



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

@riazisara

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

@riazisara.ir

ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

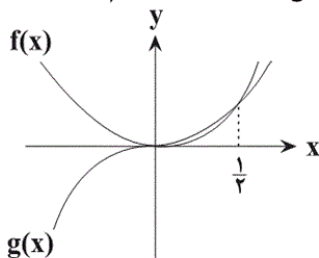
۹۱- نمودار تابع $f(x) = |x+2| - |x-3|$ در فاصله ، است.

- (۱) $(-2, 3)$ ، اکیداً صعودی
(۲) $(-2, 3)$ ، اکیداً نزولی
(۳) $(-2, +\infty)$ ، اکیداً صعودی
(۴) $(-2, +\infty)$ ، اکیداً نزولی

۹۲- اگر f تابع ثابت، g تابع همانی و $\frac{2f(3)}{5g(-1)} = 1$ باشد، آنگاه حاصل $f(2) \times g(2)$ کدام گزینه می‌باشد؟

- (۱) ۵ (۲) -۵ (۳) ۴ (۴) -۴

۹۳- شکل زیر قسمتی از نمودار مربوط به توابع $f(x) = x^2$ و $g(x) = ax^3 + bx^2 + c$ است. حاصل $a + b + c$ کدام است؟



- (۱) ۲ (۲) ۲/۵ (۳) -۱/۵ (۴) -۲/۵

۹۴- در کدام گزینه دو تابع برابرند؟

$$\begin{cases} f(x) = \tan x \cdot \cot x \\ g(x) = 1 \end{cases} \quad (۲)$$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{x} \\ g(x) = |x| \end{cases} \quad (۱)$$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x}{|x|} \\ g(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{x} \end{cases} \quad (۴)$$

$$\begin{cases} f(x) = \log x^2 \\ g(x) = 2 \log x \end{cases} \quad (۳)$$

۹۵- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = -(2-x)^3 - 1$ از کدام ناحیه نمی‌گذرد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۹۶- اگر دامنه تابع به معادله $f(x) = \frac{2x^2 + 5}{x^2 + 2(a+1)x + 9a - 5}$ تمامی اعداد حقیقی باشد، آن گاه حدود a کدام است؟

- (۱) $(1, 6)$ (۲) $a < 1$ (۳) $a > 6$ (۴) $R - (1, 6)$

۹۷- اگر مجموعه زیر یک تابع با دامنه و برد برابر باشد، $a + b$ کدام است؟

$$f = \{(a, -4b), (a - b, b), (b, a), (a + 2, b + 4), (a - b, a - 3)\}$$

- (۱) -1 (۲) 1 (۳) 2 (۴) -2

۹۸- نمودار تابع $f(x) = |x||x - 2|$ در کدام بازه نزولی است؟

- (۱) $(0, 2)$ (۲) $(1, 2)$ (۳) $(0, 1)$ (۴) $(2, 3)$

۹۹- نمودار تابع $f(x) = |x - 1| - 4$ را 2 واحد به طرف x های منفی و سپس 3 واحد به طرف y های مثبت انتقال می دهیم. نمودار

تابع جدید در کدام بازه بالای نیمساز ربع چهارم است؟

- (۱) $(-\infty, 0)$ (۲) $(-1, 1)$ (۳) $(-2, 1)$ (۴) $(0, +\infty)$

۱۰۰- تابع $f = \{(1, m^2 - 4m), (2, m - 4), (m, 6), (3, 8)\}$ به ازای چند مقدار طبیعی m ، یک تابع اکیداً صعودی می باشد؟

- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) بی شمار

ریاضی ۱ - دهم ، مجموعه ، الگو و دنباله - ۱۰ سوال

۱۰۱- در یک کلاس، ۲۰ نفر فقط در تیم های ورزشی و ۸ نفر فقط در تیم های علمی عضویت دارند. ۳ نفر در هر دو تیم ورزشی و

علمی حضور دارند. اگر افرادی که در هیچ کدام از دو تیم عضویت ندارند ۵ نفر باشند، تعداد افراد کلاس کدام است؟

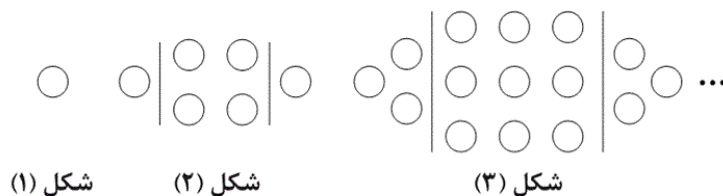
- (۱) ۳۰ (۲) ۳۵ (۳) ۳۶ (۴) ۳۸

۱۰۲- اگر جملات سوم، هفتم و سیزدهم یک دنباله حسابی به ترتیب از راست به چپ n ، $2n + 1$ و $4n - 1$ باشند، جمله n ام این

دنباله کدام است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۵ (۳) ۱۷ (۴) ۱۹

۱۰۳- در شکل بیستم الگوی زیر چند دایره وجود دارد؟



شکل (۱)

شکل (۲)

شکل (۳)

(۱) ۷۶۰

(۲) ۷۸۰

(۳) ۸۰۰

(۴) ۸۲۰

۱۰۴- مجموعه‌های A و B نامتناهی و مجموعه C متناهی هستند. کدام یک از گزینه‌های زیر حتماً نامتناهی است؟

(۱) $A - (B - C)$ (۲) $C \cup (A - B)$ (۳) $A - (C - B)$ (۴) $(B \cap C) - A$

۱۰۵- جمله چندم دنباله خطی $(n^2 - 1) + 2(n - 1) + mn$ برابر ۴۶ است؟ ($m \in \mathbb{R}$)

(۱) ۲۳ (۲) ۲۴ (۳) ۲۵ (۴) ۲۶

۱۰۶- توپی پس از هر مرحله برخورد با زمین به اندازه ثلث ارتفاع قبلی بالا می‌آید. اگر پس از ۵ بار برخورد با زمین، ارتفاع توپ از زمین ۱۰ سانتی‌متر گردد، آن‌گاه ارتفاع اولیه توپ چه قدر بوده است؟

(۱) ۸/۱ متر (۲) ۱۵/۳ متر (۳) ۱۸/۱ متر (۴) ۲۴/۳ متر

۱۰۷- در یک دنباله هندسی با جملات مثبت، مجموع جملات پنجم و ششم برابر ۲۱ و مجموع جملات پنجم و هشتم برابر ۱۴۷ است. جمله سوم این دنباله کدام است؟

(۱) $\frac{7}{12}$ (۲) $\frac{7}{27}$ (۳) $\frac{7}{83}$ (۴) $\frac{7}{108}$

۱۰۸- دنباله حسابی a_n با جملات $1, 4, 7, 10, \dots$ مفروض است. دنباله جدید O_n به این شکل تعریف می‌شود که:
 $O_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$: اختلاف جمله‌های شانزدهم و پانزدهم دنباله O_n چند است؟

(۱) ۴۳ (۲) ۴۹ (۳) ۴۶ (۴) ۵۲

۱۰۹- اگر t_n دنباله هندسی باشد و t_3 ، t_4 و $3t_4$ به ترتیب، سه جمله اول یک دنباله حسابی با جملات متمایز باشند، حاصل ضرب قدرنسبت‌های ممکن برای دنباله هندسی کدام است؟

(۱) ۶ (۲) -۶ (۳) ۳ (۴) -۳

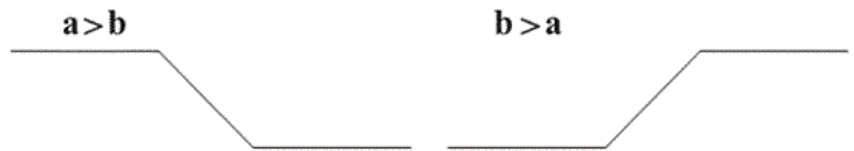
۱۱۰- یک شرکت ۳۰ کارمند دارد که ۱۹ تای آن‌ها خانم هستند و ۱۶ نفر از کارمندان تحصیلات دانشگاهی دارند. حداقل و حداکثر چند نفر از خانم‌ها تحصیلات دانشگاهی ندارند؟

(۱) ۵ و ۱۶ (۲) صفر و ۱۶ (۳) ۳ و ۱۴ (۴) ۳ و ۱۹

۹۱- گزینه ۱»

(ایمان کاظمی)

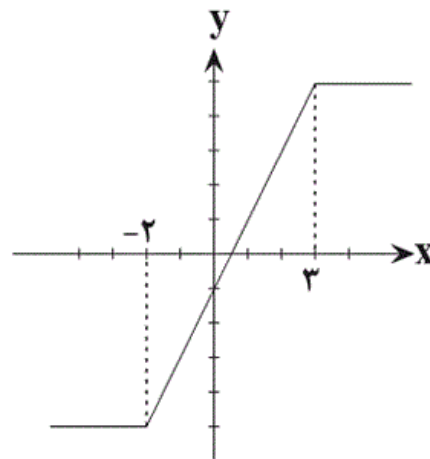
تابع $y = |x - a| - |x - b|$ را تابع آبشاری (سرسره) می‌گویند که نمودار آن به یکی از شکل‌های زیر است:



$$y = |x + 2| - |x - 3|$$

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow y = -5$$

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow y = 5$$



با توجه به نمودار، تابع در فاصله $(-2, 3)$ اکیداً صعودی است.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

چون g تابع همانی است، پس $g(-1) = -1$ و $g(2) = 2$ است، لذا داریم:

$$\frac{2f(3)}{5g(-1)} = 1 \Rightarrow \frac{2f(3)}{-5} = 1 \Rightarrow f(3) = -\frac{5}{2}$$

f تابعی ثابت است، پس $f(3) = f(2) = -\frac{5}{2}$ و لذا داریم:

$$f(2) \times g(2) = \frac{-5}{2} \times 2 = -5$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

(ریاضی ۳، صفحه ۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

چون $x = 0$ تنها ریشه معادله $g(x) = 0$ است، بنابراین داریم:

$$g(x) = x^2(ax + b) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{b}{a} \end{cases}$$

مقدار b باید صفر باشد تا $x = 0$ تنها ریشه معادله $g(x) = 0$ شود. از

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = g\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \frac{1}{4} = a\left(\frac{1}{8}\right) \Rightarrow a = 2 \quad \text{طرفی داریم:}$$

$$\Rightarrow a + b + c = 2 + 0 + 0 = 2$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۲ تا ۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

دو تابع زمانی برابرند که ابتدا $D_f = D_g$ و سپس برای هر x از این دامنه

یکسان، $f(x) = g(x)$ باشد. بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: $f \Leftarrow g$ و f برابر نیستند. $\begin{cases} D_f = \mathbb{R} - \{0\} \\ D_g = \mathbb{R} \end{cases}$

گزینه «۲»: $f \Leftarrow g$ و f برابر نیستند. $\begin{cases} D_f = \mathbb{R} - \{\frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\} \\ D_g = \mathbb{R} \end{cases}$

گزینه «۳»: $f \Leftarrow g$ و f برابر نیستند. $\begin{cases} D_f = \mathbb{R} - \{0\} \\ D_g = (0, +\infty) \end{cases}$

گزینه «۴»:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{-x} = -1 & x < 0 \\ \frac{x}{x} = 1 & x > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} D_g = \mathbb{R} - \{0\} \\ D_f = \mathbb{R} - \{0\} \end{cases}$$

$f(x) = g(x)$ است.

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x}{x} = 1 & x > 0 \\ \frac{-x}{-x} = 1 & x < 0 \end{cases}$$

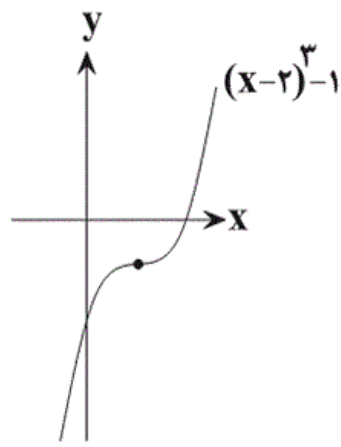
(ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۰، ۵۱ و ۵۶)

۴

۳

۲

۱



همان طور که می بینید نمودار تابع از ناحیه دوم عبور نمی کند.

(ریاضی ۳، صفحه های ۳ تا ۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

۹۶- گزینه «۱»

(جمشید مسینی فراه)

دامنه یک تابع کسری گویا وقتی تمامی اعداد حقیقی است که مخرج کسر فاقد

ریشه باشد، یعنی برای عبارت درجه دوم مخرج باید $\Delta < 0$ باشد، لذا داریم:

$$\Delta < 0 \Rightarrow 4(a+1)^2 - 4(1)(9a-5) < 0 \Rightarrow 4(a^2 + 2a + 1 - 9a + 5) < 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 7a + 6 < 0 \Rightarrow (a-1)(a-6) < 0 \Rightarrow 1 < a < 6$$

(ریاضی ۲، صفحه های ۴۸ تا ۵۰ و ۵۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$(a-b, b), (a-b, a-3) \xrightarrow{\text{شرط تابع بودن}} b = a-3 \quad (1)$$

$$D_f = \{a, a-b, b, a+2\} \xrightarrow{b=a-3} \{a, 3, a-3, a+2\}$$

$$R_f = \{-4b, b, a, b+4\} \xrightarrow{b=a-3} \{-4a+12, a-3, a, a+1\}$$

$$D_f = R_f \Rightarrow \begin{cases} a+1=3 \\ -4a+12=a+2 \end{cases} \Rightarrow a=2 \xrightarrow{(1)} b=-1 \Rightarrow a+b=1$$

دقت کنید که $a+2$ نمی‌تواند با $a+1$ برابر باشد!

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۱)

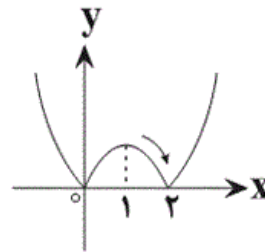
۴

۳

۲

۱

نمودار تابع $y = |x||x-2| = |x^2 - 2x|$ را رسم می‌کنیم:



۴

۳

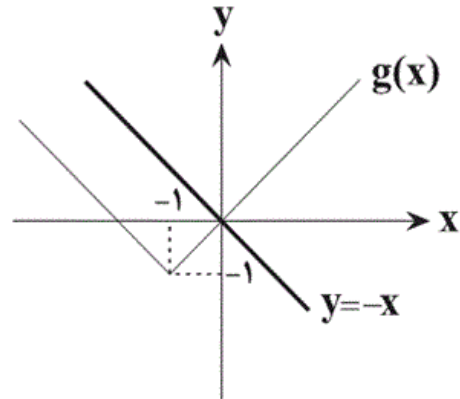
۲

۱

$$f(x) = |x-1| - 4 \Rightarrow g(x) = |x-1+2| - 4 + 3 \Rightarrow g(x) = |x+1| - 1$$

نمودار دو تابع $g(x) = |x+1| - 1$ و نیمساز ربع چهارم یعنی $y = -x$ را رسم

می‌کنیم:



با توجه به نمودار دو تابع، در بازه $(0, +\infty)$ نمودار تابع g بالاتر از نمودار نیمساز ربع چهارم است.

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲

۱

(علی ونکی فراهانی)

در توابع اکیداً صعودی داریم: $x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) > f(x_1)$

$$2 > 1 \Rightarrow f(2) > f(1) \Rightarrow m - 4 > m^2 - 4m \Rightarrow m^2 - 5m + 4 < 0$$

$$\Rightarrow (m-1)(m-4) < 0 \Rightarrow m \in (1, 4)$$

چون m عددی طبیعی است، مقادیر طبیعی $m = 2, 3$ در بازه موردنظر قرار دارد:

$$m \in \mathbb{N} \left\{ \begin{array}{l} m = 2 \Rightarrow f = \{(1, -4), (2, -2), (2, 6), (3, 8)\} \\ \text{در این صورت به دلیل وجود دو زوج مرتب } (2, -2) \\ \text{و } (2, 6) \text{ دیگر } f \text{ تابع نیست. (غیرقابل قبول)} \\ m = 3 \Rightarrow f = \{(1, -3), (2, -1), (3, 6), (3, 8)\} \\ \text{در این صورت به دلیل وجود دو زوج مرتب } (3, 6) \text{ و} \\ (3, 8) \text{ دیگر } f \text{ تابع نیست. (غیرقابل قبول)} \end{array} \right.$$

در نتیجه هیچ مقدار طبیعی برای m وجود ندارد.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴

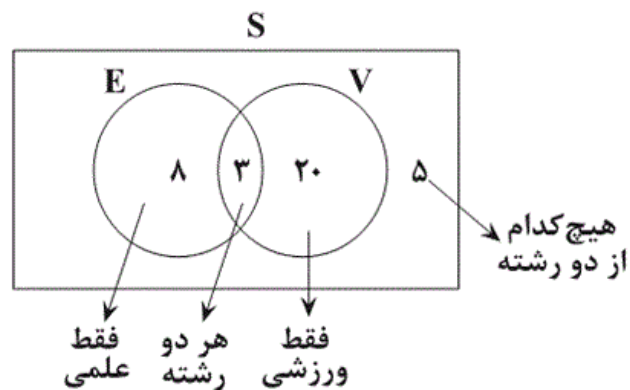
۳

۲

۱ ✓

۱۰۱- گزینه ۳»

(غلامرضا نیازی)



$$\Rightarrow \text{تعداد کل افراد کلاس} = n(S) = 8 + 3 + 20 + 5 = 36$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

۱۰۲- گزینه ۲»

(یغما کلاترینان)

$$a_7 - a_3 = 4d \Rightarrow (2n+1) - n = 4d \Rightarrow 4d = n+1$$

$$a_{13} - a_7 = 6d \Rightarrow (4n-1) - (2n+1) = 6d \Rightarrow 6d = 2n-2$$

$$\begin{cases} 4d = n+1 \\ 6d = 2n-2 \end{cases} \xrightarrow{\frac{4d = n+1}{6d = 2n-2}} d = 2, n = 7, a_1 = 3$$

$$\Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d = 2n+1$$

$$\xrightarrow{n=7} a_7 = 2(7)+1 = 15$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۴

۳

۲

۱

۱۰۳- گزینه ۲»

(یغما کلاترینان)

تعداد دایره‌ها

شکل ۱: 1^2

شکل ۲: $2^2 + 2(1)$

شکل ۳: $3^2 + 2(1+2)$

⋮

می‌دانیم $1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$ است، بنابراین برای شکل n ام خواهیم

داشت: $n^2 + 2(1+2+\dots+(n-1)) = n^2 + 2 \times \frac{(n-1)(n)}{2}$

۴

۳

۲

۱

بررسی گزینه‌ها:

نامتناهی - نامتناهی = $A - (B - C)$: گزینه «۱»

تفاضل دو مجموعه نامتناهی هم می‌تواند نامتناهی باشد و هم متناهی:

نامتناهی = $Z - N$: مثالمتناهی = $W - N$ (نامتناهی - نامتناهی) \cup نامتناهی = $C \cup (A - B)$: گزینه «۲»

براساس بررسی گزینه قبلی این گزینه هم می‌تواند متناهی باشد و هم نامتناهی.

(نامتناهی - متناهی) - نامتناهی = $A - (C - B)$: گزینه «۳»

تفاضل یک مجموعه نامتناهی از یک مجموعه متناهی قطعاً متناهی است و

تفاضل یک مجموعه متناهی از یک مجموعه نامتناهی قطعاً نامتناهی است.

نامتناهی - (متناهی \cap نامتناهی) = $(B \cap C) - A$: گزینه «۴»

اشتراک یک مجموعه متناهی و نامتناهی قطعاً یک مجموعه متناهی است و تفاضل

یک مجموعه نامتناهی از یک مجموعه متناهی قطعاً یک مجموعه متناهی است.

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۲ تا ۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(مدمرجوار مسنی)

$$a_n = mn^2 - mn + 2n^2 - 2 = (m + 2)n^2 - mn - 2$$

دنباله خطی است پس ضریب n^2 باید صفر باشد:

$$m + 2 = 0 \Rightarrow m = -2 \Rightarrow a_n = 2n - 2$$

$$a_n = 46 \Rightarrow 2n - 2 = 46 \Rightarrow 2n = 48 \Rightarrow n = 24$$

بنابراین جمله ۲۴ام برابر ۴۶ است.

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$t_n = t_1 r^{n-1} = t_1$$

پس از ۵ مرحله برخورد با زمین ارتفاع t_6 می‌باشد.

$$t_n = t_1 r^{n-1} \Rightarrow t_6 = t_1 (r)^5 \Rightarrow 0.1 = \frac{t_1}{3^5}$$

$$\Rightarrow t_1 = 0.1 \times 243 = 24.3 \text{ m}$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۲۵ و ۲۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

۱۰۷- گزینه «۱»

(رسول ممسنی منش)

$$\begin{cases} t_5 + t_6 = 21 \Rightarrow t_1 r^4 + t_1 r^5 = 21 \Rightarrow t_1 r^4 (1+r) = 21 \\ t_5 + t_8 = 147 \Rightarrow t_1 r^4 + t_1 r^7 = 147 \Rightarrow t_1 r^4 (1+r^3) = 147 \end{cases}$$

با تقسیم طرفین خواهیم داشت:

$$\frac{t_1 r^4 (1+r^3)}{t_1 r^4 (1+r)} = \frac{147}{21} \Rightarrow r^2 - r + 1 = 7$$

$$\Rightarrow r^2 - r - 6 = 0 \Rightarrow (r-3)(r+2) = 0$$

$$\Rightarrow r = 3, r = -2$$

چون جملات دنباله مثبت است فقط $r = 3$ قابل قبول است. پس:

$$t_1 r^4 + t_1 r^5 = 21 \Rightarrow t_1 (r^4 + r^5) = 21$$

$$\Rightarrow t_1 (81 + 243) = 21 \Rightarrow t_1 = \frac{21}{324} = \frac{7}{108}$$

$$t_3 = t_1 r^2 = \frac{7}{108} \times 9 = \frac{7}{12}$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۲۵ و ۲۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

۱۰۸- گزینه «۳»

(علی ونکی فراهانی)

فرمول عمومی دنباله حسابی به شکل روبه‌رو است:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$a_1 = 1, d = 3$$

در دنباله حسابی a داریم:

$$\left. \begin{aligned} O_{15} &= a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{15} \\ O_{16} &= a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{16} \end{aligned} \right\} \Rightarrow O_{16} - O_{15} = a_{16}$$

۴

۳

۲

۱

۱۰۹- گزینه «۲»

(علی ونکی فراهانی)

$$t_3, 3t_2, t_4$$

$$t_1q^2, 3t_1q, t_1q^3$$

دنباله حسابی $\rightarrow 3t_2 - t_3 = t_4 - 3t_2$

$$\Rightarrow 3t_1q - t_1q^2 = t_1q^3 - 3t_1q$$

$$\Rightarrow t_1q(3 - q) = t_1q(q^2 - 3)$$

$$\Rightarrow q^2 - 3 = 3 - q \Rightarrow q^2 + q - 6 = 0 \Rightarrow (q + 3)(q - 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} q = -3 \\ q = 2 \end{cases} \Rightarrow -6 = \text{حاصل ضرب قدرنسبت‌های ممکن}$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

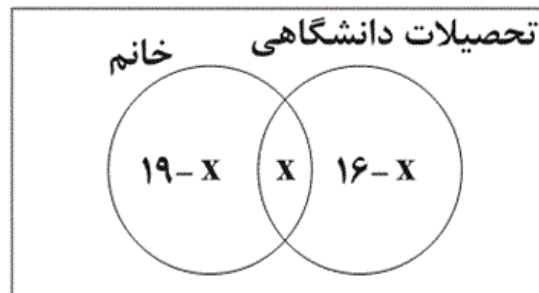
۴

۳

۲

۱

اگر تعداد خانم‌هایی که تحصیلات دانشگاهی دارند را با x نشان دهیم، نمودار ون زیر به دست می‌آید:



با توجه به آن که شرکت ۳۰ کارمند دارد، پس:

$$(19-x) + x + (16-x) \leq 30 \Rightarrow x \geq 5$$

از طرفی واضح است که $x \leq 16$.

طبق نمودار ون تعداد خانم‌هایی که تحصیلات دانشگاهی ندارند برابر با $19-x$

است. پس: $5 \leq x \leq 16 \Rightarrow 3 \leq 19-x \leq 14$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱