frac{89}{2}$

(۳) $\frac{89}{2}$

(۲) $\frac{149}{2}$

(۱) $\frac{101}{2}$

ریاضی نهم، **عددهای حقیقی** - ۵ سوال

۵۸- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

(د) $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' = \emptyset$

(ج) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Q}'$

(ب) $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$

(الف) $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}'$

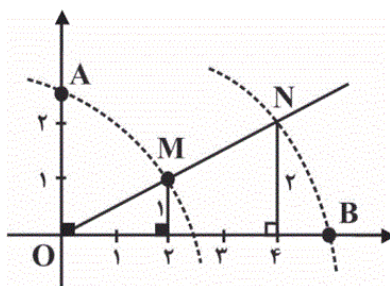
(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۵۹- در شکل زیر، فاصله دو نقطه A و B از یکدیگر کدام است؟ (کمان‌ها به مرکز مبدأ مختصات رسم شده‌اند).



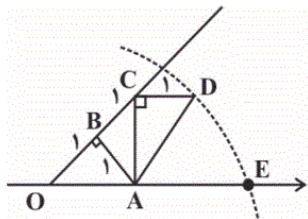
(۱) $\sqrt{20}$

(۲) $\sqrt{30}$

(۳) $4\sqrt{2}$

(۴) ۵

۴۱- در محور زیر، به مرکز A و شعاع AD کمانی زده‌ایم. نقطه E چه عددی را نشان می‌دهد؟ (O مبدأ را نشان می‌دهد). (نگاه به گزشت)



(۱) $\sqrt{6}$

(۲) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

(۳) $\sqrt{6} + \sqrt{2}$

(۴) $\sqrt{8}$

۴۲- کدام عدد به مجموعه اعداد گنگ تعلق دارد؟ (نگاه به گزشت)

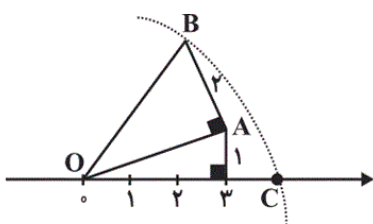
(۴) $\sqrt{1/21}$

(۳) $\sqrt{0/9}$

(۲) $\sqrt{0/64}$

(۱) $\sqrt{0/09}$

۴۷- در شکل زیر، به مرکز O و به شعاع OB کمانی رسم می‌کنیم تا محور را در نقطه C قطع کند. نقطه C کدام عدد را نشان می‌دهد؟



(۱) $\sqrt{12}$

(۲) $\sqrt{13}$

(۳) $\sqrt{14}$

(۴) $\sqrt{15}$

ریاضی نهم، قدر مطلق و محاسبه تقریبی - ۶ سوال -

۴۸- حاصل عبارت $2\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} - \sqrt{(2\sqrt{5}-3)^2}$ کدام است؟

(۴) ۷

(۳) -۱

(۲) $4\sqrt{5}-3$

(۱) $4\sqrt{5}-1$

۴۵- اگر $a = 3\sqrt{2}$ ، $b = 2\sqrt{3}$ و $c = \sqrt{2} - \sqrt{3}$ باشند، حاصل $3|c| + |a-4| + |b-4|$ کدام است؟

(۴) ۸

(۳) $\sqrt{2}$

(۲) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

(۱) $\sqrt{3}$

۵۰- کدام نامساوی زیر نادرست است؟

(۴) $0/6 < \sqrt{0/37} < 0/7$

(۳) $4 < 2\sqrt{15} < 6$

(۲) $0 < \sqrt{3} - 1 < 1$

(۱) $4 < \sqrt{21} < 5$

۵۶- کدام یک از گزینه‌های زیر، عددی گویا نمی‌باشد؟

(۴) $\sqrt{\frac{6/3}{0/7}}$

(۳) $5\sqrt{2}(\sqrt{2} - \sqrt{8})$

(۲) $1/234234....$

(۱) $|7-5\sqrt{3}| + |5\sqrt{3}-5|$

۵۲- حاصل عبارت $\sqrt{(5-2\sqrt{6})^2} + \sqrt{(7-3\sqrt{6})^2} + \sqrt{(2-\sqrt{6})^2}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $10-4\sqrt{6}$ (۳) $14-4\sqrt{6}$ (۴) $2\sqrt{6}-4$

۵۳- اگر $a < b < 0$ و $c > 0$ باشند (همگی اعداد حقیقی هستند)، حاصل عبارت $A = |a-b| + |-c| + |2a|-|b|$ کدام است؟

- (۱) $2b-3a+c$ (۲) $2b-a-c$ (۳) $2b+a+c$ (۴) $3a+c$

ریاضی نهم، استدلال - ۴ سوال -

۴۶- می‌دانیم حسن بزرگ‌تر از حسین و علی بزرگ‌تر از محمد است. در چه صورت می‌توانیم مطمئن باشیم که علی از حسن بزرگ‌تر است؟

- (۱) حسین بزرگ‌تر از محمد باشد.
(۲) محمد بزرگ‌تر از حسین باشد.
(۳) محمد بزرگ‌تر از حسن باشد.
(۴) حسن بزرگ‌تر از محمد باشد.

۴۹- نوع استدلال در کدام گزینه با بقیه متفاوت است؟

- (۱) فرشاد همه کلاه‌هایی که خریده قرمز بودند، بنابراین کلاهی که فردا قرار است بخرد قرمز است.
(۲) علی امروز یک کتاب خوانده است. می‌دانیم که او همه کتاب‌هایی که تا دیروز خوانده را دوست داشته است. پس کتابی که امروز خوانده است را نیز دوست داشته است.
(۳) هیچ یک از خلبان‌ها مشکل قلبی ندارند. فریبرز مشکل قلبی دارد پس فریبرز یک خلبان نیست.
(۴) لیلا یک کوهنورد است و می‌خواهد فردا به کوه برود. او تا به حال همواره با پدرش به کوه رفته است. بنابراین فردا هم با پدرش به کوه خواهد رفت.

۴۳- کدام عبارت همواره درست است؟

- (۱) در هر مثلث، اندازه بزرگ‌ترین زاویه از پنج برابر کوچک‌ترین زاویه، کوچک‌تر است.
(۲) به‌ازای هر عدد طبیعی n ، عدد $2^n + 3$ عددی اول است.
(۳) در هر دو مثلث با مساحت‌های برابر، ارتفاع‌ها نیز برابر است.
(۴) مثلث قائم‌الزاویه نمی‌تواند زاویه باز داشته باشد.

۴۴- دلیل آوردن و استفاده از دانسته‌های قبلی، برای معلوم کردن موضوعی که در ابتدا مجهول بوده است را ... می‌گوییم.

- (۱) استدلال (۲) اثبات (۳) مثال نقض (۴) استقرا

ریاضی نهم- سوالات موازی، مجموعه‌ها و احتمال - ۱۱ سوال -

۶۱- از بین اعداد طبیعی ۱ تا ۱۰۰، عددی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال این که عدد انتخابی، نه مضرب ۲ باشد و نه

مضرب ۳، کدام است؟ (نگاه به گذشته)

- (۱) $\frac{33}{100}$ (۲) $\frac{4}{25}$ (۳) $\frac{5}{6}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۶۲- احتمال انتخاب عددی اول و فرد از مجموعه $A = \{x \mid x = 3k - 1, k \in \mathbb{N}, k \leq 14\}$ کدام است؟ (تکله به گذشته)

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{2}{7}$

(۲) $\frac{5}{14}$

(۱) $\frac{3}{7}$

۶۳- تاسی را می‌اندازیم. چقدر احتمال دارد که عدد رو شده فرد و اول نباشد؟

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{5}{6}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۱) $\frac{1}{6}$

۶۴- دو تاس را هم‌زمان پرتاب می‌کنیم. احتمال این که مجموع دو عدد رو شده برابر ۸ باشد، کدام است؟

(۴) $\frac{1}{6}$

(۳) $\frac{5}{36}$

(۲) $\frac{1}{9}$

(۱) $\frac{1}{3}$

۶۵- دو تاس آبی و قرمز داریم که روی وجه‌های تاس آبی، اعداد اول کوچک‌تر از ۱۵ و روی وجه‌های تاس قرمز، اعداد فرد کوچک‌تر از ۱۲ درج شده است. اگر

این دو تاس را با هم پرتاب کنیم، احتمال آن که مجموع اعداد رو شده دو تاس ۱۲ شود، کدام است؟

(۴) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{6}$

(۲) $\frac{1}{9}$

(۱) $\frac{1}{12}$

۶۶- در انتخاب عددی دو رقمی، چقدر احتمال دارد که عدد انتخاب شده، زوج بوده و دهگان آن از یکانش ۲ واحد کوچک‌تر نباشد؟

(۴) $\frac{19}{45}$

(۳) $\frac{7}{15}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۱) $\frac{7}{18}$

۶۷- در یک قفسه کتابخانه، ۱۵ کتاب متمایز از انتشارات قلم‌چی چیده شده است. چقدر احتمال دارد که کتاب اشتباهات متداول، سمت راست کتاب نوروز و

کتاب نوروز هم سمت راست کتاب آبی قلم‌چی قرار گرفته باشد؟

(۴) $\frac{1}{8}$

(۳) $\frac{1}{6}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۱) $\frac{1}{3}$

۶۸- در جعبه‌ای کارت‌هایی با اعداد ۱ تا ۹ وجود دارد؛ دو کارت برمی‌داریم. احتمال این که مجموع دو عدد رو شده برابر ۱۲ شود، کدام است؟

(۴) $\frac{1}{36}$

(۳) $\frac{1}{24}$

(۲) $\frac{1}{18}$

(۱) $\frac{1}{12}$

۶۹- دو تاس را هم‌زمان پرتاب می‌کنیم. احتمال این که یکی از تاس‌ها عدد اول بیاید و دیگری عدد اول نیاید، کدام است؟

(۴) $\frac{3}{8}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{3}{4}$

(۱) $\frac{1}{4}$

۷۰- احتمال آن که در پرتاب دو تاس، مجموع اعداد رو شده بزرگتر از ۱۰ باشد، چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{10}$ (۴) $\frac{1}{12}$

۷۱- اگر برای پیشامدهای A و B داشته باشیم، $P(A) = \frac{4}{5}$ ، $n(A) = 8$ و $n(B) = 6$ ، $P(B)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{6}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{3}{5}$

ریاضی نهم- سوالات موازی، **عددهای گویا** - ۵ سوال

۷۴- کدام عدد زیر، بین $\frac{2}{7}$ و $\frac{3}{10}$ قرار ندارد؟

- (۱) $\frac{41}{140}$ (۲) $\frac{83}{280}$ (۳) $\frac{31}{105}$ (۴) $\frac{32}{105}$

۷۵- اگر کسری که دقیقاً وسط دو کسر $\frac{x}{y}$ و $\frac{2}{5}$ قرار دارد برابر با $(-\frac{7}{40})$ باشد، $\frac{x}{y}$ کدام است؟ ($y \neq 0$)

- (۱) $\frac{2}{7}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $-\frac{2}{7}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۷۶- حاصل کسر $\frac{a + \frac{1}{a}}{a + \frac{1}{a + \frac{1}{a}}}$ به ازای $a = \frac{3}{2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{169}{153}$ (۲) $\frac{26}{17}$ (۳) $\frac{18}{22}$ (۴) $\frac{13}{22}$

۷۷- حاصل عبارت $\left[-(-4)^2 - 9\left(\frac{1}{3}\right)^3 + 3 \times \frac{1}{2} - (-3)^2 \right]$ کدام است؟

- (۱) $\frac{101}{2}$ (۲) $\frac{149}{2}$ (۳) $\frac{89}{2}$ (۴) $-\frac{89}{2}$

۸۰- کدام تعریف برای مجموعه اعداد گویا (Q) درست است؟ ($\mathbb{N}$ مجموعه اعداد طبیعی، $\mathbb{Z}$ مجموعه اعداد صحیح و W اعداد حسابی است.)

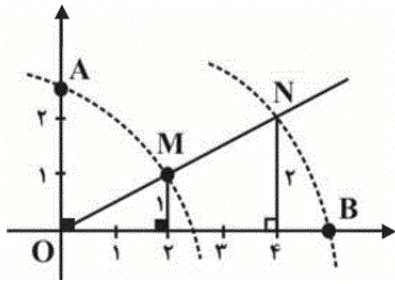
- (۱) $Q = \{\frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ (۲) $Q = \{\pm \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{N}\}$ (۳) $Q = \{\pm \frac{a}{b} \mid a \in W, b \in \mathbb{N}\}$ (۴) $Q = \{\pm \frac{a}{b} \mid a, b \in W\}$

ریاضی نهم- سوالات موازی، **عددهای حقیقی** - ۴ سوال - د

۷۸- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

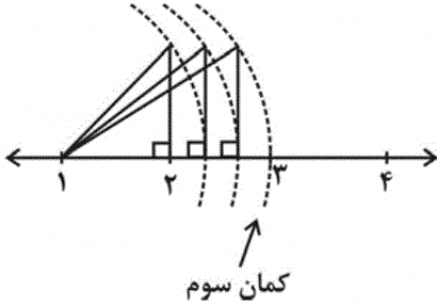
- (الف) $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}'$ (ب) $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$ (ج) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Q}'$ (د) $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' = \emptyset$
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
 داندلود از سایت ریاضی سرا

۷۹- در شکل زیر، فاصله دو نقطه A و B از یکدیگر کدام است؟ (کمان‌ها به مرکز مبدأ مختصات رسم شده‌اند).



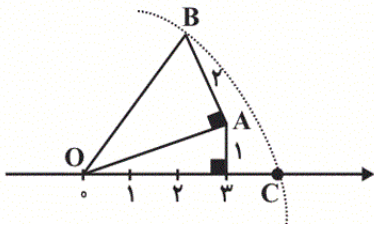
- (۱) $\sqrt{20}$
- (۲) $\sqrt{30}$
- (۳) $4\sqrt{2}$
- (۴) ۵

۷۲- اگر در شکل روبه‌رو، با الگوی ثابت، متوالیاً با مرکز یکسان کمان بزنیم، محل برخورد دهمین کمان با محور، چه عددی را نشان می‌دهد؟ (طول پاره‌خط‌های عمودی یک واحد است).



- (۱) $\sqrt{10}$
- (۲) $1 + \sqrt{10}$
- (۳) ۱۰
- (۴) $1 + \sqrt{11}$

۷۳- در شکل زیر، به مرکز O و به شعاع OB کمانی رسم می‌کنیم تا محور را در نقطه C قطع کند. نقطه C کدام عدد را نشان می‌دهد؟



- (۱) $\sqrt{12}$
- (۲) $\sqrt{13}$
- (۳) $\sqrt{14}$
- (۴) $\sqrt{15}$

-۶۰

(کتاب آبی)

می‌دانیم که تعریف اعداد گویا به صورت $Q = \{\frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\}$ است.

بنابراین در صورت کسر، صفر، همه اعداد منفی و مثبت صحیح قرار دارند ولی مخرج کسر شامل صفر نمی‌شود و تعریف موجود در گزینه «۳» نیز گویای همین مطلب است.

(عددهای مقیقی، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۲)

۴

۳✓

۲

۱

-۵۱

(محمد بمیرایی)

$$\frac{2}{7} = \frac{20}{70} = \frac{40}{140} = \frac{80}{280} = \frac{60}{210}$$

$$\frac{3}{10} = \frac{21}{70} = \frac{42}{140} = \frac{84}{280} = \frac{63}{210}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{7} < \frac{41}{140} < \frac{3}{10} \\ \frac{2}{7} < \frac{83}{280} < \frac{3}{10} \end{array} \right.$$

$$\frac{2}{7} < \frac{62}{210} < \frac{3}{10} \Rightarrow \frac{2}{7} < \frac{31}{105} < \frac{3}{10}$$

$$\frac{32}{105} = \frac{64}{210}, \frac{64}{210} > \frac{3}{10}$$

(عددهای مقیقی، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۲)

۴✓

۳

۲

۱

بنابراین کافی است میانگین دو کسر $\frac{x}{y}$ و $\frac{2}{5}$ را برابر با $(-\frac{7}{40})$ قرار دهیم.

$$\begin{aligned} \left(\frac{x}{y} + \frac{2}{5}\right) \div 2 &= -\frac{y}{40} \xrightarrow{\times 2} \left(\frac{x}{y} + \frac{2}{5}\right) = -\frac{y}{40} \times 2 \\ \Rightarrow \frac{x}{y} &= \frac{-14}{40} - \frac{2}{5} = \frac{-14-16}{40} = -\frac{30}{40} = -\frac{3}{4} \end{aligned}$$

(عددهای حقیقی، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۲)

۲

3

☒ ✓

1

$$\frac{a + \frac{1}{a}}{a + \frac{1}{a + \frac{1}{a}}} = \frac{\frac{3}{2} + \frac{1}{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2} + \frac{1}{\frac{3}{2} + \frac{1}{\frac{3}{2}}}} = \frac{\frac{3}{2} + \frac{2}{3}}{\frac{3}{2} + \frac{6}{13}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{51}{26}} = \frac{26}{17}$$

(عددهای حقیقی، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۲)

۲

3

☒ 2 ✓

1

$$\begin{aligned}
 & 3 - 3 \left[-(3)^2 + 3 \times \frac{1}{2} - 9 \left(\frac{1}{3} \right)^3 - (-4)^2 \right] \\
 &= 3 - 3 \left[-9 + \frac{3}{2} - \frac{9}{27} - 16 \right] \\
 &= 3 - 3 \left[-9 + \frac{3}{2} - \frac{1}{3} - 16 \right] = 3 - 3 \left[-25 + \frac{9-2}{6} \right] \\
 &= 3 - 3 \left[-25 + \frac{7}{6} \right] = 3 - 3 \left[\frac{-150+7}{6} \right] \\
 &= 3 - 3 \times \frac{-143}{6} = 3 + \frac{143}{2} = \frac{149}{2}
 \end{aligned}$$

(عددهای مقیقی، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۲)

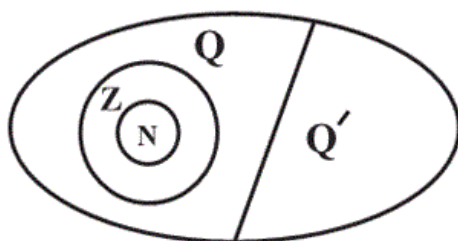
۴

۳

۲✓

۱

با توجه به نمودار ون زیر، موارد «ب» و «د» درست هستند.

مورد «الف» نادرست است. $Z \not\subseteq Q'$ مورد «ج» نادرست است. $N \not\subseteq Q'$

(عددهای مقیقی، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۷)

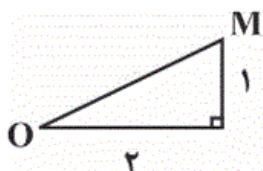
۴

۳

۲✓

۱

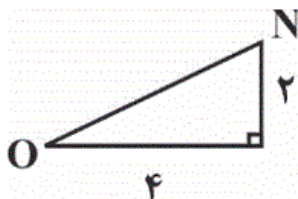
در مثلث کوچک‌تر داریم:



$$OM^2 = 2^2 + 1^2 = 5 \Rightarrow OM = \sqrt{5}$$

$$OA = OM = \sqrt{5}$$

و از طرفی در مثلث بزرگ‌تر داریم:

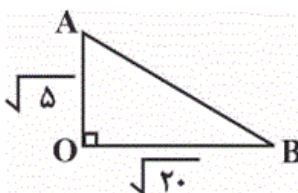


$$ON^2 = 4^2 + 2^2 = 20 \Rightarrow ON = \sqrt{20}$$

$$OB = ON = \sqrt{20}$$

طول پاره‌خط AB نیز به کمک رابطه فیثاغورس به دست می‌آید:

$$AB^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{20})^2 = 25 \Rightarrow AB = 5$$



(عددهای حقیقی، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

(نگاه به گذشته: کتاب آبی)

-۴۱

$$\triangle OAB: OA^2 = 1^2 + 1^2 = 2 \Rightarrow OA = \sqrt{2}$$

$$\triangle ABC: AC^2 = 1^2 + 1^2 = 2 \Rightarrow AC = \sqrt{2}$$

$$\triangle ACD: AD^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2 = 3 \Rightarrow AD = \sqrt{3} \rightarrow AE = \sqrt{3}$$

$$OE = OA + AE \Rightarrow OE = \sqrt{2} + \sqrt{3}$$

(عددهای حقیقی، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

$\sqrt{0/9}$ گنگ است چرا که $0/9$ توان دوم هیچ عدد گویایی نیست.

$$\sqrt{0/09} = 0/3$$

$$\sqrt{0/64} = 0/8$$

$$\sqrt{1/21} = 1/1$$

(عددهای مقیقی، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

۴

۳✓

۲

۱

(علی اجمند)

$$OA^2 = 1^2 + 3^2 \Rightarrow OA = \sqrt{10}$$

$$OB^2 = OA^2 + AB^2 = 10 + 2^2 = 14 \Rightarrow OB = \sqrt{14}$$

$$\Rightarrow OC = OB = \sqrt{14}$$

(عددهای مقیقی، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

۴

۳✓

۲

۱

(علی اجمند)

$$\begin{aligned} 2\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} - \sqrt{(2\sqrt{5}-3)^2} &= 2\overbrace{|2-\sqrt{5}|}^{\text{منفی}} - \overbrace{|2\sqrt{5}-3|}^{\text{مثبت}} \\ &= 2(\sqrt{5}-2) - (2\sqrt{5}-3) = 2\sqrt{5}-4-2\sqrt{5}+3 = -1 \end{aligned}$$

(عددهای مقیقی، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

۴

۳✓

۲

۱

(امیم مشتاق‌نظم)

$$\begin{aligned} 3|c| + |a-4| + |b-4| &= 3\overbrace{|\sqrt{2}-\sqrt{3}|}^{\text{منفی}} + \overbrace{|3\sqrt{2}-4|}^{\text{مثبت}} + \overbrace{|2\sqrt{3}-4|}^{\text{منفی}} \\ &= -3(\sqrt{2}-\sqrt{3}) + 3\sqrt{2}-4-2\sqrt{3}+4 \\ &= -3\cancel{\sqrt{2}} + 3\sqrt{3} + 3\cancel{\sqrt{2}} - 4 - 2\sqrt{3} + 4 = \sqrt{3} \end{aligned}$$

(عددهای مقیقی، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

۴

۳

۲

۱✓

تشریح گزینه‌ها:

$$\text{گزینه «۱» : } \sqrt{16} < \sqrt{21} < \sqrt{25} \Rightarrow 4 < \sqrt{21} < 5$$

$$\text{گزینه «۲» : } \sqrt{3} \approx 1/7 \Rightarrow 0 < 0/7 < 1$$

$$\text{گزینه «۳» : } 4 < 2\sqrt{15} < 6 \Rightarrow \sqrt{16} < \sqrt{60} < \sqrt{36} \quad \otimes$$

$$\text{گزینه «۴» : } \sqrt{0/36} < \sqrt{0/37} < \sqrt{0/49} \Rightarrow 0/6 < \sqrt{0/37} < 0/7$$

بنابراین گزینه «۳» نادرست است.

(عددهای حقیقی، صفحه‌های ۲۳ تا ۳۱)

۴

۳✓

۲

۱

(علی ارجمند)

$$\begin{aligned} \sqrt{3} \approx 1/7 \Rightarrow 5\sqrt{3} \approx 5/7 \Rightarrow |7 - 5\sqrt{3}| + |5\sqrt{3} - 5| \\ = 5\sqrt{3} - 7 + 5\sqrt{3} - 5 = 10\sqrt{3} - 12 \in Q' \end{aligned}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۲»: عدد $1/234234\dots$ با توجه به این که ارقام اعشاری آن تکرار منظمی دارند، گویا است.

گزینه «۳»:

$$5\sqrt{2}(\sqrt{2} - \sqrt{8}) = 5\sqrt{2} \times \sqrt{2} - 5\sqrt{2} \times \sqrt{8} = 10 - 20 = -10 \in Q$$

$$\sqrt{\frac{6/3}{0/7}} = \sqrt{9} = 3 \in Q$$

گزینه «۴»:

(عددهای حقیقی، صفحه‌های ۱۹ تا ۳۱)

۴

۳

۲

۱✓

عبارت داده شده را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\overbrace{|5-2\sqrt{6}|}^{\text{مثبت}} + \overbrace{|7-3\sqrt{6}|}^{\text{منفی}} + \overbrace{|2-\sqrt{6}|}^{\text{منفی}}$$

$$= 5 - 2\sqrt{6} - 7 + 3\sqrt{6} - 2 + \sqrt{6} = 2\sqrt{6} - 4$$

(عددهای حقیقی، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

(محمد بمیرایی)

$$a < b < 0 \Rightarrow a - b < 0 \Rightarrow |a - b| = b - a$$

$$c > 0 \Rightarrow -c < 0 \Rightarrow |-c| = c$$

$$a < 0 \Rightarrow |2a| = -2a$$

$$b < 0 \Rightarrow |b| = -b$$

$$\Rightarrow A = b - a + c - 2a - (-b) = 2b - 3a + c$$

(عددهای حقیقی، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

(علی ارجمند)

اگر محمد بزرگ‌تر از حسن باشد، با توجه به این که علی بزرگ‌تر از محمد است، می‌توانیم مطمئن باشیم که علی بزرگ‌تر از حسن خواهد بود.

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

(شایان قلعه‌دار)

استدلال موجود در گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» مثل هم هستند و در همه آن‌ها اتفاقی در گذشته همواره افتاده و نتیجه می‌شود که باز هم همان اتفاق می‌افتد. اما استدلال گزینه «۳» به این صورت است که هیچ‌یک از افراد یک گروه ویژگی X را ندارند و اگر فردی آن ویژگی را داشته باشد پس عضو گروه X نیست.

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

تشریح گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: در مثلثی با زوایای ۱۰۰، ۶۵ و ۱۵ این عبارت نادرست است.
گزینه «۲»: اگر به جای n مقدار ۵ را قرار دهیم حاصل ۳۵ می‌شود که عددی اول نیست.

گزینه «۳»: مثلث اول با ارتفاع ۶ و قاعده ۲ و مثلث دوم با ارتفاع ۴ و قاعده ۳ هم مساحت هستند، ولی ارتفاع‌های آن‌ها برابر نیست.

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

(فرزاد شیرمحمدلی)

با توجه به تعریف صفحه ۳۳ کتاب درسی گزینه «۱» درست است.

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

(نگاه به گذشته: (میم مشتاق‌نظم)

فرض کنیم A مجموعه اعداد طبیعی از ۱ تا ۱۰۰ باشد به‌طوری که این اعداد نه مضرب ۲ باشند و نه مضرب ۳. در واقع A شامل اعدادی از ۱ تا ۱۰۰ می‌باشد که فرد هستند و مضرب ۳ نمی‌باشند. بنابراین باید از این اعداد فرد، مضرب‌های ۳ را حذف کنیم. در این صورت باید ۱۷ عدد را حذف کنیم؛ پس:

$$1, \cancel{3}, 5, 7, \cancel{9}, 11, 13, \cancel{15}, 17, 19, 21, \dots, 95, 97, \cancel{99}$$

$$\quad \quad \quad 3 \times 1 \quad \quad 3 \times 3 \quad \quad 3 \times 5 \quad \quad \quad 3 \times 33$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{50 - 17}{100} = \frac{33}{100}$$

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

(نگاه به گذشته: سینا گروس)

$$A = \{x \mid x = 3k - 1, k \in \mathbb{N}, k \leq 14\}$$

$$= \{2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32, 35, 38, 41\} \rightarrow n(A) = 14$$

$$B = \{5, 11, 17, 23, 29, 41\} \rightarrow n(B) = 6$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(A)} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$$

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(علی ارمند)

تنها اعدادی از ۱ تا ۶ که فرد و اول نیستند، $A = \{4, 6\}$ است، بنابراین:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(میم مشتاق‌نظم)

$$S = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\} \Rightarrow n(S) = 36$$

$$A = \{(2, 6), (6, 2), (3, 5), (5, 3), (4, 4)\} \Rightarrow n(A) = 5$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{36}$$

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(عاصف ممبی)

$$\text{تاس آبی} = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$$

$$\text{تاس قرمز} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$$

$$S = \{(2, 1), (2, 3), (2, 5), \dots, (13, 7), (13, 9), (13, 11)\}$$

$$\Rightarrow n(S) = 36$$

$$A = \{(11, 1), (3, 9), (7, 5), (5, 7)\} \Rightarrow n(A) = 4$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳

۲✓

۱

(عاصف ممبی)

$$45 = \text{کل اعداد زوج دو رقمی} \rightarrow n(S) = 99 - 9 = 90$$

اعداد نامطلوب: ۲۴, ۴۶, ۶۸

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{45 - 3}{90} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$$

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳✓

۲

۱

(عاصف ممبی)

بقیه کتاب‌ها مدنظر نیستند. این سه کتاب به ۶ حالت مختلف می‌توانند نسبت به هم قرار بگیرند که یک حالت جواب مورد نظر است؛ یعنی احتمال مورد نظر، $\frac{1}{6}$ خواهد بود.

اشتباهات متداول: c: آبی قلم‌چی: a

b: کتاب نوروز

$$S = \{ \underline{abc}, acb, bac, bca, cab, cba \}$$

حالت مطلوب

پس گزینه «۳» درست است.

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳✓

۲

۱

$$S = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (1, 8), (1, 9), \\ (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (2, 7), (2, 8), (2, 9), (3, 4), \\ (3, 5), (3, 6), (3, 7), (3, 8), (3, 9), (4, 5), (4, 6), (4, 7), \\ (4, 8), (4, 9), (5, 6), (5, 7), (5, 8), (5, 9), (6, 7), (6, 8), \\ (6, 9), (7, 8), (7, 9), (8, 9)\} \Rightarrow n(S) = 36$$

حالات مطلوب برابر است با: $A = \{(3, 9), (4, 8), (5, 7)\}$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳

۲

۱✓

(سهیل مسن‌فان‌پور)

$$S = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), \\ (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), \\ (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), \\ (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), \\ (6, 6)\} \Rightarrow n(S) = 36$$

$$A = \{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (2, 1), (2, 4), (2, 6), (3, 1), (3, 4), \\ (3, 6), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (5, 1), (5, 4), (5, 6), (6, 2)$$

$$, (6, 3), (6, 5)\} \Rightarrow n(A) = 18 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳✓

۲

۱

$$S = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\} \Rightarrow n(S) = 36$$

پیشامد آن که مجموع دو تاس بزرگتر از ۱۰ باشد برابر است با:

$$A = \{(5,6), (6,5), (6,6)\} \Rightarrow n(A) = 3 \Rightarrow P(A) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

(کتاب آبی)

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{1}{n(S)} \Rightarrow n(S) = 10$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

$$\frac{2}{7} = \frac{20}{70} = \frac{40}{140} = \frac{80}{280} = \frac{60}{210}$$

$$\frac{3}{10} = \frac{21}{70} = \frac{42}{140} = \frac{84}{280} = \frac{63}{210}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{7} < \frac{41}{140} < \frac{3}{10} \\ \frac{2}{7} < \frac{83}{280} < \frac{3}{10} \end{array} \right.$$

$$\frac{2}{7} < \frac{62}{210} < \frac{3}{10} \Rightarrow \frac{2}{7} < \frac{31}{105} < \frac{3}{10}$$

$$\frac{32}{105} = \frac{64}{210}, \frac{64}{210} > \frac{3}{10}$$

(عددهای حقیقی، صفحہ‌های ۱۹ تا ۲۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

کسری که دقیقاً وسط دو کسر قرار دارد، برابر با میانگین آن دو کسر است.

بنابراین کافی است میانگین دو کسر $\frac{x}{y}$ و $\frac{2}{5}$ را برابر با $(-\frac{7}{40})$ قرار دهیم.

$$(\frac{x}{y} + \frac{2}{5}) \div 2 = -\frac{7}{40} \xrightarrow{\times 2} (\frac{x}{y} + \frac{2}{5}) = -\frac{7}{40} \times 2$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{-14}{40} - \frac{2}{5} = \frac{-14-16}{40} = -\frac{3}{4}$$

(عددهای حقیقی، صفحہ‌های ۱۹ تا ۲۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$a + \frac{1}{\frac{1}{a}} \quad \boxed{a = \frac{3}{2}} \quad \frac{\frac{3}{2} + \frac{1}{2}}{\frac{3}{2} + \frac{1}{\frac{3}{2} + \frac{1}{2}}} = \frac{\frac{3}{2} + \frac{3}{2}}{\frac{3}{2} + \frac{2}{3}} = \frac{3}{\frac{51}{26}} = \frac{26}{17}$$

(عددهای حقیقی، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

(سمیرا هاشمی)

$$\begin{aligned} & 3 - 3 \left[-(3)^2 + 3 \times \frac{1}{2} - 9 \left(\frac{1}{3} \right)^3 - (-4)^2 \right] \\ &= 3 - 3 \left[-9 + \frac{3}{2} - \frac{9}{27} - 16 \right] \\ &= 3 - 3 \left[-9 + \frac{3}{2} - \frac{1}{3} - 16 \right] = 3 - 3 \left[-25 + \frac{9-2}{6} \right] \\ &= 3 - 3 \left[-25 + \frac{7}{6} \right] = 3 - 3 \left[\frac{-150+7}{6} \right] \\ &= 3 - 3 \times \frac{-143}{6} = 3 + \frac{143}{2} = \frac{149}{2} \end{aligned}$$

(عددهای حقیقی، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

می‌دانیم که تعریف اعداد گویا به صورت $Q = \{\frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\}$ است.

بنابراین در صورت کسر، صفر، همه اعداد منفی و مثبت صحیح قرار دارند ولی مخرج کسر شامل صفر نمی‌شود و تعریف موجود در گزینه «۳» نیز گویای همین مطلب است.

(عددهای حقیقی، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۲)

۴

۳✓

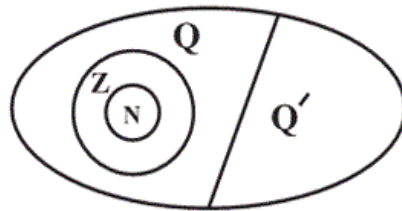
۲

۱

(سمیرا هاشمی)

۷۸-

با توجه به نمودار ون زیر، موارد «ب» و «د» درست هستند.



مورد «الف» نادرست است. $\mathbb{Z} \not\subseteq Q'$

مورد «ج» نادرست است. $\mathbb{N} \not\subseteq Q'$

(عددهای حقیقی، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۷)

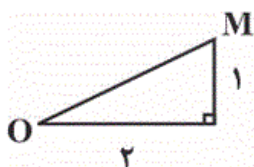
۴

۳

۲✓

۱

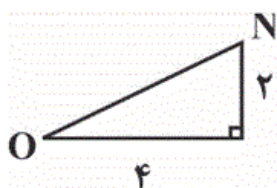
در مثلث کوچک‌تر داریم:



$$OM^2 = 2^2 + 1^2 = 5 \Rightarrow OM = \sqrt{5}$$

$$OA = OM = \sqrt{5}$$

و از طرفی در مثلث بزرگ‌تر داریم:

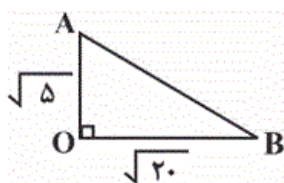


$$ON^2 = 4^2 + 2^2 = 20 \Rightarrow ON = \sqrt{20}$$

$$OB = ON = \sqrt{20}$$

طول پاره‌خط AB نیز به کمک رابطه فیثاغورس به دست می‌آید:

$$AB^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{20})^2 = 25 \Rightarrow AB = 5$$



(عددهای حقیقی، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

۴ ✓

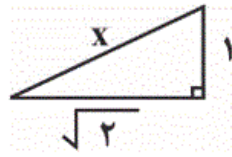
۳

۲

۱

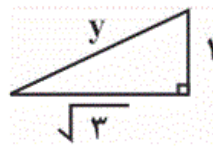
طول وتر مثلث اول $\sqrt{2}$ می‌باشد، بنابراین اولین کمان $1 + \sqrt{2}$ را نشان می‌دهد.

طول کمان دومی $\sqrt{3}$ می‌شود، زیرا:



$$x^2 = (\sqrt{2})^2 + (1)^2 = 3 \Rightarrow x = \sqrt{3}$$

طول کمان سوم نیز $\sqrt{4}$ می‌گردد، زیرا:



$$y^2 = (\sqrt{3})^2 + (1)^2 = 4 \Rightarrow y = \sqrt{4}$$

بنابراین طول کمان n ام برابر با $\sqrt{n+1}$ است و طول کمان دهم $\sqrt{11}$ می‌شود.
و از آن جایی که مثلث اولیه از نقطه (۱) رسم شده است بنابراین دهمین
کمان عدد $1 + \sqrt{11}$ را نشان خواهد داد.

(عددهای حقیقی، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

(علی اجمند)

$$OA^2 = 1^2 + 3^2 \Rightarrow OA = \sqrt{10}$$

$$OB^2 = OA^2 + AB^2 = 10 + 2^2 = 14 \Rightarrow OB = \sqrt{14}$$

$$\Rightarrow OC = OB = \sqrt{14}$$

(عددهای حقیقی، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

۴

۳ ✓

۲

۱