



**RIAZISARA**

[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات**

و...

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

[@riazisara.ir](https://www.instagram.com/riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۵۱- کدام یک از مجموعه‌های زیر حتماً متناهی است؟

(۱) هر زیرمجموعه‌ای از مجموعه اعداد طبیعی

(۲) مجموعه تمام خط‌های گذرنده از مبدأ

(۳) مجموعه اعداد گنگ در بازه  $(0, 1)$

(۴) مجموعه مقسوم‌علیه‌های طبیعی مشترک ۶ و ۸

۵۲- مجموعه اعداد صحیح غیرحسابی، کدام است؟ (مجموعه مرجع را  $R$  در نظر بگیرید.)

(۱)  $W'$  (۲)  $\{-x \mid x \in N\}$

(۳)  $W - Z$  (۴)  $\{-x \mid x \in W\}$

۵۳- اگر  $R$  مجموعه مرجع باشد، کدام گزینه زیر صحیح است؟

(۱)  $N' \subseteq W' \subseteq Z' \subseteq Q'$  (۲)  $Z' \subseteq W' \subseteq N' \subseteq Q$

(۳)  $N' \subseteq W' \subseteq Z' \subseteq Q$  (۴)  $Q' \subseteq Z' \subseteq W' \subseteq N'$

۵۴-  $U$  مجموعه مرجع و نامتناهی است. اگر  $A$  یک مجموعه نامتناهی و  $B$  یک مجموعه متناهی باشد، آن‌گاه

$A'$  مجموعه‌ای ..... بوده و مجموعه  $B - A$ ، مجموعه‌ای ..... است.

(۱) متناهی یا نامتناهی - نامتناهی (۲) نامتناهی - متناهی

(۳) متناهی - متناهی یا نامتناهی (۴) متناهی یا نامتناهی - متناهی

۵۵- کدام مجموعه را به عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیریم تا  $N'$  یک مجموعه متناهی باشد؟

- Q (۱)      Z (۲)       $W \cap Q$  (۳)      R (۴)

۵۶- اگر مجموعه مرجع را اعداد حسابی در نظر بگیریم،  $A' = \{0, 5, 7, 8, 9\}$  و  $B = \{6, 7, 8, \dots\}$  باشد، آن گاه

مجموعه  $(A \cup B)'$  چند عضو دارد؟

- (۱) ۲      (۲) صفر      (۳) ۱      (۴) بی شمار

۵۷- اشتراک دو بازه  $(b, 5]$  و  $(-\infty, 2a)$  برابر  $(-2, 2)$  است. حاصل  $(\frac{b^2}{4} + 2a, 7) \cup (2a + 1, -3b)$  کدام

است؟

- (۱)  $[3, 7]$       (۲)  $(3, 7]$   
(۳)  $[2, 5]$       (۴)  $(2, 5]$

۵۸- اگر  $A_k = \{x \mid -\frac{1}{k} \leq x < 2k\}$  باشد، آن گاه  $(A_1 \cap A_2 \cap A_3) \cup A_4$  کدام است؟

- (۱)  $[-\frac{1}{7}, 2)$       (۲)  $[-\frac{1}{7}, 14)$   
(۳)  $[-\frac{1}{3}, 14)$       (۴)  $[-\frac{1}{3}, 2)$

۵۹- اگر  $n(A) = 2n(B) = 4n(A \cap B)$  باشد، آن گاه حاصل  $\frac{n(A \cup B)}{5n(A \cap B)}$  کدام است؟

- (۱) ۳      (۲) ۱      (۳) ۴      (۴) ۲

۶۰- اگر  $N$  مجموعه مرجع،  $A = \{2x | x \in N\}$  و  $B = \{x \leq 2 | x \in N\}$  باشد، آن گاه مجموعه  $(A \cup B)'$

چند عضو دارد؟

- (۱) صفر  
(۲) ۱  
(۳) ۲  
(۴) بی شمار

۶۱- اگر  $U$  مجموعه مرجع،  $n(U) = 120$ ،  $n(A - B) = 50$  و  $n(B - A) = 30$  باشد، آن گاه متمم مجموعه

$(A \cup B) - (A \cap B)$  چند عضو دارد؟

- (۱) ۶۰  
(۲) ۵۰  
(۳) ۴۰  
(۴) ۳۰

۶۲- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه مجزا،  $n(A \cup B) = 35$  و  $n(A - B) = 8$  باشد، آن گاه تعداد اعضای که فقط

عضو مجموعه  $B$  می باشند، چند تا هستند؟

- (۱) ۸  
(۲) ۱۳  
(۳) ۲۱  
(۴) ۲۷

۶۳- اگر ۶۰ درصد دانش آموزان یک کلاس عضو تیم فوتبال و ۵۰ درصد عضو تیم والیبال باشند و ۱۰ درصد

نیز در هیچ کدام از این دو تیم نباشند، چند درصد حداکثر در یکی از این دو تیم حضور دارند؟

- (۱) ۳۰  
(۲) ۳۵  
(۳) ۷۵  
(۴) ۸۰

۶۴- اگر  $n(A) = 30$  و  $2n(A \cap B) = n(B) = 16$  باشد، حاصل  $n(B \cap A')$  کدام است؟

- (۱) ۸  
(۲) ۱۲  
(۳) ۵  
(۴) ۱۵

۶۵- اگر  $(a+2b, 4b+a) \cap (6, 11) = (6, 9)$  باشد،  $a$  و  $b$  مطابق کدام یک از گزینه‌های زیر می‌توانند

باشند؟

$a = 1, b = 2$  (۲)

$a = 5, b = 1$  (۱)

$a = 4, b = \frac{5}{4}$  (۴)

$a = 4, b = 1$  (۳)

۶۶- اگر  $A \subset B \subset C$  و  $U$  مجموعه مرجع باشد، متمم مجموعه  $C' \cap [B' \cap C' \cap A'] \cap [(A-B) - A]$

همواره کدام است؟

$B'$  (۴)

$U$  (۳)

$\emptyset$  (۲)

$C'$  (۱)

۶۷- اگر  $A = [\frac{2m-1}{3}, +\infty)$  و  $B = (-\infty, \frac{2-m}{6}]$  باشند، به‌ازای کدام محدوده برای  $m$ ، مجموعه  $A \cap B$

متناهی است؟

$m \geq \frac{2}{5}$  (۲)

$m \geq \frac{4}{5}$  (۱)

$m \leq \frac{4}{5}$  (۴)

$-\frac{4}{5} \leq m \leq \frac{2}{5}$  (۳)

۶۸- تعدادی از دانش‌آموزان یک کلاس ۴۰ نفری، خود را برای شرکت در المپیادهای ریاضی و شیمی آماده

می‌کنند. می‌دانیم ۲۰ نفر از دانش‌آموزان این کلاس یا در هر دو المپیاد ثبت نام کرده‌اند یا در هیچ کدام

ثبت نام نکرده‌اند. اگر ۱۵ نفر فقط در المپیاد ریاضی ثبت نام کرده باشند، چه تعداد از دانش‌آموزان این

کلاس در المپیاد شیمی ثبت نام کرده‌اند؟

(۲) از ۵ تا ۲۵ نفر

(۱) دقیقاً ۵ نفر

(۴) از ۱۰ تا ۲۵ نفر

(۳) دقیقاً ۱۰ نفر

۶۹- اگر  $A \subset U$  و  $B \subset U$  باشد و  $n[(A \cap B)'] = 11$  و  $n(A') + n(B') = 13$  باشد، مقدار

$n((A \cup B)')$  کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۲

(۲) ۶

(۱) ۵

۷۰- اگر  $n(B - A) = 4 + n(A - B)$ ،  $n(A - B) = 24 - 2n(A - B)$  و  $n(U) = 38$  باشد حاصل

$n(A \cap B)$  کدام است؟ (U مجموعه مرجع است.)

(۴) ۱۱

(۳) ۸

(۲) ۹

(۱) ۱۰

-۵۱

«همشیر حسینی فواہ»

گزینه «۱» متناهی یا نامتناهی، گزینه‌های «۲» و «۳» نامتناهی و گزینه «۴»

متناهی است، زیرا مجموعه مقسوم‌علیه‌های طبیعی مشترک دو عدد ۶ و ۸

مجموعه {۱ و ۲} می‌باشد.

(صفحه‌های ۵ تا ۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

-۵۲

«حسن نصرت ناهوکی»

$Z - W =$  مجموعه اعداد صحیح غیر حسابی

$= \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\} - \{0, 1, 2, 3, \dots\} = \{\dots, -3, -2, -1\}$

$= \{-x \mid x \in \mathbb{N}\}$

(صفحه‌های ۲، ۳ و ۸ تا ۱۰ کتاب درسی)

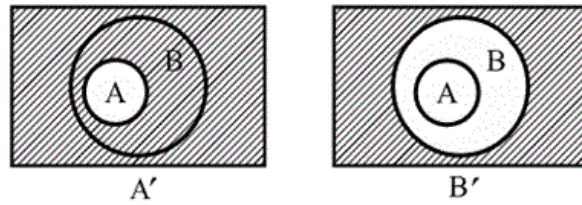
۴

۳

۲

۱

مطابق نمودارهای ون زیر، اگر  $A \subseteq B$  باشد،  $B' \subseteq A'$  است.



می‌دانیم:

$$N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q$$

بنابراین:

$$Q' \subseteq Z' \subseteq W' \subseteq N'$$

(صفحه‌های ۲، ۳ و ۸ تا ۱۰ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱



اگر  $U$  نامتناهی و  $A$  یک مجموعه نامتناهی باشد در این صورت  $A'$

می تواند متناهی یا نامتناهی باشد. برای مثال:

$$\begin{cases} U = \mathbb{R} \\ A = \mathbb{Q} \Rightarrow \text{نامتناهی} \\ A' = \mathbb{Q}' \Rightarrow \text{نامتناهی} \end{cases}$$

یا

$$\begin{cases} A = \mathbb{R} - \{1\} \Rightarrow \text{نامتناهی} \\ A' = \{1\} \Rightarrow \text{متناهی} \end{cases}$$

و در صورتی که  $B$  متناهی باشد،  $B - A$  همواره متناهی خواهد بود.

(صفحه های ۵ تا ۱۰ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

متمم  $N$  را با توجه به هر کدام از گزینه ها تعیین می کنیم

نامتناهی : مجموعه اعداد گویای غیر طبیعی  $\Rightarrow N' = \mathbb{Q} - N$  : گزینه «۱»

نامتناهی : مجموعه اعداد صحیح منفی و صفر  $\Rightarrow N' = \mathbb{Z} - N$  : گزینه «۲»

متناهی  $\{0\} = W - N = (W \cap Q) - N = \mathbb{Q} - N$  : گزینه «۳»

نامتناهی : مجموعه اعداد حقیقی غیر طبیعی  $\Rightarrow N' = \mathbb{R} - N$  : گزینه «۴»

(صفحه های ۲ تا ۱۰ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$A' = \{0, 5, 7, 8, 9\} \text{ و } B = \{6, 7, 8, \dots\} \xrightarrow{U=W} B' = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

طبق نتیجه کار در کلاس ۶ صفحه ۹ کتاب درسی داریم:

$$(A \cup B)' = A' \cap B' = \{0, 5\} \Rightarrow 2 \text{ عضو دارد.}$$

(صفحه‌های ۲، ۳ و ۸ تا ۱۰ کتاب درسی)

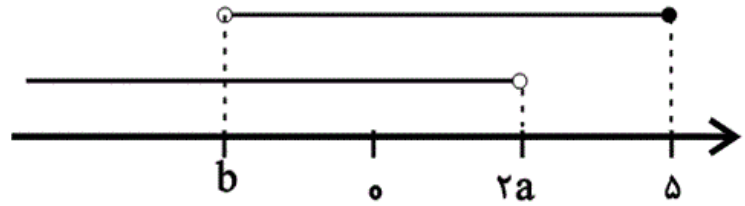
۴

۳

۲

۱ ✓

بازه‌های  $(b, 5]$  و  $(-\infty, 2a)$  را رسم می‌کنیم.



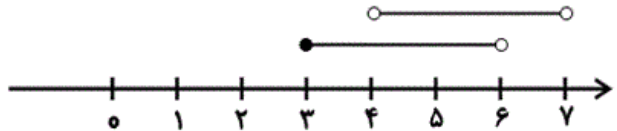
$$(b, 2a) = (-2, 2) \Rightarrow b = -2, a = 1$$

در رسم نمودار باید دقت کرد که  $b < 2a$  است. چون اگر  $b > 2a$  باشد، دو

بازه اشتراکی ندارند و با فرض سوال در تناقض است.

با جایگذاری  $a$  و  $b$  داریم:

$$[2a + 1, -3b) \cup \left(\frac{b^2}{2} + 2a, 7\right) = [3, 6) \cup (4, 7) = [3, 7)$$



(صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\left\{ \begin{array}{l} k=1 \Rightarrow A_1 = [-1, 2) \\ k=2 \Rightarrow A_2 = [-\frac{1}{2}, 4) \\ k=3 \Rightarrow A_3 = [-\frac{1}{3}, 6) \end{array} \right. \Rightarrow A_1 \cap A_2 \cap A_3 = [-\frac{1}{3}, 2)$$

$$k=7 \Rightarrow A_7 = [-\frac{1}{7}, 14)$$

$$(A_1 \cap A_2 \cap A_3) \cup A_7 = [-\frac{1}{3}, 2) \cup [-\frac{1}{7}, 14) = [-\frac{1}{7}, 14)$$

(صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = \Delta x$$

$$\Rightarrow \frac{n(A \cup B)}{\Delta n(A \cap B)} = \frac{\Delta x}{\Delta x} = 1$$

(صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

«شکيب ريبين»

$$A = \{2, 4, 6, \dots\} \Rightarrow A' = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$$

$$B = \{1, 2\}$$

از طرفی:

$$(A \cup B)' = A' \cap (B')' = A' \cap B = \{1\} \Rightarrow \text{يك عضو دارد}$$

(صفحه‌های ۲، ۳ و ۸ تا ۱۰ کتاب درسی)

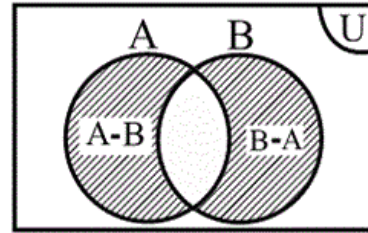
۴

۳

۲ ✓

۱

فرض کنیم  $(A \cup B) - (A \cap B) = X$  باشد. طبق نمودار ون زیر داریم:



$$(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A) = X$$

$$X' = U - X \Rightarrow n(X') = n(U) - (n(A - B) + n(B - A)$$

$$- n((A - B) \cap (B - A)))$$

$$\frac{n((A - B) \cap (B - A)) = 0}{\rightarrow n(X') = 120 - (30 + 50) = 120 - 80 = 40}$$

توجه کنید که  $A - B$  و  $B - A$  دو مجموعه مجزا هستند، پس

اشتراکشان عضوی ندارد.

(صفحه‌های ۱ تا ۱۳ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$A \Rightarrow A \cap B = \emptyset$  و  $B$  مجزا هستند

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 0 \Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B) = 35 \quad (1)$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 8 \Rightarrow n(A) = 8$$

$$\xrightarrow{(1)} n(B) = 35 - 8 = 27$$

مجموعه اعضایی که فقط عضو  $B$  هستند، همان  $B - A$  است:

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = n(B) = 27$$

(صفه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴ ✓

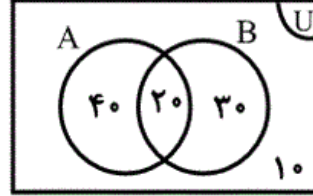
۳

۲

۱

اگر  $A$  مجموعه دانش‌آموزان عضو تیم فوتبال و  $B$  مجموعه دانش‌آموزان

عضو تیم والیبال باشند، داریم: (اعداد بر حسب درصد هستند).



$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)') = 100 - 10 = 90$$

$$\left. \begin{array}{l} n(A) = 40 \\ n(B) = 30 \\ n(A \cup B) = 90 \end{array} \right\} \Rightarrow n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 40 + 30 - 90 = 20$$

از کل اعضا، آن‌هایی را که در هر دو مجموعه  $A$  و  $B$  هستند کم می‌کنیم:

$$n(U) - n(A \cap B) = 100 - 20 = 80$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

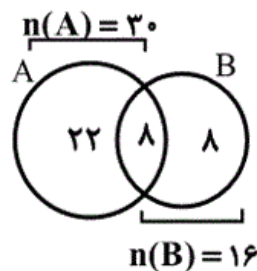
۴ ✓

۳

۲

۱

$$2n(A \cap B) = 16 \Rightarrow n(A \cap B) = 8$$



۴

۳

۲

۱ ✓



با توجه به این که  $(6, 9) \cap (a + 2b, 4b + a) = (6, 9)$ ، بایستی  $4b + a = 9$

باشد و حتماً  $a + 2b \leq 6$  باشد تا جواب به صورت  $(6, 9)$  باشد.

تنها گزینه‌ای که شروط زیر را دارد گزینه «۲» است.

$$\begin{cases} 4b + a = 9 \\ a + 2b \leq 6 \end{cases}$$

(صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲ ✓

 ۱

$$\underbrace{C'}_{(۱)} \cap \underbrace{[B' \cap C' \cap A']}_{(۲)} \cap \underbrace{[(A-B)-A]}_{(۳)}$$

$$A \subset B \Rightarrow B' \subset A' \Rightarrow (B' \cap A') = B'$$

$$B \subset C \Rightarrow C' \subset B' \Rightarrow (C' \cap B') = C'$$

$$\xrightarrow{(۲)} (B' \cap C' \cap A') = C'$$

$$A \subset B \Rightarrow A - B = \emptyset \xrightarrow{(۳)} [(A - B) - A] = \emptyset - A = \emptyset$$

$$(۱), (۲), (۳) \Rightarrow C' \cap C' \cap \emptyset = \emptyset \xrightarrow{\text{متسم}} \emptyset' = U$$

(صفحه‌های ۱ تا ۱۰ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

چون گفته شده  $A \cap B$  متناهی باشد، پس این مجموعه با توجه به بی‌شمار بودن اعداد حقیقی نمی‌تواند شامل هیچ بازه‌ای باشد بنابراین باید یا تک نقطه باشد یا تهی باشد. به عبارت دیگر انتهای بازه  $B$  باید کوچک‌تر یا مساوی ابتدای بازه  $A$  باشد. داریم:

$$\frac{2-m}{6} \leq \frac{2m-1}{3} \xrightarrow{\text{ضرب طرفین در عدد ۱۸}} 3(2-m) \leq 6(2m-1)$$

$$\Rightarrow 6-3m \leq 12m-6 \Rightarrow 6+6 \leq 12m+3m \Rightarrow 12 \leq 15m$$

$$\Rightarrow m \geq \frac{12}{15} \Rightarrow m \geq \frac{4}{5}$$

(صفحه‌های ۳ تا ۷ کتاب درسی)

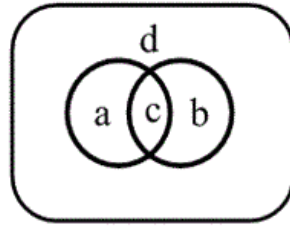
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

فضای کلاس را مطابق نمودار ون زیر به ۴ قسمت تقسیم می‌کنیم:



تعداد دانش‌آموزان مشترک در دو المپیاد: **c**

تعداد دانش‌آموزان فقط المپیاد ریاضی: **a**

تعداد دانش‌آموزان غیرالمپیادی: **d**

تعداد دانش‌آموزان فقط المپیاد شیمی: **b**

چون ۲۰ نفر یا در هر دو المپیاد ثبت‌نام کرده‌اند یا در هیچ‌کدام ثبت‌نام

نکرده‌اند، پس:

$$c + d = 20 \Rightarrow a + b + \underbrace{c + d}_{20} = 40 \Rightarrow a + b = 20$$

۱۵ نفر فقط در المپیاد ریاضی ثبت‌نام کرده‌اند، پس:

$$a = 15 \Rightarrow b = 5$$

دقت کنید که ۵ نفر از دانش‌آموزان فقط در المپیاد شیمی ثبت‌نام کرده‌اند و به

این تعداد باید دانش‌آموزان مشترک بین المپیاد ریاضی و شیمی نیز اضافه شود:

$$b + c = 5 + c$$

چون  $c + d = 20$  پس:  $0 \leq c \leq 20$  در نتیجه:

$$5 \leq 5 + c \leq 25$$

(صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$n[(A \cap B)'] = 11 \Rightarrow n(U) - n(A \cap B) = 11 \Rightarrow n(A \cap B) = n(U) - 11$$

$$n(A') + n(B') = 13 \xrightarrow{\frac{n(A')=n(U)-n(A)}{n(B')=n(U)-n(B)}} n(U) - n(A) + n(U) - n(B) = 13$$

$$\Rightarrow -n(A) - n(B) = 13 - 2n(U)$$

$$n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B) = n(U) - \underbrace{n(B) - n(A)}_{13 - 2n(U)} + \underbrace{n(A \cap B)}_{n(U) - 11} = 2$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

 ۴

 ۳ ✓

 ۲

 ۱

طبق نتیجه کاردر کلاس ۶ صفحه ۹ کتاب درسی داریم :

$$n(A' \cap B') = n((A \cup B)')$$

$$n(A \cup B) + n((A \cup B)') = n(U)$$

$n(A \cup B)$  را می توان به صورت  $n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A)$  نوشت:

$$n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A) + n((A \cup B)') = n(U)$$

اگر  $n(A - B) = 4 + x$  را برابر  $x$  فرض کنیم،

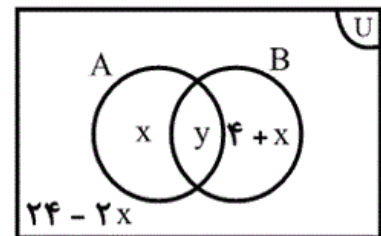
و  $n((A \cup B)') = 24 - 2x$  می شود. با فرض  $n(A \cap B) = y$  داریم :

$$x + y + 4 + x + 24 - 2x = 38$$

$$\Rightarrow 28 + y = 38$$

$$\Rightarrow y = 10$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 10$$



(صفحه های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓