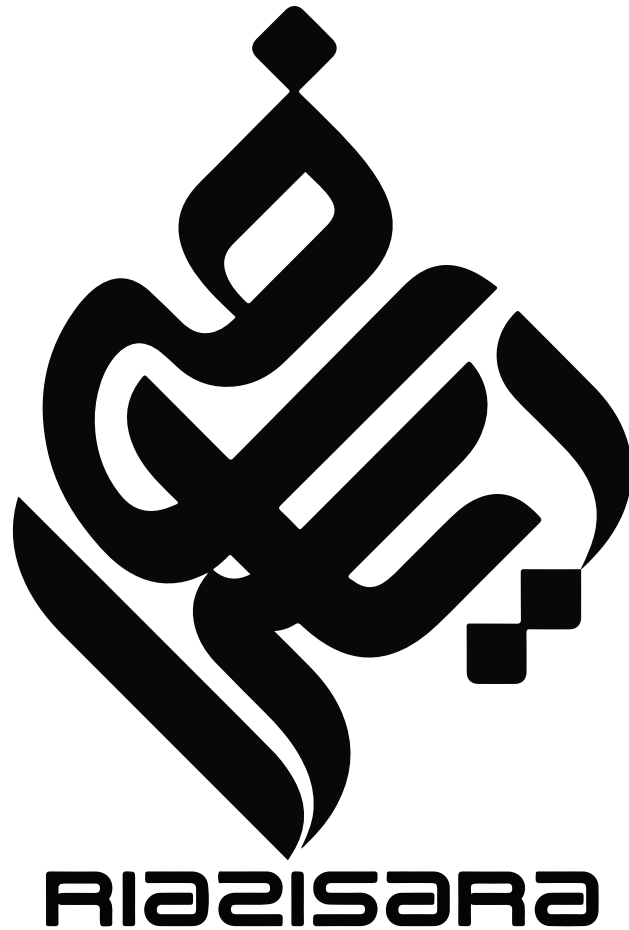




سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات
و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۱ - ۱۰ سوال

۵۱- علی دوچرخه‌ای را به قیمت ۸۰۰ هزار تومان خریده است. اگر هر سال قیمت دوچرخه ۲۰ درصد افت داشته باشد، بعد از ۳ سال قیمت آن چند تومان است؟

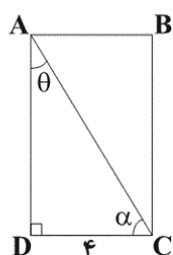
- (۱) ۴۰۹۶۰۰ (۲) ۶۴۰۰۰ (۳) ۳۲۰۰۰۰ (۴) ۳۹۰۴۰۰

۵۲- در یک دنباله هندسی، جمله پنجم ۴۸ و جمله هشتم ۳۸۴ است. جمله سوم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۵۴ (۲) ۱۸ (۳) ۲۴ (۴) ۱۲

۵۳- یک موشک در ارتفاع ۲۰ متری از سطح زمین و با زاویه 30° نسبت به افق رو به بالا پرتاب می‌شود. پس از طی ۳۵۰۰ متر با همین زاویه، ارتفاع موشک تا سطح زمین چند متر است؟

- (۱) ۱۷۷۰ (۲) ۱۷۵۰ (۳) ۱۰۳۵ (۴) ۱۰۱۵



۵۴- در شکل مقابل طول DC برابر ۴ واحد و $\tan \theta = \frac{3}{4}$ است. مقدار $\sin \alpha$ کدام است؟

- (۱) ۰/۳ (۲) ۰/۴ (۳) ۰/۶ (۴) ۰/۸

۵۵- $0^\circ \leq \alpha \leq 150^\circ$ و $\sin \alpha = \frac{m-1}{2}$ است. اگر حدود تغییرات m بازه $[a, b]$ باشد، حاصل $b-a$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

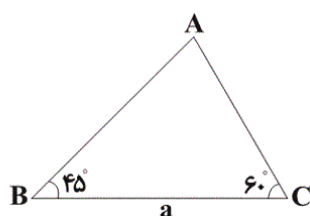
۵۶- هرگاه $\sin \alpha (1 - \cos \alpha) \tan \alpha < 0$ و $\tan \alpha \cdot \cos \alpha > 0$ باشد، انتهای زاویه α در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۵۷- در یک دنباله هندسی، مجموع جملات اول و دوم برابر ۲۴- و مجموع جملات سوم و چهارم برابر ۶- است. جمله دهم این دنباله کدام است؟ (قدرنسبت دنباله منفی است.)

- (۱) $\frac{1}{32}$ (۲) $-\frac{1}{32}$ (۳) $-\frac{3}{32}$ (۴) $\frac{3}{32}$

۵۸- مساحت مثلث مقابل کدام است؟



(۲) $\frac{\sqrt{3}a^2}{1+\sqrt{3}}$
(۴) $\frac{a^2}{1+\sqrt{3}}$

(۱) $\frac{a^2}{2(1+\sqrt{3})}$
(۳) $\frac{\sqrt{3}a^2}{2(1+\sqrt{3})}$

۵۹- زاویه بین دو خط $y = \sqrt{3}x - 1$ و $y = \sqrt{3}x - 2\sqrt{6}$ کدام است؟

(۴) 60°

(۳) 30°

(۲) 45°

(۱) 15°

۶۰- خط $y = mx + \frac{y}{\lambda}$ با جهت مثبت محور x ها زاویه α می‌سازد. اگر $\frac{\sin \alpha + 2 \cos \alpha}{3 \sin \alpha - \cos \alpha} = 3$ باشد و این خط از نقطه $A(\frac{3}{5}, k)$ عبور کند، مقدار k کدام است؟

(۴) $1/75$

(۳) $1/5$

(۲) $1/25$

(۱) 1

ریاضی ۱ - گواه - ۱۰ سوال

۶۱- مدیر یک کارگاه به یک کارگر مبتدی پیشنهاد کرده است دستمزد روز اول ۱۰۰۰ تومان و تا پایان هفته هر روز ۲۰ درصد به دستمزد روز قبل وی اضافه کند. دستمزد این کارگر در پایان روز پنجم چند تومان است؟

(۴) $2104/8$

(۳) $2073/6$

(۲) $2016/6$

(۱) $1986/3$

۶۲- پنج عدد $\frac{5}{3}, a, b, c, \frac{5}{12}$ به ترتیب جمله‌های متوالی یک دنباله هندسی هستند. مقدار b کدام است؟

(۴) $\frac{4}{5}$

(۳) $\frac{3}{4}$

(۲) $\frac{5}{6}$

(۱) $\frac{2}{3}$

۶۳- کدام نامساوی زیر نادرست است؟

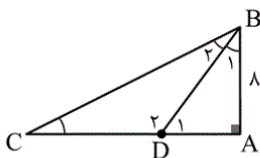
(۴) $\cos 13^\circ < \cos 4^\circ$

(۳) $\sin 17^\circ > \sin 3^\circ$

(۲) $\cos 7^\circ > \cos 8^\circ$

(۱) $\sin 5^\circ > \sin 4^\circ$

۶۴- در شکل زیر، زاویه A برابر 90° و $\sin \hat{D}_1 = 8/10$ است. اگر $\hat{C} = \hat{B}_1$ باشد، $\tan \hat{C}$ کدام خواهد بود؟



(۱) $3/5$

(۲) $7/5$

(۳) $5/5$

(۴) $6/5$

۶۵- در یک دنباله هندسی، مجموع جملات پنجم و ششم برابر ۲ و تفاضل جمله هفتم از جمله پنجم برابر ۱ است. جمله هفتم این دنباله کدام است؟

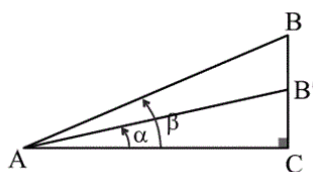
(۴) $-1/4$

(۳) $1/5$

(۲) $1/3$

(۱) $1/4$

۶۶- با توجه به شکل زیر، اگر $0^\circ < \alpha < \beta < 45^\circ$ باشد، آنگاه کدام نامساوی نادرست است؟



(۱) $\tan \alpha < \tan \beta$

(۲) $\cot \alpha > \cot \beta$

(۳) $\tan \alpha < \cot \alpha$

(۴) $\tan \beta > \cot \beta$

۶۷- نقطه $P\left(\frac{1}{2}, \frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$ روی دایره مثلثاتی را 180° در جهت حرکت عقربه‌های ساعت حول مبدأ مختصات دوران می‌دهیم. نقطه جدید چه زاویه‌ای بر

روی دایره مثلثاتی به وجود می‌آورد؟

- (۱) -240° (۲) 240° (۳) 135° (۴) -120°

۶۸- اگر قطر کوچک یک شش‌ضلعی منتظم برابر با $2\sqrt{3}$ باشد، مساحت شش‌ضلعی منتظم کدام است؟

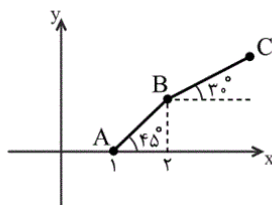
- (۱) ۶ (۲) $6\sqrt{3}$ (۳) ۱۲ (۴) $12\sqrt{3}$

۶۹- ناظری به فاصله‌ی ۳۵ متر از پای ستونی که بر روی آن مجسمه‌ای قرار دارد، ایستاده است. زاویه‌ی رؤیت انتها و ابتدای مجسمه با سطح افق 45° و

40° درجه است. ارتفاع مجسمه کدام است؟ ($\tan 40^\circ = 0.8$)

- (۱) ۶ (۲) $6/4$ (۳) ۷ (۴) $7/2$

۷۰- در شکل زیر، اندازه‌ی BC برابر $2\sqrt{3}$ است. شیب خط گذرنده از نقاط A و C کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{4}(1+\sqrt{3})$
(۲) $\frac{1}{4}(1+\sqrt{2})$
(۳) $\frac{1}{2}(1+\sqrt{2})$
(۴) $\frac{1}{2}(1+\sqrt{3})$

ریاضی ۱ - سوالات موازی - ۱۰ سوال

۷۱- علی دوچرخه‌ای را به قیمت ۸۰۰ هزار تومان خریده است. اگر هر سال قیمت دوچرخه ۲۰ درصد افت داشته باشد، بعد

از ۳ سال قیمت آن چند است؟

- (۱) ۴۰۹۶۰۰ (۲) ۶۴۰۰۰ (۳) ۷۳۶۰۰۰ (۴) ۳۹۰۴۰۰

۷۲- در یک دنباله هندسی، جمله پنجم ۴۸ و جمله هشتم ۳۸۴ است. جمله سوم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۵۴ (۲) ۱۸ (۳) ۲۴ (۴) ۱۲

۷۳- در یک دنباله حسابی با جمله اول ۴۸ و قدرنسبت ۵، اولین جمله مثبت کدام است؟

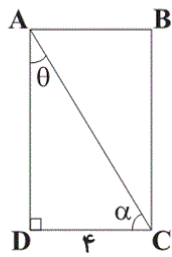
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۴- یک موشک در ارتفاع ۲۰ متری از سطح زمین و با زاویه 30° نسبت به افق رو به بالا پرتاب می‌شود. پس از طی ۳۵۰۰ متر با همین زاویه، ارتفاع موشک

تا سطح زمین چند متر است؟

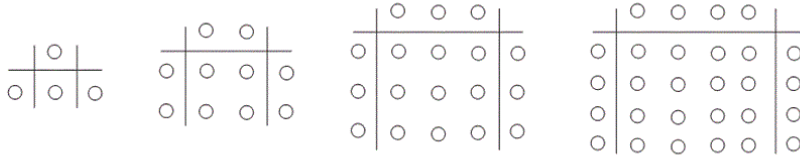
- (۱) ۱۷۷۰ (۲) ۱۷۵۰ (۳) ۱۰۳۵ (۴) ۱۰۱۵

۷۵- در شکل زیر طول DC برابر ۴ واحد و $\tan \theta = \frac{3}{4}$ است. مقدار $\sin \alpha$ کدام است؟



- (۱) $\frac{3}{4}$
(۲) $\frac{4}{5}$
(۳) $\frac{3}{5}$
(۴) $\frac{4}{3}$

۷۶- با توجه به الگوی غیر خطی زیر، شکل بیستم شامل چند دایره است؟



- (۱) ۴۲۰
(۲) ۴۴۰
(۳) ۴۶۰
(۴) ۴۸۰

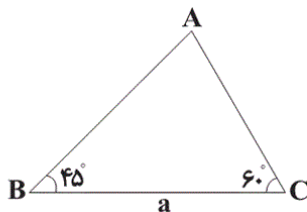
۷۷- در دنباله با جمله عمومی $a_n = 2^{an+b}$ ، اگر جمله سوم 1024 و قدر نسبت ۸ باشد، در این صورت جمله بیستم دنباله $b_n = bn + a$ کدام است؟

- (۱) ۱۳
(۲) ۲۳
(۳) ۶۳
(۴) ۳۶

۷۸- مجموع ۵ عدد که تشکیل یک دنباله حسابی می‌دهند برابر 100 می‌باشد. اگر حاصل ضرب جملات دوم و چهارم برابر 384 باشد، بزرگ‌ترین جمله دنباله کدام است؟

- (۱) ۲۲
(۲) ۲۴
(۳) ۲۶
(۴) ۲۸

۷۹- مساحت مثلث مقابل کدام است؟



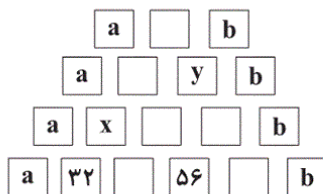
$$\frac{\sqrt{3}a^2}{1+\sqrt{3}} \quad (2)$$

$$\frac{a^2}{1+\sqrt{3}} \quad (4)$$

$$\frac{a^2}{2(1+\sqrt{3})} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{3}a^2}{2(1+\sqrt{3})} \quad (3)$$

۸۰- بین a و b به تعداد مشخص شده در هر مرحله واسطه حسابی درج کرده‌ایم، با توجه به الگوی زیر مقدار $x + y$ کدام است؟



- (۱) ۹۰
(۲) ۱۰۰
(۳) ۹۵
(۴) ۸۴

هفدهم - ۱۰ سوال - د

۹۱- درستی بعضی از نتیجه‌گیری‌های کلی را می‌توان با ... اثبات کرد و نادرستی آن‌ها را می‌توان با ... نشان داد.

- (۱) برهان خلف- مثال نقض
(۲) برهان خلف- برهان خلف
(۳) استدلال استقرایی- مثال نقض
(۴) استدلال استقرایی- برهان خلف

۹۲- کدام قضیه به صورت دو شرطی بیان نمی‌شود؟

- (۱) در مثلثی که دو ضلع نابرابر دارد، زاویهٔ روبه‌رو به ضلع بزرگ‌تر، بزرگ‌تر از زاویهٔ روبه‌رو به ضلع کوچک‌تر است.
 (۲) اگر n عددی مثبت باشد، آن‌گاه n^3 نیز مثبت است.
 (۳) در هر لوزی، قطرهای بر هم عمودند.
 (۴) اگر در مثلثی، دو ضلع برابر باشند، آن‌گاه دو زاویهٔ روبه‌رو به آن‌ها نیز با هم برابرند.

۹۳- در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، AD نیمساز زاویهٔ داخلی A و $AB < AD < AC$ است. اگر اندازهٔ زاویهٔ B در بازهٔ (α, β) قرار داشته باشد، بیشترین مقدار $\beta - \alpha$ کدام است؟

- (۱) 15° (۲) $22/5^\circ$ (۳) 30° (۴) $37/5^\circ$

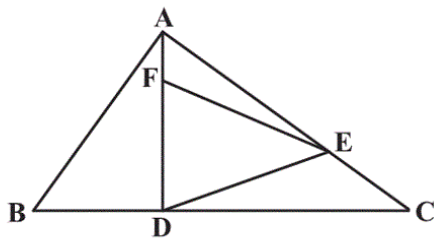
۹۴- قطرهای چهارضلعی $ABCD$ در نقطهٔ O متقاطع‌اند. اگر مساحت مثلث‌های OAB ، OBC و OCD به‌ترتیب برابر ۱، ۲ و ۴ باشد، آن‌گاه مساحت مثلث OAD کدام است؟

- (۱) $0/5$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۹۵- نقطهٔ I درون مثلث ABC به طول اضلاع ۵، ۶ و ۷ از سه ضلع آن به یک فاصله است. فاصلهٔ I تا ضلع بزرگ‌تر چند برابر طول ارتفاع وارد بر این ضلع است؟

- (۱) $\frac{3}{7}$ (۲) $\frac{7}{9}$ (۳) $\frac{7}{18}$ (۴) $\frac{3}{14}$

۹۶- در شکل زیر، اگر $\frac{BD}{DC} = \frac{1}{2}$ ، $\frac{EC}{AE} = \frac{1}{3}$ و $\frac{AF}{FD} = \frac{1}{4}$ ، آن‌گاه نسبت مساحت مثلث DEF به مساحت مثلث ABC کدام است؟



- (۱) $\frac{3}{10}$
 (۲) $\frac{1}{4}$
 (۳) $\frac{1}{3}$
 (۴) $\frac{2}{5}$

۹۷- چند مثلث متفاوت به طول اضلاع ۳، ۶ و x وجود دارد، به‌طوری که طول یکی از اضلاع آن، واسطهٔ هندسی طول‌های دو ضلع دیگر باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۹۸- در مثلثی به طول اضلاع a ، b و c ، اگر داشته باشیم $\frac{a}{b-c} = \frac{b+c}{a}$ ، آن‌گاه این مثلث لزوماً چگونه است؟

- (۱) قائم‌الزاویه
 (۲) متساوی‌الساقین
 (۳) قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین
 (۴) نه قائم‌الزاویه و نه متساوی‌الساقین

۹۹- اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{2}{3}$ ، آن‌گاه حاصل $\frac{2a+2d}{4b+6c}$ کدام است؟

- (۱) $0/5$ (۲) $0/4$ (۳) $0/3$ (۴) $0/2$

۱۰۰- اگر $\frac{a}{5} = \frac{b}{6} = \frac{c}{10}$ ، آن‌گاه b چه کسری از $a+c$ است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{7}{3}$ (۴) $\frac{3}{7}$

۸۱- مدیر یک کارگاه به یک کارگر مبتدی پیشنهاد کرده است دستمزد روز اول ۱۰۰۰ تومان و تا پایان هفته هر روز ۲۰ درصد به دستمزد روز قبل وی اضافه کند. دستمزد این کارگر در پایان روز پنجم چند تومان است؟

۲۱۰۴/۸ (۴)

۲۰۷۳/۶ (۳)

۲۰۱۶/۶ (۲)

۱۹۸۶/۳ (۱)

۸۲- پنج عدد $\frac{5}{3}$, a , b , c , $\frac{5}{12}$ به ترتیب جمله‌های متوالی یک دنباله هندسی هستند. مقدار b کدام است؟

$\frac{4}{5}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{5}{6}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

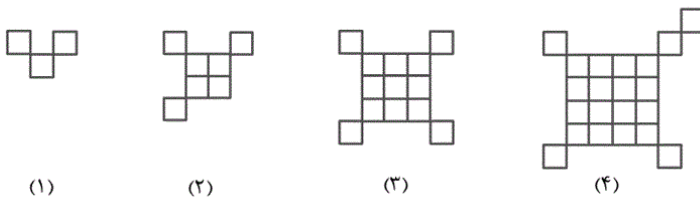
۸۳- در الگوی زیر، شکل شماره ۹ چند مربع کوچک دارد؟

۹۱ (۱)

۸۷ (۲)

۸۳ (۳)

۷۹ (۴)



۸۴- در دنباله درجه دوم ... , ۳۵ , ۲۲ , ۱۲ , ۵ , ۱ , جمله سی‌ام چه عددی است؟

۱۳۳۷ (۴)

۱۳۳۶ (۳)

۱۳۳۴ (۲)

۱۳۳۵ (۱)

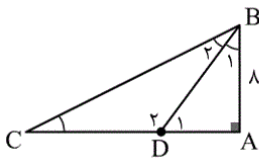
۸۵- در شکل زیر، زاویه A برابر 90° و $\sin \hat{D}_1 = \frac{5}{8}$ است. اگر $\hat{C} = \hat{B}_2$ باشد، $\tan \hat{C}$ کدام خواهد بود؟

$\frac{1}{35}$ (۱)

$\frac{1}{75}$ (۲)

$\frac{1}{5}$ (۳)

$\frac{1}{6}$ (۴)



۸۶- چهارمین، پنجمین و ششمین جمله یک دنباله حسابی به صورت x ، $5x$ و $x+8$ است. شماره اولین جمله‌ای از این دنباله که بزرگ‌تر از ۱۰۰ است، کدام است؟

۲۶ (۴)

۲۹ (۳)

۳۸ (۲)

۳۷ (۱)

۸۷- در یک دنباله هندسی، مجموع جملات پنجم و ششم برابر ۲ و تفاضل جمله هفتم از جمله پنجم برابر ۱ است. جمله هفتم این دنباله کدام است؟

$-\frac{1}{4}$ (۴)

$\frac{1}{5}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

۸۸- زوایای داخلی یک چهارضلعی محدب تشکیل یک دنباله حسابی می‌دهند. اگر بزرگ‌ترین زاویه آن 120° درجه باشد، قدر نسبت دنباله کدام است؟

۳۰° (۴)

۲۰° (۳)

۱۵° (۲)

۱۰° (۱)

۸۹- جمله اول و هفتم یک دنباله حسابی ۱۱ و ۳۵ است. در دنباله حسابی دیگری بین اعداد ۳۸ و ۱۳ چند واسطه حسابی می‌توان قرار داد تا جمله چهارم دو دنباله، برابر شوند؟ (جمله اول دنباله دوم ۳۸ است.)

۴ (۴)

۵ (۳)

۶ (۲)

۳ (۱)

۹۰- ناظری به فاصله‌ی ۳۵ متر از پای ستونی که بر روی آن مجسمه‌ای قرار دارد، ایستاده است. زاویه‌ی رؤیت انتها و ابتدای مجسمه با سطح افق 45° و 40° درجه است. ارتفاع مجسمه کدام است؟ ($\tan 40^\circ = 0.8$)

۷/۲ (۴)

۷ (۳)

۶/۴ (۲)

۶ (۱)

-۵۱

(علیرضا پورقلی)

مانده قیمت $۰/۸۰ \Rightarrow ۰/۲۰$ افت

(بعد از سه سال) جمله چهارم جمله سوم جمله دوم جمله اول

۸۰۰۰۰۰ ۰/۸۰ × ۸۰۰۰۰۰

دنباله هندسی است و $r = ۰/۸$ ، بنابراین:

$$t_4 = t_1 r^3 = ۸۰۰۰۰۰ \times (۰/۸)^3 = ۸۰۰۰۰۰ \times ۰/۵۱۲ = ۴۰۹۶۰۰$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۵۲

(حمید علینازده)

$$\left. \begin{array}{l} a_8 = ۳۸۴ \\ a_5 = ۴۸ \end{array} \right\} \xrightarrow{\div} \frac{a_1 q^7}{a_1 q^4} = \frac{۳۸۴}{۴۸} \Rightarrow q^3 = ۸ \Rightarrow q = ۲$$

$$a_5 = ۴۸ \Rightarrow a_1 q^4 = ۴۸ \Rightarrow a_1 (۲)^4 = ۴۸ \Rightarrow a_1 = ۳$$

$$a_3 = a_1 q^2 = ۳(۲)^2 = ۱۲$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

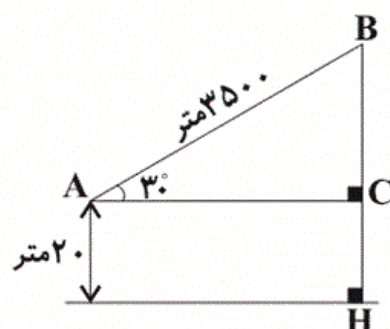
۲

۱

-۵۳

(رمیم مشتاق نظم)

برای این مسئله می‌توان شکل زیر را رسم کرد:



ابتدا طول BC را می‌یابیم.

$$\sin \hat{A} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{BC}{۳۵۰} \Rightarrow BC = \frac{۳۵۰}{۲} = ۱۷۵$$

$$\Rightarrow BH = BC + CH = ۱۷۵ + ۲۰ = ۱۹۵$$

(مثلثات، صفحه ۳۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(عمیدرضا صابویی)

$$\tan \theta = \frac{DC}{AD} \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{4}{AD} \rightarrow AD = \frac{16}{3}$$

$$\triangle ADC: AC^2 = AD^2 + DC^2 \rightarrow AC^2 = 4^2 + \left(\frac{16}{3}\right)^2$$

$$= \frac{400}{9} \rightarrow AC = \frac{20}{3}$$

$$\sin \alpha = \frac{AD}{AC} = \frac{\frac{16}{3}}{\frac{20}{3}} = \frac{16}{20} = 0.8$$

(مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی)

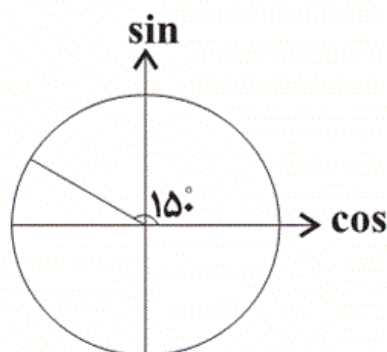
۴ ✓

۳

۲

۱

(امین نصراله)



$\Rightarrow \sin \alpha = 1$ بیش‌ترین مقدار
 $\sin \alpha = 0$ کم‌ترین مقدار

$$\Rightarrow 0 \leq \frac{m-1}{2} \leq 1 \Rightarrow 0 \leq m-1 \leq 2 \Rightarrow 1 \leq m \leq 3 \Rightarrow m \in [1, 3]$$

$$\Rightarrow [1, 3] = [a, b] \Rightarrow b - a = 3 - 1 = 2$$

(مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$1 - \cos \alpha \geq 0 \Rightarrow \sin \alpha \cdot \tan \alpha < 0 \Rightarrow \sin \alpha \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} < 0 \Rightarrow \cos \alpha < 0$$

$$\tan \alpha \cdot \cos \alpha > 0 \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \times \cos \alpha > 0 \Rightarrow \sin \alpha > 0$$

پس انتهای زاویه α در ناحیه دوم مثلثاتی است.

(مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\begin{cases} t_1 + t_r = -24 \Rightarrow t_1 + t_1 r = -24 \\ t_3 + t_6 = -6 \Rightarrow t_1 r^2 + t_1 r^3 = -6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{t_1 r^2 + t_1 r^3}{t_1 + t_1 r} = \frac{-6}{-24} \Rightarrow \frac{t_1 r^2 (1+r)}{t_1 (1+r)} = \frac{6}{24}$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} r = \frac{1}{2} \\ \text{یا} \\ r = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$r = -\frac{1}{2}$$

قدرنسبت منفی است، پس:

$$t_1 - \frac{t_1}{2} = -24 \Rightarrow \frac{t_1}{2} = -24 \Rightarrow t_1 = -48$$

دنباله به صورت ... و ۶ و -۱۲ و ۲۴ و -۴۸ است.

$$t_{10} = t_1 r^9 = -48 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^9 = 48 \times \frac{1}{512} = \frac{3}{32}$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی)

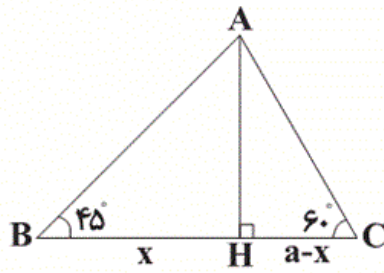
۴ ✓

۳

۲

۱

با رسم ارتفاع مثلث داریم:



$$\tan(\hat{B}) = \frac{AH}{BH} \Rightarrow \tan 45^\circ = \frac{AH}{x} = 1 \Rightarrow AH = x$$

$$\tan(\hat{C}) = \frac{AH}{CH} \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{AH}{a-x} = \sqrt{3} \Rightarrow AH = \sqrt{3}(a-x)$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{3}(a-x) \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}a}{1+\sqrt{3}}$$

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{x \times a}{2} = \frac{\sqrt{3}a^2}{2(1+\sqrt{3})}$$

(مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

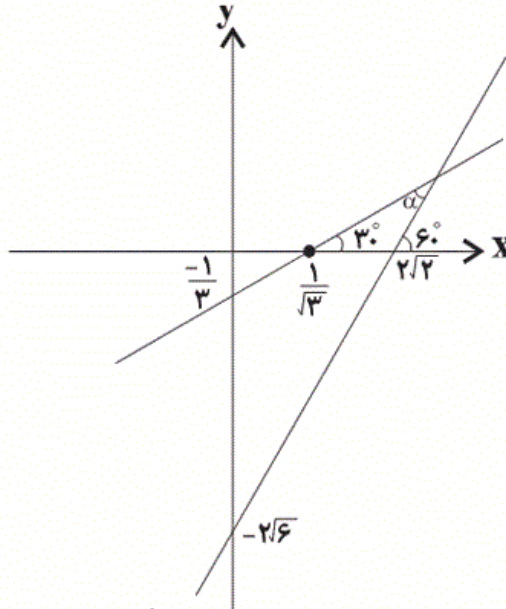
می‌دانیم که شیب هر خط (غیر قائم) برابر با تانژانت زاویه‌ای است که خط با جهت مثبت محور X ها می‌سازد.

$$y = \sqrt{3}x - 2\sqrt{6} \rightarrow \text{شیب} = \sqrt{3} \Rightarrow \text{زاویه با جهت مثبت محور } X \text{ ها} = 60^\circ$$

$$3y = \sqrt{3}x - 1 \Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{1}{3} \rightarrow \text{شیب} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow \text{زاویه با جهت مثبت محور } X \text{ ها} = 30^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ - 30^\circ - 120^\circ = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$



(مثلثات، صفحه‌های ۴۰ و ۴۱ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

$$\frac{\sin \alpha + 2 \cos \alpha}{3 \sin \alpha - \cos \alpha} = 2 \Rightarrow \sin \alpha + 2 \cos \alpha = 6 \sin \alpha - 2 \cos \alpha$$

$$\Rightarrow -5 \sin \alpha = -4 \cos \alpha \xrightarrow{\div \cos \alpha} 5 \tan \alpha = 4$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{4}{5} = m$$

$$y = mx + \frac{4}{5} \Rightarrow y = \frac{4}{5}x + \frac{4}{5}$$

$$\xrightarrow{x=\frac{3}{5}} y = \frac{4}{5}\left(\frac{3}{5}\right) + \frac{4}{5} = \frac{16}{25} = 1/25 = k$$

(مثلثات، صفحه‌های ۴۰ و ۴۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

-۶۱

(کتاب آبی)

هر روز ۲۰ درصد به دستمزد کارگر اضافه می‌شود، بنابراین دستمزد وی از یک

دنباله هندسی با جمله اول ۱۰۰۰ و قدر نسبت $r = 1 + \frac{20}{100} = 1/2$ پیروی

می‌کند: $r = 1/2$, $t_1 = 1000$

$$\Rightarrow t_5 = t_1 r^4 = 1000(1/2)^4 = 2073/6$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

-۶۲

(کتاب آبی)

راه حل اول: اگر در یک دنباله هندسی، تعداد جملات فرد باشد، جمله وسط، واسطه هندسی جملات اول و آخر است.

$$(t_7)^2 = t_1 \times t_5 \Rightarrow b^2 = t_1 \times t_5 \Rightarrow b^2 = \frac{5}{12} \times \frac{5}{3} = \frac{25}{36}$$

$$\Rightarrow b = \pm \frac{5}{6} \Rightarrow b = \frac{5}{6}$$

فقط $b = \frac{5}{6}$ قابل قبول است، زیرا در هر دنباله هندسی جملات یک در میان همواره هم‌علامت‌اند.

راه حل دوم: جمله‌ی اول دنباله $\frac{5}{3}$ و جمله‌ی پنجم $\frac{5}{12}$ است، بنابراین:

$$\frac{t_5}{t_1} = \frac{t_1 r^4}{t_1} = r^4 \Rightarrow r^4 = \frac{1}{4} \Rightarrow r^2 = \frac{1}{2}$$

b جمله سوم دنباله است، بنابراین:

$$b = t_3 = t_1 r^2 = \frac{5}{3} \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{6}$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی)

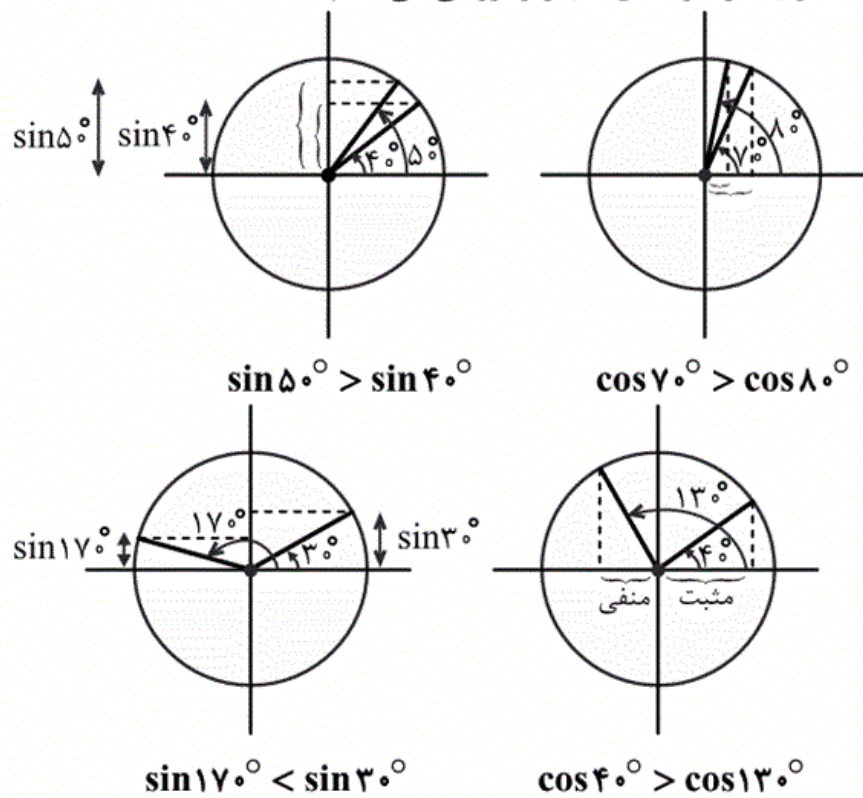
۴

۳

۲✓

۱

هر یک از نامساوی‌ها را در شکل‌های زیر بررسی می‌کنیم:



بنابراین گزینه (۳) نادرست است.

(مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

در مثلث قائم‌الزاویه BAD داریم:

$$\sin \hat{D}_1 = \frac{AB}{BD} = \frac{8}{BD} = 0.8 \Rightarrow BD = 10$$

با توجه به قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه BAD داریم:

$$AD^2 = BD^2 - AB^2 = (10)^2 - (8)^2 = 36 \Rightarrow AD = 6$$

از طرفی $\hat{B}_2 = \hat{C}$ است، پس مثلث BDC متساوی‌الساقین است، یعنی $BD = CD$ ، پس:

$$CD = BD = 10 \Rightarrow AC = AD + CD = 6 + 10 = 16$$

$$\tan \hat{C} = \frac{AB}{AC} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

و در نتیجه در مثلث ABC خواهیم داشت:

(مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

$$\begin{cases} t_5 + t_6 = 2 \\ t_5 - t_6 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 r^4 + t_1 r^5 = 2 \\ t_1 r^4 - t_1 r^6 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 r^4 (1+r) = 2 & (*) \\ t_1 r^4 (1-r^2) = 1 & (**) \end{cases}$$

عبارت (**) را بر عبارت (*) تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{t_1 r^4 (1-r^2)}{t_1 r^4 (1+r)} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{(1-r)(1+r)}{1+r} = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{r \neq -1} 1-r = \frac{1}{2} \Rightarrow r = \frac{1}{2}$$

با قرار دادن $r = \frac{1}{2}$ در (*) جمله اول را می‌یابیم.

$$t_1 \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(1 + \frac{1}{2}\right) = 2 \Rightarrow t_1 \left(\frac{1}{16}\right) \left(\frac{3}{2}\right) = 2 \Rightarrow t_1 = \frac{64}{3}$$

$$t_6 = t_1 r^6 = \frac{64}{3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{3}$$

بنابراین:

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

در دو مثلث قائم‌الزاویه ABC و $AB'C$ داریم:

$$\tan \alpha = \frac{B'C}{AC} \text{ و } \tan \beta = \frac{BC}{AC}$$

از آنجایی که $BC > B'C$ و مخرج کسرها برابرند، پس:

$$\tan \alpha < \tan \beta \quad (\text{گزینه ۱ درست است.})$$

به طریق مشابه:

$$\cot \alpha = \frac{AC}{B'C} \text{ و } \cot \beta = \frac{AC}{BC}$$

$$B'C < BC \Rightarrow \frac{1}{B'C} > \frac{1}{BC} \Rightarrow \frac{AC}{B'C} > \frac{AC}{BC}$$

$$\Rightarrow \cot \alpha > \cot \beta \quad (\text{گزینه ۲ درست است.})$$

از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه $AB'C$ داریم:

$$\tan \alpha = \frac{B'C}{AC} \text{ و } \cot \alpha = \frac{AC}{B'C}$$

چون زاویه α کوچکتر از 45° است، بنابراین زاویه $CB'A$ بزرگتر از 45° است

۴✓

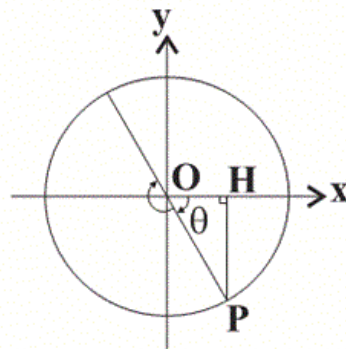
۳

۲

۱

در مثلث OPH داریم:

$$\sin \hat{POH} = \frac{PH}{OP} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \hat{POH} = 60^\circ$$



چون θ در جهت حرکت عقربه‌های ساعت است پس $\theta = -60^\circ$ و از آن جا که نقطه P ، 180° در جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران می‌کند زاویه ایجاد شده برابر می‌شود با:

$$\theta' = -180^\circ - 60^\circ = -240^\circ$$

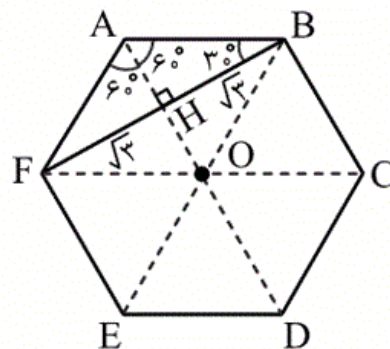
(مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓



در شکل مقابل، BF قطر کوچک شش ضلعی منتظم است. برای محاسبه طول ضلع شش ضلعی منتظم، در مثلث ABH داریم:

$$\sin 60^\circ = \frac{BH}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{AB} \Rightarrow AB = 2$$

$$S_{\text{شش ضلعی منتظم}} = \frac{3\sqrt{3}}{2} AB^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} (2)^2 = 6\sqrt{3}$$

بنابراین:

(مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی)

۴

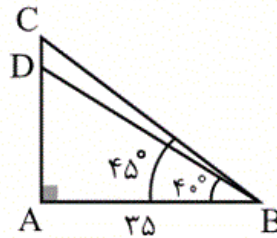
۳

۲ ✓

۱

با توجه به اطلاعات مسئله، شکل مقابل، قابل رسم است.

با توجه به شکل، طول مجسمه برابر اندازه‌ی DC است.



$$\Delta ACB : \tan 45^\circ = \frac{AC}{AB} \Rightarrow 1 = \frac{AC}{35} \Rightarrow AC = 35$$

[۴]

[۳]✓

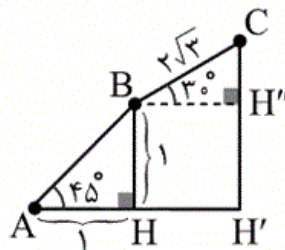
[۲]

[۱]

با توجه به شکل، در مثلث ABH داریم:

$$\tan 45^\circ = \frac{BH}{AH}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{BH}{1} \Rightarrow BH = 1$$

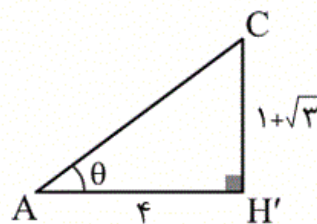


از طرفی در مثلث BCH'' داریم:

$$\cos 30^\circ = \frac{BH''}{BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BH''}{2\sqrt{3}} \Rightarrow BH'' = 3 = HH'$$

$$\sin 30^\circ = \frac{CH''}{BC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{CH''}{2\sqrt{3}} \Rightarrow CH'' = \sqrt{3}$$

بنابراین شیب خط AC در مثلث ACH' به دست می‌آید:



$$\text{شیب خط AC} = \tan \theta = \frac{CH'}{AH'} = \frac{CH'' + H''H'}{AH + HH'}$$

$$\Rightarrow \text{شیب خط AC} = \frac{\sqrt{3} + 1}{1 + 3} = \frac{1}{4}(1 + \sqrt{3})$$

(مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲ و ۴۰ و ۴۱ کتاب درسی)

[۴]

[۳]

[۲]

[۱]✓

(علیرضا پورقلی)

مانده قیمت $۰/۸۰ \Rightarrow ۰/۲۰$ افت

(بعد از سه سال) جمله چهارم جمله سوم جمله دوم جمله اول

.... $۰/۸۰ \times ۸۰۰۰۰۰$ ۸۰۰۰۰۰ دنباله هندسی است و $r = ۰/۸$ ، بنابراین:

$$\Rightarrow t_f = t_1 r^3 = ۸۰۰۰۰۰ \times (۰/۸)^3 = ۸۰۰۰۰۰ \times ۰/۵۱۲ = ۴۰۹۶۰۰$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(حمید علینازره)

$$\left. \begin{array}{l} a_8 = ۳۸۴ \\ a_5 = ۴۸ \end{array} \right\} \xrightarrow{\div} \frac{a_1 q^5}{a_1 q^2} = \frac{۳۸۴}{۴۸} \Rightarrow q^3 = ۸ \Rightarrow q = ۲$$

$$a_5 = ۴۸ \Rightarrow a_1 q^4 = ۴۸ \Rightarrow a_1 (۲)^4 = ۴۸ \Rightarrow a_1 = ۳$$

$$a_3 = a_1 q^2 = ۳(۲)^2 = ۱۲$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

(حسن تعاجمی)

$$t_n = t_1 + (n-1)d \Rightarrow t_n = -۴۸ + ۵(n-1) = ۵n - ۵۳$$

$$t_n > ۰ \rightarrow ۵n > ۵۳ \rightarrow n > ۱۰/۶$$

$$\Rightarrow n \geq ۱۱ \Rightarrow t_{11} = ۵۵ - ۵۳ = ۲$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

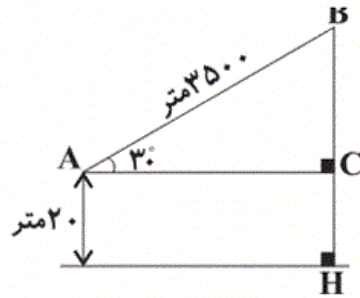
۴

۳

۲ ✓

۱

برای این مسئله می‌توان شکل زیر را رسم کرد:



ابتدا طول BC را می‌یابیم.

$$\sin \hat{A} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{BC}{3500} \Rightarrow BC = \frac{3500}{2} = 1750$$

$$\Rightarrow BH = BC + CH = 1750 + 20 = 1770$$

(مثلثات، صفحه ۳۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(عمید رضا صابری)

$$\tan \theta = \frac{DC}{AD} \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{4}{AD} \rightarrow AD = \frac{16}{3}$$

$$\triangle ADC : AC^2 = AD^2 + DC^2 \rightarrow AC^2 = 4^2 + \left(\frac{16}{3}\right)^2$$

$$= \frac{400}{9} \rightarrow AC = \frac{20}{3}$$

$$\sin \alpha = \frac{AD}{AC} = \frac{\frac{16}{3}}{\frac{20}{3}} = \frac{16}{20} = 0.8$$

(مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

(عمید علینازره)

اگر این الگو را به صورت یک دنباله در نظر بگیریم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{جمله اول} = (1)^2 + 3(1) \\ \text{جمله دوم} = (2)^2 + 3(2) \\ \text{جمله سوم} = (3)^2 + 3(3) \\ \text{جمله چهارم} = (4)^2 + 3(4) \end{array} \right\} \Rightarrow \text{جمله } n^{\text{ام}} = a_n = n^2 + 3n$$

$$\Rightarrow a_{20} = 20^2 + 3(20) = 460$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۷ و ۱۸ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

با توجه به این که عبارت $a_n = 2^{an+b}$ به صورت $(2^a)^n \times 2^b$ نوشته می شود، پس این دنباله هندسی است.

$$a_3 = 2^{3a+b} = 1024 = 2^{10} \Rightarrow 3a + b = 10 \quad (*)$$

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{2^{2a+b}}{2^{a+b}} = 2^a = 8 = 2^3 \Rightarrow a = 3 \xrightarrow{*} 9 + b = 10 \Rightarrow b = 1$$

$$b_n = bn + a = n + 3 \Rightarrow b_{20} = 23$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

اگر قدر نسبت دنباله را d در نظر بگیریم و جمله میانی را x ، در این صورت جملات دنباله به صورت زیر هستند:

$$x - 2d, x - d, x, x + d, x + 2d$$

$$\text{مجموع جملات} = x - 2d + x - d + x + x + d + x + 2d = 5x = 100$$

$$\Rightarrow x = 20$$

حاصل ضرب جملات دوم و چهارم برابر است با:

$$(x - d)(x + d) = x^2 - d^2 \xrightarrow{x=20} (20)^2 - d^2 = 384$$

$$\Rightarrow d^2 = 400 - 384 = 16 \Rightarrow d = \pm 4$$

پس جملات دنباله به صورت زیر می باشند که بزرگ ترین جمله آن ۲۸ می باشد.

$$12, 16, 20, 24, 28$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

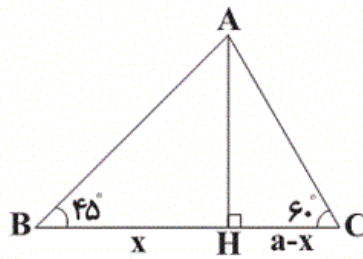
۴✓

۳

۲

۱

با رسم ارتفاع مثلث:



$$\tan(\hat{B}) = \frac{AH}{BH} \Rightarrow \tan 45^\circ = \frac{AH}{x} = 1 \Rightarrow AH = x$$

$$\tan(\hat{C}) = \frac{AH}{CH} \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{AH}{a-x} = \sqrt{3} \Rightarrow AH = \sqrt{3}(a-x)$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{3}(a-x) \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}a}{1+\sqrt{3}}$$

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{x \times a}{2} = \frac{\sqrt{3}a^2}{2(1+\sqrt{3})}$$

(مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

-۸۰

(همید زرین کفش)

با توجه به سطر آخر اگر قدرنسبت سطر آخر را d_f در نظر بگیریم، آن گاه جمله چهارم برابر است با:

$$a_f = a_r + 2d_f \xrightarrow[a_r=32]{a_f=56} 56 = 32 + 2d_f \Rightarrow 2d_f = 24 \Rightarrow d_f = 12$$

حال جمله اول و آخر برابر است با:

$$b = a_f + 2d_f = 56 + 2 \times 12 = 56 + 24 = 80$$

$$a = a_r - d_f = 32 - 12 = 20$$

حال برای به دست آوردن x ، تعداد سه واسطه حسابی بین a و b در نظر می‌گیریم و داریم:

$$d_r = \frac{b-a}{5-1} = \frac{80-20}{4} = 15 \Rightarrow x = d_r + a = 15 + 20 = 35$$

برای محاسبه y در سطر دوم داریم:

$$d_r = \frac{b-a}{4-1} = \frac{80-20}{3} = 20 \Rightarrow y = b - d_r = 80 - 20 = 60$$

$$\Rightarrow x + y = 35 + 60 = 95$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

برای اثبات درستی بعضی گزاره‌ها می‌توانیم از برهان خلف استفاده کنیم و برای اثبات نادرستی یک گزاره می‌توانیم از مثال نقض استفاده کنیم.

(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۲۵ و ۲۶ کتاب درسی)

۴

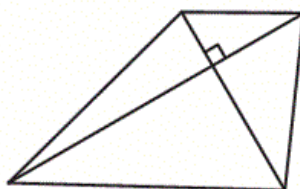
۳

۲

۱✓

(علی فتح‌آبادی)

عکس گزینه «۳» صحیح نیست. یعنی اگر در یک چهارضلعی قطرهای بر هم عمود باشند، آن چهارضلعی لزوماً لوزی نیست، شکل زیر را ببینید:



گزینه «۱» همان قضیهٔ زاویهٔ برتر است که عکس

آن نیز برقرار است.

عکس گزینه «۲» نیز برقرار است، زیرا از طرفین یک نامساوی می‌توان ریشهٔ فرد گرفت و جهت نامساوی تغییر نکند.

$$n^3 > 0 \xrightarrow{\text{ریشهٔ سوم}} n > 0$$

عکس گزینه «۴»، از ویژگی‌های مثلث متساوی‌الساقین و درست است.

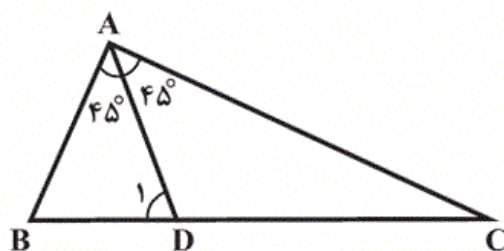
(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحهٔ ۲۵ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱



$$\triangle ABD : AD > AB \Rightarrow \hat{B} > \hat{D}_1 \Rightarrow 2\hat{B} > \hat{B} + \hat{D}_1 = 135^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{B} > 67.5^\circ \xrightarrow{\hat{B} < 90^\circ} 67.5^\circ < \hat{B} < 90^\circ$$

$$\Rightarrow \max(\beta - \alpha) = 90^\circ - 67.5^\circ = 22.5^\circ$$

(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۲۱ و ۲۲ کتاب درسی)

۴

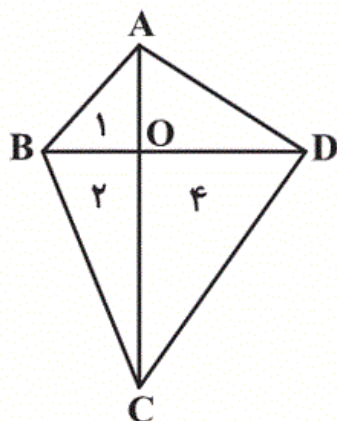
۳

۲ ✓

۱

اگر دو مثلث در یک رأس مشترک بوده و قاعدهٔ مقابل به این رأس آن‌ها روی یک خط راست باشد، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر با نسبت اندازهٔ قاعده‌های آن‌هاست.

بنابراین با توجه به شکل داریم:



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{S(\triangle OAB)}{S(\triangle OBC)} = \frac{OA}{OC} \\ \frac{S(\triangle OAD)}{S(\triangle OCD)} = \frac{OA}{OC} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{S(\triangle OAB)}{S(\triangle OBC)} = \frac{S(\triangle OAD)}{S(\triangle OCD)}$$

$$\Rightarrow \frac{S(\triangle OAD)}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow S(\triangle OAD) = 2$$

(قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲ کتاب درسی)

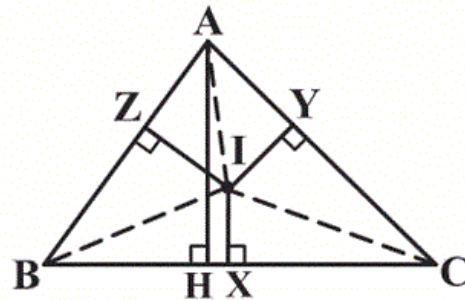
۴

۳✓

۲

۱

دقت کنید چون **I** از سه ضلع مثلث به یک فاصله است، محل برخورد نیم‌سازهای
 زوایای داخلی است، پس در شکل زیر $IX = IY = IZ$.
 از آن‌جا که دو مثلث **IBC** و **ABC** در ضلع **BC** مشترک هستند، داریم:



$$\frac{IX}{AH} = \frac{S(\triangle IBC)}{S(\triangle BAC)} \quad (*)$$

اما:

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BIC} + S_{\triangle CIA} + S_{\triangle AIB} = \frac{7}{2}IX + \frac{6}{2}IY + \frac{5}{2}IZ$$

$$\xrightarrow{IX=IY=IZ=m} S_{\triangle BAC} = \frac{7}{2}m + 3m + \frac{5}{2}m = 9m$$

در نتیجه داریم:

$$\xrightarrow{(*)} \frac{IX}{AH} = \frac{S(\triangle IBC)}{S(\triangle BAC)} = \frac{\frac{7}{2}m}{9m} = \frac{7}{18}$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

هرگاه اندازه ارتفاع‌های دو مثلث برابر باشد، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر با نسبت اندازه قاعده‌هایی است که این ارتفاع‌ها بر آن‌ها وارد شده است، بنابراین داریم:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{DC}{BC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{\frac{\Delta}{S(ADC)}}{\frac{\Delta}{S(ABC)}} = \frac{2}{3} \quad (1)$$

$$\frac{EC}{AE} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{\frac{\Delta}{S(ADE)}}{\frac{\Delta}{S(ADC)}} = \frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{AF}{FD} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{FD}{AD} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{\frac{\Delta}{S(DEF)}}{\frac{\Delta}{S(ADE)}} = \frac{4}{5} \quad (3)$$

$$(1), (2), (3) \Rightarrow \frac{\frac{\Delta}{S(ADC)}}{\frac{\Delta}{S(ABC)}} \times \frac{\frac{\Delta}{S(ADE)}}{\frac{\Delta}{S(ADC)}} \times \frac{\frac{\Delta}{S(DEF)}}{\frac{\Delta}{S(ADE)}} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{\Delta}{S(DEF)}}{\frac{\Delta}{S(ABC)}} = \frac{2}{5}$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۰ و ۳۱ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

اگر هر بار طول یکی از این سه پاره خط را به عنوان واسطه هندسی طول های دو پاره خط دیگر در نظر بگیریم، آن گاه داریم:

حالت اول:

$$x^2 = 3 \times 6 = 18 \Rightarrow x = 3\sqrt{2}$$

$3 + 3\sqrt{2} > 6$ ، پس این سه پاره خط، یک مثلث تشکیل می دهند.

حالت دوم:

$$3^2 = 6x \Rightarrow 6x = 9 \Rightarrow x = 1/2$$

$3 + 1/2 < 6$ ، پس این سه پاره خط نمی توانند یک مثلث ایجاد کنند.

حالت سوم:

$$6^2 = 3x \Rightarrow 3x = 36 \Rightarrow x = 12$$

$3 + 6 < 12$ ، پس این سه پاره خط نمی توانند یک مثلث ایجاد کنند.

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

$$\frac{a}{b-c} = \frac{b+c}{a} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} a^2 = (b-c)(b+c)$$

$$\Rightarrow a^2 = b^2 - c^2 \Rightarrow b^2 = a^2 + c^2$$

از آن جا که در این مثلث قضیه فیثاغورس برقرار است، این مثلث قائم الزاویه است ولی دلیلی نداریم که متساوی الساقین باشد یا نباشد.

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه ۳۲ کتاب درسی)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

راه حل اول:

از $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ می توان نتیجه گرفت $\begin{cases} a = 2m \\ b = 3m \end{cases}$ و از $\frac{c}{d} = \frac{2}{3}$ می توان نتیجه گرفت

پس داریم: $\begin{cases} c = 2n \\ d = 3n \end{cases}$

$$\frac{3a + 2d}{4b + 6c} = \frac{3(2m) + 2(3n)}{4(3m) + 6(2n)} = \frac{6(m+n)}{12(m+n)} = \frac{1}{2} = 0.5$$

راه حل دوم:

با توجه به $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{2}{3}$ ، می توانیم در نظر بگیریم $a = 4$ ، $b = 6$ ، $c = 2$ و

$d = 3$ و به ازای این مقادیر، حاصل عبارت مورد نظر را به دست آوریم:

$$\frac{3a + 2d}{4b + 6c} = \frac{3 \times 4 + 2 \times 3}{4 \times 6 + 6 \times 2} = \frac{18}{36} = 0.5$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه های ۳۲ و ۳۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(علی فتح آبادی)

-۱۰۰

با توجه به ویژگی های تناسب داریم:

$$\frac{a+c}{5+10} = \frac{b}{6} \Rightarrow \frac{b}{a+c} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه های ۳۲ و ۳۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۸۱

(کتاب آبی)

هر روز ۲۰ درصد به دستمزد کارگر اضافه می‌شود، بنابراین دستمزد وی از یک دنباله

هندسی با جمله اول ۱۰۰۰ و قدرنسبت $r = 1 + \frac{20}{100} = 1/2$ پیروی می‌کند:

$$r = 1/2, t_1 = 1000$$

$$\Rightarrow t_5 = t_1 r^4 = 1000(1/2)^4 = 2073/6$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

-۸۲

(کتاب آبی)

راه حل اول: اگر در یک دنباله هندسی، تعداد جملات فرد باشد، جمله وسط، واسطه هندسی جمله اول و آخر است.

$$(t_3)^2 = t_1 \times t_5 \Rightarrow b^2 = t_1 \times t_5 \Rightarrow b^2 = \frac{5}{12} \times \frac{5}{3} = \frac{25}{36}$$

$$\Rightarrow b = \pm \frac{5}{6} \Rightarrow b = \frac{5}{6}$$

فقط $b = \frac{5}{6}$ قابل قبول است، زیرا در هر دنباله هندسی جملات یک در میان همواره هم‌علامت‌اند.

راه حل دوم: جمله‌ی اول دنباله $\frac{5}{3}$ و جمله‌ی پنجم $\frac{5}{12}$ است، بنابراین:

$$\frac{t_5}{t_1} = \frac{t_1 r^4}{t_1} = r^4 \Rightarrow r^4 = \frac{1}{4} \Rightarrow r^2 = \frac{1}{2}$$

b جمله سوم دنباله است، بنابراین:

$$b = t_3 = t_1 r^2 = \frac{5}{3} \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{6}$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

-۸۳

(کتاب آبی)

در هر مرحله تعداد مربع‌های وسط، مربع شماره‌ی مرحله و تعداد مربع‌های گوشه‌ها، یک واحد بیش‌تر از شماره‌ی شکل است؛ یعنی جمله عمومی آن به صورت

$$a_n = n^2 + (n+1) \text{ است، پس } a_9 = 9^2 + 10 = 91 \text{ خواهد بود.}$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۷ و ۱۸ کتاب درسی)

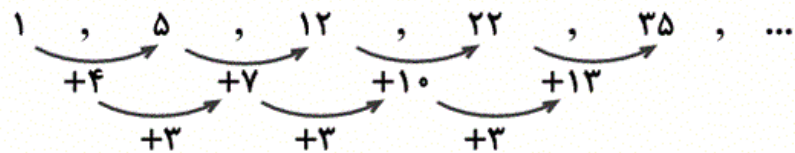
۴

۳

۲

۱✓

اختلاف جملات متوالی دنباله، خود یک دنباله‌ی خطی تشکیل می‌دهند:



جمله‌ی عمومی دنباله‌ی درجه‌ی دوم را به صورت $a_n = an^2 + bn + c$ در نظر می‌گیریم. چون اختلاف هر دو جمله‌ی متوالی دنباله‌ی خطی برابر با ۳ است، پس

$$2a = 3 \quad \text{در نتیجه:} \quad a = \frac{3}{2}$$

برای یافتن b و c ، دو جمله‌ی اول دنباله را در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} a_1 = 1 \Rightarrow \frac{3}{2}(1)^2 + b(1) + c = 1 \Rightarrow b + c = \frac{-1}{2} & (1) \\ a_2 = 5 \Rightarrow \frac{3}{2}(2)^2 + b(2) + c = 5 \Rightarrow 2b + c = -1 & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(2)-(1)} b = \frac{-1}{2} \xrightarrow{(1)} c = 0$$

۴

۳

۲

۱ ✓

در مثلث قائم‌الزاویه BAD داریم:

$$\sin \hat{D}_1 = \frac{AB}{BD} = \frac{8}{BD} = 0.8 \Rightarrow BD = 10$$

با توجه به قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه BAD داریم:

$$AD^2 = BD^2 - AB^2 = (10)^2 - (8)^2 = 36 \Rightarrow AD = 6$$

از طرفی $\hat{B}_2 = \hat{C}$ است، پس مثلث BDC متساوی‌الساقین است، یعنی $BD = CD$ ، پس:

$$CD = BD = 10 \Rightarrow AC = AD + CD = 6 + 10 = 16$$

$$\tan \hat{C} = \frac{AB}{AC} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} \quad \text{و در نتیجه در مثلث } ABC \text{ خواهیم داشت:}$$

(مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$t_f = x, t_d = 5x, t_e = x + 8$$

چون t_f ، t_d و t_e جملات متوالی یک دنباله حسابی هستند، پس:

$$t_d = \frac{t_f + t_e}{2} \Rightarrow 5x = \frac{x + x + 8}{2} \Rightarrow 8x = 8 \Rightarrow x = 1$$

در این دنباله جملات چهارم، پنجم و ششم به ترتیب ۱، ۵ و ۹ هستند، پس:

$d = 4$ است، هم چنین:

$$t_f = t_1 + 3d \Rightarrow 1 = t_1 + 3(4) \Rightarrow t_1 = -11$$

$$\Rightarrow t_n = t_1 + (n-1)d = -11 + (n-1)(4) > 100$$

$$\Rightarrow 4(n-1) > 111 \Rightarrow n-1 > \frac{111}{4} = 27.75$$

$$\Rightarrow n > 28.75 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n \geq 29$$

اولین جمله بزرگتر از ۱۰۰، جمله بیست و نهم است.

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\begin{cases} t_d + t_e = 2 \\ t_d - t_f = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 r^4 + t_1 r^5 = 2 \\ t_1 r^4 - t_1 r^6 = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 r^4 (1+r) = 2 & (*) \\ t_1 r^4 (1-r^2) = 1 & (**) \end{cases}$$

عبارت $(**)$ را بر عبارت $(*)$ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{t_1 r^4 (1-r^2)}{t_1 r^4 (1+r)} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{(1-r)(1+r)}{1+r} = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{r \neq -1} 1-r = \frac{1}{2} \Rightarrow r = \frac{1}{2}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

چهار زاویه چهارضلعی محدب را به صورت a , $a + d$, $a + 2d$, $a + 3d$ در نظر می‌گیریم. بزرگ‌ترین زاویه آن 120° و مجموع زوایای آن 360° است، بنابراین:

$$\begin{cases} a + 3d = 120^\circ \\ a + (a + d) + (a + 2d) + (a + 3d) = 360^\circ \end{cases} \Rightarrow 4a + 6d = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + 3d = 120^\circ \\ 2a + 3d = 180^\circ \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} a = 60^\circ, d = 20^\circ$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

در دنباله اول خواهیم داشت:

$$t_7 - t_1 = 6d \Rightarrow 35 - 11 = 6d \Rightarrow d = 4$$

طبق فرض داریم:

$$t_4 = t'_4 \Rightarrow 11 + 3 \times 4 = t'_1 + 3d'$$

$$\Rightarrow 23 = 38 + 3d' \Rightarrow d' = -5$$

اگر n واسطه‌ی حسابی بین دو عدد a و b قرار دهیم، قدر نسبت این دنباله برابر

$$\text{با } d = \frac{b-a}{n+1} \text{ خواهد بود، پس:}$$

$$\Rightarrow d' = \frac{b-a}{n+1} \Rightarrow -5 = \frac{13-38}{n+1} \Rightarrow n = 4$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

۴✓

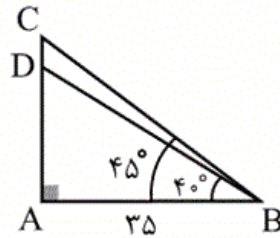
۳

۲

۱

(کتاب آبی)

با توجه به اطلاعات مسئله، شکل مقابل، قابل رسم است.
با توجه به شکل، طول مجسمه برابر اندازه‌ی DC است.



$$\Delta ACB : \tan 45^\circ = \frac{AC}{AB} \Rightarrow 1 = \frac{AC}{35} \Rightarrow AC = 35$$

از طرفی:

$$\Delta ABD : \tan 40^\circ = \frac{AD}{AB} \Rightarrow 0.8 = \frac{AD}{35} \Rightarrow AD = 28$$

$$\text{طول مجسمه} : DC = AC - AD = 35 - 28 = 7$$

(مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱