



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

حسابان ۱، مجموع جملات دنباله های حسابی و هندسی - ۱۰ سوال -

۶۱- در دنباله حسابی «... ۷, ۱, -۱, -۹»، مجموع ۳۰ جمله اول کدام است؟

- (۱) ۳۲۱۰ (۲) ۳۲۵۰ (۳) ۳۲۹۰ (۴) ۳۳۳۰

۶۲- مجموع تمام اعداد طبیعی دو رقمی مضرب ۴ و ۶ کدام است؟

- (۱) ۴۸۶ (۲) ۴۴۰ (۳) ۳۷۸ (۴) ۴۳۲

۶۳- در دنباله $a_n = -2n + 5$ ، مجموع همه جملات شماره های فرد در ۳۰ جمله ابتدایی کدام است؟

- (۱) -۶۲۵ (۲) -۳۷۵ (۳) -۴۵۰ (۴) -۷۵۰

۶۴- در دنباله ... ۱۷, ۱۳, ۹, ۵, ۱, میانگین سه جمله اول، سه جمله دوم و به همین ترتیب هر سه جمله متوالی بعدی را محاسبه می کنیم و اعداد به دست آمده را پشت سر هم می نویسیم تا دنباله جدیدی حاصل شود. مجموع ده جمله اول دنباله جدید کدام است؟

- (۱) ۵۹۰ (۲) ۱۹۰ (۳) ۲۱۲۰ (۴) ۸۹۰

۶۵- اگر S_n مجموع n جمله اول دنباله حسابی a_n ، $a_5 + a_4 = 30$ و $S_5 - S_6 = 140$ باشد، جمله سوم این دنباله حسابی کدام است؟

- (۱) $\frac{15}{2}$ (۲) $\frac{25}{2}$ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

۶۶- در یک دنباله هندسی، جمله هشتم برابر با $\frac{3}{8}$ و قدرنسبت برابر با ۲ است. مجموع جملات دهم تا نوزدهم کدام است؟

- (۱) $\frac{1523}{2}$ (۲) $\frac{1523}{4}$ (۳) $\frac{3069}{2}$ (۴) $\frac{3069}{4}$

۶۷- در یک دنباله هندسی با جملات متمایز، مجموع n جمله اول -۱ و جمله $(n+1)$ ام برابر با $-\frac{1}{4}$ است. قدرمطلق اختلاف جمله اول و

قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{7}{4}$ (۴) $\frac{9}{4}$

۶۸- در یک دنباله هندسی با جملات متمایز و غیرافزایشی، اگر مجموع ۴ جمله دوم، ۹ برابر مجموع ۴ جمله اول باشد، قدرنسبت دنباله کدام است؟ (جمله اول دنباله مثبت است.)

- (۱) $-\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

۶۹- اگر در یک دنباله هندسی، هر یک از جملات را ۲ برابر کنیم، مجموع ۸ جمله اول دنباله جدید ۱۰ برابر مجموع ۴ جمله اول دنباله قبلی خواهد شد. قدرنسبت دنباله جدید کدام است؟

- (۱) $\pm\sqrt{2}$ (۲) فقط $\sqrt{2}$ (۳) $\pm 2\sqrt{3}$ (۴) فقط $2\sqrt{2}$

۷۰- طول ضلع مربعی ۱ متر است. ابتدا نیمی از مساحت آن را رنگ می‌کنیم و سپس نیمی از مساحت باقی‌مانده را رنگ می‌کنیم. به همین ترتیب در هر مرحله نیمی از مساحت باقی‌مانده از مرحله قبل را رنگ می‌کنیم. دست‌کم پس از چند مرحله رنگ‌آمیزی، حداقل ۹۸ درصد سطح مربع رنگ شده است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

حسابان ۱، معادلات درجه دوم - ۱۰ سوال -

۷۱- کدام معادله زیر دارای جواب‌های $3 + \sqrt{5}$ و $\frac{4}{3 + \sqrt{5}}$ است؟

- (۱) $x^2 - 4x - 6 = 0$ (۲) $x^2 - 6x + 4 = 0$
 (۳) $x^2 + 4x - 6 = 0$ (۴) $x^2 - 6x - 4 = 0$

۷۲- در مستطیلی به مساحت $\frac{6}{5}$ و محیط $\frac{10}{5}$ ، اختلاف اندازه طول و عرض کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{25}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{1}{75}$

۷۳- در معادله درجه دوم $mx^2 - (3m+1)x + 4 = 0$ ، اگر مجموع معکوس ریشه‌ها $\frac{7}{4}$ باشد، قدرمطلق اختلاف ریشه‌ها کدام است؟

- (۱) $\sqrt{15}$ (۲) $\sqrt{17}$ (۳) $\frac{\sqrt{15}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{17}}{2}$

۷۴- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - x - 1 = 0$ باشند، حاصل عبارت $(\alpha + \frac{1}{\alpha-1})^2 + (\beta + \frac{1}{\beta-1})^2$ کدام است؟

- (۱) $4\sqrt{5}$ (۲) $4 + 4\sqrt{5}$ (۳) ۸ (۴) ۱۲

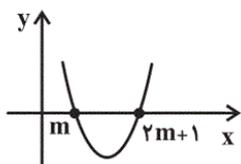
۷۵- اگر ریشه‌های معادله $kx^2 + mx + 1 = 0$ مربع ریشه‌های معادله $2x^2 - 6x + 1 = 0$ باشند، مقدار $k + m$ کدام است؟

- (۱) -۳۶ (۲) -۳۲ (۳) -۲۸ (۴) -۲۴

۷۶- معادله $(x-2)^2(x-3)^2 + 6(x-4)(x-1) + 12 = 0$ چند ریشه مثبت دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۷۷- اگر نمودار $y = 2x^2 + bx + 6$ به صورت مقابل باشد، مقدار b کدام است؟

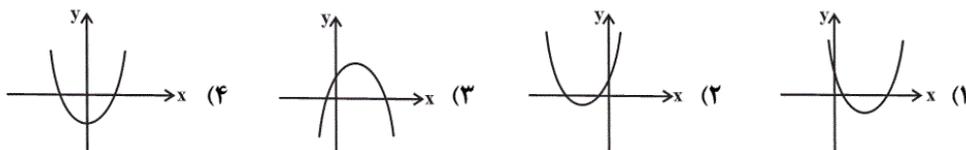


- (۱) ۴
- (۲) -۴
- (۳) ۸
- (۴) -۸

۷۸- اگر یکی از صفرهای تابع $f(x) = 2x^3 + kx^2 + 25x - 3$ برابر با ۳ باشد، مجموع صفرهای دیگر این تابع کدام است؟

- (۱) -۲
- (۲) ۲
- (۳) -۴
- (۴) ۴

۷۹- اگر در سهمی $y = ax^2 + bx + c$ ، ضرایب a ، b و c هر سه مثبت باشند، در این صورت کدام گزینه می‌تواند نمودار این سهمی باشد؟

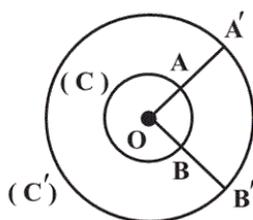


۸۰- اگر α و β ریشه‌های معادله $2x^2 - 7x + 1 = 0$ باشند، حاصل $2\alpha^2 + 7\beta$ کدام است؟

- (۱) ۲۳
- (۲) $\frac{47}{2}$
- (۳) معادله ریشه ندارد.
- (۴) $\frac{23}{2}$

هندسه ۲، مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره - ۱۰ سوال

۸۱- مطابق شکل زیر، دو دایره $C(O, 1)$ و $C'(O, 3)$ مفروض‌اند. اگر مساحت قطاع OAB برابر یک واحد مربع باشد، آن‌گاه طول



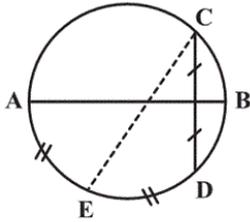
کمان $\widehat{A'B'}$ چند واحد است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۶
- (۴) ۱۲

۸۲- در دایره $C(O, R)$ ، طول کمان \widehat{AB} برابر 2π و مساحت قطاع OAB برابر 6π است. فاصله نقطه O از وتر AB چقدر است؟

- (۱) ۲
- (۲) $2\sqrt{3}$
- (۳) ۳
- (۴) $3\sqrt{3}$

۸۳- در دایره شکل زیر، قطر AB از وسط وتر CD می‌گذرد. اگر کمان‌های \widehat{AE} و \widehat{ED} برابر باشند، آن‌گاه نقطه برخورد پاره‌خط‌های AB



و CE همواره کدام‌یک از نقاط زیر است؟

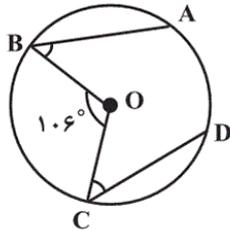
(۱) نقطه همرسی میان‌های مثلث ACD

(۲) نقطه همرسی ارتفاع‌های مثلث ACD

(۳) نقطه همرسی نیمسازهای زوایای داخلی مثلث ACD

(۴) نقطه همرسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث ACD

۸۴- در شکل زیر، اگر $\hat{B} = 32^\circ$ و $\hat{C} = 28^\circ$ باشد، آن‌گاه اندازه کمان \widehat{AD} چند درجه است؟ (O مرکز دایره است).



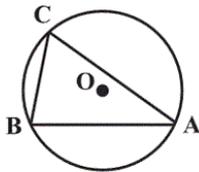
(۱) ۳۲

(۲) ۳۰

(۳) ۲۴

(۴) ۱۴

۸۵- در شکل زیر $\hat{BAC} = 40^\circ$ و $AB = AC$ است. اگر O مرکز دایره باشد، آن‌گاه زاویه \hat{OBA} چند درجه است؟



(۱) ۱۰

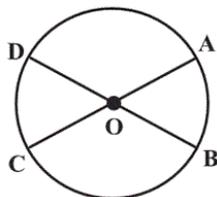
(۲) ۲۰

(۳) ۳۰

(۴) ۴۰

۸۶- در شکل زیر، طول دو کمان \widehat{ADC} و \widehat{BAD} برابر است. چهار رأس A, B, C, D همواره چه نوع چهارضلعی‌ای را تشکیل می‌دهند؟

(O مرکز دایره نیست.)



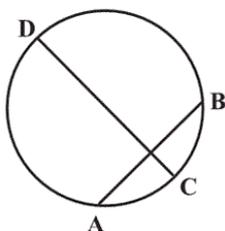
(۱) مستطیل

(۲) متوازی‌الاضلاع

(۳) لوزی

(۴) دوزنقه متساوی‌الساقین

۸۷- در شکل زیر، وتر CD از وسط وتر و کمان AB عبور می‌کند. اگر $\widehat{AD} = 5\widehat{BC}$ باشد، اندازه زاویه \hat{ADC} چند درجه است؟



(۱) ۱۵

(۲) ۳۰

(۳) ۶۰

(۴) ۷۵

۸۸- نقطه A و دایره C (O, ۱) مفروض‌اند. اگر تمام خطوط گذرنده از A با دایره در دو نقطه اشتراک داشته باشند و $OA = 3 - x$ باشد،

آن‌گاه برای x چند مقدار طبیعی وجود دارد؟

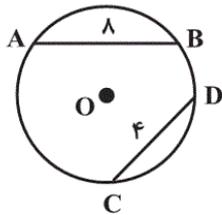
- (۱) هیچ
(۲) یک
(۳) دو
(۴) سه

۸۹- مرکز دایره C(O, ۴) از خطوط موازی d_1 و d_2 به ترتیب به فاصله ۱۴ و ۶ قرار دارد. چند نقطه روی محیط این دایره وجود دارد،

به طوری که فاصله آن از d_1 و d_2 برابر باشد؟ (دایره C در بین دو خط d_1 و d_2 قرار دارد).

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) نمی‌توان تعیین کرد

۹۰- در شکل زیر اگر فاصله مرکز دایره از وتر AB برابر ۳ واحد باشد، فاصله آن تا وتر CD کدام است؟



- (۱) $\sqrt{21}$
(۲) $\sqrt{5}$
(۳) ۶
(۴) $\sqrt{29}$

آمار و احتمال، آشنایی با منطق ریاضی - ۱۰ سوال

۹۱- چه تعداد از جمله‌های زیر گزاره محسوب نمی‌شود؟

- الف) چه هوای خوبی
ب) لطفاً در کلاس را ببندید.
پ) ای کاش می‌توانستم در یک هوای سالم زندگی کنم.
ت) صدمین رقم بعد از ممیز عدد π برابر با ۳ است.

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۹۲- گزاره $(p \Rightarrow q) \wedge (\sim p \Rightarrow q)$ هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟

- (۱) p
(۲) q
(۳) $\sim p$
(۴) $\sim q$

۹۳- اگر دامنه متغیر گزاره‌نماهای زیر، مجموعه اعداد طبیعی باشد، آن‌گاه مجموعه جواب کدام گزاره‌نما تهی است؟

- (۱) $n^2 - 8n + 15 < 0$
(۲) $2^n < n^2$
(۳) $(n+1)! < 2^n$
(۴) $n + \frac{1}{n} \leq 2$

- ۹۴- کدام یک از گزاره‌های زیر با گزاره «اگر یک چهارضلعی دوزنقه متساوی الساقین باشد، قطرهای آن هم اندازه هستند.» هم‌ارز است؟
- (۱) اگر در یک چهارضلعی قطرها هم‌اندازه نباشند، آن چهارضلعی دوزنقه متساوی الساقین نیست.
 - (۲) اگر در یک چهارضلعی قطرها هم‌اندازه باشند، آن چهارضلعی دوزنقه متساوی الساقین است.
 - (۳) اگر چهارضلعی دوزنقه متساوی الساقین نباشد، آن گاه قطرهای آن هم‌اندازه نیستند.
 - (۴) یک چهارضلعی دوزنقه متساوی الساقین است اگر و تنها اگر قطرهای آن هم‌اندازه باشند.

۹۵- ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر همیشه درست است؟

- (۱) $(p \vee q) \Rightarrow p$ (۲) $p \wedge (p \Rightarrow q)$
 (۳) $p \vee (q \Rightarrow p)$ (۴) $p \Rightarrow (p \vee q)$

۹۶- اگر ارزش گزاره $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \sim p)$ درست باشد، کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

- (۱) $\sim q \Rightarrow \sim p$ (۲) $p \wedge q$ (۳) $\sim p \wedge q$ (۴) $q \Rightarrow p$

۹۷- کدام گزاره با گزاره $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$ معادل است؟

- (۱) $p \Rightarrow (q \vee r)$ (۲) $q \Rightarrow (p \vee r)$ (۳) $(p \wedge q) \Rightarrow r$ (۴) $(p \vee r) \Rightarrow q$

۹۸- اگر ارزش گزاره $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow \sim p)]$ درست و ارزش گزاره $[(p \Rightarrow \sim q) \wedge (p \vee q)]$ نادرست باشد، آن گاه کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

- (۱) $\sim p \wedge q$ (۲) $\sim p \Rightarrow \sim q$ (۳) $q \vee p$ (۴) $\sim q \Rightarrow p$

۹۹- از درستی گزاره‌های $s \Rightarrow r$ ، $t \vee \sim s$ ، $\sim t \vee u$ ، $\sim u$ و $\sim p \Rightarrow r$ ، درستی کدام گزاره نتیجه می‌شود؟

- (۱) p (۲) t (۳) r (۴) s

۱۰۰- کدام یک از هم‌ارزی‌های منطقی زیر درست است؟

- (۱) $p \Rightarrow q \equiv \sim p \Rightarrow \sim q$
 (۲) $\sim (p \Rightarrow \sim q) \equiv \sim p \wedge q$
 (۳) $\sim (p \Leftrightarrow q) \equiv (\sim (p \Rightarrow q) \wedge \sim (q \Rightarrow p))$
 (۴) $\sim (\sim p \Rightarrow \sim q) \equiv \sim p \wedge q$

آمار و احتمال - گواه، آشنایی با منطق ریاضی - ۱۰ سوال -

۱۰۱- اگر مجموعه اعداد اول، دامنه متغیر گزاره‌نماهای زیر باشد، آن گاه مجموعه جواب کدام گزاره‌نما، تهی است؟

- (۱) x مضرب ۳ است. (۲) x کوچک‌تر از ۱۰ است.
 (۳) x عددی دو رقمی و مضرب ۵ است. (۴) x عددی صحیح است.

۱۰۲- به ازای کدام مقدار x گزاره‌نمای «در پرتاب یک تاس، احتمال آن که عددی بزرگ‌تر از x رو شود، برابر $\frac{1}{3}$ است.» به گزاره‌ای درست تبدیل

می‌شود؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۰۳- با توجه به جدول ارزش درستی گزاره‌های زیر، به جای (الف) و (ب)، کدام ارزش درستی به ترتیب از راست به چپ باید قرار داده شود؟

p	q	r	$q \vee r$	$p \wedge r$
د	د	(الف)	د	ن
ن	ن	(ب)	د	ن

(۴) د-ن

(۳) د-د

(۲) ن-ن

(۱) ن-د

۱۰۴- اگر p ، q و r سه گزاره باشند به طوری که ارزش گزاره $p \vee q$ درست و ارزش گزاره $p \wedge r$ نادرست باشد، آن‌گاه کدام حالت برای ارزش گزاره‌های p ، q و r به ترتیب از راست به چپ امکان‌پذیر نیست؟

(۴) ن-د-د

(۳) ن-د-ن

(۲) د-ن-د

(۱) د-د-د

۱۰۵- ارزش گزاره $(p \wedge r) \vee (q \wedge r) \vee [\sim p \wedge (\sim q \wedge r)]$ معادل ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر است؟

(۴) $\sim r$

(۳) $p \wedge q$

(۲) $p \vee q$

(۱) r

۱۰۶- گزاره «اگر a مقسوم‌علیه b باشد، آن‌گاه a مقسوم‌علیه c است.» هم‌ارز کدام گزاره است؟

(۱) اگر a مقسوم‌علیه c نباشد، آن‌گاه a مقسوم‌علیه b است.

(۲) اگر a مقسوم‌علیه c نباشد، آن‌گاه a مقسوم‌علیه b نیست.

(۳) اگر a مقسوم‌علیه c باشد، آن‌گاه a مقسوم‌علیه b است.

(۴) اگر a مقسوم‌علیه c باشد، آن‌گاه a مقسوم‌علیه b نیست.

۱۰۷- اگر گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ نادرست باشد، آن‌گاه کدام زوج از گزاره‌های زیر ارزش یکسان دارند؟

(۲) $\sim p \wedge q$ و $\sim q \vee \sim p$

(۱) $\sim q \Rightarrow \sim p$ و $q \Rightarrow p$

(۴) $\sim p \wedge \sim q$ و $\sim p \Rightarrow q$

(۳) $\sim p \vee q$ و $p \wedge q$

۱۰۸- کدام یک از گزاره‌های زیر همیشه درست است؟

(۲) $(\sim p \Rightarrow p) \Rightarrow (q \wedge \sim q)$

(۱) $(\sim p \vee q) \Rightarrow (p \wedge \sim p)$

(۴) $(p \vee q \vee r) \Rightarrow (\sim p \vee q \vee r)$

(۳) $[(\sim p \vee p) \Rightarrow (q \wedge \sim q)] \Rightarrow r$

۱۰۹- اگر گزاره‌های شرطی $p \Rightarrow \sim q$ ، $q \Rightarrow r$ و $\sim r \Rightarrow p$ به ترتیب درست، درست و نادرست باشند، آن‌گاه ارزش گزاره‌های p ، q و r چگونه است؟

(۲) p و q نادرست هستند و r درست است.

(۱) هر سه نادرست هستند.

(۴) p و r نادرست هستند و q درست است.

(۳) هر سه درست هستند.

۱۱۰- اگر p درست و q نادرست باشد، ارزش گزاره $(p \vee r) \Leftrightarrow (q \wedge r)$ چگونه است؟

(۲) همواره نادرست

(۱) همواره درست

(۴) معادل ارزش گزاره $\sim r$

(۳) معادل ارزش گزاره r

۶۱-

(علی شهبازی)

قدرنسبت را حساب می‌کنیم:

$$d = a_2 - a_1 = -1 - (-9) = 8$$

حال با داشتن $a_1 = -9$ ، $d = 8$ و $n = 30$ ، مقدار S_n را به دست می‌آوریم:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow S_{30} = \frac{30}{2}(2(-9) + 29(8))$$

$$= 15(-18 + 232) = 15 \times 214 = 3210$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

۶۲-

(پدرام نیکوکار)

دنباله اعداد طبیعی دو رقمی که هم مضرب ۴ و هم مضرب ۶ باشند، به صورت زیر است:

$$12, 24, 36, \dots, 96$$

تعداد جملات این دنباله برابر است با:

$$n = \frac{96 - 12}{12} + 1 = 8$$

$$\xrightarrow{\text{مجموع ۸ جمله}} S = \frac{8}{2}(12 + 96) = 4(108) = 432$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۶۳

(پدر، ۳۱ نیکوکار)

دنباله $\{a_n\}$ یک دنباله حسابی می‌باشد که جمله اول آن $a_1 = 3$ و جمله بیست و نهم آن $a_{29} = -53$ است. تعداد جملات شماره‌های فرد $n = 15$ است. در نتیجه داریم:

$$S = \frac{15}{2}(a_1 + a_{29}) = \frac{15}{2}(3 - 53) = \frac{15}{2}(-50) = -375$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴

۳

۲

۱

-۶۴

(امیرحسین افشار)

با توجه به ویژگی خاص جملات متوالی دنباله حسابی، می‌توان فهمید که میانگین هر سه جمله متوالی، جمله وسطی آن سه جمله است:

$$\begin{array}{ccccccc} 1, & 5, & 9, & 13, & 17, & 21, & \dots \\ \downarrow & & & \downarrow & & & \\ 5, & & & 17, & & & \dots \end{array}$$

بنابراین دنباله‌ای حسابی با قدرنسبت $d = 12$ و جمله اول ۵ داریم.

$$\Rightarrow S_{10} = \frac{10}{2}(2 \times 5 + (10-1) \times 12) = 5(10 + 9 \times 12) = 590$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴

۳

۲

۱

-۶۵

(امیرغلامی)

$$\begin{cases} a_5 + a_6 = 30 \\ S_{10} - S_6 = 140 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 4d + a_1 + 3d = 30 \\ \frac{10}{2}(2a_1 + 9d) - \frac{6}{2}(2a_1 + 5d) = 140 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + 7d = 30 \\ 4a_1 + 30d = 140 \end{cases} \Rightarrow a_1 = -\frac{5}{2}, d = 5 \Rightarrow a_7 = a_1 + 2d = \frac{15}{2}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴

۳

۲

۱

جمله دهم را حساب می‌کنیم:

$$a_{10} = a_8 \times q^2 = \frac{3}{8} \times 2^2 = \frac{3}{2}$$

جملات دهم تا نوزدهم خودشان یک دنباله هندسی ۱۰ جمله‌ای با جمله اول $\frac{3}{2}$ و قدرنسبت ۲ را تشکیل می‌دهند. مجموعشان را حساب می‌کنیم:

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} \Rightarrow S_{10} = \frac{\frac{3}{2}(2^{10} - 1)}{2 - 1} = \frac{3}{2} \times 1023 = \frac{3069}{2}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(میثم بهرامی بویا)

$$a_{n+1} = aq^{(n+1)-1} = aq^n = -\frac{1}{4}$$

$$S_n = \frac{aq^n - a}{q - 1} \Rightarrow \frac{-\frac{1}{4} - a}{q - 1} = -1$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{4} - a = 1 - q \Rightarrow q - a = \frac{5}{4}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(میلاد سجادری لاریبانی)

$$\frac{\underbrace{S_{\lambda} - S_{\phi}}_{\text{مجموع ۴ جمله دوم}}}{\underbrace{S_{\phi}}_{\text{مجموع ۴ جمله اول}}} = 10 \Rightarrow S_{\lambda} - S_{\phi} = 9S_{\phi} \Rightarrow S_{\lambda} = 10S_{\phi} \Rightarrow \frac{S_{\lambda}}{S_{\phi}} = 10$$

$$\frac{a_1(1-q^{\lambda})}{1-q} = 10 \Rightarrow 1+q^{\phi} = 10 \Rightarrow q^{\phi} = 9 \Rightarrow q^2 = 3$$

$$\Rightarrow q = \pm\sqrt{3} \xrightarrow{\text{جمله‌های دنباله غیرافزایشی}} q = -\sqrt{3}$$

نکته:

$$\frac{S_{2n}}{S_n} = 1+q^n \Rightarrow \frac{S_{\lambda}}{S_{\phi}} = 1+q^{\phi}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

(پوپک اسلامبولچی مقدم)

با دو برابر کردن جملات یک دنباله هندسی، یک دنباله هندسی جدید به وجود می‌آید که جمله اول دو برابر می‌شود و قدرنسبت تغییری نمی‌کند.

قدیم $2a =$ جدید a

$$\frac{S'_{\lambda}}{S_{\phi}} = \frac{\frac{a'(1-q^{\lambda})}{1-q}}{\frac{a(1-q^{\phi})}{1-q}} \Rightarrow \frac{S'_{\lambda}}{S_{\phi}} = \frac{2a(1-q^{\lambda})}{a(1-q^{\phi})}$$

$$\Rightarrow \frac{S'_{\lambda}}{S_{\phi}} = 2(1+q^{\phi}) = 10 \Rightarrow 1+q^{\phi} = 5 \Rightarrow q^{\phi} = 4 \Rightarrow q = \pm\sqrt{2}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

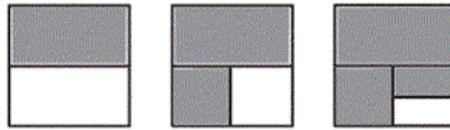
۴

۳

۲

۱ ✓

(علی کردی)



$$S_1 = \frac{1}{2}, \quad S_2 = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2, \quad S_3 = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3, \quad \dots$$

$$S_n = \frac{\frac{1}{2}(1 - (\frac{1}{2})^n)}{1 - \frac{1}{2}} \geq \frac{98}{100} \Rightarrow 1 - (\frac{1}{2})^n \geq \frac{98}{100}$$

$$\Rightarrow (\frac{1}{2})^n \leq \frac{1}{50} \Rightarrow 2^n \geq 50 \Rightarrow n \geq 6$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

۴

۳✓

۲

۱

(امیر غلامی)

$$\frac{4}{3 + \sqrt{5}} \times \frac{3 - \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} = \frac{4(3 - \sqrt{5})}{4} = 3 - \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} S = (3 - \sqrt{5}) + (3 + \sqrt{5}) = 6 & \Rightarrow x^2 - Sx + P = 0 \\ P = (3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5}) = 4 & \Rightarrow x^2 - 6x + 4 = 0 \end{cases}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۴

۳

۲✓

۱

$$\text{عرض} - \text{طول} = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{(\frac{21}{4})^2 - 4(1)(\frac{13}{2})}}{1}$$

$$= \sqrt{\frac{441}{16} - 26} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4} = 1/25$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۴

۳

۲✓

۱

مجموع معکوس ریشه‌ها $\frac{7}{4}$ است، پس:

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{7}{4} \Rightarrow \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} = \frac{7}{4} \Rightarrow \frac{-b}{\frac{c}{a}} = \frac{7}{4} \Rightarrow \frac{-b}{c} = \frac{7}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{3m+1}{4} = \frac{7}{4} \Rightarrow 3m+1=7 \Rightarrow m=2$$

با جای گذاری $m=2$ ، معادله به شکل $2x^2 - 7x + 4 = 0$ درمی‌آید.
اختلاف ریشه‌ها را حساب می‌کنیم:

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{17}}{2}$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow x^2 - x = 1 \Rightarrow x(x-1) = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{x-1}$$

با جای گذاری α و β در تساوی آخر داریم:

$$\begin{cases} \frac{1}{\alpha-1} = \alpha \\ \frac{1}{\beta-1} = \beta \end{cases}, \quad \begin{cases} S = 1 \\ P = -1 \end{cases}$$

$$\text{عبارت صورت سؤال} = (2\alpha)^2 + (2\beta)^2 = 4(\alpha^2 + \beta^2)$$

$$= 4(S^2 - 2P) = 4(1 + 2) = 12$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$S' = \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3^2 - 2\left(\frac{1}{2}\right) = 8$$

$$P' = \alpha^2\beta^2 = (\alpha\beta)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

پس معادله جدید به صورت زیر است:

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - 8x + \frac{1}{4} = 0$$

با ضرب طرفین تساوی در عدد 4 داریم:

$$4x^2 - 32x + 1 = 0$$

\downarrow \downarrow
 k m

$$\Rightarrow k + m = 4 + (-32) = -28$$

(مسئله 1 - صفحه‌های 7 تا 13)

4

3 ✓

2

1

-۷۶

(میثم بهرامی بویا)

$$(x^2 - 5x + 6)^2 + 6(x^2 - 5x + 4) + 12 = 0$$

$$x^2 - 5x + 4 = t$$

$$\Rightarrow (t+2)^2 + 6(t) + 12 = 0 \Rightarrow t^2 + 10t + 16 = 0 \Rightarrow (t+2)(t+8) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t+2=0 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \text{ دو ریشه مثبت دارد;} \\ t+8=0 \Rightarrow x^2 - 5x + 12 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \text{ ریشه ندارد;} \end{cases}$$

پس در کل دو ریشه مثبت دارد.

(مسئله 1 - صفحه‌های 7 تا 13)

4

3 ✓

2

1

۲ ریشه معادله به صورت m و $2m+1$ می‌باشند:

$$P = (m)(2m+1) = \frac{6}{2} \Rightarrow 2m^2 + m = 3$$

$$\Rightarrow 2m^2 + m - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} m = 1 \\ m = -\frac{3}{2} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{با توجه به این که } m > 0 \text{ می‌باشد}} m = 1$$

ریشه‌ها ۱ و ۳ می‌باشند و مجموع ۲ ریشه $-\frac{b}{a}$ ، در نتیجه:

$$-\frac{b}{2} = 4 \Rightarrow b = -8$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\Rightarrow 54 + 9k + 75 - 3 = 0 \Rightarrow 9k = -126 \Rightarrow k = -14$$

با جای گذاری $k = -14$ ، $f(x)$ را بر $x-3$ تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 14x^2 + 25x - 3 \quad | \quad x-3 \\ \underline{-2x^3 + 6x^2} \quad 2x^2 - 8x + 1 \\ \underline{-8x^2 + 25x - 3} \\ \underline{8x^2 - 24x} \\ -x + 3 \\ \underline{-x + 3} \\ 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow f(x) = (x-3)(2x^2 - 8x + 1)$$

دو صفر دیگر تابع f ، جواب‌های معادله $2x^2 - 8x + 1 = 0$ هستند. مجموع‌شان را حساب می‌کنیم:

$$S = \frac{-b}{a} = \frac{8}{2} = 4$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

(سینا ممبرپور)

با توجه به این که $a > 0$ می‌باشد، بنابراین دهانه سهمی باید رو به بالا باشد. لذا گزینه «۳» رد می‌شود.

از طرفی با توجه به این که $c > 0$ ، پس نقطه برخورد سهمی با محور y ها بالاتر از مبدأ مختصات قرار دارد. بنابراین گزینه «۴» نیز رد می‌شود.

حال بنا بر فرض مسئله نتیجه می‌گیریم $\frac{-b}{a} < 0$ است. لذا حاصل جمع

ریشه‌ها (در صورت وجود) باید مقداری منفی باشد. پس گزینه «۱» نیز رد می‌شود و نمودار گزینه «۲» می‌تواند نمودار سهمی مورد نظر باشد.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

(امیرحسین افشار)

ریشه معادله در خود معادله صدق می‌کند.

$$x = \alpha \rightarrow 2x^2 - 7x + 1 = 0 \rightarrow 2\alpha^2 - 7\alpha + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 2\alpha^2 = 7\alpha - 1 \quad (*)$$

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{-7}{2} = \frac{7}{2}$$

$$2\alpha^2 + 7\beta \stackrel{(*)}{=} 7\alpha - 1 + 7\beta = 7\alpha + 7\beta - 1 = 7(\underbrace{\alpha + \beta}_S) - 1$$

$$= 7 \times \left(\frac{7}{2}\right) - 1 = \frac{49}{2} - 1 = \frac{49 - 2}{2} = \frac{47}{2}$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

اگر مساحت قطاع OAB را با S ، طول کمان $\widehat{A'B'}$ را با L و زاویه \widehat{AOB} را با α نمایش دهیم، آن گاه داریم:

$$S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360} = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{360}{\pi R^2} \xrightarrow{R=1} \alpha = \frac{360}{\pi}$$

$$L = \frac{\pi R' \left(\frac{360}{\pi}\right)}{180} = 2R' = 2 \times 3 = 6$$

نکته: در این دو دایره اندازه کمان‌های \widehat{AB} و $\widehat{A'B'}$ برابر است ولی طول کمان‌های AB و $A'B'$ برابر نیست.

(هندسه ۲ - صفحه ۱۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

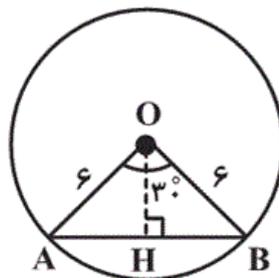
با توجه به روابط $S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360}$ و $L = \frac{\pi R \alpha}{180}$ داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} L = \frac{\pi R \alpha}{180} = 2\pi \\ S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360} = 6\pi \end{array} \right. \Rightarrow \frac{S}{L} = \frac{R}{2} = 3 \Rightarrow R = 6$$

$$L = \frac{\pi \times 6 \times \alpha}{180} = 2\pi \Rightarrow \alpha = \frac{360}{6} = 60^\circ$$

پس مثلث OAB متساوی‌الاضلاع و فاصله O از وتر AB ، برابر ارتفاع مثلث OAB است، بنابراین:

$$OH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{R\sqrt{3}}{2} = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$



(هندسه ۲ - صفحه ۱۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$AB \perp CD \Rightarrow \widehat{BC} = \widehat{BD} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2$$

$$\widehat{AE} = \widehat{ED} \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{C}_2$$

یعنی AB و CE نیمساز زوایای داخلی A و C در مثلث ACD هستند

و نقطه تلاقی آنها، همان نقطه همرسی نیمسازهای زوایای داخلی Δ ACD است.

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴

۳ ✓

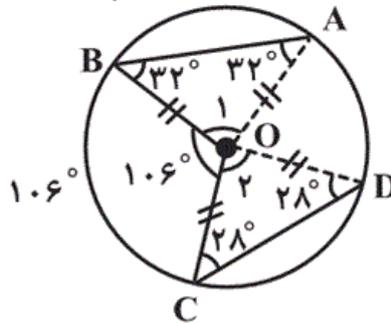
۲

۱

۸۴-

(میثم بهرامی پویا)

مثلث‌های OAB و OCD متساوی‌الساقین هستند، بنابراین داریم:



$$\hat{O}_1 = 180^\circ - 2 \times 32^\circ = 116^\circ \Rightarrow \widehat{AB} = 116^\circ$$

$$\hat{O}_2 = 180^\circ - 2 \times 28^\circ = 124^\circ \Rightarrow \widehat{CD} = 124^\circ$$

$$\widehat{BOC} = 106^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 106^\circ$$

$$\widehat{AD} = 360^\circ - (106^\circ + 116^\circ + 124^\circ) = 14^\circ$$

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

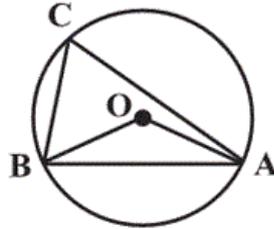
$$\widehat{BC} = \widehat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2} = 40^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 80^\circ$$

(زاویه محاطی)

وترهای AB و AC برابر یکدیگرند، پس کمان‌های نظیر آن‌ها نیز برابرند و داریم:

$$\widehat{AB} = \widehat{AC} = \frac{360^\circ - 80^\circ}{2} = 140^\circ \Rightarrow \widehat{BOA} = 140^\circ$$

$$\Delta OAB : OA = OB = R \Rightarrow \widehat{OBA} = \widehat{OAB} = \frac{180^\circ - 140^\circ}{2} = 20^\circ$$



(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۴

۳

۲✓

۱

$$\widehat{ADC} = \widehat{BAD} \Rightarrow \widehat{AD} + \widehat{CD} = \widehat{AB} + \widehat{AD} \Rightarrow \widehat{CD} = \widehat{AB}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{C}_1 = \frac{\widehat{AB}}{2} \text{ (زاویه محاطی)} \\ \widehat{A}_1 = \frac{\widehat{CD}}{2} \text{ (زاویه محاطی)} \end{array} \right. \xrightarrow{\widehat{AB} = \widehat{CD}} \widehat{A}_1 = \widehat{C}_1$$

عکس قضیه خطوط موازی و مورب

$$\rightarrow AD \parallel BC$$

پس چهارضلعی ABCD دوزنقه است و چون $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ است پس $AB = CD$ و چهارضلعی ABCD دوزنقه متساوی الساقین است.

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

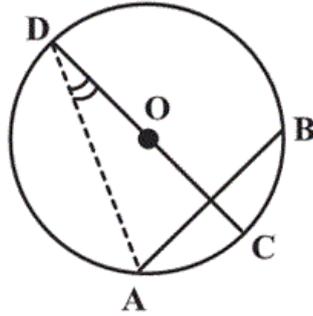
۴✓

۳

۲

۱

طبق فعالیت صفحه ۱۳ کتاب درسی، اگر قطری از دایره، کمانی از دایره را نصف کند، آن گاه بر وتر نظیر آن کمان عمود است و آن را نصف می‌کند، بنابراین وتری از دایره که از وسط یک کمان و وتر نظیر آن کمان می‌گذرد، در واقع قطر دایره است. پس وتر CD قطر دایره است. در نتیجه داریم:



$$\widehat{AD} = 5\widehat{BC} \xrightarrow{\widehat{BC} = \widehat{AC}} \widehat{AD} = 5\widehat{AC} \quad (*)$$

$$\widehat{CD} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{AD} + \widehat{AC} = 180^\circ$$

$$\xrightarrow{(*)} 6\widehat{AC} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{AC} = 30^\circ$$

$$\widehat{ADC} = \frac{\widehat{AC}}{2} = 15^\circ \quad (\text{زاویه محاطی})$$

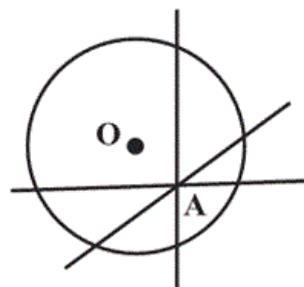
(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴)

۴

۳

۲

۱✓



اگر نقطه A درون دایره باشد، تمام خطوط گذرنده از A با دایره در دو نقطه متقاطع هستند، پس باید شرط $0 \leq OA < R$ برقرار باشد، بنابراین:

$$0 \leq 3 - x < 1 \Rightarrow -3 \leq -x < -2 \Rightarrow 2 < x \leq 3$$

تنها مقدار ۳ برای x قابل قبول است. (تنها مقدار طبیعی در این بازه)

(برای حالت‌هایی که نقطه A روی دایره و یا خارج دایره باشد، خطی پیدا می‌شود که در دو نقطه با دایره متقاطع نباشد.)

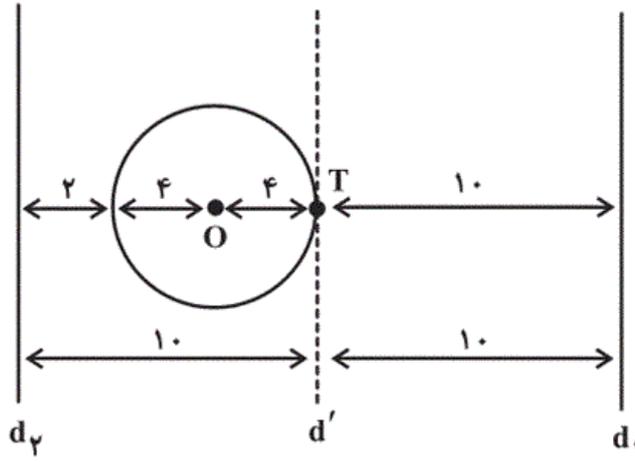
۴

۳

۲✓

۱

کافی است با رسم شکل وضعیت خطوط و دایره را مشخص کنیم:



نقاطی که فاصله آنها از دو خط d_2 و d_1 برابر است، روی خطی موازی با d_2 و d_1 و دقیقاً وسط این دو خط (خط d' در شکل) قرار دارند. مطابق شکل فاصله خط d' از مرکز دایره (نقطه O) برابر ۴ واحد است که دقیقاً برابر طول شعاع دایره است، پس خط d' در یک نقطه بر این دایره مماس است، یعنی تنها یک نقطه روی محیط این دایره وجود دارد که فاصله اش از خطوط d_2 و d_1 برابر باشد.

(هندسه ۲- صفحه های ۱۰ و ۱۱)

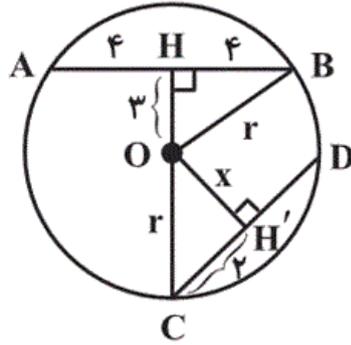
۴

۳

۲

۱

هرگاه از مرکز دایره بر وتری از آن دایره، عمود رسم کنیم، پاره خط عمود، وتر را نصف می‌کند:



$$AH = HB = 4$$

$$\Delta OHB : OB^2 = OH^2 + BH^2 \Rightarrow r^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Rightarrow r = 5$$

$$\Delta OH'C : OC^2 = OH'^2 + CH'^2$$

$$\Rightarrow 25 = x^2 + 4 \Rightarrow x^2 = 21$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{21}$$

(هندسه ۲ - صفحه ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

الف) ابراز احساسات است، پس گزاره محسوب نمی‌شود.

ب) جمله امری است، پس گزاره محسوب نمی‌شود.

پ) ابراز احساسات است، پس گزاره محسوب نمی‌شود.

ت) گزاره است چون یک جمله خبری است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲ تا ۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

مطابق جدول ارزش گزاره‌ها واضح است که گزاره مورد نظر، هم‌ارز منطقی با گزاره q است.

p	q	$\sim p$	$p \Rightarrow q$
د	د	ن	د
د	ن	ن	ن
ن	د	د	د
ن	ن	د	د

$\sim p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge (\sim p \Rightarrow q)$
د	د
د	ن
د	د
ن	ن

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۴

۳

۲✓

۱

(امیر حسین ابومحبوب)

گزینه «۱»: اگر $n = 4$ باشد، آن‌گاه داریم:

$$4^2 - 8(4) + 15 = 16 - 32 + 15 = -1 < 0$$

گزینه «۲»: به ازای $n = 3$ ، نامساوی $3^2 < 2^3$ برقرار است.

گزینه «۴»: به ازای $n = 1$ ، $n + \frac{1}{n} = 2$ است. ولی نامساوی گزینه «۳» به ازای هیچ مقدار طبیعی n برقرار نیست.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵ و ۶)

۴

۳✓

۲

۱

(فرشاد فرامرزی)

هر گزاره شرطی با عکس نقیض خود هم‌ارز است. گزینه «۱»، عکس نقیض گزاره ذکر شده در صورت سوال می‌باشد پس با آن هم‌ارز است و ارزش هر دو هم «درست» است. مثال نقض برای گزینه‌های «۲»، «۳»:

۴

۳

۲

۱✓

جدول ارزش گزاره‌ها به صورت زیر است:

p	q	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \vee q) \Rightarrow p$
د	د	د	د	د	د
د	ن	د	ن	د	د
ن	د	د	د	ن	ن
ن	ن	ن	د	د	د

$p \wedge (p \Rightarrow q)$	$p \vee (q \Rightarrow p)$	$p \Rightarrow (p \vee q)$
د	د	د
ن	د	د
ن	ن	د
ن	د	د

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

(علی ارجمند)

ترکیب دوشرطی دو گزاره در صورتی درست است که ارزش دو گزاره یکسان باشد. چون گزاره $p \wedge \sim p$ همواره نادرست است، پس ارزش گزاره $p \Rightarrow q$ نیز باید نادرست باشد و این تنها در صورتی امکان‌پذیر است که p درست و q نادرست باشد. در این صورت ارزش گزاره $q \Rightarrow p$ درست است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

طبق قوانین گزاره‌ها داریم:

$$\begin{aligned}
 p \Rightarrow (q \Rightarrow r) &\equiv \sim p \vee (q \Rightarrow r) \\
 &\equiv \sim p \vee (\sim q \vee r) \\
 &\equiv (\sim p \vee \sim q) \vee r \\
 &\equiv \sim (p \wedge q) \vee r \\
 &\equiv (p \wedge q) \Rightarrow r
 \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۴

۳✓

۲

۱

(حامد پوقاری)

ترکیب عطفی دو گزاره، زمانی درست است که هر دو گزاره درست باشند. با توجه به درستی گزاره $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow \sim p)]$ ، هر دو گزاره $(p \Rightarrow q)$ و $(q \Rightarrow \sim p)$ درست هستند. از طرفی گزاره $(p \Rightarrow \sim q)$ نیز درست است، زیرا این گزاره، عکس نقیض گزاره $(q \Rightarrow \sim p)$ می‌باشد. چون گزاره $[(p \Rightarrow \sim q) \wedge (p \vee q)]$ نادرست است، پس باید حداقل یکی از دو گزاره $(p \Rightarrow \sim q)$ و $(p \vee q)$ نادرست باشند. با توجه به درستی $(p \Rightarrow \sim q)$ ، گزاره $(p \vee q)$ نادرست است. در نتیجه گزاره‌های p و q هر دو نادرست هستند. در این صورت دو گزاره $\sim p \wedge q$ و $\sim q \Rightarrow p$ نیز قطعاً نادرست هستند ولی گزاره $\sim p \Rightarrow \sim q$ درست است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۴

۳

۲✓

۱

$\sim u$ ارزش درست دارد، پس ارزش u نادرست است. حال چون $u \vee t \sim$ ارزش درست دارد، پس باید لزوماً $t \sim$ ارزش درست داشته باشد. در این صورت t ارزش نادرست دارد. اکنون چون $t \vee \sim s$ ارزش درست و t ارزش نادرست دارد پس $s \sim$ درست و در نتیجه s ارزش نادرست دارد. از طرفی $s \Rightarrow r$ درست است، پس r لزوماً نادرست است. به طور مشابه چون $p \Rightarrow r \sim$ ارزش درست و r ارزش نادرست دارد، پس $p \sim$ لزوماً نادرست است و در نتیجه p درست است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

(سید عرفان ستوده)

طبق جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \Rightarrow \sim q$
د	د	ن	ن	د
د	ن	ن	د	د
ن	د	د	ن	ن
ن	ن	د	د	د

$\sim(\sim p \Rightarrow \sim q)$	$\sim p \wedge q$
ن	ن
ن	ن
د	د
ن	ن

۴ ✓

۳

۲

۱

-۱۰۱

(کتاب آبی)

تنها عدد اول مضرب ۵، خود عدد ۵ است و هیچ عدد دو رقمی‌ای وجود ندارد که هم مضرب ۵ و هم عدد اول باشد.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵ و ۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

-۱۰۲

(کتاب آبی)

در پرتاب یک تاس، فضای نمونه برابر مجموعه $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ است. پیشامد آن که عددی بزرگ‌تر از ۴ رو شود، به صورت $A = \{5, 6\}$ می‌باشد که احتمال آن برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵ و ۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

-۱۰۳

(کتاب آبی)

در سطر اول جدول، ارزش گزاره $p \wedge r$ ، نادرست است که با توجه به درست بودن ارزش گزاره p ، ارزش گزاره r لزوماً نادرست است. در سطر دوم جدول، ارزش گزاره $q \vee r$ ، درست است که با توجه به نادرست بودن ارزش گزاره q ، ارزش گزاره r لزوماً درست است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۷ تا ۹)

 ۴ ۳ ۲ ۱

اگر ارزش گزاره‌های p و r ، به ترتیب نادرست و درست باشد، آن گاه ارزش گزاره $\sim p$ و در نتیجه $\sim p \wedge r$ نیز درست خواهد بود که مخالف فرض سوال است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

p	q	r	$\sim p$	$\sim q$
د	د	د	ن	ن
د	د	ن	ن	ن
د	ن	د	ن	د
د	ن	ن	ن	د
ن	د	د	د	ن
ن	د	ن	د	ن
ن	ن	د	د	د
ن	ن	ن	د	د

$p \wedge r$	$q \wedge r$	$\sim q \wedge r$	$\sim p \wedge (\sim q \wedge r)$	s
د	د	ن	ن	د
ن	ن	ن	ن	ن
د	ن	د	ن	د
ن	ن	ن	ن	ن
ن	د	ن	ن	د
ن	ن	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	د
ن	ن	ن	ن	ن

همان‌طور که در جدول مشاهده می‌گردد، ارزش گزاره موردنظر دقیقاً معادل ارزش گزاره r است.

داریم:

$$\begin{aligned} & [\sim p \wedge (\sim q \wedge r)] \vee (q \wedge r) \vee (p \wedge r) \\ & \equiv [(\sim p \wedge \sim q) \wedge r] \vee [(q \wedge r) \vee (p \wedge r)] \\ & \equiv [\sim(p \vee q) \wedge r] \vee [(q \vee p) \wedge r] \\ & \equiv \underbrace{[\sim(p \vee q) \vee (p \vee q)]}_{T} \wedge r \equiv r \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

-۱۰۶

گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ ، هم‌ارز منطقی با عکس نقیض خود یعنی گزاره $\sim q \Rightarrow \sim p$ است. بنابراین با فرض آن که گزاره‌های « a مقسوم‌علیه b است.» و « a مقسوم‌علیه c است.» را به ترتیب p و q بنامیم

۴

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

-۱۰۷

چون گزاره $p \Rightarrow q$ نادرست است، پس قطعاً گزاره p درست و گزاره q نادرست است. در این حالت هر دو گزاره $p \wedge q$ و $\sim p \vee q$ دارای ارزش نادرست هستند. در سایر گزینه‌ها، ارزش یکی از دو گزاره درست و دیگری نادرست است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

گزاره $\sim p \vee p$ ، گزاره‌ای همیشه درست و گزاره $q \wedge \sim q$ ، گزاره‌ای همیشه نادرست است. بنابراین گزاره $(q \wedge \sim q) \Rightarrow (\sim p \vee p)$ ، گزاره‌ای نادرست خواهد بود و در نتیجه گزاره گزینه «۳» به انتفای مقدم، درست می‌باشد.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

(کتاب آبی)

چون گزاره $\sim r \Rightarrow p$ نادرست است، پس $\sim r$ درست و p نادرست است، یعنی p و r هر دو نادرست هستند. از طرفی گزاره $q \Rightarrow r$ درست است که با توجه به نادرستی تالی (گزاره r)، گزاره q لزوماً باید نادرست باشد.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی)

اگر p درست باشد، آن‌گاه $p \vee r$ درست است و در صورتی که q نادرست باشد، $q \wedge r$ نیز قطعاً نادرست است. بنابراین دو طرف ترکیب دو شرطی دارای دو ارزش متفاوت هستند و در نتیجه ارزش گزاره مورد نظر نادرست است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

۴

۳

۲ ✓

۱