



**RIAZISARA**

[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)      **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات**

...

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

[@riazisara.ir](https://www.instagram.com/riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۹۱- ابتدا نمودار تابع  $f(x) = x^3$  را دو واحد به راست و سپس ۴ واحد به بالا انتقال می‌دهیم. نمودار جدید و نمودار اولیه همدیگر را در نقاط A و B قطع می‌کنند. قدرمطلق تفاضل طول نقاط A و B کدام است؟

- (۱)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  (۲) ۱ (۳)  $2\sqrt{3}$  (۴) ۲

۹۲- تابع  $f = \{(1, 2x+7), (-2, 10-x), (0, x^2+4)\}$  به‌ازای  $x \in [a, b]$  یک تابع صعودی است. بیش‌ترین مقدار  $b-a$  کدام است؟

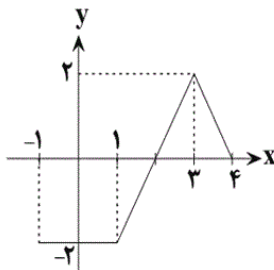
- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۲

۹۳- برای دو تابع  $f = \{(-1, a), (2, 1), (b, 2)\}$  و  $g = \{(-2, -1), (c, 3), (-3, \frac{1}{3})\}$  اگر داشته باشیم:  $(f \circ g)(-2) + (f \circ g)(1) = 5$ .

حاصل  $a+b+c$  کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۶

۹۴- اگر نمودار تابع  $y = f(x-1)$  به‌صورت زیر باشد، اشتراک دامنه و برد تابع  $y = \frac{1}{4}f(-2x) + 1$  کدام است؟



- (۱)  $[-1, 0]$  (۲)  $[0, 1]$  (۳)  $[-2, 0]$  (۴)  $[0, 2]$

۹۵- اگر  $f(x) = x^2 - 4x + 3$ ،  $(f \circ g)(x) = x^2 + 3x + \frac{5}{4}$  و  $g(x)$  یک تابع خطی با شیب مثبت باشد، ضابطه تابع  $g(f(x))$  کدام است؟

- (۱)  $-x^2 + 4x + \frac{1}{4}$  (۲)  $-x^2 + 4x - \frac{13}{4}$  (۳)  $x^2 - 4x - \frac{1}{4}$  (۴)  $x^2 - 4x + \frac{13}{4}$

۹۶- اگر مجموعه  $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 2\}$ ، دامنه تابع با ضابطه  $f(x) = x^2 + 3x$  باشد، آنگاه برد تابع با ضابطه  $y = |f(x)|$  کدام بازه است؟

- (۱)  $(-2, 10)$  (۲)  $(2, 10)$  (۳)  $[0, 10)$  (۴)  $(-\frac{9}{4}, 10)$

۹۷- تابع با ضابطه  $f(x) = x - |x - 2| + 1$  در بازه‌ای وارون پذیر است. ضابطه وارون آن در بازه مذکور کدام است؟

$$y = \frac{x+1}{2}; x \leq 2 \quad (2)$$

$$y = \frac{x-1}{2}; x \leq 2 \quad (1)$$

$$y = \frac{x+1}{2}; x \leq 3 \quad (4)$$

$$y = \frac{x-1}{2}; x \leq 3 \quad (3)$$

۹۸- وارون تابع  $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 5$  به صورت  $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{ax+b} + c$  است.  $a+b+c$  کدام است؟

۴ (۴)

-۲ (۳)

-۴ (۲)

-۳ (۱)

۹۹- اگر  $f(x) = f^{-1}(5) + x - 3$  باشد، آنگاه  $f(5)$  کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۱۰۰- اگر  $f(g(x)) = 3x^2 - 6x - 5$  و  $f(x) = 3x + 4$  باشد،  $g(2)$  کدام است؟

-۳ (۴)

-۵ (۳)

۲ (۲)

صفر (۱)

(علی مرشد)

اگر انتقال یافته تابع  $f$  را  $g$  بنامیم، آن گاه:

$$y = x^3 \xrightarrow{\text{دو واحد به راست}} y = (x-2)^3 \xrightarrow{\text{چهار واحد به بالا}}$$

$$y = (x-2)^3 + 4 \Rightarrow g(x) = (x-2)^3 + 4$$

حال برای بدست آوردن نقاط تلاقی نمودار جدید و نمودار اولیه، معادله  $f(x) = g(x)$  را حل می‌کنیم:

$$f(x) = g(x) \Rightarrow x^3 = (x-2)^3 + 4$$

$$\Rightarrow x^3 = x^3 - 6x^2 + 12x - 4 \Rightarrow 6x^2 - 12x + 4 = 0 \xrightarrow{\div 2}$$

$$3x^2 - 6x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 36 - 4(3)(2) = 12$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{6}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 + \frac{\sqrt{12}}{6} \\ x_2 = 1 - \frac{\sqrt{12}}{6} \end{cases} \xrightarrow[\text{تفاضل ریشه‌ها}]{\text{قدرمطلق}} |x_2 - x_1| = \left| \frac{-2\sqrt{12}}{6} \right|$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۲ تا ۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

(علی مرشد)

می‌دانیم که برای هر دو نقطه  $x_1$  و  $x_2$  از مجموعه  $A$  که  $x_1 < x_2$ ، اگر داشته باشیم  $f(x_1) \leq f(x_2)$ ، آن‌گاه تابع  $f$  را تابعی صعودی می‌نامیم. پس:

$$10 - x \leq x^2 + 4 \leq 2x + 7$$

$$\Rightarrow 10 - x \leq x^2 + 4 \Rightarrow x^2 + x - 6 \geq 0 \Rightarrow (x+3)(x-2) \geq 0$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty, -3] \cup [2, +\infty) \quad (\text{I})$$

$$\Rightarrow x^2 + 4 \leq 2x + 7 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 \leq 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) \leq 0$$

$$\Rightarrow x \in [-1, 3] \quad (\text{II})$$

$$\text{I} \cap \text{II} : x \in [2, 3] \Rightarrow \max(b-a) = 3 - 2 = 1$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴

۳✓

۲

۱

(غلامرضا نیازی)

$$(f \circ g)(-2) = f(g(-2)) = f(-1) = a$$

$(f \circ g)(1) = 1 \Rightarrow 1 \in D_g \Rightarrow c = 1, g(1) \in D_f$  تعریف شده است

$$\Rightarrow 3 \in D_f \Rightarrow b = 3$$

$$(f \circ g)(-2) + (f \circ g)(1) = 5 \Rightarrow a + 2 = 5 \Rightarrow a = 3$$

$$a + b + c = 3 + 3 + 1 = 7$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴، ۲۲ و ۲۳)

۴

۳✓

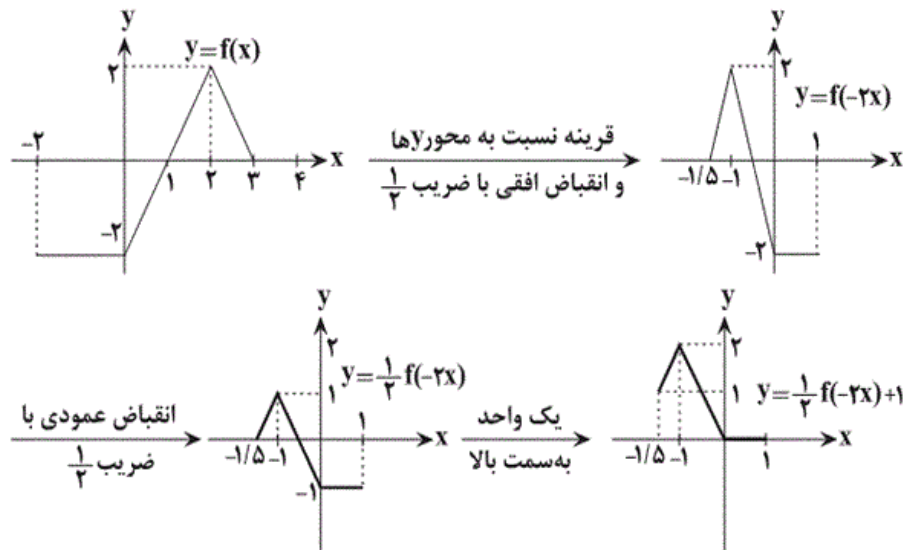
۲

۱

ابتدا نمودار را یک واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع  $y = f(x)$

به دست می‌آید. سپس با انجام انتقال و انقباض، نمودار تابع  $y = \frac{1}{3}f(-2x) + 1$

را رسم می‌کنیم:



پس دامنهٔ تابع  $y = \frac{1}{3}f(-2x) + 1$  برابر با بازه  $[-1/5, 1]$  و بُرد آن بازهٔ

$[0, 2]$  است که اشتراک آن‌ها بازهٔ  $[0, 1]$  می‌شود.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

(سعیل مس، فان پور)

ابتدا در تابع  $f(x)$ ، به جای  $x$ ،  $g(x)$  را جایگذاری می‌کنیم و آن را با تابع  $(fog)(x)$  که در صورت سؤال داده شده است، معادل قرار می‌دهیم و  $g(x)$  را حساب می‌کنیم:

$$(fog)(x) = f(g(x)) = g^2(x) - 4g(x) + 3 = x^2 + 3x + \frac{5}{4}$$

در دو سمت رابطه فوق مربع کامل تشکیل می‌دهیم:

$$\Rightarrow (g(x) - 2)^2 - 4 + 3 = (x + \frac{3}{2})^2 - \frac{9}{4} + \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow (g(x) - 2)^2 - 1 = (x + \frac{3}{2})^2 - 1$$

$$\Rightarrow g(x) - 2 = \pm(x + \frac{3}{2}) \xrightarrow{\text{شیب } g(x) \text{ مثبت است.}} g(x) = x + \frac{7}{2}$$

برای به دست آوردن  $g(f(x))$ ، در تابع  $g(x)$ ، به جای  $x$ ،  $f(x)$  را قرار

$$g(f(x)) = f(x) + \frac{7}{2} = x^2 - 4x + 3 + \frac{7}{2} = x^2 - 4x + \frac{13}{2} \quad \text{می‌دهیم:}$$

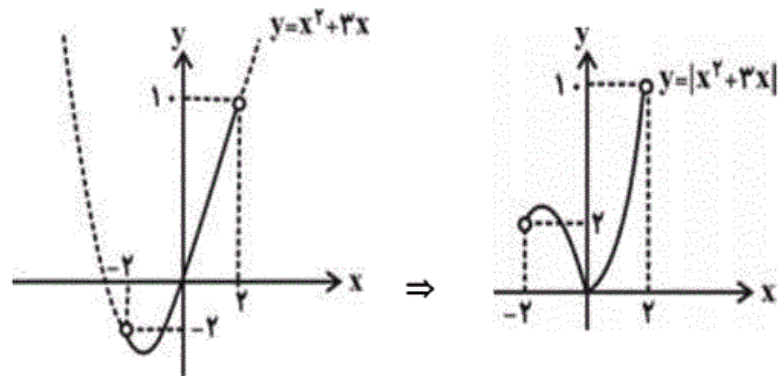
(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴، ۲۲ و ۲۳)

۴

۳

۲

۱



(ریاضی ۳، صفحه ۱۷)

۴

۳

۲

۱

(مسئله فایلو)

$$x - |x - 2| + 1 = \begin{cases} x - (x - 2) + 1 = 3 & , x > 2 \\ x + (x - 2) + 1 = 2x - 1 & , x \leq 2 \end{cases}$$

در فاصله  $(-\infty, 2]$  تابع با ضابطه  $y = 2x - 1$  وارون پذیر است و داریم:

$$f(x) = 2x - 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+1}{2}$$

$$f : \begin{cases} \text{دامنه} = D = (-\infty, 2] \\ \text{برد} = R = (-\infty, 3] \end{cases} \Rightarrow D_{f^{-1}} = R_f = (-\infty, 3]$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

(سینا ممبرپور)

$$y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 + 4 = (x+1)^3 + 4 \Rightarrow y - 4 = (x+1)^3$$

$$\sqrt[3]{y-4} = x+1 \Rightarrow \sqrt[3]{y-4} - 1 = x$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-4} - 1 \Rightarrow a=1, b=-4, c=-1 \Rightarrow a+b+c=-4$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مهروی ملارمضانی)

واضح است که  $(\delta, f^{-1}(\delta)) \in f^{-1}$  است، پس  $(f^{-1}(\delta), \delta) \in f$  خواهد بود.یعنی نقطه  $(f^{-1}(\delta), \delta)$  در ضابطه  $f$  صدق می‌کند. به جای  $f(x)$  عدد  $\delta$  و بهجای  $x$  مقدار  $f^{-1}(\delta)$  را قرار می‌دهیم:

$$f(x) = f^{-1}(\delta) + x - 3 \Rightarrow \delta = f^{-1}(\delta) + f^{-1}(\delta) - 3$$

$$\Rightarrow f^{-1}(\delta) = 4$$

حال ضابطه تابع  $f$  را دوباره می‌نویسیم و  $f(\delta)$  را محاسبه می‌کنیم:

$$f(x) = 4 + x - 3 \Rightarrow f(x) = x + 1 \Rightarrow f(\delta) = \delta + 1 = 6$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۴

۳ ✓

۲

۱



$$\Rightarrow 2g(x) = 2x^2 - 6x - 9$$

$$\Rightarrow g(x) = x^2 - 3x - \frac{9}{2} \Rightarrow g(2) = 4 - 6 - \frac{9}{2} = -\frac{11}{2}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴، ۲۲ و ۲۳)

۴ ✓

۳

۲

۱