سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

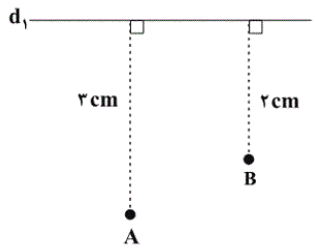
و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)
https://t.me/riazisara

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)
https://www.instagram.com/riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۷۱- چند نقطه در صفحه وجود دارد که از نقاط A و B به یک فاصله و از خط d_1 به فاصلهٔ ۲cm باشد؟



۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۷۲- سه ضلع مثلث ABC بر دایره‌ای مماس است. مرکز این دایره همواره کدام نقطه است؟

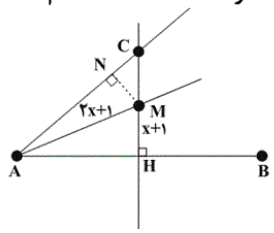
۱) محل برخورد نیم‌سازهای داخلی دو زاویهٔ A و B

۲) محل برخورد عمودمنصف‌های دو ضلع AB و AC

۳) محل برخورد عمودمنصف ضلع BC و نیم‌ساز داخلی زاویهٔ A

۴) محل برخورد میانه‌های اضلاع مثلث

۷۳- در شکل زیر نیم‌ساز زاویهٔ A عمودمنصف پاره‌خط AB را در نقطهٔ M قطع کرده است. اگر $AB = ۸$ و $AM = ۲x+۱$ باشد، اندازهٔ $AN + NM$ کدام است؟



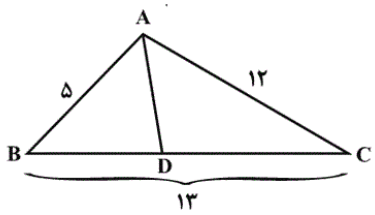
۱) ۸

۲) ۹

۳) ۱۰

۴) ۷

۷۴- در شکل مقابل AD نیم‌ساز زاویهٔ A است. فاصلهٔ نقطهٔ D تا ضلع AC چند برابر AD است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

۴) $\frac{۵}{۱۲}$

۷۵- با معلوم بودن دو ضلع $AB = ۳$ و $BC = ۵$ و زاویهٔ $\hat{C} = ۳۰^\circ$، چند مثلث غیرهم‌نهشت می‌توان رسم کرد؟

۱) صفر ۲) یک ۳) دو ۴) بی‌شمار

۷۶- در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ اندازهٔ ضلع $BC = ۶$ است. نیمساز داخلی زاویهٔ $\hat{B}$ و عمودمنصف‌های اضلاع AB و BC در نقطهٔ M تلاقی دارند. اندازهٔ AB کدام است؟

۱) $۳\sqrt{۲}$ ۲) $۳\sqrt{۳}$ ۳) ۶ ۴) $۶\sqrt{۲}$

۷۷- مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به ضلع ۸ مفروض است. چند نقطه روی محیط مثلث وجود دارد که فاصله‌اش از ارتفاع AH برابر ۲ و فاصله‌اش از حداقل یکی از دو رأس B و C برابر ۴ باشد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۷۸- نقطهٔ A درون متوازی‌الاضلاعی به اضلاع a و b قرار دارد. اگر نقطهٔ A از دو ضلع بزرگ به یک فاصله و از دو ضلع کوچک به یک فاصله باشد، مکان نقطهٔ A کدام است؟($a > b$ و زوایا مخالف ۹۰ درجه‌اند.)

۱) هر نقطه از خطی موازی دو ضلع بزرگ‌تر و به فاصلهٔ $\frac{b}{2}$

۲) هر نقطه از خطی موازی دو ضلع کوچک‌تر و به فاصلهٔ $\frac{a}{2}$

۳) محل برخورد نیم‌سازهای دو زاویهٔ مجاور

۴) محل برخورد دو قطر متوازی‌الاضلاع

۷۹- در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$، ارتفاع‌های BH و CH' در نقطهٔ P تلاقی کرده‌اند. اگر $PA = PB = PC$ باشد، کدام نتیجه‌گیری درست است؟

۱) $\overset{\Delta}{ABC}$ متساوی‌الساقین و $AB = AC \neq BC$ است.

۲) $\overset{\Delta}{ABC}$ متساوی‌الساقین و $BC = AC \neq AB$ است.

۳) $\overset{\Delta}{ABC}$ متساوی‌الاضلاع است.

۴) $\overset{\Delta}{ABC}$ قائم‌الزاویه است.

۸۰- نقطهٔ O روی عمودمنصف دو ضلع AB و AC در مثلث ABC قرار دارد. اگر $OA = x+1$ ، $OB = y-2$، $OC = y-x+2$ و $AC = y+1$ باشد، مساحت مثلث OAC کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

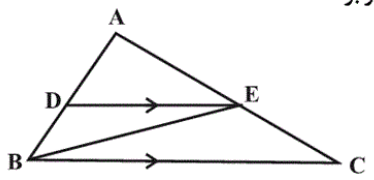
۸۱- اگر $\frac{2a}{5+2a} = \frac{b}{8+b}$ باشد، نسبت $\frac{b}{a}$ برابر کدام است؟

۱) ۱/۶ ۲) ۳/۲ ۳) ۶/۴ ۴) ۳

۸۲- اگر بخواهیم حکم «اگر x عدد گنگ باشد، آن‌گاه $-3x^2 + 6x$ همواره عددی گویا است.» را رد کنیم، از کدام عدد زیر به عنوان مثال نقض استفاده می‌کنیم؟

۱) $3+\sqrt{4}$ ۲) $1-\sqrt{2}$ ۳) $1+\sqrt{2}$ ۴) $2+\sqrt{2}$

۸۳- در شکل روبه‌رو پاره خط DE با ضلع BC موازی است. اگر $\frac{BD}{AB} = \frac{3}{7}$ باشد، آنگاه مساحت $\overset{\Delta}{ADE}$ چند برابر مساحت $\overset{\Delta}{BDE}$ است؟



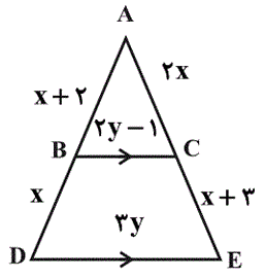
۱) $\frac{5}{3}$

۲) $\frac{7}{3}$

۳) $\frac{4}{3}$

۴) ۲

۸۴- با توجه به شکل روبه‌رو، محیط ذوزنقه $BCED$ کدام است؟



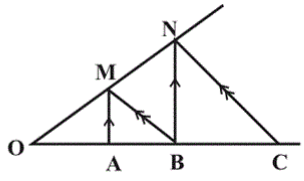
۱) ۳۱/۵

۲) ۳۲/۵

۳) ۳۳/۵

۴) ۳۴/۵

۸۵- در شکل مقابل اگر $OA = 4$ و $AC = 12$ باشد، اندازهٔ OB کدام است؟



۱) ۸

۲) ۱۱

۳) ۱۶

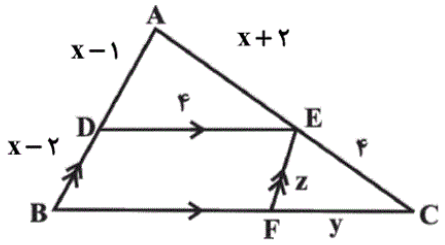
۴) ۷

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۶- روی قاعده‌های AB و CD از یک ذوزنقه به ترتیب نقاط E و F به گونه‌ای انتخاب شده‌اند که $\frac{AE}{BE}=\frac{۳}{۷}$ و $\frac{DF}{DC}=\frac{۲}{۹}$ باشد. اگر نسبت مساحت ذوزنقهٔ $AEFD$ به مساحت ذوزنقهٔ $EBCF$ برابر $\frac{۱}{۳}$ باشد، نسبت قاعده‌های ذوزنقه $ABCD$ کدام است؟

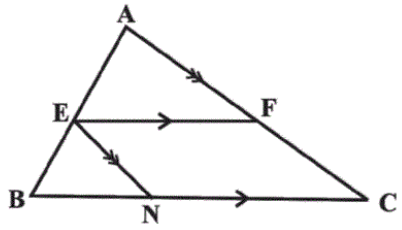
۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱۱}{۱۵}$ ۳) $\frac{۷}{۴۵}$ ۴) $\frac{۵}{۹}$

۸۷- در شکل مقابل $DE \parallel BC$ و $EF \parallel AB$ است. در این صورت $x+y+z$ کدام است؟



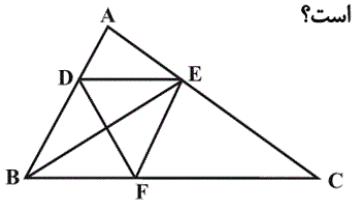
۱) $\frac{۲۰}{۳}$
۲) ۹
۳) $\frac{۲۶}{۳}$
۴) ۸

۸۸- در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ اندازهٔ اضلاع $AB=۲AC=BC+۲=۶$ است. اگر $EF \parallel BC$ و $EN \parallel AC$ باشند به‌طوری‌که $\frac{AE}{AB}=\frac{۳}{۵}$ باشد، محیط چهارضلعی $EFCN$ کدام است؟



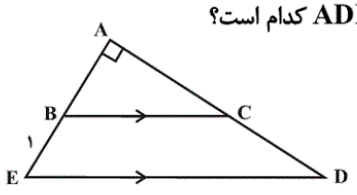
۱) ۷/۲
۲) ۶/۲
۳) ۴/۹
۴) ۶/۸

۸۹- در شکل مقابل، $BC=۶$ و $AD=۱$ است. اگر BE و DF عمودمنصف‌های یکدیگر باشند، اندازهٔ CF کدام است؟



۱) ۲
۲) ۳/۵
۳) ۵
۴) ۴

۹۰- در شکل زیر $DE \parallel BC$، مساحت مثلث ABC برابر ۵۴، $\frac{AB}{AC}=\frac{۳}{۴}$ و $BE=۱$ است. محیط مثلث ADE کدام است؟



۱) ۴۰
۲) ۵۰
۳) ۴۵
۴) ۳۵

ریاضي ۲- سوالات موازي - ۲۰ سوال -

۹۱- در معادله درجهٔ دوم $۲x^۲+ax+۳=x$ ، α و β ریشه‌های معادله هستند. اگر $\alpha^۲\beta+\beta^۲\alpha=۱۲$ باشد، a کدام است؟

۱) ۱۶- ۲) ۱۵- ۳) ۱۵ ۴) ۱۶

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۲- یک سهمی محور xها را در نقاطی به طول‌های ۱- و ۳ و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۶ قطع می‌کند، در این صورت عرض رأس سهمی کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۲

۹۳- اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم $-x^2+\sqrt{3}x+6=0$ باشند و $\alpha>\beta$ باشد، حاصل $\left(\frac{\alpha}{\beta}-\frac{\beta}{\alpha}\right)^3$ کدام است؟

۱) $-\frac{125}{8}$ ۲) $\frac{27}{8}$ ۳) $\frac{125}{8}$ ۴) $-\frac{27}{8}$

۹۴- به ازای چند مقدار صحیح m، سهمی $y=2x^2+(2\sqrt{2}m-1)x+m+2$ با نیمساز ربع دوم و چهارم برخوردی نخواهد داشت؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) بی‌شمار

۹۵- معادلهٔ $\sqrt{x-2}+\frac{4}{\sqrt{x-2}+1}=3$ چند جواب دارد؟

۱) صفر ۲) یک ۳) دو ۴) سه

۹۶- حاصل ضرب تمام ریشه‌های معادلهٔ $(x^2-4)(2x^2-3x+3)(\sqrt{x-1}+\sqrt{x+5}-3)=0$ کدام است؟

۱) ۵- ۲) ۷/۵- ۳) ۲/۵ ۴) ۵

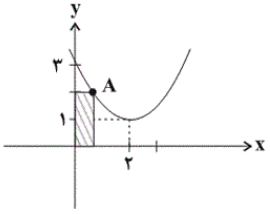
۹۷- در معادلهٔ $\sqrt{8a^2+7}-\sqrt{4a^2+3}=1$، مقدار $\frac{|a|+1}{|a|}$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۸- دو موتورسوار در مسیری به طول ۲۴۰ متر مسابقه می‌دهند. نفر اول در هر ثانیه ۲ متر بیشتر از نفر دوم طی می‌کند. بنابراین ۴ ثانیه زودتر به خط پایان می‌رسد. موتور سوار دوم در چند ثانیه این مسیر را طی می‌کند؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۲۰ ۴) ۲۴

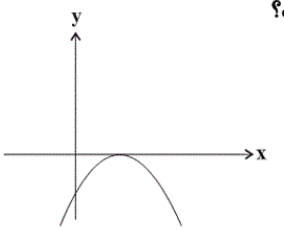
۹۹- اگر رأس A روی نمودار سهمی در ربع اول تغییر کند، کمترین محیط مستطیل هاشورخورده در شکل زیر چقدر است؟ (مختصات رأس سهمی $(2,1)$ است.)



۱) ۶
۲) ۵/۵
۳) ۵
۴) ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۰- اگر نمودار تابع درجهٔ دوم $f(x)=(۱۲x-m+۱)(mx-۱)$ به صورت زیر باشد، چند مقدار برای m قابل قبول است؟



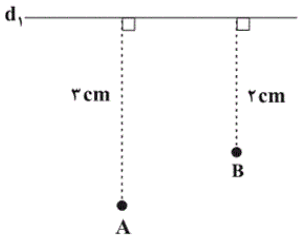
۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۱۰۱- چند نقطه در صفحه وجود دارد که از نقاط A و B به یک فاصله و از خط $d_۱$ به فاصلهٔ $۲cm$ باشد؟



۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۱۰۲- سه ضلع مثلث ABC بر دایره‌ای مماس است. مرکز این دایره همواره کدام نقطه است؟

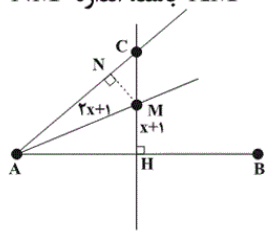
۱) محل برخورد نیم‌سازهای داخلی دو زاویهٔ A و B

۲) محل برخورد عمودمنصف‌های دو ضلع AB و AC

۳) محل برخورد عمودمنصف ضلع BC و نیم‌ساز داخلی زاویهٔ A

۴) محل برخورد میانه‌های اضلاع مثلث

۱۰۳- در شکل زیر نیم‌ساز زاویهٔ A عمودمنصف پاره‌خط AB را در نقطهٔ M قطع کرده است. اگر $AB=۸$ و $AM=۲x+۱$ باشد، اندازهٔ $AN+NM$ کدام است؟



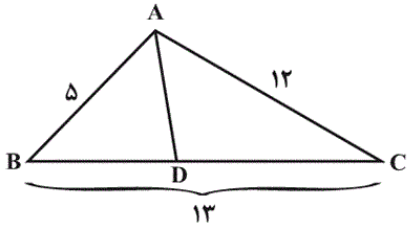
۱) ۸

۲) ۹

۳) ۱۰

۴) ۷

۱۰۴- در شکل مقابل AD نیم‌ساز زاویهٔ A است. فاصلهٔ نقطهٔ D تا ضلع AC چند برابر AD است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

۴) $\frac{۵}{۱۲}$

۱۰۵- با معلوم بودن دو ضلع $AB=۳$ و $BC=۵$ و زاویهٔ $\hat{C}=۳۰^\circ$، چند مثلث غیرهم‌نهشت می‌توان رسم کرد؟

۱) صفر ۲) یک ۳) دو ۴) بی‌شمار

۱۰۶- در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ اندازهٔ ضلع $BC=۶$ است. نیمساز داخلی زاویهٔ $\hat{B}$ و عمودمنصف‌های اضلاع AB و BC در نقطهٔ M تلاقی دارند. اندازهٔ AB کدام است؟

۱) $۳\sqrt{۲}$ ۲) $۳\sqrt{۳}$ ۳) ۶ ۴) $۶\sqrt{۲}$

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۷- مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به ضلع ۸ مفروض است. چند نقطه روی محیط مثلث وجود دارد که فاصله‌اش از ارتفاع AH برابر ۲ و فاصله‌اش از حداقل یکی از دو رأس B و C برابر ۴ باشد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۰۸- نقطهٔ A درون متوازی‌الاضلاعی به اضلاع a و b قرار دارد. اگر نقطهٔ A از دو ضلع بزرگ به یک فاصله و از دو ضلع کوچک به یک فاصله باشد، مکان نقطهٔ A کدام است؟ ($a > b$ و زوایا مخالف ۹۰ درجه‌اند.)

۱) هر نقطه از خطی موازی دو ضلع بزرگ‌تر و به فاصلهٔ $\frac{b}{2}$

۲) هر نقطه از خطی موازی دو ضلع کوچک‌تر و به فاصلهٔ $\frac{a}{2}$

۳) محل برخورد نیم‌سازهای دو زاویهٔ مجاور

۴) محل برخورد دو قطر متوازی‌الاضلاع

۱۰۹- در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$، ارتفاع‌های BH و CH' در نقطهٔ P تلاقی کرده‌اند. اگر $PA = PB = PC$ باشد، کدام نتیجه‌گیری درست است؟

۱) $\overset{\Delta}{ABC}$ متساوی‌الساقین و $AB = AC \neq BC$ است.

۲) $\overset{\Delta}{ABC}$ متساوی‌الساقین و $BC = AC \neq AB$ است.

۳) $\overset{\Delta}{ABC}$ متساوی‌الاضلاع است.

۴) $\overset{\Delta}{ABC}$ قائم‌الزاویه است.

۱۱۰- نقطهٔ O روی عمودمنصف دوضلع AB و AC در مثلث ABC قرار دارد. اگر $OA = x+1$ ، $OB = y-2$، $OC = y-x+2$ و $AC = y+1$ باشد، مساحت مثلث OAC کدام است؟

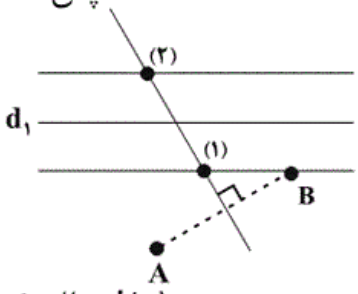
۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۷۱- *(مهدی ملارمضانی)*

نقاطی که از **A** و **B** به یک فاصله باشند روی عمودمنصف پاره‌خط **AB** قرار دارند. نقاط مدنظر محل برخورد عمودمنصف **AB** و دو خط موازی d_1 در دو طرف آن به فاصلهٔ **۲cm** هستند. پس مسئله دو جواب دارد.

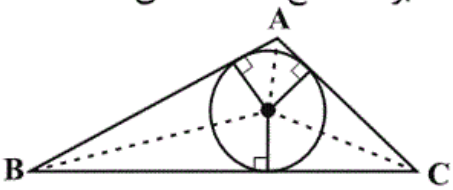


(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۷۲- *(محمد بحیرایی)*

هر نقطه روی نیم‌ساز از دو ضلع زاویه به یک فاصله است و هر نقطه که از دو ضلع زاویه به یک فاصله باشد روی نیم‌ساز زاویه قرار دارد، پس محل برخورد سه نیم‌ساز داخلی مثلث مرکز دایره ای است که بر سه ضلع مثلث مماس است.



(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۱✓ ۲ ۳ ۴

۷۳- (مهدی ملارمضانی)

MH عمودمنصف AB است، پس $AH = ۴$.

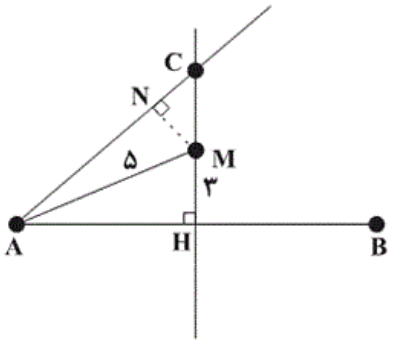
$$\overset{\Delta}{AHM} : (۲x+۱)^۲ = (x+۱)^۲ + ۴^۲$$

$$\Rightarrow ۴x^۲ + ۴x + ۱ = x^۲ + ۲x + ۱ + ۱۶$$

$$\Rightarrow ۳x^۲ + ۲x - ۱۶ = ۰$$

$$\Delta = ۴ - ۴ \times ۳ \times (-۱۶) = ۱۹۶$$

$$\Rightarrow x_{۱,۲} = \begin{cases} \dfrac{-۲+۱۴}{۶} = ۲ \text{ ق ق} \\ \dfrac{-۲-۱۴}{۶} = -\dfrac{۸}{۳} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$



چون AM نیم‌ساز زاویهٔ A است، پس $MH = MN$ و $AH = AN$ است.

$$\Rightarrow MH = MN = ۳ \text{ ، } AN = AH = ۴$$

$$\Rightarrow AN + NM = ۴ + ۳ = ۷$$

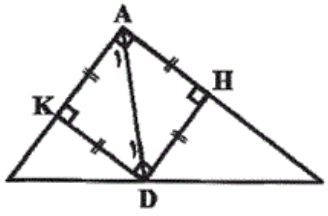
(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۷۴- (محمد بحیرایی)

داریم: $۱۳^۲ = ۱۲^۲ + ۵^۲$، پس مثلث ABC در رأس A قائمه است. هر نقطه روی نیم‌ساز AD تا دو ضلع زاویه به یک فاصله است، پس $DH = DK$. از طرفی $\hat{A}_۱ = \hat{D}_۱ = ۴۵^\circ$ و در نتیجه $AK = DK$ است. پس $AKDH$ مربع است و $AD = \sqrt{۲}DH$ در نتیجه داریم:

$$DH = \frac{AD}{\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} AD$$



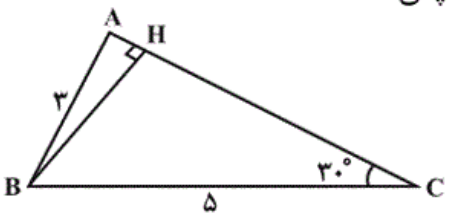
(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

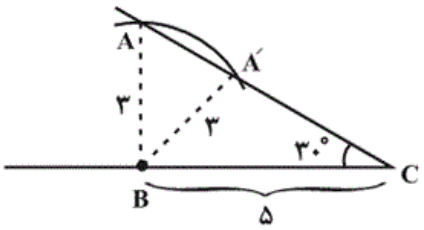
www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۷۵- *(رضا ذاکر)*

مثلث ABC را با معلومات داده شده رسم می‌کنیم. در مثلث BHC، BH روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰ درجه، نصف وتر است. پس $BH = ۲/۵$ است.



زاویه $\hat{C}$ را به اندازهٔ ۳۰° رسم می‌کنیم، و نقطهٔ B را به فاصلهٔ ۵ واحد از C روی ضلع زاویه اختیار می‌کنیم.



چون $BA > BH$ به مرکز نقطهٔ B و شعاع $AB = ۳$ دایره‌ای رسم کنیم، ضلع دیگر زاویهٔ $\hat{C}$ را در دو نقطهٔ A و A' قطع می‌کند.

پس دو مثلث ABC و $A'BC$ با معلومات داده‌شده رسم شده‌اند که غیرهمنهشت‌اند.

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۷۶- *(میلاد منصوری)*

چون عمودمنصف‌های AB و BC در M تلاقی دارند، پس در واقع E و F وسط AB و BC هستند، یعنی:

$$BF = \frac{BC}{۲}, BE = \frac{AB}{۲} \quad (*)$$

از طرفی M روی نیمساز زاویهٔ B است. پس $MF = ME$. بنابراین:

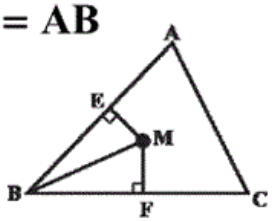
$$\xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع قائمه}} \overset{\Delta}{MBF} \cong \overset{\Delta}{MBE} \Rightarrow BF = BE$$

در نتیجه:

$$BF = BE \overset{(*)}{\Rightarrow} \frac{BC}{۲} = \frac{AB}{۲} \Rightarrow BC = AB$$

پس:

$$AB = ۶$$



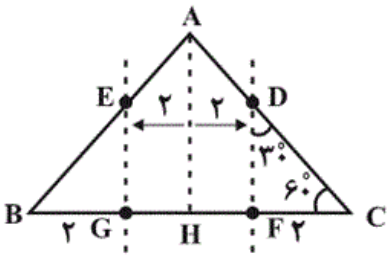
(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

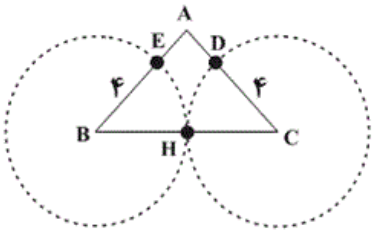
۷۷- *(حسین اسفینی)*

نقاطی از صفحه که به فاصلهٔ ۲ از ارتفاع **AH** دارند، دو خط موازی **AH** و در طرفین آن هستند که مثلث را در ۴ نقطهٔ **D**، **E**، **F** و **G** قطع می‌کنند.



از طرفی داریم: $\overset{\Delta}{FCD}: \sin ۳۰^\circ = \frac{FC}{CD} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{۲}{CD} \Rightarrow CD = ۴$

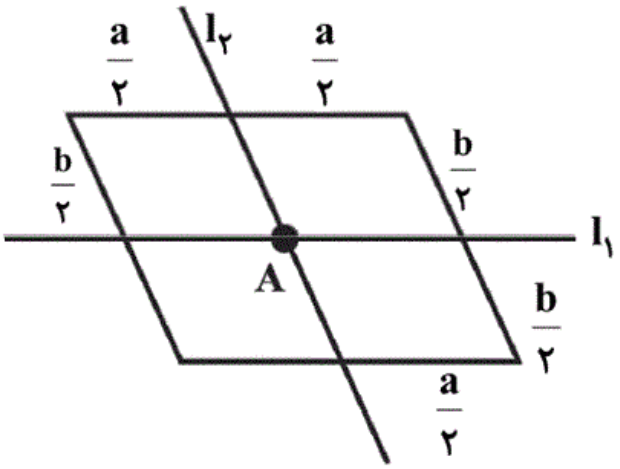
هم‌چنین نقاطی از صفحه که فاصله‌شان از حداقل یکی از دو راس **B** و **C** برابر ۴ باشد. محیط یکی از دو دایره زیر است:



۱ ۲ ۳✓ ۴

۷۸- *(مهرداد خاجی)*

با توجه به شکل ، نقطهٔ **A** روی خطوط $l_۱$ و $l_۲$ قرار دارد.



بنابراین نقطهٔ **A** در محل تقاطع دو خط $l_۱$ و $l_۲$ است که همان نقطهٔ برخورد دو قطر متوازی‌الاضلاع است.

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۷۹- *(میلاد منصوری)*

چون $PA = PB = PC$ بنابراین P نقطهٔ تلاقی سه عمودمنصف داخلی مثلث ABC است. چون P نقطهٔ تلاقی BH و CH' است، پس نتیجه می‌گیریم که BH و CH' در واقع هم عمودمنصف هستند و هم ارتفاع. بنابراین:

$BH \Rightarrow BA = BC$ عمودمنصف و ارتفاع

$CH' \Rightarrow CA = CB$ عمودمنصف و ارتفاع

$\Rightarrow AB = AC = BC$

بنابراین مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ متساوی الاضلاع است.

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

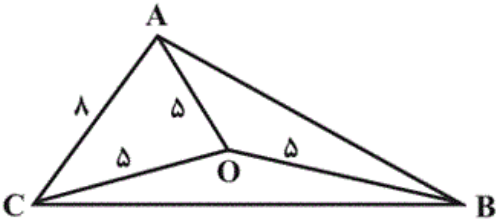
۸۰- *(علی شهرابی)*

نقطهٔ O محل برخورد عمودمنصف‌های سه ضلع مثلث ABC است، پس از هر سه رأس آن به یک فاصله است:

$$OA = OB = OC \Rightarrow x+1 = y-2 = y-x+2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y-2 = y-x+2 \Rightarrow x = 4 \\ x+1 = y-2 \Rightarrow 4+1 = y-2 \Rightarrow y = 7 \end{cases}$$

با جای‌گذاری $x = 4$ و $y = 7$ ، مثلث به صورت زیر خواهد بود:



در مثلث OAC با رابطهٔ فیثاغورث، ارتفاع را حساب می‌کنیم

۱ ۲ ۳ ۴✓

۸۱- *(پوریا محدث)*

$$\frac{b}{8+b} = \frac{2a}{5+2a} \xrightarrow[\text{مخرج}]{\text{تفضیل صورت در}} \frac{b}{8+b-b}$$

$$= \frac{2a}{5+2a-2a} \Rightarrow \frac{b}{8} = \frac{2a}{5} \Rightarrow \frac{b}{a} = 3/2$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۱، ۳۲ و ۴۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۲ (حسین اسفینی)

عددی مناسب است که اولاً گنگ باشد و ثانیاً عبارت $-۳x^۲+۶x$ را تبدیل به عددی غیرگویا کند.

گزینهٔ «۱»: این عدد $۳+\sqrt{۴}=۵$ بوده که اصلاً گنگ نیست.

گزینهٔ «۲»: $x=۱-\sqrt{۲}:-۳(۱-\sqrt{۲})^۲+۶(۱-\sqrt{۲})$

$$-۳(\underbrace{۱+۲}_{۳}-۲\sqrt{۲})+۶-۶\sqrt{۲}=-۹+۶\sqrt{۲}+۶-۶\sqrt{۲}=-۳$$

باید جواب گنگ شود، پس این گزینه نیز غلط است.

گزینهٔ «۳»: $x=۱+\sqrt{۲}\Rightarrow -۳(۱+\sqrt{۲})^۲+۶(۱+\sqrt{۲})$

$$=-۳(۱+۲+۲\sqrt{۲})+۶+۶\sqrt{۲}=-۹-۶\sqrt{۲}+۶+۶\sqrt{۲}=-۳$$

باید جواب گنگ شود، پس این گزینه نیز غلط است.

گزینهٔ «۴»: $x=۲+\sqrt{۲}\Rightarrow -۳(۲+\sqrt{۲})^۲+۶(۲+\sqrt{۲})=$

$$-۳(۴+۲+۴\sqrt{۲})+۱۲+۶\sqrt{۲}$$

$$=-۱۸-۱۲\sqrt{۲}+۱۲+۶\sqrt{۲}=-۶-۶\sqrt{۲}$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۸۳ (رحیم مشتاق‌نظم)

چون ارتفاع مرسوم از رأس E مشترک است، پس: $\frac{S_{\Delta ADE}}{S_{\Delta DBE}}=\frac{AD}{DB}$

$$\frac{BD}{AB}=\frac{۳}{۷}\Rightarrow\frac{BD}{AB-BD}=\frac{۳}{۷-۳}\Rightarrow\frac{BD}{AD}=\frac{۳}{۴}\Rightarrow\frac{S_{\Delta ADE}}{S_{\Delta DBE}}=\frac{۴}{۳}$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۱ تا ۴۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$BC \parallel DE \xrightarrow{\text{جزبه کل}} \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$$

$$\Rightarrow \frac{۲x}{۲x+x+۳} = \frac{۲y-۱}{۳y} \xrightarrow{x=۶} \frac{۱۲}{۲۱} = \frac{۲y-۱}{۳y}$$

$$\Rightarrow \frac{۴}{۷} = \frac{۲y-۱}{۳y} \Rightarrow ۱۴y-۷ = ۱۲y \Rightarrow y = ۳/۵$$

حالا محیط ذوزنقه **BCED** را حساب می‌کنیم:

$$P_{BCED} = BC+CE+ED+DB$$
$$= (۲y-۱)+(x+۳)+(۳y)+x$$
$$= ۲x+۵y+۲ = ۲(۶)+۵(۳/۵)+۲ = ۳۱/۵$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۱ تا ۴۱)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

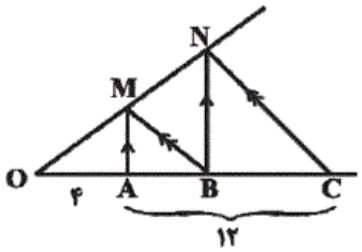
۸۵- (پوریا محدث)

$$\left.\begin{aligned} AM \parallel BN \Rightarrow \frac{OA}{OB} = \frac{OM}{ON} \\ MB \parallel NC \Rightarrow \frac{OB}{OC} = \frac{OM}{ON} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{OA}{OB} = \frac{OB}{OC}$$

$$\Rightarrow OB^۲ = OC \times OA$$

$$\Rightarrow (OB)^۲ = (۱۲+۴)\times ۴$$

$$\Rightarrow (OB)^۲ = ۶۴ \rightarrow OB = ۸$$



(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۱ تا ۴۱)

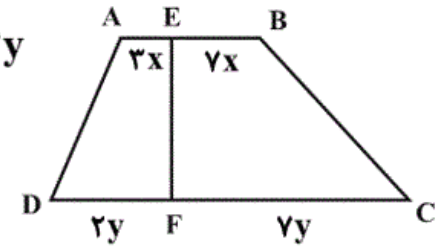
۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۸۶- (علی جهانگیری)

$$AE = ۳x, BE = ۷x$$

$$DF = ۲y, DC = ۹y \Rightarrow FC = ۷y$$

$$\frac{S_{AEFD}}{S_{EBCF}} = \frac{(۳x+۲y)\frac{h}{۲}}{(۷x+۷y)\frac{h}{۲}} = \frac{۱}{۳}$$



$$\Rightarrow ۹x+۶y = ۷x+۷y \Rightarrow ۲x = y \Rightarrow \frac{AB}{DC} = \frac{۱۰x}{۹y} = \frac{۱۰x}{۹\times ۲x} = \frac{۵}{۹}$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۱ تا ۴۱)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۷- (رحیم مشتاق‌نظم)

$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{x-1}{x-2} = \frac{x+2}{4} \Rightarrow x^2 - 4 = 4x - 4$$

$$\Rightarrow x(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ غ ق ق} \\ x = 4 \end{cases}$$

چون $BDEF$ متوازی‌الاضلاع است، پس $DE = BF = 4$ و $z = 2$ لذا:

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow \frac{4}{4+y} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow 12 + 3y = 20 \Rightarrow 3y = 8 \Rightarrow y = \frac{8}{3}$$

$$x + y + z = 4 + \frac{8}{3} + 2 = \frac{26}{3}$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۱ تا ۴۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۸۸- (میلاد منصوری)

ابتدا داریم:

$$3AB = 6 \Rightarrow AB = 2$$

$$2AC = 6 \Rightarrow AC = 3$$

$$BC + 2 = 6 \Rightarrow BC = 4$$

و بنا به تعمیم قضیهٔ تالس:

$$EF \parallel BC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{AF}{3} \Rightarrow AF = \frac{9}{5} \Rightarrow FC = \frac{6}{5}$$

$$EN \parallel AC \Rightarrow \frac{EN}{AC} = \frac{BE}{BA} = \frac{2}{5} \Rightarrow EN = \frac{2}{5}AC = \frac{6}{5}$$

$$EF \parallel BC \Rightarrow \frac{EF}{BC} = \frac{AE}{AB} = \frac{3}{5} \Rightarrow EF = \frac{3}{5} \times BC = \frac{12}{5}$$

بنابراین:

$$\text{محیط } EFCN = 2 \times \left(\frac{12}{5} + \frac{6}{5} \right) = \frac{36}{5} = 7/2$$

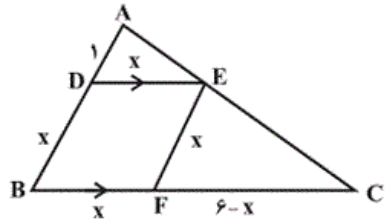
(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۱ تا ۴۱)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۹- *(مهرداد خاجی)*

می‌دانیم چهارضلعی که قطرهای آن عمودمنصف یکدیگرند، لوزی است.
بنابراین چهار ضلعی **BDEF** لوزی است.



$$BD = DE = EF = BF = x$$
$$BC = BF + CF \Rightarrow CF = ۶ - x$$

طبق تعمیم قضیهٔ تالس داریم:

$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{x}{۶} = \frac{۱}{x+۱} \Rightarrow x^۲ + x = ۶$$
$$\Rightarrow x^۲ + x - ۶ = ۰ \Rightarrow (x+۳)(x-۲) = ۰ \Rightarrow x = ۲$$
$$\Rightarrow CF = ۶ - ۲ = ۴$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۱ تا ۴۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۹۰- *(حسین اسفینی)*

$$\frac{AB}{AC} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow \text{فرض: } AB = ۳x, AC = ۴x \,(*)$$

از طرفی: $S_{\Delta ABC} = ۵۴ \Rightarrow \frac{AB \times AC}{۲} = ۵۴ \Rightarrow \frac{۳x \times ۴x}{۲} = ۵۴$

$$\Rightarrow x^۲ = ۹ \Rightarrow x = ۳ \xrightarrow{(*)} AB = ۹, AC = ۱۲$$

پس با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس داریم: $BC = ۱۵$

تالس: $\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD} = \frac{BC}{ED} \Rightarrow \frac{۹}{۹+۱} = \frac{۱۲}{AD} = \frac{۱۵}{ED}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{۹}{۱۰} = \frac{۱۲}{AD} \Rightarrow AD = \frac{۴۰}{۳} \\ \frac{۹}{۱۰} = \frac{۱۵}{ED} \Rightarrow ED = \frac{۵۰}{۳} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{محیط } ADE = AE + ED + AD = ۱۰ + \frac{۵۰}{۳} + \frac{۴۰}{۳} = ۴۰$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۱ تا ۴۱)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۱- *(میلاد منصوری)*

ابتدا معادله را به صورت $۲x^۲ + (a-۱)x + ۳ = ۰$ می‌نویسیم تا بتوانیم از قوانین جمع و ضرب ریشه‌ها کمک بگیریم.

$$S = \alpha + \beta = \frac{-(a-۱)}{۲}$$

$$P = \alpha\beta = \frac{۳}{۲}$$

ازطرفی: $\alpha^۲\beta + \beta^۲\alpha = \alpha\beta(\alpha+\beta) = \frac{۳}{۲}(-\frac{a-۱}{۲}) = ۱۲$

$$\Rightarrow -(a-۱) = ۱۶ \Rightarrow a = -۱۵$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۹۲- *(رحیم مشتاق‌نظم)*

چون سهمی محور xها را در نقاطی به طول‌های ۱- و ۳ قطع می‌کند، پس معادلهٔ آن را می‌توان به صورت $y = a(x+۱)(x-۳)$ نوشت از طرفی این سهمی از نقطهٔ $(۰,۶)$ می‌گذرد. پس:

$$(۰,۶) \in f \Rightarrow a(۰+۱)(۰-۳) = ۶ \Rightarrow -۳a = ۶ \Rightarrow a = -۲$$

$$\Rightarrow y = -۲(x+۱)(x-۳) = -۲(x^۲ - ۲x - ۳) = -۲x^۲ + ۴x + ۶$$

طول رأس $x = -\frac{b}{۲a} = \frac{-۴}{-۴} = ۱$

$$\Rightarrow \text{عرض رأس} = -۲ + ۴ + ۶ = ۸$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۳- (رحیم کوهی)

$$(\alpha-\beta)=\left|\frac{-b+\sqrt{\Delta}+b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

$$\left(\frac{\alpha}{\beta}-\frac{\beta}{\alpha}\right)^3=\left(\frac{\alpha^2-\beta^2}{\alpha\beta}\right)^3$$

$$=\left(\frac{(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)}{\alpha\beta}\right)^3=\left(\frac{\left(\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}\right)\times(S)}{P}\right)^3 \quad (*)$$

$$-x^2+\sqrt{3}x+6=0\begin{cases}P=\frac{c}{a}=\frac{6}{-1}=-6\\ S=-\frac{b}{a}=\frac{-\sqrt{3}}{-1}=\sqrt{3}\\ \Delta=b^2-4ac=3-4(-1)(6)=27\end{cases} \quad (**)$$

۱) ۲) ۳) ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۴- *(رحیم کوهی)*

با توجه به داده‌های سوال و اینکه نیمساز ربع دوم و چهارم $y=-x$ است، باید داشته باشیم: $(y \neq y')$

$$۲x^۲+(۲\sqrt{۲}m-۱)x+m+۲ \neq -x$$

$$\Rightarrow ۲x^۲+(۲\sqrt{۲}m)x+(m+۲) \neq ۰ \qquad *$$

برای اینکه معادلهٔ درجهٔ دومی ریشهٔ حقیقی نداشته باشد (مساوی صفر نباشد)، Δ آن باید منفی باشد، حال با توجه به داشتن این نکته داریم:

$$\xrightarrow{*} \Delta = b^۲-۴ac<۰ \Rightarrow (۲\sqrt{۲}m)^۲-۴(۲)(m+۲)<۰$$

$$\Rightarrow ۸m^۲-۸m-۱۶<۰ \Rightarrow m^۲-m-۲<۰$$

$$\Rightarrow (m-۲)(m+۱)<۰$$

m		-۱		۲	
$m^۲-m-۲$	$+$	۰	$-$	۰	$+$

$$\Rightarrow m \in (-۱,۲)$$

در بازهٔ $(-۱,۲)$ ، اعداد $\{۰,۱\}$ اعداد صحیح مدنظر ما می‌باشند.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۹۵- *(ایمان نخستین)*

$$\sqrt{x-۲}+\frac{۴}{\sqrt{x-۲}+۱}=۳ \xrightarrow{+۱}$$

$$\sqrt{x-۲}+۱+\frac{۴}{\sqrt{x-۲}+۱}=۴ \xrightarrow{\sqrt{x-۲}+۱=t \text{ با فرض}}$$

$$\Rightarrow t+\frac{۴}{t}=۴ \Rightarrow t^۲+۴=۴t \Rightarrow t^۲-۴t+۴=۰$$

$$\Rightarrow (t-۲)^۲=۰ \Rightarrow t=۲$$

$$\Rightarrow \sqrt{x-۲}+۱=۲ \Rightarrow \sqrt{x-۲}=۱ \Rightarrow x-۲=۱ \Rightarrow x=۳$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۶- *(امیرمحمد سلطانی)*

ابتدا باید ریشه‌های هریک از عبارات $x^۲-۴$ و $۲x^۲-۳x+۳$ و $\sqrt{x-۱}+\sqrt{x+۵}-۳$ را بیابیم سپس حاصل ضرب آن‌ها را به دست آوریم:

$$x^۲-۴=۰\Rightarrow x^۲=۴\Rightarrow x=\pm ۲\xrightarrow{x\geq ۱} x=۲$$

$$۲x^۲-۳x+۳=۰\Rightarrow \Delta=(-۳)^۲-۴\times(۳)\times(۲)$$

$$=۹-۲۴=-۱۵\Rightarrow \Delta<۰\Rightarrow$$ ریشه ندارد.

۱ ۲ ۳✓ ۴

۹۷- *(علی شهرابی)*

$$\sqrt{۸a^۲+۷}-\sqrt{۴a^۲+۳}=۱\Rightarrow \sqrt{۸a^۲+۷}=\sqrt{۴a^۲+۳}+۱$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} ۸a^۲+۷=۴a^۲+۳+۱+۲\sqrt{۴a^۲+۳}$$

$$\Rightarrow ۴a^۲+۳=۲\sqrt{۴a^۲+۳}\Rightarrow \sqrt{۴a^۲+۳}=۲$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} ۴a^۲+۳=۴\Rightarrow a^۲=\frac{۱}{۴}\Rightarrow |a|=\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{|a|+۱}{|a|}=\frac{\frac{۱}{۲}+۱}{\frac{۱}{۲}}=۳$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۸- *(مهدی براتی)*

با توجه به اینکه نفر اول در هر ثانیه ۲ متر بیشتر از نفر دوم طی می‌کند یعنی سرعت آن ۲ متر بر ثانیه بیشتر از نفر دوم است. بنابراین $v+2$، سرعت موتور سوار اول و v سرعت موتور سوار دوم است.

موتور سوار دوم مسیر ۲۴۰ متر را در زمان $\frac{240}{v}$ طی می‌کند.

با توجه به اینکه نفر اول ۴ ثانیه زودتر مسیر را طی می‌کند اختلاف زمان آن‌ها برابر ۴ است.

$$\frac{240}{v}-\frac{240}{v+2}=4 \Rightarrow \frac{240(v+2)-240v}{v(v+2)}=4$$

$$\Rightarrow 4v^2+8v=480 \Rightarrow v^2+2v-120=0$$

$$\Rightarrow (v+12)(v-10)=0 \xrightarrow{v>0} v=10$$

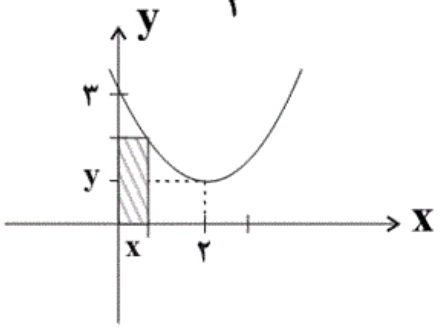
سرعت موتورسوار دوم برابر ۱۰ متر بر ثانیه است. بنابراین مسیر را در مدت $\frac{240}{10}=24$ ثانیه طی می‌کند.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

$$\Rightarrow 3=a(4)+1 \Rightarrow a=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow y=\frac{1}{2}x^2-2x+3 \Rightarrow y=\frac{1}{2}(x-2)^2+1$$



با توجه به شکل محیط مستطیل برابر $P=2(x+y)$ است.

$$P=2(x+y)=2(x+\frac{1}{2}x^2-2x+3)=x^2-2x+6$$

$$P_{min}=\frac{-\Delta}{4a}=\frac{-(4-24)}{4}=5$$

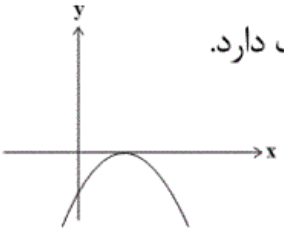
(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۰۰ *(مهدی براتی)*

با توجه به نمودار، تابع درجه دوم f یک ریشه مضاعف دارد.



بنابراین در معادلهٔ $(۱۲x-m+۱)(mx-۱)=۰$ بایستی هر دو عامل ریشهٔ برابر داشته باشند.

$$\Rightarrow \begin{cases} ۱۲x-m+۱=۰ \Rightarrow x=\dfrac{m-۱}{۱۲} \\ mx-۱=۰ \Rightarrow x=\dfrac{۱}{m} \end{cases} \Rightarrow \frac{m-۱}{۱۲}=\frac{۱}{m} \Rightarrow m^۲-m=۱۲$$

$$\Rightarrow m^۲-m-۱۲=۰ \Rightarrow \begin{cases} m=۴ \\ m=-۳ \end{cases}$$

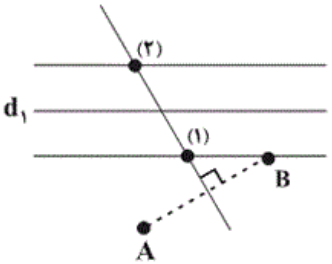
با توجه به اینکه در ضابطهٔ f ضریب $x^۲$ ، $۱۲m$ می‌باشد و سهمی رو به پایین است، بنابراین $m=۴$ قابل قبول نیست.

همچنین با توجه به شکل تابع یک ریشه مضاعف مثبت دارد ولی به ازای $m=-۳$ ریشهٔ مضاعف $-\frac{۱}{۳}$ می‌شود که غیرقابل قبول است بنابراین هیچ مقداری برای m قابل قبول نیست.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۱۰۱ *(مهدی ملارمضانی)*



نقاطی که از A و B به یک فاصله باشند روی عمودمنصف پاره‌خط AB قرار دارند. نقاط مدنظر محل برخورد عمودمنصف AB و دو خط موازی $d_۱$ در دو طرف آن به فاصلهٔ $۲cm$ هستند. پس مسئله دو جواب دارد.

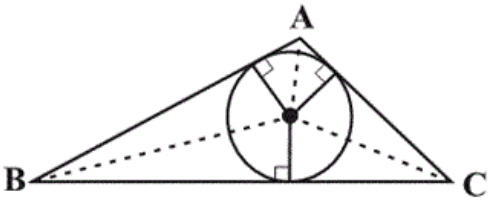
(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۲- *(محمد بحیرایی)*

هر نقطه روی نیم‌ساز از دو ضلع زاویه به یک فاصله است و هر نقطه که از دو ضلع زاویه به یک فاصله باشد روی نیم‌ساز زاویه قرار دارد، پس محل برخورد سه نیم‌ساز داخلی مثلث مرکز دایره ای است که بر سه ضلع مثلث مماس است.



(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۰۳- *(مهدی ملارمضانی)*

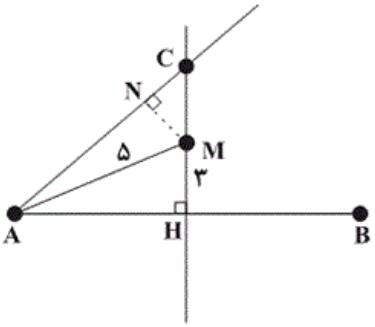
MH عمودمنصف AB است، پس $AH = ۴$

$$\overset{\Delta}{AHM} : (۲x+۱)^۲ = (x+۱)^۲ + ۴^۲$$

$$\Rightarrow ۴x^۲ + ۴x + ۱ = x^۲ + ۲x + ۱ + ۱۶ \Rightarrow ۳x^۲ + ۲x - ۱۶ = ۰$$

$$\Delta = ۴ - ۴ \times ۳(-۱۶) = ۱۹۶$$

$$\Rightarrow x_{۱,۲} = \begin{cases} \frac{-۲+۱۴}{۶} = ۲ \text{ ق ق} \\ \frac{-۲-۱۴}{۶} = -\frac{۸}{۳} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$



چون AM نیم‌ساز زاویهٔ A است، پس $MH = MN$ و $AH = AN$ است.

$$\Rightarrow MH = ۳ \Rightarrow MN = ۳$$

$$\Rightarrow AN = AH = ۴ \Rightarrow AN + NM = ۴ + ۳ = ۷$$

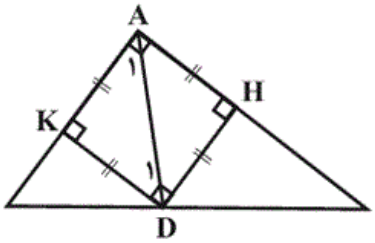
(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۴- *(محمد بحیرایی)*

داریم: $۱۳^۲ = ۱۲^۲ + ۵^۲$، پس مثلث ABC در رأس A قائمه است. هر نقطه روی نیم‌ساز AD از دو ضلع زاویه به یک فاصله است، پس $DH = DK$. از طرفی $\hat{A}_۱ = \hat{D}_۱ = ۴۵^\circ$ و در نتیجه $AK = DK$ است. پس $AKDH$ مربع است و $AD = \sqrt{۲}DH$ در نتیجه داریم:



$$DH = \frac{AD}{\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}AD$$

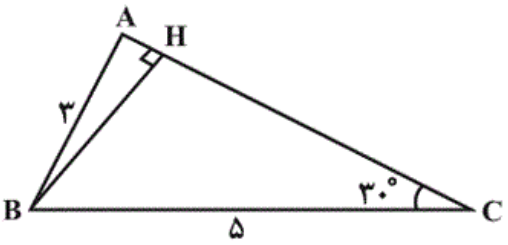
(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

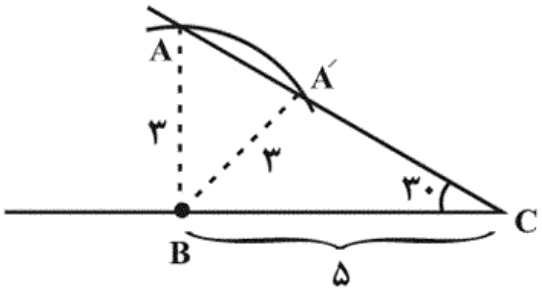
www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۵– *(رضا ذاکر)*

مثلث **ABC** را با معلومات داده شده رسم می‌کنیم. در مثلث **BHC**، **BH** روبه‌رو به ضلع ۳۰ درجه، نصف وتر است، پس $BH = ۲/۵$ است.



زاویه $\hat{C}$ را به اندازه ۳۰° رسم می‌کنیم، و نقطهٔ **B** را به فاصلهٔ ۵ واحد از **C** روی ضلع زاویه اختیار می‌کنیم.



چون $BA > BH$ به مرکز نقطهٔ **B** و شعاع $AB = ۳$ دایره‌ای رسم کنیم، ضلع دیگر زاویه $\hat{C}$ را در دو نقطهٔ **A** و A' قطع می‌کند. پس دو مثلث **ABC** و $A'BC$ با معلومات داده‌شده رسم شده‌اند که غیر همنهشت‌اند.

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۰۶ (میلاد منصوری)

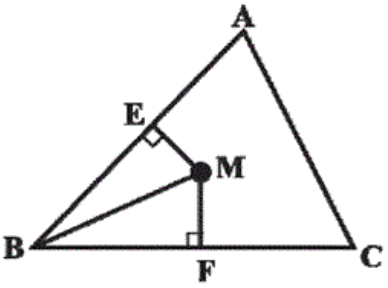
چون عمودمنصف‌های AB و BC در M تلاقی دارند، پس در واقع E و F وسط AB و BC هستند، یعنی: $BF = \frac{BC}{۲}, BE = \frac{AB}{۲}$ (*)

از طرفی M روی نیمساز زاویهٔ B است. پس $MF = ME$. بنابراین:

$$\xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع قائمه}} \overset{\Delta}{MBF} \cong \overset{\Delta}{MBE} \Rightarrow BF = BE$$

در نتیجه: $BF = BE \overset{(*)}{\Rightarrow} \frac{BC}{۲} = \frac{AB}{۲} \Rightarrow BC = AB$

پس: $AB = ۶$



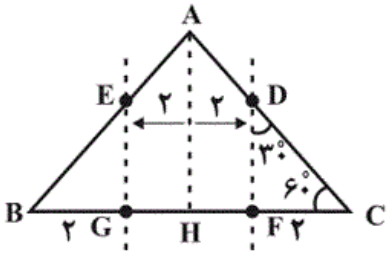
(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

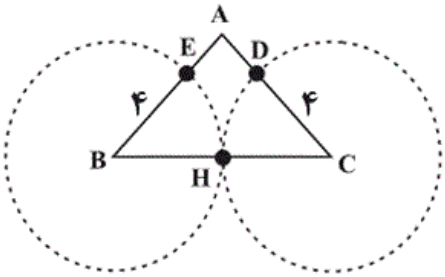
-۱۰۷ *(حسین اسفینی)*

نقاطی از صفحه که به فاصلهٔ ۲ از ارتفاع **AH** قرار دارند، دو خط موازی **AH** و در طرفین آن هستند که مثلث را در ۴ نقطهٔ **D**، **E**، **F** و **G** قطع می‌کنند.



از طرفی داریم: $\overset{\Delta}{FCD}: \sin ۳۰^\circ = \frac{FC}{CD} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{۲}{CD} \Rightarrow CD = ۴$

هم‌چنین نقاطی از صفحه که فاصله‌اش از حداقل یکی از دو راس **B** و **C** برابر ۴ باشد. محیط یکی از دو دایره زیر است:



جواب سؤال اشتراک بین نقاط حاصل از برخورد دایره‌ها با مثلث و دو خط موازی با مثلث است که برابر دو نقطهٔ **D** و **E** است.

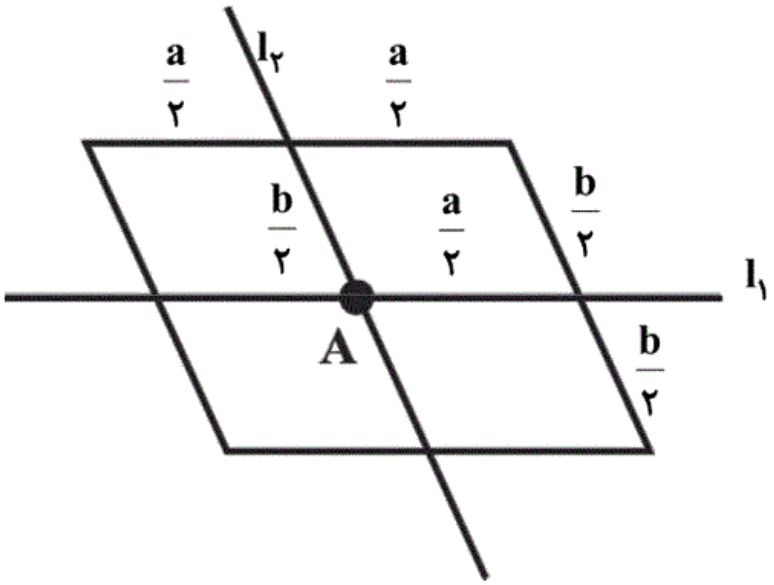
(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۸- *(مهرداد خاجی)*

با توجه به شکل، نقطه A روی خط l_1 و l_2 قرار دارد.



بنابراین نقطهٔ A در محل تقاطع دو خط l_1 و l_2 است که همان نقطهٔ برخورد دو قطر متوازی‌الاضلاع است.

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۰۹- *(میلاد منصوری)*

چون $PA = PB = PC$ بنابراین P نقطهٔ تلاقی سه عمودمنصف داخلی مثلث ABC است. چون P نقطهٔ تلاقی BH و CH' است، پس نتیجه می‌گیریم که BH و CH' در واقع هم عمودمنصف هستند و هم ارتفاع. بنابراین:

$BH \Rightarrow BA = BC$ عمودمنصف و ارتفاع

$CH' \Rightarrow CA = CB$ عمودمنصف و ارتفاع

$\Rightarrow AB = AC = BC$

بنابراین مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ متساوی الاضلاع است.

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

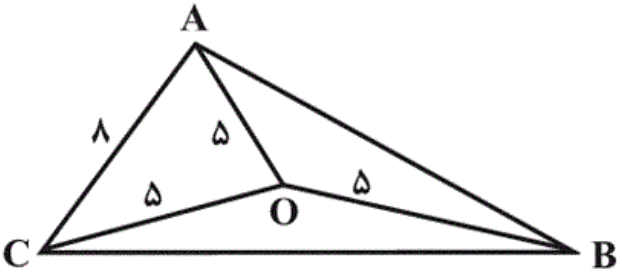
-۱۱۰ *(علی شهرابی)*

نقطهٔ **O** محل برخورد عمودمنصف‌های سه ضلع مثلث **ABC** است، پس از هر سه راس آن به یک فاصله است:

$$OA = OB = OC \Rightarrow x+۱ = y-۲ = y-x+۲$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y-۲ = y-x+۲ \Rightarrow x = ۴ \\ x+۱ = y-۲ \Rightarrow ۴+۱ = y-۲ \Rightarrow y = ۷ \end{cases}$$

با جای‌گذاری $x = ۴$ و $y = ۷$ ، مثلث به صورت زیر است:

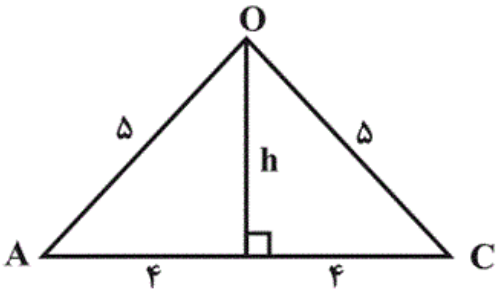


در مثلث **OAC** با رابطهٔ فیثاغورث، ارتفاع را حساب می‌کنیم:

$$h^۲ + ۴^۲ = ۵^۲ \Rightarrow h = ۳$$

پس:

$$S_{\overset{\Delta}{OAC}} = \frac{۳ \times ۸}{۲} = ۱۲$$



(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا