

RIAZISARA

www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات**

و...

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

[@riazisara.ir](https://www.instagram.com/riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۱، مجموعه های متناهی و نا متناهی - ۱ سوال

۵۱- اگر $A_n = [1, 2 + \frac{1}{n}]$ ، آن گاه $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4$ کدام است؟

(۲) $[1, \frac{3}{2}]$

(۱) $[1, \frac{9}{4}]$

(۴) \emptyset

(۳) $[1, \frac{4}{3}]$

ریاضی ۱، متمم یک مجموعه - ۲ سوال

۵۲- اگر $A \subseteq B$ و $A \neq B$ باشد، آنگاه کدام گزاره نادرست است؟

(۲) $A' \cup B = U$

(۱) $B' \subseteq A'$

(۴) $A' \cap B = \emptyset$

(۳) $A \cap B' = \emptyset$

۵۴- در یک کلاس ۳۰ نفره، ۲۰ نفر عضو تیم والیبال و ۱۷ نفر عضو تیم فوتبال هستند، چند نفر عضو هر دو

تیم هستند؟

(۲) حداقل ۷ نفر

(۱) ۷ نفر

(۴) ۱۷ نفر

(۳) حداکثر ۷ نفر

ریاضی ۱، الگو و دنباله - ۱ سوال

۵۶- با توجه به شکل‌های زیر، نسبت مجموع کل دایره‌های سفید از مرحله ۱ تا ۱۲ به تعداد دایره‌های سیاه

مرحله هفتم کدام است؟

(۱) (۲) (۳) (۴) . . .

(۱) $\frac{17}{20}$ (۲) $\frac{13}{7}$ (۳) $\frac{40}{21}$ (۴) $\frac{27}{20}$

ریاضی ۱، دنباله های حسابی و هندسی - ۴ سوال

۵۷- اگر $x+z$ ، $3x$ ، $y+2$ و $x-2$ به ترتیب از راست به چپ جملات متوالی از یک دنباله حسابی و هندسی

باشند، حاصل $\frac{x^2+y^2}{z}$ کدام است؟

- (۱) -۸ (۲) ۶ (۳) -۱۳ (۴) ۱۴

۵۵- بین دو عدد ۳۸ و ۸۰ نوزده واسطه حسابی درج کرده‌ایم. دهمین عدد درج شده کدام است؟ (اعداد درج

شده را به ترتیب از کوچک به بزرگ در نظر بگیرید.)

- (۱) ۵۶/۹ (۲) ۵۹ (۳) ۶۱/۱ (۴) ۶۰

۵۳- اگر اعداد $2x+1$ ، $3x+6$ و $5x-10$ به ترتیب از راست به چپ جملات سوم، پنجم و هفتم از یک دنباله

حسابی باشند، مقدار x کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۴ (۳) ۱۷ (۴) ۲۱

۶۰- در دنباله هندسی a_n با جملات مثبت، مجموع جملات $(n-4)$ ام، $(n-2)$ ام و $(n-1)$ ام، ۲۷ برابر

مجموع جملات $(n+2)$ ام، $(n+4)$ ام و $(n+5)$ ام است. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

$\frac{1}{27}$ (۴)

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳)

$\sqrt{3}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

ریاضی ۱، نسبت های مثلثاتی - ۲ سوال

۵۸- در مثلث قائم‌الزاویه ABC که $\hat{A} = 90^\circ$ ، حاصل $\frac{\cos^2 C}{\sin B \cos B}$ همواره کدام است؟

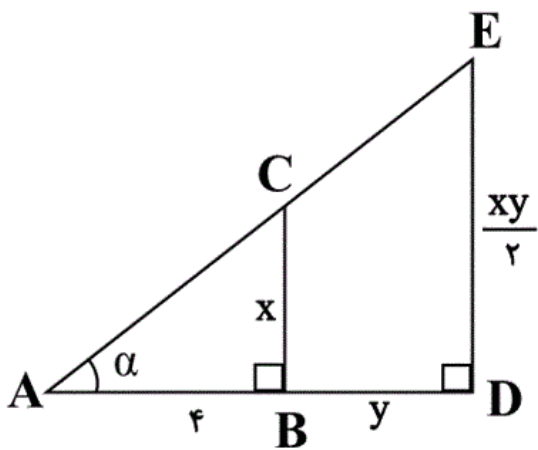
$\sin C$ (۴)

$\sin B$ (۳)

$\tan C$ (۲)

$\tan B$ (۱)

۵۹- در شکل زیر، اگر $\tan \alpha = \frac{3}{7}$ باشد، مقدار $x+y$ کدام است؟



$\frac{30}{7}$ (۲)

$\frac{40}{7}$ (۱)

۴ (۴)

$\frac{13}{7}$ (۳)

ریاضی ۱ - گواه، مجموعه های متناهی و نا متناهی - ۱ سوال -

۶۱- اگر $m < -1$ باشد، آنگاه چند عدد صحیح در مجموعه $[\frac{1}{m}, -m] \cap [m, -\frac{1}{m}]$ قرار دارد؟

(۴) نمی توان تعیین کرد.

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

ریاضی ۱ - گواه، متمم یک مجموعه - ۲ سوال -

۶۲- اگر $A = \{a \mid -a \in \mathbb{N}\}$ و $B = \{1-b \mid -b \in \mathbb{W}\}$ باشد و مجموعه Z را مجموعه مرجع فرض کنیم،

مجموعه $A' \cap B'$ کدام است؟

- (۱) \mathbb{W} (۲) $Z - \mathbb{N}$ (۳) $\{0\}$ (۴) \emptyset

۶۳- اگر مجموعه A دارای ۴ عضو و مجموعه B دارای ۱۰ عضو باشد، به طوری که $B' \subset A'$ ، آن گاه

$(A - B) \cup (B - A)$ چند عضو دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱۴ (۳) ۶ (۴) ۱۰

ریاضی ۱ - گواه ، دنباله های حسابی و هندسی - سوال ۳ -

۶۴- در یک دنباله حسابی، جمله چهارم از جمله دهم، ۲۴ واحد کمتر است. جمله سیام از جمله هجدهم

چقدر بیش تر است؟

- (۱) ۴۲ (۲) ۵۲ (۳) ۴۸ (۴) ۴۴

۶۵- حاصلضرب سه جمله اول یک دنباله هندسی برابر ۲۷- است. اگر مجموع جملات دوم و سوم برابر ۱۵

باشد، قدرنسبت دنباله کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) ۵ (۳) -۵ (۴) ۶

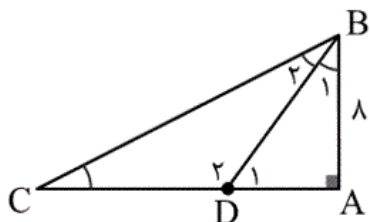
۶۶- به علت تورم، بر قیمت کالایی به طور یکنواخت هر سال ۱۰ درصد افزوده می شود. در سال پنجم، قیمت این

کالا، چند برابر قیمت سال اول می شود؟

- (۱) $1/3321$ (۲) $1/3761$ (۳) $1/4641$ (۴) $1/4751$

ریاضی ۱ - گواه ، نسبت های مثلثاتی - سوال ۴ -

۶۷- در شکل زیر، زاویه A برابر 90° و $\sin D_1 = 0/8$ است. اگر $\hat{C} = \hat{B}$ باشد، $\tan C$ کدام خواهد بود؟



۰/۷۵ (۲)

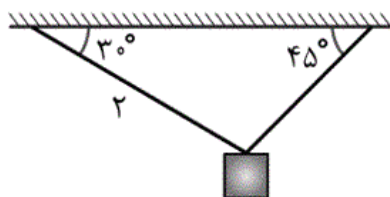
۰/۳۵ (۱)

۰/۶ (۴)

۰/۵ (۳)

۶۸- جسمی را مطابق شکل، به وسیله دو طناب نگه داشته‌ایم. اگر طول یکی از طناب‌ها ۲ واحد باشد، طول

طناب دیگر کدام است؟



۲ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

$\sqrt{2}$ (۴)

$2\sqrt{2}$ (۳)

۶۹- ناظری به فاصله ۳۵ متر از پای ستونی که بر روی آن مجسمه‌ای قرار دارد، ایستاده است. زاویه رؤیت انتها و

ابتدای مجسمه با سطح افق 45° و 40° درجه است. ارتفاع مجسمه چند متر است؟ ($\tan 40^\circ = 0/8$)

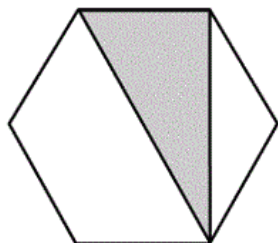
$7/2$ (۴)

۷ (۳)

$6/4$ (۲)

۶ (۱)

۷۰- مساحت شش‌ضلعی منتظم شکل زیر $18\sqrt{3}$ است. مساحت ناحیه سایه زده شده کدام است؟



۱۸ (۲)

۱۲ (۱)

$9\sqrt{3}$ (۴)

$6\sqrt{3}$ (۳)

ریاضی ۱-سوالت موازی ، مجموعه های متناهی و نا متناهی - سوال ۱ -

۷۱- اگر $A_n = [1, 2 + \frac{1}{n})$ ، آن‌گاه $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4$ کدام است؟

(۱) $[1, \frac{9}{4})$

(۲) $[1, \frac{3}{2})$

(۴) \emptyset

(۳) $[1, \frac{4}{3})$

ریاضی ۱ - سوالات موازی ، **متمم یک مجموعه** - سوال ۴ -

۷۲- اگر $A \subseteq B$ و $A \neq B$ باشد، آنگاه کدام گزاره نا درست است؟

(۲) $A' \cup B = U$

(۱) $B' \subseteq A'$

(۴) $A' \cap B = \emptyset$

(۳) $A \cap B' = \emptyset$

۸۰- اگر A و B دو مجموعه جدا از هم باشند، مجموعه $(A - B) \cap ((A \cup B)' \cup (A \cap B'))$ کدام است؟

(۴) B

(۳) \emptyset

(۲) A'

(۱) A

۷۴- در یک کلاس ۳۰ نفره، ۲۰ نفر عضو تیم والیبال و ۱۷ نفر عضو تیم فوتبال هستند، چند نفر عضو هر دو

تیم هستند؟

(۲) حداقل ۷ نفر

(۱) ۷ نفر

(۴) ۱۷ نفر

(۳) حداکثر ۷ نفر

۷۷- اگر A مجموعه متناهی و B مجموعه نامتناهی باشد، کدام مجموعه حتماً نامتناهی است؟

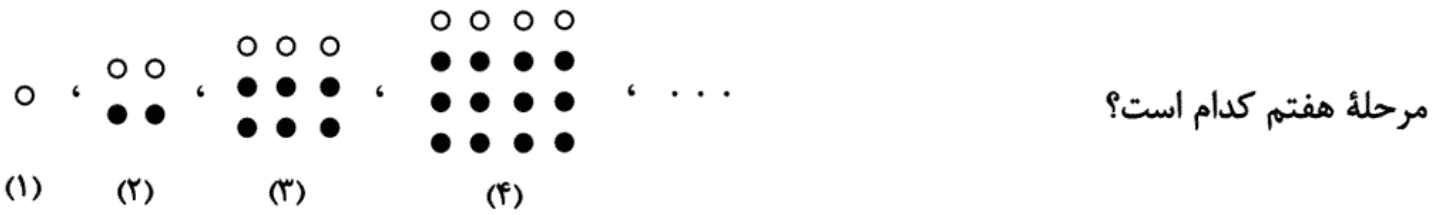
(۴) $(B - A) \cap B'$

(۳) $A \cap B$

(۲) $B - A$

(۱) $A - B$

۷۶- با توجه به شکل‌های زیر، نسبت مجموع کل دایره‌های سفید از مرحله ۱ تا ۱۲ به تعداد دایره‌های سیاه



- (۱) $\frac{17}{20}$ (۲) $\frac{13}{7}$ (۳) $\frac{40}{21}$ (۴) $\frac{27}{20}$

۷۸- اگر جمله عمومی جملات مشترک دو دنباله $a_n = 3, 7, 11, 15, \dots$ و $b_n = 1, 4, 7, 10, \dots$ به صورت

$c_n = a_n + b_n$ باشد، $a - 2b$ کدام است؟

- (۱) ۲۲ (۲) ۱۲ (۳) ۲ (۴) ۱۹

۷۹- در دنباله حسابی با جمله عمومی t_n ، اگر $t_1 + t_4 + t_7 = 8$ و $t_1 + t_4 + t_7 + t_{10} = 2$ باشد، قدرنسبت

دنباله کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) -۲ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۴) ۲

۷۵- بین دو عدد ۳۸ و ۸۰ نوزده واسطه حسابی درج کرده‌ایم. دهمین عدد درج شده کدام است؟ (اعداد درج

شده را به ترتیب از کوچک به بزرگ در نظر بگیرید.)

- (۱) $\frac{56}{9}$ (۲) ۵۹ (۳) $\frac{61}{1}$ (۴) ۶۰

۷۳- اگر اعداد $2x+1$ ، $3x+6$ و $5x-10$ به ترتیب از راست به چپ جملات سوم، پنجم و هفتم از یک دنباله

حسابی باشند، مقدار x کدام است؟

۲۱ (۴)

۱۷ (۳)

۴ (۲)

۷ (۱)

ریاضی ۱-سوالت موازی-گواه ، مجموعه های متناهی و نا متناهی - ۳ سوال -

۸۱- اگر مجموعه های A ، B و C را به صورت $A = R - Z$ ، $B = W \cap Z$ و $C = Z \cup (R - Q)$ تعریف کنیم،

کدام گزینه نادرست است؟

$A \cup C = R$ (۴)

$B - C = \emptyset$ (۳)

$C \subseteq (A \cup B)$ (۲)

$A \cap B = \emptyset$ (۱)

۸۲- اگر $m < -1$ باشد، آنگاه چند عدد صحیح در مجموعه $[\frac{1}{m}, -m] \cap [m, -\frac{1}{m}]$ قرار دارد؟

(۴) نمی توان تعیین کرد.

۲ (۳)

۱ (۲)

(۱) صفر

۸۳- اگر $A = \{n \in Z \mid \frac{4}{n} \in Z\}$ ، $B = \{n \in Z \mid \frac{(-1)^n}{n} \in Z\}$ و $C = \{n \in W \mid \frac{1}{n} < 1\}$ ، آنگاه:

(۲) A و C نامتناهی و B متناهی است.

(۱) A و B متناهی و C نامتناهی است.

(۴) B و C نامتناهی و A متناهی است.

(۳) B و C متناهی و A نامتناهی است.

ریاضی ۱-سوالت موازی-گواه ، متمم یک مجموعه - ۲ سوال

۸۴- اگر $A = \{a \mid -a \in \mathbb{N}\}$ و $B = \{1-b \mid -b \in \mathbb{W}\}$ باشد و مجموعه Z را مجموعه مرجع فرض کنیم،

مجموعه $A' \cap B'$ کدام است؟

\emptyset (۴)

$\{0\}$ (۳)

$Z - \mathbb{N}$ (۲)

\mathbb{W} (۱)

۸۵- اگر مجموعه A دارای ۴ عضو و مجموعه B دارای ۱۰ عضو باشد، به طوری که $B' \subset A'$ ، آن گاه

$(A - B) \cup (B - A)$ چند عضو دارد؟

۱۰ (۴)

۶ (۳)

۱۴ (۲)

صفر (۱)

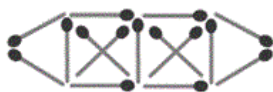
ریاضی ۱ - سوالات موازی-گواه ، **الگو و دنباله** - ۱ سوال -

۸۶- شکل زیر، چوب کبریت‌های استفاده شده در هر مرحله طرح را نمایش می‌دهد. در کدام مرحله طرح، تعداد

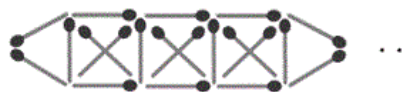
چوب کبریت‌های استفاده شده ۲۴۵ خواهد بود؟



طرح (۱)



طرح (۲)



طرح (۳)

...

۳۸ (۱)

۴۸ (۲)

۳۴ (۳)

۴۴ (۴)

ریاضی ۱ - سوالات موازی-گواه ، **دنباله های حسابی و هندسی** - ۴ سوال -

۸۷- a_n جمله عمومی یک دنباله حسابی است و در آن $a_1 + a_2 + \dots + a_{100} = 100$ و

$a_{101} + a_{102} + \dots + a_{200} = 200$ حاصل $a_2 - a_1$ برابر است با:

۰/۱ (۴)

۰/۰۱ (۳)

۰/۰۰۱ (۲)

۰/۰۰۰۱ (۱)

۸۸- در یک دنباله حسابی، جمله چهارم از جمله دهم، ۲۴ واحد کمتر است. جمله سیام از جمله هجدهم

چقدر بیشتر است؟

۴۴ (۴)

۴۸ (۳)

۵۲ (۲)

۴۲ (۱)

۸۹- اگر در یک دنباله حسابی با جمله عمومی t_n داشته باشیم: $t_3 = 166$ و $t_5 = 150$ ، آنگاه اولین جمله

منفی این دنباله کدام است؟

-۲ (۴)

-۴ (۳)

-۶ (۲)

-۸ (۱)

۹۰- بین دو عدد ۱۸ و ۶۲، ده واسطه حسابی درج می‌کنیم تا یک دنباله حسابی با ۱۲ جمله حاصل شود.

مجموع سه جمله سوم این دنباله چند برابر مجموع سه جمله دوم آن است؟ (جمله اول ۱۸ است.)

$\frac{29}{17}$ (۴)

$\frac{29}{23}$ (۳)

$\frac{23}{17}$ (۲)

$\frac{69}{20}$ (۱)

«سپار داوطلب»

با توجه به A_n داده شده داریم:

$$A_1 = [1, 2 + \frac{1}{1}) = [1, 3)$$

$$A_2 = [1, 2 + \frac{1}{2}) = [1, \frac{5}{2})$$

$$A_3 = [1, 2 + \frac{1}{3}) = [1, \frac{7}{3})$$

$$A_4 = [1, 2 + \frac{1}{4}) = [1, \frac{9}{4})$$

$$\Rightarrow A_4 \subseteq A_3 \subseteq A_2 \subseteq A_1 \Rightarrow A_4 \cap A_3 \cap A_2 \cap A_1 = A_4 = [1, \frac{9}{4})$$

(صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

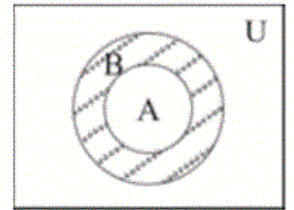
۳

۲

۱ ✓

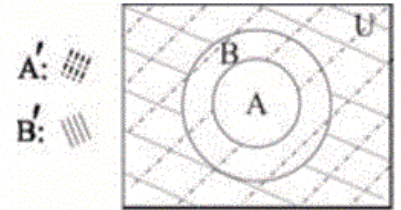
گزینه «۴» نادرست است، زیرا:

$$A' \cap B$$

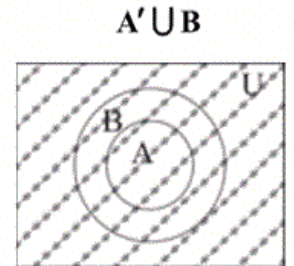


$$A \subseteq B \Rightarrow A' \cap B \neq \emptyset$$

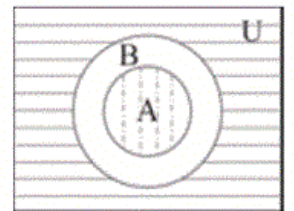
گزینه «۱»: $A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$



گزینه «۲»: $A \subseteq B \Rightarrow A' \cup B = U$



گزینه «۳»: $A \subseteq B \Rightarrow A \cap B' = \emptyset$



(صفحه‌های ۸ تا ۱۰ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴ ✓

۳

۲

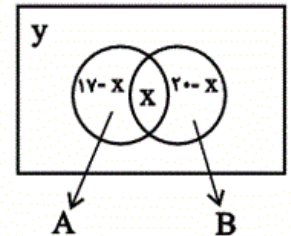
۱

مجموعه اعضای تیم فوتبال را با A و مجموعه اعضای تیم والیبال را با B نشان می‌دهیم، تعداد افرادی که نه والیبال و نه فوتبال بازی می‌کنند را y و تعداد افرادی که هر دو رشته را بازی می‌کنند x در نظر می‌گیریم، با رسم نمودار ون داریم:

$$\text{کل افراد} = 30 = y + (17 - x) + x + (20 - x)$$

$$\Rightarrow 30 = y + 37 - x$$

$$\Rightarrow x = y + 7$$



اگر $y = 0$ باشد یعنی هیچکس نباشد که نه عضو تیم والیبال و نه عضو فوتبال. در این حالت $x = 7$ می‌شود، پس x حداقل برابر ۷ می‌باشد، یعنی حداقل ۷ نفر در هر دو تیم عضو هستند.

(صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲ ✓

۱

مرحله	۱	۲	۳	n
تعداد دایره‌های سفید	۱	۲	۳	n
تعداد کل دایره‌ها	۱	۴	۹	n^2
تعداد دایره‌های سیاه	۱-۱	۴-۲	۹-۳	$n^2 - n$

$$12 \text{ تا } 1 \text{ مجموع تعداد دایره‌های سفید از مرحله } 1 \text{ تا } 12 = 1 + 2 + \dots + 12 = \frac{12(12+1)}{2} = 78$$

$$7 \text{ تعداد دایره‌های سیاه مرحله } 7 = 7^2 - 7 = 49 - 7 = 42$$

$$\Rightarrow \text{خواسته سوال} = \frac{78}{42} = \frac{13}{7}$$

(صفحه‌های ۱۴ تا ۱۸ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲ ✓

۱

دنباله‌ای که هم حسابی و هم هندسی است دنباله ثابت است، یعنی تمام جملات آن باید با هم برابر باشند.

$$x - 2 = 3x \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = -1$$

$$x - 2 = y + 2 \Rightarrow x - y = 4 \xrightarrow{x=-1} -1 - y = 4 \Rightarrow y = -5$$

$$3x = x + z \Rightarrow 2x = z \xrightarrow{x=-1} z = -2$$

در نتیجه:

$$\frac{x^2 + y^2}{z} = \frac{(-1)^2 + (-5)^2}{-2} = \frac{1 + 25}{-2} = -13$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳ ✓

۲

۱

راه حل اول: چون ۱۹ واسطه حسابی بین ۳۸ و ۸۰ درج شده است، پس یک دنباله حسابی با ۲۱ جمله مطابق زیر داریم:

$$38 = a_1, a_2, \dots, a_{20}, a_{21} = 80$$

$$a_{21} = a_1 + 20d$$

$$\Rightarrow 80 = 38 + 20d \Rightarrow d = 2/1 \quad (1)$$

$$a_{11} = \text{دهمین عدد درج شده}$$

$$a_{11} = a_1 + 10d \xrightarrow{(1)} a_{11} = 38 + 21 = 59$$

راه حل دوم: چون تعداد جملات فرد است، لذا دهمین عدد درج شده، جمله وسط است. بنابراین مقدار آن برابر میانگین ۳۸ و ۸۰ است. پس:

$$\text{دهمین عدد درج شده} = \frac{38 + 80}{2} = \frac{118}{2} = 59$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲ ✓

۱

در دنباله حسابی a_n اگر $\frac{x+z}{2} = y$ باشد، داریم: $(x, y, z \in \mathbb{N})$

$$\frac{a_x + a_z}{2} = a_y$$

داریم:

$$\frac{3+7}{2} = 5 \Rightarrow \frac{a_3 + a_7}{2} = a_5 \Rightarrow \frac{(2x+1) + (5x-10)}{2} = 3x+6$$

$$\Rightarrow \frac{7x-9}{2} = 3x+6 \Rightarrow 6x+12 = 7x-9 \Rightarrow x=21$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\frac{a_{n-4} + a_{n-2} + a_{n-1}}{a_{n+2} + a_{n+4} + a_{n+5}} = 27 \Rightarrow \frac{a_1 q^{n-5} + a_1 q^{n-3} + a_1 q^{n-2}}{a_1 q^{n+1} + a_1 q^{n+3} + a_1 q^{n+4}} = 27$$

$$\Rightarrow \frac{a_1 q^{n-5} (1 + q^2 + q^3)}{a_1 q^{n+1} (1 + q^2 + q^3)} = 27 \Rightarrow \frac{q^{n-5}}{q^{n+1}} = 27$$

$$\Rightarrow q^{-6} = 27 \Rightarrow q^6 = \frac{1}{27} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^6 \xrightarrow{0 < q} q = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

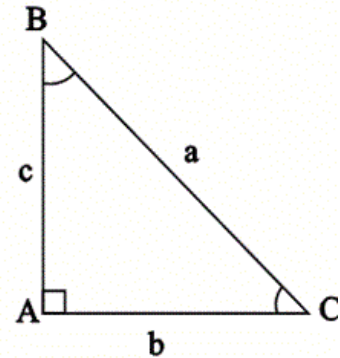
۲

۱

در مثلث قائم‌الزاویه زیر داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos C = \frac{b}{a} \\ \sin B = \frac{b}{a} \\ \cos B = \frac{c}{a} \end{array} \right.$$

اگر در رابطه داده شده روی سوال جایگذاری کنیم



$$\frac{\cos^2 C}{\sin B \cos B} = \frac{\left(\frac{b}{a}\right)^2}{\frac{b}{a} \times \frac{c}{a}} = \frac{\frac{b^2}{a^2}}{\frac{b \times c}{a^2}} = \frac{b^2}{b \times c} = \frac{b}{c}$$

طبق رابطه به دست آمده داریم $\tan B = \frac{b}{c}$ ، لذا گزینه «۱» درست است.

(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳

۲

۱ ✓

«داوود بوالسنی»

$$\left\{ \begin{array}{l} \tan \alpha = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \frac{3}{y} = \frac{x}{4} \Rightarrow x = \frac{12}{y} \\ \tan \alpha = \frac{DE}{AD} \Rightarrow \frac{3}{y} = \frac{\frac{xy}{2}}{4+y} \Rightarrow \frac{3}{y} = \frac{12 \times y}{y \times 2(4+y)} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{3}{y} = \frac{6y}{4+y} \Rightarrow 12 + 3y = 6y \Rightarrow 3y = 12 \Rightarrow y = 4$$

$$\Rightarrow x + y = \frac{12}{4} + 4 = \frac{40}{4}$$

(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳

۲

۱ ✓

راه حل اول: از آنجا که $m < -1$ است؛ بنابراین $m < \frac{1}{m} < -\frac{1}{m} < -m$

است. در نتیجه:

$$\left[\frac{1}{m}, -m\right] \cap \left[m, -\frac{1}{m}\right] = \left[\frac{1}{m}, -\frac{1}{m}\right]$$

چون $m < -1$ است؛ پس تنها عدد صحیح موجود در بازه $\left[\frac{1}{m}, -\frac{1}{m}\right]$ ، عدد

صفر است.

راه حل دوم: می‌توانیم یک عدد دلخواه در نظر بگیریم. به عنوان

مثال $m = -2$ ، بنابراین:

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{m}, -m\right] \cap \left[m, -\frac{1}{m}\right] &\xrightarrow{m=-2} \left[-\frac{1}{2}, 2\right] \cap \left[-2, \frac{1}{2}\right] \\ &= \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \end{aligned}$$

(صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$A = \{\dots, -3, -2, -1\} \Rightarrow A' = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$B = \{1, 2, 3, \dots\} \Rightarrow B' = \{\dots, -2, -1, 0\}$$

$$\Rightarrow A' \cap B' = \{0\}$$

(صفحه‌های ۲ و ۱ تا ۱۰ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$B' \subset A' \Rightarrow A \subset B \Rightarrow A \cap B = A$$

بنابراین $n(A) = n(A \cap B)$ ، پس:

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = n(A) - n(A) = 0$$

$$\begin{aligned} n(B - A) &= n(B) - n(A \cap B) = n(B) - n(A) \\ &= 10 - 4 = 6 \end{aligned}$$

دو مجموعه $A - B$ و $B - A$ جدا از هم‌اند، پس:

$$n[(A - B) \cup (B - A)] = n(A - B) + n(B - A) = 6$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$t_{10} - t_4 = 24 \Rightarrow (t_1 + 9d) - (t_1 + 3d) = 24$$

$$\Rightarrow 6d = 24 \Rightarrow d = 4$$

$$t_{30} - t_{18} = (t_1 + 29d) - (t_1 + 17d) = 12d$$

بنابراین:

$$= 12 \times 4 = 48$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

سه جمله دنباله را به صورت مقابل در نظر می‌گیریم: $\frac{a}{r}, a, ar$

حاصلضرب سه جمله اول برابر با ۲۷- است:

$$\left(\frac{a}{r}\right)(a)(ar) = -27$$

$$\Rightarrow a^3 = -27 = (-3)^3 \Rightarrow a = -3 \quad (*)$$

مجموع جملات دوم و سوم برابر با ۱۵ است، بنابراین:

$$a + ar = 15 \Rightarrow a(1+r) = 15 \xrightarrow{(*)} -3(1+r) = 15$$

$$\Rightarrow 1+r = -5 \Rightarrow r = -6$$

(صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲

۱ ✓

قیمت‌ها سالانه ۱۰ درصد رشد می‌کند، پس افزایش قیمت‌ها از یک

دنباله هندسی با قدرنسبت $r = 1 + \frac{10}{100} = 1/1$ پیروی می‌کند:

$$t_5 = t_1 r^4 = t_1 (1/1)^4 = t_1 \times 1/4641$$

بنابراین قیمت ۱/۴۶۴۱ برابر سال اول می‌شود.

(صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳ ✓

۲

۱

در مثلث قائم‌الزاویه BAD داریم:

$$\sin D_1 = \frac{AB}{BD} = \frac{8}{BD} = 0.8 \Rightarrow BD = 10$$

با توجه به قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه BAD داریم:

$$AD^2 = BD^2 - AB^2 = (10)^2 - (8)^2 = 36 \Rightarrow AD = 6$$

از طرفی $\hat{B}_2 = \hat{C}$ است، پس مثلث BDC متساوی‌الساقین است،

یعنی $BD = CD$ ، پس:

$$CD = BD = 10 \Rightarrow AC = AD + CD = 6 + 10 = 16$$

و در نتیجه در مثلث ABC خواهیم داشت:

$$\Rightarrow \tan \hat{C} = \frac{AB}{AC} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳ ✓

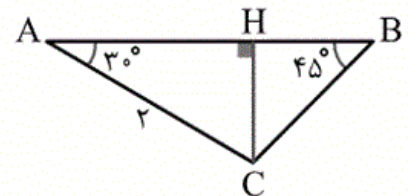
۲

۱

$$HC = AC \times \sin 30^\circ = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

$$HC = BC \times \sin 45^\circ \Rightarrow 1 = BC \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{2}$$



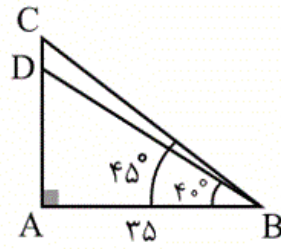
(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

۴ ✓

۳

۲

۱



با توجه به اطلاعات مسأله، شکل مقابل، قابل رسم است.

با توجه به شکل، طول مجسمه برابر اندازه DC است.

$$\Delta ACB : \tan 45^\circ = \frac{AC}{AB} \Rightarrow 1 = \frac{AC}{35} \Rightarrow AC = 35 \text{ متر}$$

از طرفی:

$$\Delta ABD : \tan 40^\circ = \frac{AD}{AB} \Rightarrow 0.8 = \frac{AD}{35} \Rightarrow AD = 28 \text{ متر}$$

$$\text{طول مجسمه } DC = AC - AD = 35 - 28 = 7 \text{ متر}$$

(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳ ✓

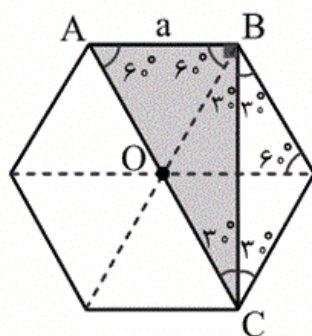
۲

۱

مساحت شش ضلعی منتظم به ضلع a برابر با $\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$ است. بنابراین:

$$\text{مساحت شش ضلعی منتظم} = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$$

$$\Rightarrow 18\sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2 \Rightarrow a^2 = 12 \Rightarrow a = 2\sqrt{3}$$



در شکل مقابل، اگر قطرهای شش ضلعی منتظم

را رسم کنیم، با توجه به زوایای تشکیل شده،

خواهیم داشت:

$$\widehat{ABC} = 90^\circ$$

$$\Delta_{ABC} : \sin 60^\circ = \frac{BC}{AC} \xrightarrow{AC=2AB} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BC}{4\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow BC = 6$$

پس:

$$S_{\Delta_{ABC}} = \frac{1}{2} AB \times BC = \frac{1}{2} (2\sqrt{3})(6) = 6\sqrt{3}$$

(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$A_1 = [1, 2 + \frac{1}{1}) = [1, 3)$$

$$A_2 = [1, 2 + \frac{1}{2}) = [1, \frac{5}{2})$$

$$A_3 = [1, 2 + \frac{1}{3}) = [1, \frac{7}{3})$$

$$A_4 = [1, 2 + \frac{1}{4}) = [1, \frac{9}{4})$$

$$\Rightarrow A_4 \subseteq A_3 \subseteq A_2 \subseteq A_1 \Rightarrow A_4 \cap A_3 \cap A_2 \cap A_1 = A_4 = [1, \frac{9}{4})$$

(صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲

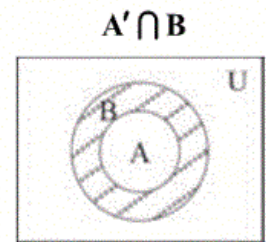
۱ ✓

«مفهم پورا احمدی»

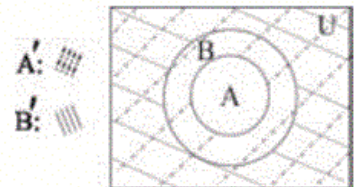
-۷۲

گزینه «۴» نادرست است، زیرا:

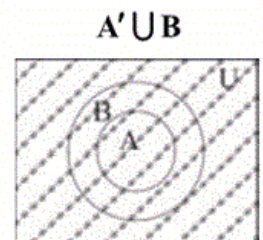
$$A \subseteq B \Rightarrow A' \cap B \neq \emptyset$$



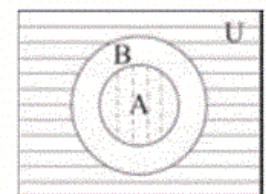
$$\text{گزینه «۱» : } A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$$



$$\text{گزینه «۲» : } A \subseteq B \Rightarrow A' \cup B = U$$



$$\text{گزینه «۳» : } A \subseteq B \Rightarrow A \cap B' = \emptyset$$



(صفحه‌های ۸ تا ۱۰ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

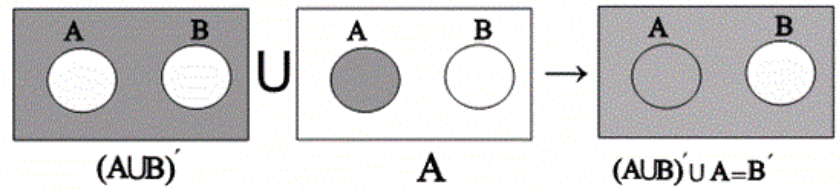
۱

برای این که دو مجموعه جدا از هم باشند باید اشتراک آن تهی باشد.

است. $(A \cap B) = \emptyset$

$$\underbrace{(A - B)}_{(1)} \cap \underbrace{((A \cup B)' \cup (A \cap B'))}_{(2)}$$

$$\xrightarrow{(1)} (A - B) \xrightarrow{A \cap B = \emptyset} A$$



$$\xrightarrow{(2)} (A \cup B)' \cup (A - B) = (A \cup B)' \cup A = B'$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} A \cap B' = A - B = A$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

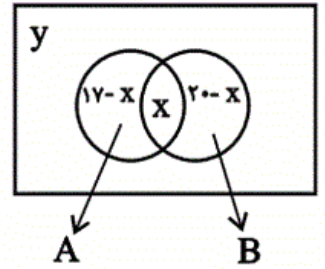
۱ ✓

مجموعه اعضای تیم فوتبال را با A و مجموعه اعضای تیم والیبال را با B نشان می‌دهیم، تعداد افرادی که نه والیبال و نه فوتبال بازی می‌کنند را y و تعداد افرادی که هر دو رشته را بازی می‌کنند x در نظر می‌گیریم، با رسم نمودار ون داریم:

$$\text{کل افراد} = 30 = y + (17 - x) + x + (20 - x)$$

$$\Rightarrow 30 = y + 37 - x$$

$$\Rightarrow x = y + 7$$



اگر $y = 0$ باشد یعنی هیچکس نباشد که نه عضو تیم والیبال و نه عضو فوتبال. در این حالت $x = 7$ می‌شود، پس x حداقل برابر ۷ می‌باشد، یعنی حداقل ۷ نفر در هر دو تیم عضو هستند.

(صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

چون A متناهی و B نامتناهی است، پس:

$$A - B = \text{مجموعه متناهی} \quad \text{گزینه «۱»}$$

$$B - A = \text{مجموعه نامتناهی} \quad \text{گزینه «۲»}$$

$$A \cap B = \text{مجموعه متناهی} \quad \text{گزینه «۳»}$$

گزینه «۴»: توجه کنید که $B - A$ زیرمجموعه‌ای از B است، پس $(B - A) - B$

تهی می‌شود.

پس گزینه «۲» صحیح است.

(صفحه‌های ۵ تا ۱۰ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«کیمیا شیرزاد»

مرحله	۱	۲	۳	n
تعداد دایره‌های سفید	۱	۲	۳	n
تعداد کل دایره‌ها	۱	۴	۹	n ^۲
تعداد دایره‌های سیاه	۱-۱	۴-۲	۹-۳	n ^۲ - n

$$12 \text{ تا } 1 \text{ مرحله از مجموع تعداد دایره‌های سفید} = 1 + 2 + \dots + 12 = \frac{12(12+1)}{2} = 78$$

$$7 \text{ مرحله سیاه} = 7^2 - 7 = 49 - 7 = 42$$

$$\Rightarrow \text{خواسته سوال} = \frac{78}{42} = \frac{13}{7}$$

(صفحه‌های ۱۴ تا ۱۸ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اولین جمله مشترک دو دنباله ۷ است و دومین جمله مشترک به اندازه ک.م.م

قدرنسبت‌های دو دنباله پیش می‌رود ($[d, d'] = ۱۲, d' = ۳, d = ۴$) پس

دومین جمله مشترک برابر است با $۷ + ۱۲ = ۱۹$ و این دنباله، یک دنباله

حسابی است، پس:

$$\begin{cases} c_1 = 7 \\ c_2 = 19 \end{cases} \Rightarrow d'' = 19 - 7 = 12 \Rightarrow c_n = c_1 + (n-1)d''$$

$$c_n = 7 + (n-1) \times 12 \Rightarrow c_n = 12n - 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 12 \\ b = -5 \end{cases} \Rightarrow a - 2b = 12 + 10 = 22$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$t_1 + t_4 + t_7 = 8 \Rightarrow t_1 + (t_1 + 3d) + (t_1 + 6d) = 8 \Rightarrow 3t_1 + 9d = 8 \quad (۱)$$

$$t_4 + t_7 + t_{10} = 2 \Rightarrow (t_1 + 3d) + (t_1 + 6d) + (t_1 + 9d) = 2 \Rightarrow 3t_1 + 18d = 2 \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱), (۲)} 9d = -6 \Rightarrow d = -\frac{6}{9} = -\frac{2}{3}$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

چون تعداد جملات فرد است، لذا دهمین عدد درج شده، جمله وسط است.

بنابراین مقدار آن برابر میانگین ۳۸ و ۸۰ است. پس:

$$\text{دهمین عدد درج شده} = \frac{۳۸+۸۰}{۲} = \frac{۱۱۸}{۲} = ۵۹$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

در دنباله حسابی a_n اگر $\frac{x+z}{۲} = y$ باشد، داریم: $(x, y, z \in \mathbb{N})$

$$\frac{a_x + a_z}{۲} = a_y$$

داریم:

$$\frac{۳+۷}{۲} = ۵ \Rightarrow \frac{a_۳ + a_۷}{۲} = a_۵ \Rightarrow \frac{(۲x+۱) + (۵x-۱۰)}{۲} = ۳x+۶$$

$$\Rightarrow \frac{۷x-۹}{۲} = ۳x+۶ \Rightarrow ۶x+۱۲ = ۷x-۹ \Rightarrow x = ۲۱$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه «۱»: مجموعه A شامل همه اعداد حقیقی به جز اعداد صحیح است. مجموعه B نیز مجموعه اعداد حسابی است. پس این دو مجموعه با هم اشتراکی ندارند.

گزینه «۲»: مجموعه C شامل تمام اعداد صحیح است، اما $A \cup B$ شامل اعداد صحیح منفی نیست. پس این گزینه نادرست است.

گزینه «۳»: مجموعه C تمام اعداد صحیح را داراست، اما مجموعه B اعداد صحیح بزرگ‌تر یا مساوی صفر را در خود دارد. پس $B - C$ برابر تهی خواهد شد.

گزینه «۴»: در مجموعه A همه اعداد حقیقی به جز اعداد صحیح حضور دارند. مجموعه C نیز شامل اعداد صحیح است. پس $A \cup C$ برابر همه اعداد حقیقی (\mathbb{R}) خواهد شد.

(صفحه‌های ۲ و ۳ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

چون $m < -1$ است؛ پس تنها عدد صحیح موجود در بازه $[\frac{1}{m}, -\frac{1}{m}]$ ، عدد صفر است.

راه حل دوم: می‌توانیم یک عدد دلخواه در نظر بگیریم. به عنوان مثال $m = -2$ ، بنابراین:

$$[\frac{1}{m}, -m] \cap [m, -\frac{1}{m}] \xrightarrow{m=-2} [-\frac{1}{2}, 2] \cap [-2, \frac{1}{2}] = [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$$

(صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا اعضای هر یک از مجموعه‌ها را مشخص می‌کنیم:

$$A = \{n \in \mathbb{Z} \mid \frac{4}{n} \in \mathbb{Z}\} = \{\pm 4, \pm 2, \pm 1\} \rightarrow \text{متناهی}$$

$$B = \{n \in \mathbb{Z} \mid \frac{(-1)^n}{n} \in \mathbb{Z}\} = \{-1, 1\} \rightarrow \text{متناهی}$$

$$C = \{n \in \mathbb{W} \mid \frac{1}{n} < 1\} = \{2, 3, 4, \dots\} \rightarrow \text{نامتناهی}$$

(صفحه‌های ۵ تا ۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$A = \{\dots, -3, -2, -1\} \Rightarrow A' = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$B = \{1, 2, 3, \dots\} \Rightarrow B' = \{\dots, -2, -1, 0\}$$

$$A' \cap B' = \{0\}$$

(صفحه‌های ۲ و ۸ تا ۱۰ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$B' \subset A' \Rightarrow A \subset B \Rightarrow A \cap B = A$$

بنابراین $n(A) = n(A \cap B)$ ، پس:

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = n(A) - n(A) = ۰$$

$$\begin{aligned} n(B - A) &= n(B) - n(A \cap B) = n(B) - n(A) \\ &= ۱۰ - ۴ = ۶ \end{aligned}$$

دو مجموعه $A - B$ و $B - A$ جدا از هم‌اند، پس:

$$n[(A - B) \cup (B - A)] = n(A - B) + n(B - A) = ۶$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

«کتاب آبی»

-۸۶

در طرح (۱)، ۱۰ چوب‌کبریت و در طرح (۲)، ۱۵ چوب‌کبریت و در طرح

(۳)، ۲۰ چوب‌کبریت داریم، بنابراین در هر مرحله ۵ چوب‌کبریت اضافه

می‌شود، پس فرمول کلی برای تعداد چوب‌کبریت‌ها در هر مرحله به

صورت $a_n = 5n + 5$ است، لذا:

$$245 = 5n + 5 \Rightarrow 240 = 5n \Rightarrow n = 48$$

(صفحه‌های ۱۴ تا ۱۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + \dots + a_{100} = 100 & (1) \\ a_{101} + a_{102} + \dots + a_{200} = 200 & (2) \end{cases}$$

رابطه (۱) را از رابطه (۲) کم می‌کنیم:

$$(a_{101} - a_1) + (a_{102} - a_2) + \dots + (a_{200} - a_{100}) = 100$$

از طرفی $100d = a_{101} - a_1 = a_{102} - a_2 = \dots$ بنابراین:

$$\underbrace{100d + 100d + \dots + 100d}_{100 \text{ تا}} = 100$$

$$\Rightarrow 100(100d) = 100 \Rightarrow d = \frac{1}{100}$$

بنابراین:

$$a_2 - a_1 = d = 0/01$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$t_{10} - t_4 = 24 \Rightarrow (t_1 + 9d) - (t_1 + 3d) = 24$$

$$\Rightarrow 6d = 24 \Rightarrow d = 4$$

$$t_{30} - t_{18} = (t_1 + 29d) - (t_1 + 17d) = 12d$$

بنابراین:

$$= 12 \times 4 = 48$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$t_5 - t_3 = 2d$$

$$\Rightarrow 150 - 166 = 2d \Rightarrow d = -8$$

$$t_5 = 150 \Rightarrow 150 = t_1 + 4d \xrightarrow{d=-8} 150 = t_1 + 4(-8)$$

$$\Rightarrow t_1 = 182$$

باید اولین جمله‌ای را بیابیم که در آن $t_n < 0$ باشد، پس:

$$t_1 + (n-1)d < 0$$

$$\Rightarrow 182 + (-8)(n-1) < 0 \Rightarrow 182 < 8(n-1)$$

$$\Rightarrow n-1 > \frac{182}{8} = 22.75 \Rightarrow n > 23.75$$

از آنجایی که شماره جملات، عددی طبیعی است، پس اولین جمله منفی،

جمله بیست و چهارم است؛ لذا:

$$t_{24} = t_1 + 23d \rightarrow t_{24} = 182 + 23(-8) = -2$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ده واسطه‌ی حسابی

$$۱۸, \square, \square, \square, \dots, \square, ۶۲$$

اگر بین دو عدد ۱۸ و ۶۲، ده واسطه‌ی حسابی قرار دهیم، یک دنباله‌ی حسابی با ۱۲ جمله خواهیم داشت که جمله‌ی اول آن ۱۸ و جمله‌ی دوازدهم آن ۶۲ است.

$$t_1 = 18$$

بنابراین:

$$t_{12} = 62 \Rightarrow t_1 + 11d = 62 \Rightarrow 18 + 11d = 62 \Rightarrow 11d = 44$$

$$\Rightarrow d = 4$$

$$\frac{\text{مجموع سه جمله‌ی سوم}}{\text{مجموع سه جمله‌ی دوم}} = \frac{t_7 + t_8 + t_9}{t_4 + t_5 + t_6}$$

$$= \frac{(t_1 + 6d) + (t_1 + 7d) + (t_1 + 8d)}{(t_1 + 3d) + (t_1 + 4d) + (t_1 + 5d)} = \frac{3t_1 + 21d}{3t_1 + 12d}$$

$$= \frac{t_1 + 7d}{t_1 + 4d} = \frac{18 + 7 \times 4}{18 + 4 \times 4} = \frac{46}{34} = \frac{23}{17}$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱