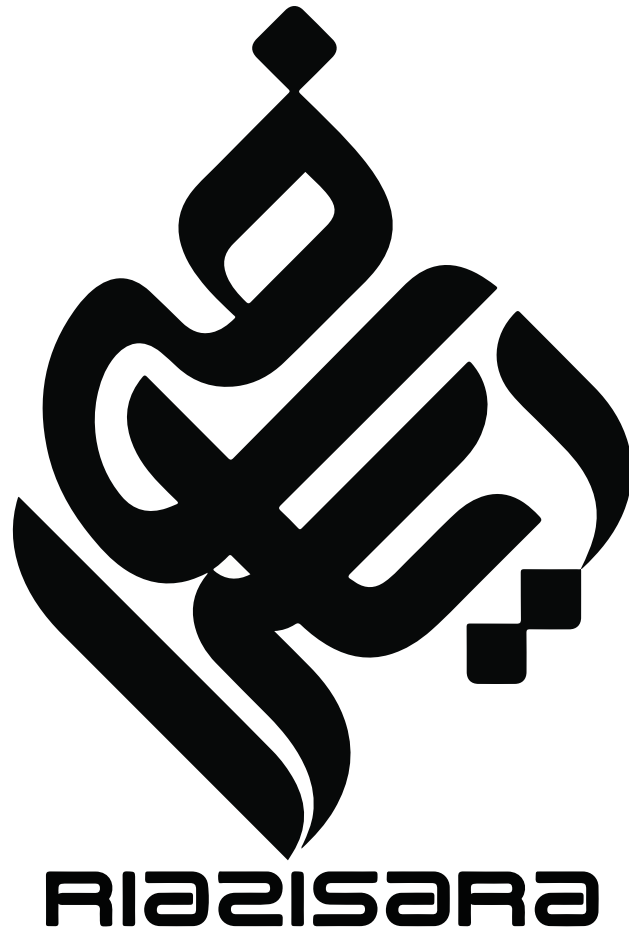




سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات
و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی، معرفی عددهای گویا - ۱ سوال -

۴۱- حاصل کدام گزینه بزرگ‌تر از بقیه است؟ (نگاه به گذشته)

$$3\frac{1}{4} - 2\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$5\frac{1}{3} - 5\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$1\frac{2}{3} - 1\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$2\frac{3}{5} - 1\frac{2}{3} \quad (3)$$

ریاضی، تعیین عددهای اول - ۴ سوال

۴۲- کدام دو عدد نسبت به هم اول هستند؟ (نگاه به گذشته)

$$6 \text{ و } 2 \quad (4)$$

$$51 \text{ و } 17 \quad (3)$$

$$13 \text{ و } 12 \quad (2)$$

$$15 \text{ و } 5 \quad (1)$$

۴۶- اگر x, y و z سه عدد اول باشند، به طوری که $x < y < z$ و $x + y + z = 71$ ، بیش‌ترین مقدار y کدام است؟

$$67 \quad (4)$$

$$61 \quad (3)$$

$$37 \quad (2)$$

$$31 \quad (1)$$

۴۷- a و b دو عدد اول متمایز هستند. اگر ب.م.م این دو عدد را c و ک.م.م آن‌ها را d بنامیم، آنگاه

حاصل c^d لزوماً کدام است؟

$$a^b \quad (4)$$

$$\frac{1}{a \times b} \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$a \times b \quad (1)$$

۴۸- عدد ۱۲۱۰ چند شمارنده اول متمایز دارد؟

$$2 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

ریاضی، چهارضلعی‌ها - ۱۵ سوال -

۴۹- شکل زیر به ترتیب چند مرکز تقارن و چند خط تقارن دارد؟

$$3 - \text{صفر} \quad (1)$$

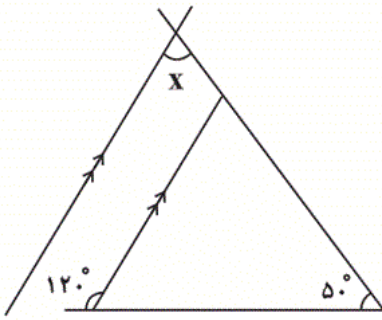
$$2 - \text{صفر} - \text{بی شمار} \quad (2)$$

$$3 - 1 \quad (3)$$

$$4 - 1 - \text{بی شمار} \quad (4)$$



۵۰- با توجه به شکل زیر، زاویه مجهول چند درجه است؟



۵۰° (۱)

۴۰° (۲)

۶۰° (۳)

۷۰° (۴)

۵۱- چند عدد اول دو رقمی کوچکتر از ۳۰ وجود دارد؟

۶ (۴)

۷ (۳)

۸ (۲)

۱۰ (۱)

۵۲- ب.م.م دو عدد ۱۸ و ۱۲، چند برابر ب.م.م دو عدد ۲۷ و ۶ است؟

۴ (۴)

۶ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۵۳- اگر دو عدد طبیعی a و b نسبت به هم اول باشند، حاصل عبارت $\frac{[a,b]}{(a,b)}$ لزوماً کدام است؟ ($a > b > 1$)

۱ (۴)

ab (۳)

a (۲)

b (۱)

۵۴- چند مورد از عبارات زیر صحیح است؟

(الف) تمام مضارب یک عدد اول، اعداد مرکب هستند.

(ب) تمام شمارنده‌های یک عدد مرکب، اول هستند.

(پ) تمام اعداد اول، فرد هستند.

(ت) ب.م.م هر دو عدد متوالی برابر ۱ می‌باشد.

(ث) حاصل ضرب هر دو عدد غیرمرکب، عددی مرکب است.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۵۵- ب.م.م دو عدد، ۳ و ک.م.م این دو عدد، ۴۸ می‌باشد. حاصل ضرب آن‌ها کدام است؟

۲۸۸ (۴)

۱۴۴ (۳)

۹۶ (۲)

۴۸ (۱)

۵۶- در تعیین اعداد اول کمتر از ۱۲۰، آخرین عدد اولی که مضارب آن را خط می‌زنیم، کدام است؟

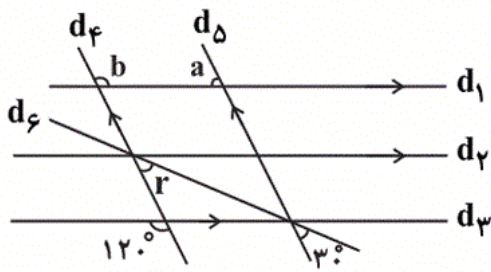
۱۷ (۴)

۱۳ (۳)

۱۱ (۲)

۷ (۱)

۵۷- با توجه به زوایای داده شده، حاصل $(a + b) - r$ چند است؟



(۱) 210°

(۲) 120°

(۳) 150°

(۴) 60°

۵۸- مجموع تعداد مراکز تقارن و خطوط تقارن یک هفت ضلعی منتظم چند تا از تعداد خطوط تقارن یک پنج ضلعی منتظم بیش تر است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۵۹- برای تساوی زیر، چند عدد کوچک تر از ۵۰ می توان پیدا کرد؟

$$(\bigcirc, 6) = 1$$

(۴) ۱۷

(۳) ۱۶

(۲) ۱۸

(۱) ۱۵

۶۰- اگر روش غربال اعداد را برای اعداد ۲۳ تا ۱۴۷ انجام دهیم، مجموع ارقام آخرین عددی که خط می خورد، چند است؟

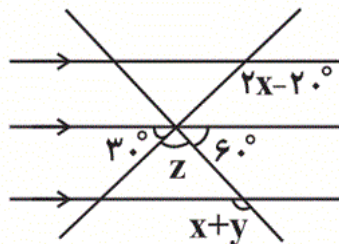
(۴) ۹

(۳) ۱۶

(۲) ۸

(۱) ۱۳

۴۳- در شکل زیر حاصل $x - y$ کدام است؟



(۱) 30°

(۲) 40°

(۳) 50°

(۴) 60°

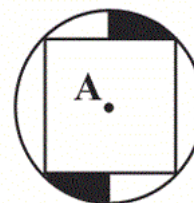
۴۴- در کدام گزینه نقطه A مرکز تقارن نیست؟



(۴)



(۳)

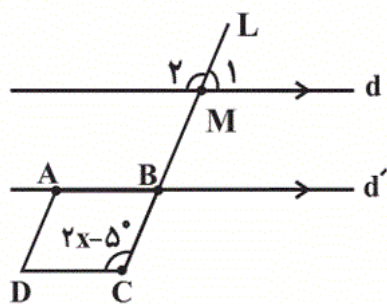


(۲)



(۱)

۴۵- در شکل زیر، دو خط d و d' موازی هستند و خط L هر دو خط را قطع کرده است. اگر $DC \parallel d'$ و زاویه M_1 برابر



با 45° باشد، x کدام است؟

- (۱) 135°
(۲) 60°
(۳) 70°
(۴) $72/5^\circ$

ریاضی - سوالات موازی، معرفی عددهای گویا - ۲ سوال -

۶۱- مقدار a در تساوی زیر کدام است؟ (نگاه به گذشته)

$$-\frac{(-21)}{(-28)} = \frac{-18}{a}$$

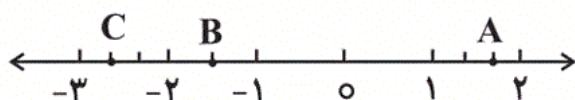
- (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) -۲۴ (۴) -۱۸

۶۲- کدام یک از عددهای زیر، صحیح است اما گویا نیست؟ (نگاه به گذشته)

- (۱) $-\frac{7}{2}$ (۲) $-\frac{81}{27}$ (۳) ۹ (۴) تمام اعداد صحیح، گویا هستند.

ریاضی - سوالات موازی، جمع و تفریق عددهای گویا - ۵ سوال

۶۸- عددهای A, B, C روی محور مشخص شده‌اند. حاصل $\frac{A+B}{C}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{16}$ (۲) $-\frac{1}{16}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $-\frac{5}{8}$

۶۹- قرینه عدد ۹- نسبت به ۳ کدام است؟

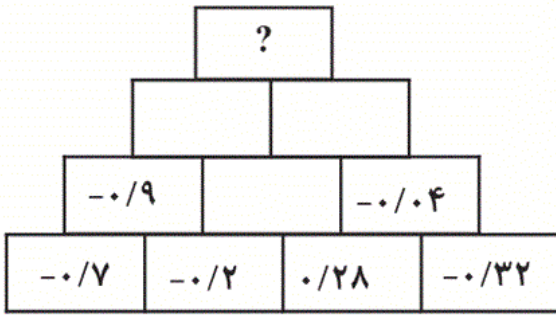
- (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

۷۰- حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\left(-2\frac{1}{3} + \frac{3}{4}\right) \div \left(-2\frac{2}{3} + \frac{3}{5}\right) = ?$$

- (۱) $\frac{95}{124}$ (۲) $-\frac{95}{124}$ (۳) $\frac{589}{180}$ (۴) $\frac{180}{589}$

۷۱- در شکل زیر، به جای علامت سؤال چه عددی باید قرار گیرد؟



(۱) -۰/۲۹

(۲) -۰/۷۸

(۳) ۰/۲۹

(۴) ۰/۷۸

۷۳- حاصل کدام یک از گزینه‌های زیر، کم‌ترین اختلاف را با عدد $\frac{9}{4}$ دارد؟

(۲) $((\frac{7}{3}) \div (\frac{6}{9})) \times \frac{5}{2}$

(۱) $\frac{22}{13} \times \frac{26}{8}$

(۴) $(\frac{8}{7} \div \frac{3}{7}) \div \frac{2}{3}$

(۳) $(\frac{6}{5} \div \frac{15}{2}) \div \frac{4}{15}$

ریاضی - سوالات موازی، تعیین عددهای اول - ۱۳ سوال -

۷۴- اگر x ، y و z سه عدد اول باشند، به‌طوری‌که $x < y < z$ و $x + y + z = 71$ ، آنگاه بیش‌ترین مقدار y کدام است؟

(۴) ۶۷

(۳) ۶۱

(۲) ۳۷

(۱) ۳۱

۷۵- a و b دو عدد اول متمایز هستند. اگر ب.م.م این دو عدد را c و ک.م.م آن‌ها را d بنامیم، آنگاه

حاصل c^d لزوماً کدام است؟

(۴) a^b

(۳) $\frac{1}{a \times b}$

(۲) ۱

(۱) $a \times b$

۷۶- عدد ۱۲۱۰ چند شمارنده اول متمایز دارد؟

(۴) ۲

(۳) ۳

(۲) ۴

(۱) ۵

۷۷- ب.م.م دو عدد ۱۸ و ۱۲، چند برابر ب.م.م دو عدد ۲۷ و ۶ است؟

(۴) ۴

(۳) ۶

(۲) ۳

(۱) ۲

۷۸- اگر دو عدد طبیعی a و b نسبت به هم اول باشند، حاصل عبارت $\frac{[a,b]}{(a,b)}$ لزوماً کدام است؟ ($a > b > 1$)

- (۱) b (۲) a (۳) ab (۴) ۱

۷۹- ب.م.م دو عدد، ۳ و ک.م.م این دو عدد، ۴۸ می‌باشد. حاصل ضرب آن‌ها کدام است؟

- (۱) ۴۸ (۲) ۹۶ (۳) ۱۴۴ (۴) ۲۸۸

۸۰- برای تساوی زیر، چند عدد کوچک‌تر از ۵۰ می‌توان پیدا کرد؟

$$(\bigcirc, 6) = 1$$

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۱۶ (۴) ۱۷

۷۲- اگر روش غربال اعداد را برای اعداد ۲۳ تا ۱۴۷ انجام دهیم، مجموع ارقام آخرین عددی که خط می‌خورد، چند است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۹

۶۳- در تعیین اعداد اول بین ۱ تا ۵۰ به روش غربال پس از اتمام کار، نهمین عدد خط نخورده کدام است؟

- (۱) ۱۹ (۲) ۱۷ (۳) ۲۳ (۴) ۲۱

۶۴- برای تعیین اعداد اول کوچک‌تر از ۱۰۰ به روش غربال، در مرحله حذف مضرب‌های عدد ۷، اولین عددی که خط می‌خورد، کدام عدد است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۲۱ (۳) ۴۹ (۴) ۵۶

۶۵- کدام عبارت صحیح است؟

- (۱) همه مضرب‌های یک عدد طبیعی مرکب‌اند.
(۲) هیچ دو عدد مرکبی نسبت به هم اول نیستند.
(۳) هر دو عدد طبیعی متوالی نسبت به هم اول هستند.
(۴) ک.م.م دو عدد اول متمایز با ب.م.م آن دو برابر است.

۶۶- تعداد اعداد طبیعی مرکب کوچک‌تر از ۵۰ کدام است؟

۳۱ (۱)

۳۲ (۲)

۳۳ (۳)

۳۴ (۴)

۶۷- کدام عبارت زیر صحیح است؟

(۱) بین دو عدد ۲- و ۳، چهار عدد گویا وجود دارد.

(۲) در میان اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۱۵، تعداد اعداد اول و اعداد مرکب برابر است.

(۳) عدد اول عددی است که هیچ شمارنده‌ای به جز عدد ۱ نداشته‌باشد.

(۴) تعداد اعداد طبیعی غیرمرکب کوچک‌تر از ۱۵، برابر ۷ است.



(نگاه به گذشته: ندا صالح‌پور)

$$\left. \begin{array}{l} \text{گزینه «۱» : } 1\frac{2}{3} - 1\frac{1}{2} = \frac{5}{3} - \frac{3}{2} = \frac{10-9}{6} = \frac{1}{6} = \frac{10}{60} \\ \text{گزینه «۲» : } 3\frac{1}{4} - 2\frac{1}{2} = \frac{13}{4} - \frac{5}{2} = \frac{13-10}{4} = \frac{3}{4} = \frac{45}{60} \\ \text{گزینه «۳» : } 2\frac{3}{5} - 1\frac{2}{3} = \frac{13}{5} - \frac{5}{3} = \frac{39-25}{15} = \frac{14}{15} = \frac{56}{60} \\ \text{گزینه «۴» : } 5\frac{1}{3} - 5\frac{1}{4} = \frac{16}{3} - \frac{21}{4} = \frac{64-63}{12} = \frac{1}{12} = \frac{5}{60} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{56}{60} > \frac{45}{60} > \frac{10}{60} > \frac{5}{60}$$
$$\Rightarrow \frac{14}{15} > \frac{3}{4} > \frac{1}{6} > \frac{1}{12}$$

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

(نگاه به گذشته: فرزاد شیرممدلی)

اگر بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد برابر یک باشد، آن دو عدد نسبت به هم اول هستند. گزینه‌ها را بررسی کرده و بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک آن‌ها را می‌یابیم:

گزینه «۱» : $(15, 5) = 5$ گزینه «۳» : $(17, 51) = 17$

گزینه «۲» : $(12, 13) = 1$ گزینه «۴» : $(2, 6) = 2$

پس در گزینه «۲» اعداد داده شده نسبت به هم اول هستند.

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

(مسام سلطان‌ممدی)

راه حل اول: چون y بزرگ‌ترین مقدار ممکن است باید عدد x کم‌ترین مقدار ممکن باشد و اختلاف y و z نیز کم‌ترین مقدار ممکن می‌شود. اگر x را عدد ۳ در نظر بگیریم که کوچک‌ترین عدد اول فرد است $y + z = 68$ می‌شود و دو عدد اولی که مجموع آن‌ها ۶۸ باشد و کم‌ترین اختلاف را داشته باشند اعداد $y = 31$ و $z = 37$ هستند.

راه حل دوم: چون حاصل جمع سه عدد ۷۱ شده است، پس عدد ۲ نمی‌تواند بین ۳ عدد باشد. یعنی هر سه عدد فرد هستند. از آنجایی که $z > y$ است پس واضح است ۶۱ و ۶۷ نمی‌توانند مقدار y باشند چون حاصل بیش از ۷۱ می‌شود. اگر $y = 37$ باشد حداقل z می‌تواند ۴۱ باشد که باز هم جمع سه عدد بیش از ۷۱ است. اگر $y = 31$ و $z = 37$ باشد، با خواسته مسأله مطابقت دارد و در این صورت $x = 3$ است.

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

هرگاه دو عدد اول باشند، ب.م.م آن‌ها برابر ۱ و ک.م.م آن‌ها برابر حاصل ضرب دو عدد است. پس:

$$a, b \Rightarrow \begin{cases} c = (a, b) = 1 \\ d = [a, b] = a \times b \end{cases}$$

$$\rightarrow c^d = 1^{a \times b} = 1$$

عدد یک به توان هر عددی برسد حاصل برابر یک خواهد بود.

۱ ☒ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☐

۳ شمارندهٔ اول متمایز $\rightarrow 3 \times 5 \times 11 \times 11 \times 10 = 1210$

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☒ ۴ ☐

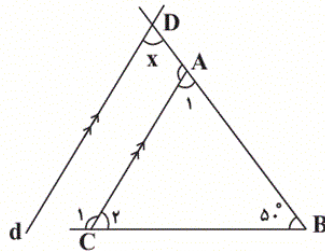


سه خط مشخص شده در شکل خطوط تقارن هستند. اما این شکل مرکز تقارن ندارد.

توجه: نقطه (A) مرکز تقارن شکل نیست، چرا که اگر شکل را حول آن نقطه به اندازهٔ 180° دوران دهیم، شکل حاصل بر شکل اولیه منطبق نمی‌شود.

۱ ☒ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☐

$$\hat{C}_\gamma = 180^\circ - \hat{C}_1 = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$



زاویهٔ C_1 مکمل زاویه C_γ است:

جمع زاویه‌های هر مثلث برابر با 180° می‌شود:

$$\hat{C}_\gamma + \hat{B} + \hat{A}_1 = 180^\circ \Rightarrow 60^\circ + 50^\circ + \hat{A}_1 = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 = 70^\circ$$

پاره‌خط AC با خط d موازی و پاره‌خط BD مورب است. بنابراین:

$$x = \hat{A}_1 = 70^\circ$$

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☒

اعداد دو رقمی کوچک‌تر از ۳۰ را می‌نویسیم و به کمک روش غربال اعداد اول را به دست می‌آوریم:

۱، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹

۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹

اعدادی که دور آن‌ها دایره کشیده شده است با مضارب عدد ۲ خط می‌خورند. اعدادی که دور آن‌ها مربع کشیده شده است با مضارب ۳ خط می‌خورند

و اعدادی که دور آن‌ها مثلث کشیده شده است با مضارب ۵ خط می‌خورند. اعداد اول دو رقمی کوچک‌تر از ۳۰، اعداد ۱۱، ۱۳، ۱۷، ۱۹، ۲۳ و ۲۹

هستند.

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☒

ابتدا اعداد را به شمارنده‌های اول تجزیه می‌کنیم و ب.م.م اعداد را می‌یابیم:

$$\left. \begin{array}{l} 12 = 2 \times 2 \times 3 \\ 18 = 2 \times 3 \times 3 \end{array} \right\} \Rightarrow (12, 18) = 2 \times 3 = 6$$

$$\left. \begin{array}{l} 6 = 2 \times 3 \\ 27 = 3 \times 3 \times 3 \end{array} \right\} \Rightarrow (6, 27) = 3$$

$$\Rightarrow \frac{6}{3} = 2$$

۴

۳

۲

۱✓

نکته: دو عدد نسبت به هم اولند اگر هیچ مقسوم‌علیه مشترکی غیر از یک نداشته باشند. بنابراین اگر a و b دو عدد نسبت به هم اول باشند، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} (a, b) = 1 \\ [a, b] = a \times b \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{[a, b]}{(a, b)} = \frac{a \times b}{1} = ab$$

نکته: همواره برای همه اعداد طبیعی رابطه زیر برقرار می‌باشد:

$$[a, b] = \frac{ab}{(a, b)}$$

۴

۳✓

۲

۱

تنها مورد (ت) صحیح است؛ هر دو عدد متوالی نسبت به هم اول هستند، یعنی ب.م.م آن دو عدد برابر یک است.

تشریح سایر موارد:

الف) عدد ۷ مضرب عدد اول ۷ می‌باشد و مرکب نیست. $7 = 1 \times 7$

ب) ۱۲ عددی مرکب است و عدد ۴ شمارنده عدد ۱۲ می‌باشد که مرکب است.

پ) ۲ عددی اول و زوج است.

ث) حاصل ضرب عدد غیر مرکب ۱، در هر عدد اولی، عددی اول است.

۴

۳

۲✓

۱

ب.م.م دو عدد ۳ می‌باشد. پس اگر دو عدد را x و y فرض کنیم، این دو عدد را می‌توان به صورت $x = 3a$, $y = 3b$ نوشت که دو عدد a و b نسبت به

هم اول هستند. ک.م.م این دو عدد ۴۸ می‌باشد و از طرفی می‌دانیم که هر دوی این اعداد شمارنده ۳ را دارند. بنابراین تنها یک بار عامل ۳ را در ک.م.م

می‌شماریم:

$$48 = 3 \times a \times b \Rightarrow a \times b = \frac{48}{3} = 16$$

حاصل ضرب این دو عدد برابر است با:

$$x \times y = 3a \times 3b = 9 \times a \times b = 9 \times 16 = 144$$

۴

۳✓

۲

۱

برای تعیین عده‌های اول، عدد یک و مضرب‌های اعداد اول را خط می‌زنیم و مربع آخرین عدد اولی که مضارب آن را خط می‌زنیم باید بین اعداد نوشته

شده قرار داشته باشد. بنابراین برای به‌دست آوردن این عدد اول کافی است بینیم جذر ۱۲۰ در کدام محدوده می‌باشد. داریم:

$$\sqrt{120} \simeq 10.9$$

بزرگ‌ترین عدد اول کوچک‌تر از ۱۰/۹ عدد ۷ می‌باشد که مضارب آن را خط می‌زنیم.

۴

۳

۲

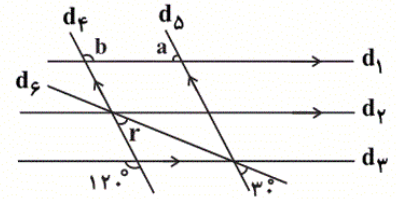
۱✓

$$d_4 \parallel d_5, \text{مورب } d_6 \Rightarrow r = 30^\circ$$

$$d_1 \parallel d_3, \text{مورب } d_4 \Rightarrow b = 120^\circ$$

$$d_4 \parallel d_5, \text{مورب } d_1 \Rightarrow a = 180^\circ - b = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\Rightarrow (a + b) - r = (120^\circ + 60^\circ) - 30^\circ = 150^\circ$$



۴

۳✓

۲

۱

می‌دانیم که هر شکل منتظم به تعداد اضلاعش خط تقارن دارد. هم‌چنین اشکال منتظم اگر تعداد اضلاعشان زوج باشد دارای یک مرکز تقارن هستند و

اگر تعداد اضلاعشان فرد باشد، مرکز تقارن ندارند. پس:

$$7 \rightarrow 7 + 0 = 7 \text{ خط تقارن و بدون مرکز تقارن} \rightarrow \text{هفت ضلعی منتظم}$$

$$5 \text{ خط تقارن} \rightarrow \text{پنج ضلعی منتظم}$$

$$7 - 5 = 2$$

۴

۳

۲✓

۱

برای این‌که تساوی $(\bigcirc, 6) = 1$ برقرار باشد، باید اعدادی را در جای خالی قرار دهیم که شمارنده مشترک با $6 = 3 \times 2$ نداشته باشد. یعنی عامل اول ۲

و ۳ نداشته باشد. برای این کار می‌توانیم از غربال اعداد استفاده کنیم و اعداد با شمارنده‌های ۲ و ۳ را خط بزنیم و حذف کنیم.

اعدادی که در مرحله حذف مضارب ۲ خط می‌خورند:

۲۴ عدد: ۲, ۴, ۶, ۸, ..., ۴۸

اعدادی که در مرحله حذف مضارب ۳ خط می‌خورند و در مرحله قبل خط نخورده‌اند:

۸ عدد: ۳, ۹, ۱۵, ۲۱, ۲۷, ۳۳, ۳۹, ۴۵

بنابراین از ۴۹ عدد کوچک‌تر از ۵۰، تعداد ۳۲ عدد هستند که حاصل ب.م.م آن‌ها با ۶ برابر ۱ نمی‌شود و ۱۷ عدد باقی‌مانده مطلوب ما هستند.

۴✓

۳

۲

۱

اعداد اول را پیدا کرده و مضارب آن‌ها را خط می‌زنیم و مجذور آخرین عدد اولی که مضارب آن را خط می‌زنیم باید بین اعداد باشد. آخرین اعدادی که خط می‌خورند مضارب ۱۱ هستند که در مراحل قبلی خط نخورده‌اند. اعداد ۱۲۱ و $143 = 11 \times 13$ این خاصیت را دارند. پس آخرین عددی که خط می‌خورد ۱۴۳ است.

$$1 + 4 + 3 = 8$$

۴

۳

۲✓

۱

$$z = 180^\circ - (30^\circ + 60^\circ) = 90^\circ$$

$$d_2 \parallel d_1, d_4 \rightarrow b = 30^\circ \rightarrow d_1 \parallel d_2, d_5 \Rightarrow a = 60^\circ$$

$$(2x - 20^\circ) + 30^\circ = 180^\circ$$

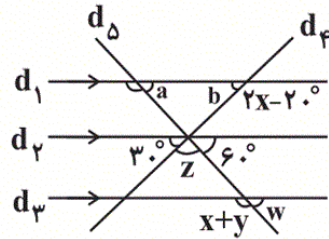
$$\Rightarrow 2x = 170^\circ \Rightarrow x = 85^\circ$$

$$d_1 \parallel d_3, d_5 \rightarrow w = a$$

$$(x + y) + a = 180^\circ \xrightarrow[a=60^\circ]{x=85^\circ} y = 180^\circ - (85^\circ + 60^\circ)$$

$$\Rightarrow y = 35^\circ$$

$$\Rightarrow x - y = 85^\circ - 35^\circ = 50^\circ$$



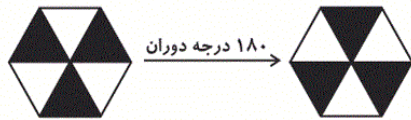
۴

۳✓

۲

۱

مرکز تقارن نقطه‌ای است که اگر شکل را حول آن 180° دوران دهیم، روی خودش منطبق شود. در تمام گزینه‌ها نقطه A این خاصیت را دارد به جز گزینه «۳».



۴

۳✓

۲

۱

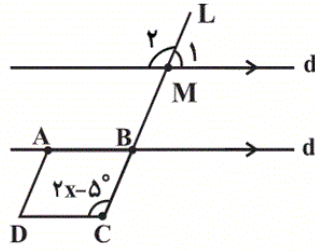
از خواص خطوط موازی می‌دانیم:

$$\left. \begin{array}{l} CD \parallel d' \\ d \parallel d' \end{array} \right\} \Rightarrow CD \parallel d, \text{ مورب } L$$

$$\Rightarrow \hat{M}_\gamma = \hat{C} \quad (I)$$

$$\hat{M}_1 + \hat{M}_\gamma = 180^\circ \Rightarrow \hat{M}_\gamma = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

$$\xrightarrow{(I)} 2x - 5^\circ = 135^\circ \Rightarrow x = 70^\circ$$



۴

۳✓

۲

۱

(نگاه به گذشته: اسماعیل (ارع))

۶۱- (صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷ کتاب درسی - عددهای صحیح و گویا)

$$-\frac{-21}{-28} = \frac{-18}{a} \rightarrow -\frac{21}{28} = \frac{-18}{a} \Rightarrow -\frac{3}{4} = \frac{-18}{a} \Rightarrow a = (-18) \times \left(-\frac{4}{3}\right) = 24$$

۴

۳

۲✓

۱

(نگاه به گذشته: بنیامین قریشی)

۶۲- (صفحه‌های ۶ تا ۹ کتاب درسی - عددهای صحیح و گویا)

عدد گویا عددی است که بتوان به صورت کسر $\frac{a}{b}$ که در آن a و b عددهای صحیح و $b \neq 0$ باشند، نوشت.اگر Z را یک عدد صحیح دلخواه فرض کنیم، می‌توانیم آن‌را به صورت $\frac{Z}{1}$ که صورت و مخرج هر دو صحیح هستند، بنویسیم. پس هر عدد صحیح یک

عدد گویاست. بنابراین گزینه «۴» صحیح است.

۴✓

۳

۲

۱

(فرزاد شیرممدلی)

۶۸- (صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷ کتاب درسی - عددهای صحیح و گویا)

با توجه به محور:

$$A = 1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

$$B = -1\frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$C = -2\frac{2}{3} = -\frac{8}{3} \Rightarrow \frac{A+B}{C} = \frac{\frac{5}{3} + \left(-\frac{3}{2}\right)}{-\frac{8}{3}} = \frac{\frac{10-9}{6}}{-\frac{8}{3}} = \frac{1}{6} \times \left(-\frac{3}{8}\right) = -\frac{1}{16}$$

۴

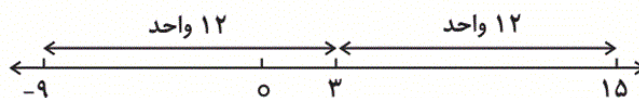
۳

۲✓

۱

(مسلم سلطانممدی)

۶۹- (صفحه‌های ۲ تا ۵ کتاب درسی - عددهای صحیح و گویا)



۴✓

۳

۲

۱

$$-\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = -\frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{-2+3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$-\frac{2}{3} + \frac{3}{5} = -\frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{-10+9}{15} = -\frac{1}{15}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right) \div \left(-\frac{1}{15}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{15}{1} = \frac{15}{2}$$

۴

۳

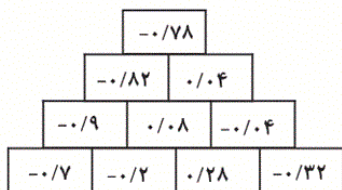
۲

۱✓

۷۱- (صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی - عددهای صحیح و گویا)

(ندا صالح‌پور)

با دقت در شکل درمی‌یابیم که مجموع هر دو خانه مجاور در خانه بالایی آن‌ها نوشته شده است. مثلاً مجموع $-\frac{1}{32}$ و $-\frac{1}{28}$ می‌شود $-\frac{1}{4}$ و بالای آن‌ها نوشته شده است. اگر به همین ترتیب ادامه دهیم برای «؟» مقدار $-\frac{1}{78}$ به دست می‌آید.



۴

۳

۲✓

۱

$$1 + 4 + 3 = 8$$

(هادی زمانیان)

۷۳- (صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷ کتاب درسی - عددهای صحیح و گویا)

گزینه «۱»: $\frac{22}{13} \times \frac{26}{8} = \frac{11 \times 2}{13} \times \frac{13 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = \frac{11}{2} \xrightarrow{\text{اختلاف با } \frac{9}{2}} \frac{11}{2} - \frac{9}{2} = \frac{2}{2} = 1$

گزینه «۲»: $\left(\left(\frac{7}{3}\right) \div \left(\frac{6}{9}\right)\right) \times \frac{5}{2} = \frac{7}{3} \div \frac{2}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{7}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{35}{4} \Rightarrow \frac{35}{4} - \frac{9}{2} = \frac{35-18}{4} = \frac{17}{4}$

گزینه «۳»: $\left(\frac{6}{5} \div \frac{15}{2}\right) \div \frac{4}{15} = \left(\frac{6}{5} \times \frac{2}{15}\right) \div \frac{4}{15} = \frac{4}{25} \times \frac{15}{4} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{9}{2} - \frac{3}{5} = \frac{45-6}{10} = \frac{39}{10}$

گزینه «۴»: $\left(\frac{8}{7} \div \frac{3}{7}\right) \div \frac{2}{3} = \left(\frac{8}{7} \times \frac{7}{3}\right) \div \frac{2}{3} = \frac{8}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{8}{2} = 4 \Rightarrow \frac{9}{2} - 4 = \frac{1}{2}$

عدد $\frac{1}{2}$ از سایر گزینه‌ها کوچک‌تر است چون آن‌ها بزرگ‌تر یا مساوی یک هستند.

۴✓

۳

۲

۱

(مسلم سلطان‌محمدی)

۷۴- (صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳ کتاب درسی - عددهای اول)

راه حل اول: چون y بزرگ‌ترین مقدار ممکن است باید عدد x کم‌ترین مقدار ممکن باشد و اختلاف y و z نیز کم‌ترین مقدار ممکن می‌شود. اگر x را عدد ۳ در نظر بگیریم که کوچک‌ترین عدد اول فرد است $z + y = 68$ می‌شود و دو عدد اولی که مجموع آن‌ها ۶۸ باشد و کم‌ترین اختلاف را داشته باشند اعداد $y = 31$ و $z = 37$ هستند.

راه حل دوم: چون حاصل جمع سه عدد ۷۱ شده است. پس عدد ۲ نمی‌تواند بین ۳ عدد باشد. یعنی هر سه عدد فرد هستند. از آنجایی که $z > y$ است پس واضح است ۶۱ و ۶۷ نمی‌توانند مقدار y باشند چون حاصل بیش از ۷۱ می‌شود. اگر $y = 37$ باشد حداقل z می‌تواند ۴۱ باشد که باز هم جمع سه عدد بیش از ۷۱ است. اگر $y = 31$ و $z = 37$ باشد، با خواسته مسئله مطابقت دارد و در این صورت $x = 3$ است.

۴

۳

۲

۱✓

هرگاه دو عدد اول باشند، ب.م.م آن‌ها برابر ۱ و ک.م.م آن‌ها برابر حاصل‌ضرب دو عدد است. پس:

$$a, b \Rightarrow \begin{cases} c = (a, b) = 1 \\ d = [a, b] = a \times b \end{cases}$$

$$\rightarrow c^d = 1^{a \times b} = 1$$

عدد یک به توان هر عددی برسد حاصل برابر یک خواهد بود.

۴

۳

۲✓

۱

(مجتبی مجاهدی)

۷۶- (صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳ کتاب درسی- عددهای اول)

$$۳ \text{ شمارندهٔ اول} \rightarrow ۱۲۱۰ = ۱۲۱ \times ۱۰ = ۱۱ \times ۱۱ \times ۲ \times ۵$$

۴

۳✓

۲

۱

(محمّد بمیرایی)

۷۷- (صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳ کتاب درسی- عددهای اول)

ابتدا اعداد را به شمارنده‌های اول تجزیه می‌کنیم و ب.م.م اعداد را می‌یابیم:

$$\left. \begin{array}{l} ۱۲ = ۲ \times ۲ \times ۳ \\ ۱۸ = ۲ \times ۳ \times ۳ \end{array} \right\} \Rightarrow (۱۲, ۱۸) = ۲ \times ۳ = ۶$$

$$\left. \begin{array}{l} ۶ = ۲ \times ۳ \\ ۲۷ = ۳ \times ۳ \times ۳ \end{array} \right\} \Rightarrow (۶, ۲۷) = ۳$$

$$\Rightarrow \frac{۶}{۳} = ۲$$

۴

۳

۲

۱✓

(ندا صالح‌پور)

۷۸- (صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳ کتاب درسی- عددهای اول)

نکته: دو عدد نسبت به هم اولند اگر هیچ مقسوم‌علیه مشترکی غیر از یک نداشته‌باشند. بنابراین اگر a و b دو عدد نسبت به هم اول باشند:

$$\left. \begin{array}{l} (a, b) = 1 \\ [a, b] = a \times b \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{[a, b]}{(a, b)} = \frac{a \times b}{1} = ab$$

نکته: همواره برای همهٔ اعداد طبیعی رابطهٔ زیر برقرار می‌باشد:

$$[a, b] = \frac{ab}{(a, b)}$$

۴

۳✓

۲

۱

(همید گنجی)

۷۹- (صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳ کتاب درسی- عددهای اول)

ب.م.م دو عدد ۳ می‌باشد. پس اگر دو عدد x و y را فرض کنیم. این دو عدد را می‌توان به‌صورت $x = ۳a, y = ۳b$ نوشت که دو عدد a و b نسبت به هم اول هستند. ک.م.م این دو عدد ۴۸ می‌باشد و از طرفی می‌دانیم که هر دوی این اعداد شمارندهٔ ۳ را دارند. بنابراین تنها یک بار عامل ۳ را در ک.م.م می‌شماریم:

$$۴۸ = ۳ \times a \times b \Rightarrow a \times b = \frac{۴۸}{۳} = ۱۶$$

حاصل‌ضرب این دو عدد برابر است با:

$$x \times y = ۳a \times ۳b = ۹ \times a \times b = ۹ \times ۱۶ = ۱۴۴$$

۴

۳✓

۲

۱

برای این که تساوی $(\bigcirc, 6) = 1$ برقرار باشد، باید اعدادی را در جای خالی قرار دهیم که شمارندهٔ مشترک با $3 \times 2 = 6$ نداشته باشد. یعنی عامل اول ۲ و ۳ نداشته باشد. برای این کار می‌توانیم از غربال اعداد استفاده کنیم و اعداد با شمارنده‌های ۲ و ۳ را خط بزنیم و حذف کنیم. اعدادی که در مرحله حذف مضارب ۲ خط می‌خورند:

۲۴ عدد: ۲, ۴, ۶, ۸, ..., ۴۸

اعدادی که در مرحله حذف مضارب ۳ خط می‌خورند و در مرحله قبل خط نخورده‌اند:

۸ عدد: ۳, ۹, ۱۵, ۲۱, ۲۷, ۳۳, ۳۹, ۴۵

بنابراین از ۴۹ عدد کوچک‌تر از ۵۰، تعداد ۳۲ عدد هستند که حاصل ب.م.م آن‌ها با ۶ برابر ۱ نمی‌شود و ۱۷ عدد باقی‌مانده مطلوب ما هستند.

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

اعداد اول را پیدا کرده و مضارب آن‌ها را خط می‌زنیم و مجذور آخرین عدد اولی که مضارب آن را خط می‌زنیم باید بین اعداد باشد. آخرین اعدادی که خط می‌خورند مضارب ۱۱ هستند که در مراحل قبلی خط نخورده‌اند. اعداد ۱۲۱ و $13 \times 11 = 143$ این خاصیت را دارند. پس آخرین عددی که خط می‌خورد ۱۴۳ است.

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

منظور سؤال، نهمین عدد اول می‌باشد. اعداد اول را به ترتیب می‌نویسیم:

{۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳, ۱۷, ۱۹, ۲۳, ۲۹, ...}

نهمین عدد اول برابر ۲۳ می‌باشد.

گزینهٔ «۴» از همان ابتدا رد می‌شود چرا که ۲۱ عدد اول نیست.

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

در مرحلهٔ حذف مضارب ۷، اعدادی که شمارندهٔ اول کوچک‌تر از ۷ دارند قبلاً خط خورده‌اند. بنابراین:

۷ مضارب {۱۴, ۲۱, ۲۸, ۳۵, ۴۲, ۴۹, ۵۶, ...}

اعداد ۱۴, ۲۸, ۴۲, ۵۶ ... اعداد زوج هستند. بنابراین قبلاً در مرحلهٔ حذف مضارب عدد ۲ خط خورده‌اند.

اعداد ۲۱, ۶۳, ... مضارب ۳ هستند. بنابراین این اعداد نیز قبلاً در مرحلهٔ حذف مضارب ۳ خط خورده‌اند.

عدد ۳۵ مضرب ۵ است و قبلاً خط خورده است.

اولین عددی که مضرب ۷ است ولی مضرب اعداد اول کوچک‌تر از ۷ نیست، عدد ۴۹ می‌باشد. بنابراین در حذف مضارب ۷، اولین عددی است که خط می‌خورد.

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

تشریح سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: عدد ۷ یک عددی طبیعی و خود عدد ۷ مضرب آن است ولی عدد ۷ عدد مرکب نیست.

گزینهٔ «۲»: دو عدد مرکب ۸ و ۹ نسبت به هم اول‌اند.

گزینهٔ «۴»: ب.م.م دو عدد اول برابر با ۱ و ک.م.م آن دو، برابر با حاصل‌ضربشان است.

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

ابتدا تعداد اعداد اول کوچک‌تر از ۵۰ را به‌دست می‌آوریم:

۱۵ عدد اول $\Rightarrow \{۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳, ۱۷, ۱۹, ۲۳, ۲۹, ۳۱, ۳۷, ۴۱, ۴۳, ۴۷\}$

تعداد کل اعداد طبیعی کم‌تر از ۵۰ برابر با ۴۹ تا می‌باشد. هم‌چنین عدد یک، نه اول است و نه مرکب. بنابراین تعداد اعداد مرکب کم‌تر از ۵۰ برابر است با:

$$۴۹ - (۱۵ + ۱) = ۴۹ - ۱۶ = ۳۳$$

۴

۳✓

۲

۱

اعداد طبیعی غیر مرکب، شامل اعداد اول و عدد ۱ می‌شود. در نتیجه اعداد طبیعی غیر مرکب کوچک‌تر از ۱۵ عبارت‌اند از:

۱, ۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳

رد گزینهٔ «۱»: بین دو عدد ۲- و ۳، چهار عدد صحیح وجود دارد نه ۴ عدد گویا. بین هر دو عدد گویا، بینهایت عدد گویا وجود دارد.

رد گزینهٔ «۲»: تعداد اعداد اول کوچک‌تر از ۱۵ برابر ۶ و تعداد اعداد مرکب برابر ۷ می‌باشد و عدد ۱ نیز نه اول است و نه مرکب.

رد گزینهٔ «۳»: عدد اول عددی است که هیچ مقسوم‌علیه طبیعی به جز یک و خودش نداشته باشد.

۴✓

۳

۲

۱