



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

حسابان ۱، حد و پیوستگی

۸۱- تابع $f(x) = \frac{x+1}{\left[\frac{4ax}{3} \right]}$ در همسایگی راست $x=6$ تعریف شده است. کمترین مقدار مثبت a کدام است؟ $\left[\quad \right]$ ، نماد جزء

(صحیح است.)

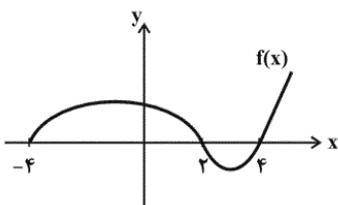
$\frac{1}{10}$ (۴)

$\frac{2}{9}$ (۳)

$\frac{1}{16}$ (۲)

$\frac{1}{8}$ (۱)

۸۲- نمودار تابع f مطابق شکل زیر است. تابع \sqrt{f} در چند نقطه از دامنه‌اش حد ندارد؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۸۳- اگر $f(x) = \begin{cases} 1 & ; x \in \mathbb{Z} \\ -1 & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ باشد، حاصل عبارت $A = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}^-} f(x)$ کدام است؟

-۱ (۴)

صفر (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

۸۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-\cos x}}{\sin x}$ کدام است؟

(۴) حاصل حد وجود ندارد.

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳)

$-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲)

$\sqrt{2}$ (۱)

۸۵- اگر $2 = \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\frac{2f(x)}{x}} - 1$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 2x}{x}$ کدام است؟

$-\frac{1}{2}$ (۴)

صفر (۳)

۳ (۲)

$\frac{5}{2}$ (۱)

۸۶- اگر $g(x) = \left[\sin\left(\frac{3\pi}{x}\right) \right]$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - x^3 + 3)$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) -۱
(۴) وجود ندارد.

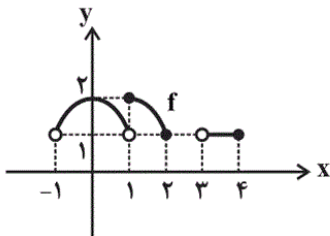
۸۷- اگر f تابعی خطی و گذرا از نقطه $(-1, 2)$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{f(x)} - 2}{x^2 - 1}$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) $\frac{1}{4}$
(۳) $\frac{1}{6}$
(۴) $\frac{1}{8}$

۸۸- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{a}{2} & ; x = \frac{\pi}{6} \\ \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)}{\left|2x - \frac{\pi}{3}\right|} & ; x < \frac{\pi}{6} \\ a[2x + 1] & ; x > \frac{\pi}{6} \end{cases}$ در نقطه $x = \frac{\pi}{6}$ پیوستگی چپ داشته باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{6}\right)^+} f(x)$ کدام است؟

([]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) -۱
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) -۲



۸۹- با توجه به نمودار تابع f ، کدام جمله درست است؟

- (۱) تابع f بر بازه $[1, 2]$ پیوسته است.
(۲) تابع f بر بازه $[3, 4]$ پیوسته است.
(۳) تابع f در هر نقطه از بازه $[1, 2]$ پیوسته است.
(۴) تابع f بر بازه $[0, 2]$ پیوسته است.

۹۰- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} b[x] + 4 & ; 1 < x \leq 3 \\ ax + 1 & ; 3 < x < 4 \end{cases}$ در بازه $(1, 4)$ پیوسته باشد، مقدار a کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱
(۲) ۳
(۳) -۳
(۴) -۱

۱۱۱- در مثلث ABC ، $b \cos \hat{C} = c \sin \hat{B}$ و $\hat{A} = 130^\circ$ است. اندازه کوچک‌ترین زاویه مثلث چقدر است؟

- (۱) 5° (۲) 10° (۳) 15° (۴) 20°

۱۱۲- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای، یکی از زوایا برابر 30° است. نسبت مساحت دو مثلث ایجاد شده توسط نیمساز زاویه قائمه در این مثلث

کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۱۳- اگر طول قطرهای یک متوازی‌الاضلاع برابر ۱۲ و ۲۲ و زاویه بین دو قطر آن برابر 120° باشد، طول ضلع بزرگتر متوازی‌الاضلاع

کدام است؟

- (۱) $\sqrt{221}$ (۲) $\sqrt{222}$ (۳) $\sqrt{223}$ (۴) $\sqrt{224}$

۱۱۴- در مثلث ABC ($\hat{B} > 90^\circ$)، AD و AH به ترتیب نیمساز زاویه داخلی و ارتفاع نظیر رأس A هستند.

اگر $AB = 10$ ، $AC = 17$ و $BH = 6$ باشد، آنگاه طول BD کدام است؟

- (۱) $\frac{10}{3}$ (۲) $\frac{20}{3}$ (۳) $\frac{10}{9}$ (۴) $\frac{20}{9}$

۱۱۵- در مثلث ABC ، نیمساز زاویه داخلی A ، ضلع BC را در نقطه D قطع می‌کند. اگر $AC = 8$ ، $AB = 7$ و $BC = 7/5$ باشد،

آنگاه طول AD کدام است؟

- (۱) $3\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{42}$ (۳) $2\sqrt{10}$ (۴) $5\sqrt{2}$

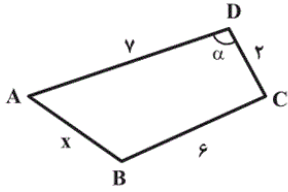
۱۱۶- اگر a عددی صحیح باشد، آنگاه چند مثلث حاده‌الزاویه به طول اضلاع ۸، ۱۵ و a وجود دارد؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۴
(۳) ۵ (۴) ۶

۱۱۷- در مثلث ABC ، $a = 12$ ، $c = 9$ و $h_b = 8$ است. طول شعاع دایره محیطی این مثلث کدام است؟

۶ (۱) $6/25$ (۲)

$6/25$ (۳) $7/5$ (۴)



۱۱۸- در چهارضلعی محاطی مقابل، طول ضلع AB کدام است؟ $(\cos \alpha = 0/125)$

۴ (۱) $4/5$ (۲)

$4\sqrt{3}$ (۳) ۳ (۴)

۱۱۹- مساحت مثلثی به طول اضلاع ۳، ۵ و ۷، چند برابر مساحت مثلثی به طول اضلاع ۴، ۶ و ۸ است؟

$\frac{\sqrt{5}}{4}$ (۱) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۲)

$\frac{\sqrt{15}}{4}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴)

۱۲۰- در مثلث ABC ، میانه AM و نیمسازهای دو زاویه AMB و AMC را رسم می‌کنیم تا به ترتیب اضلاع AB و AC را در

نقاط P و Q قطع کنند. اگر $AB = 9$ ، $AQ = 8$ و $CQ = 2$ ، آنگاه طول AP کدام است؟

۵/۴ (۱) $6/25$ (۲)

$6/25$ (۳) $7/2$ (۴)

آمار و احتمال، آمار استنباطی

۱۲۱- به هر یک از افراد یا اشیا که داده‌های مربوط به آنها در یک بررسی آماری گردآوری می‌شود، و به مجموعه کل آنها گفته می‌شود.

(۱) واحد آماری - جامعه آماری (۲) متغیر - جامعه آماری (۳) واحد آماری - نمونه (۴) متغیر - نمونه

۱۲۲- اگر برای نظرسنجی در مورد کتاب درسی آمار و احتمال از دانش‌آموزان پایه یازدهم ریاضی شهر تهران، از تمامی مناطق آموزش و پرورش، به تعداد یکسان دانش‌آموز انتخاب کنیم، از کدام روش نمونه‌گیری استفاده کرده‌ایم؟

(۱) تصادفی ساده (۲) خوشه‌ای (۳) طبقه‌ای (۴) سامانمند

۱۲۳- اگر یک روش نمونه‌گیری از نمونه‌گیری ایده‌آل فاصله بگیرد و به سمتی خاص انحراف پیدا کند، آن روش نمونه‌گیری را می‌نامند.

(۱) اریب (۲) ناریب (۳) سامانمند (۴) تصادفی

۱۲۴- برای مشخص کردن پارامتر جامعه، کدام یک از موارد زیر ضروری است؟

(۱) متغیرها و نوع آن‌ها معلوم باشند.
 (۲) همه نمونه‌گیری‌ها، طبقه‌ای باشند.
 (۳) داده‌های کل جامعه در اختیار باشد.
 (۴) هیچ کدام

۱۲۵- مقاومت پارگی نوعی خاص از پارچه، دارای انحراف معیار $2/5$ می‌باشد. اگر یک نمونه تصادفی 25 تایی از این نوع پارچه انتخاب شود، طول فاصله اطمینان 95 درصدی برای میانگین این جامعه کدام است؟

(۱) $2/5$ (۲) 2 (۳) 3 (۴) $3/5$

۱۲۶- چند مورد از تعاریف زیر صحیح است؟

الف) مشخصه‌ای عددی که توصیف کننده جنبه‌ای خاص از نمونه است و از داده‌های نمونه به دست می‌آید را آماره می‌گویند.
 ب) فرآیند نتیجه‌گیری درباره تغییرات یک جامعه را آمار استنباطی می‌گوییم.
 پ) در بررسی یک جامعه، نمونه‌گیری اریب ارزش بالایی دارد.
 ت) هر زیرمجموعه از یک جامعه آماری که با روش خاصی انتخاب شده باشد را نمونه می‌گوییم.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲۷- فرض کنید می‌خواهیم میانگین اعداد جامعه‌ای با شش داده به صورت $20, 19, 18, 17, 16$ و 15 را برآورد نماییم. چقدر احتمال دارد برآورد میانگین برای یک نمونه دوتایی برابر 18 باشد؟

(۱) $1/5$ (۲) $1/15$ (۳) $1/3$ (۴) $2/15$

۱۲۸- اگر انحراف معیار جامعه‌ای برابر $1/63$ باشد و نمونه‌ای به صورت $5, 2, 1, 0$ از این جامعه انتخاب کرده باشیم، آنگاه بازه اطمینان 95 درصدی برای میانگین این جامعه کدام است؟

(۱) $[1/63, 2/37]$ (۲) $[0/37, 2/63]$ (۳) $[0/37, 3/63]$ (۴) $[1/37, 2/63]$

۱۲۹- 12 عدد از میان اعداد صحیح 0 تا N به تصادف انتخاب شده است. اگر اعداد انتخابی به صورت $25, 24, 23, 19, 17, 15, 13, 12, 7, 5, 4, 2$ باشد، برآورد نقطه‌ای از N به کمک میانه کدام است؟

(۱) 27 (۲) 28 (۳) 29 (۴) 30

۱۳۰- اگر انحراف معیار برآورد میانگین نمونه‌ای 25 تایی از یک جامعه برابر $1/8$ باشد، انحراف معیار برآورد میانگین نمونه‌ای 225 تایی از این جامعه کدام است؟

(۱) $0/2$ (۲) $0/3$ (۳) $0/5$ (۴) $0/6$

(سعید علم‌پور)

۸۱- آزمون

دامنه تابع را می‌یابیم:

$$\left| \frac{f(x)}{3} \right| = 0 \Rightarrow 0 \leq \frac{f(x)}{3} < 1 \Rightarrow 0 \leq x < \frac{3}{4a}$$

$$\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \left[0, \frac{3}{4a} \right) = (-\infty, 0) \cup \left[\frac{3}{4a}, +\infty \right)$$

برای اینکه تابع در همسایگی راست ۶ تعریف شده باشد، باید $\frac{3}{4a} \leq 6$

$$\Rightarrow a \geq \frac{1}{8}$$

باشد.

(مسئله ۱- هر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

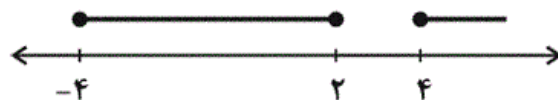
(میلاز سبازی لاریجانی)

۸۲- آزمون

$$g(x) = \sqrt{f(x)} \Rightarrow D_g = \{x \in D_f \mid f(x) \geq 0\}$$

$$\Rightarrow D_g = [-4, 2] \cup [4, +\infty)$$

از آنجا که برای وجود حد باید دامنه تابع در همسایگی نقطه مورد نظر تعریف شده باشد، با توجه به شکل زیر برای نقاط صحیح $\{-4, 2, 4\}$ همسایگی محذوف در دامنه تابع تعریف نشده است و تابع در این نقاط حد ندارد.



(مسئله ۱- هر و پیوستگی، صفحه ۱۱۹)

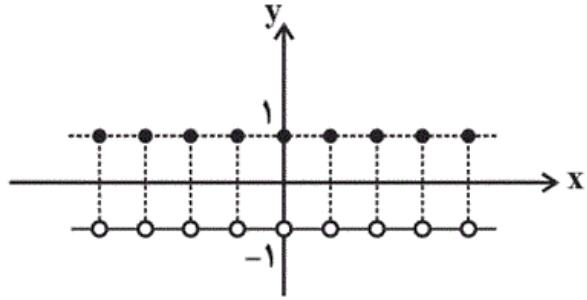
۴

۳ ✓

۲

۱

با رسم تابع f به وضوح می‌بینیم که همواره $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -1$ است.



$$\Rightarrow A = (-1) + (-1) - (-1) = -1$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$= \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\sqrt{1 - \cos^2 x}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\sqrt{1 - \cos x} \times \sqrt{1 + \cos x}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{-\sqrt{1 - \cos^2 x}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{-\sqrt{1 - \cos x} \times \sqrt{1 + \cos x}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

چون مقادیر حد چپ و راست برابر نیستند، حاصل حد وجود ندارد.

(مسئله ۱- هر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹ و ۱۴۱ تا ۱۴۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با فرض $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = L$ داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\frac{2f(x)}{x} - 1} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2f(x)}{x} - 1 \right)} = \sqrt{2 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} - 1}$$

$$= \sqrt{2L - 1} = 2 \Rightarrow 2L - 1 = 4 \Rightarrow L = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 3x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{x}$$

$$= L - 3 = \frac{5}{2} - 3 = -\frac{1}{2}$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۴۴)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

(سیرمیلار موسوی پاشمی)

از آنجایی که در نزدیکی عدد صفر همواره $x^2 > x^3$ است، پس $x^2 - x^3 > 0$ است و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} g(x^2 - x^3 + 3) = \lim_{t \rightarrow 3^+} g(t) = \lim_{t \rightarrow 3^+} \left[\sin \left(\frac{3\pi}{t} \right) \right]$$

$$= \left[\sin \pi^- \right] = \left[0^+ \right] = 0$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۴۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱ ✓

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 1} \right) \left(\frac{\sqrt{x+3} + 2}{\sqrt{x+3} + 2} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x^2-1)(\sqrt{x+3}+2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+3}+2)} = \frac{1}{8}$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا حد چپ تابع را در $x = \frac{\pi}{6}$ به دست می آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{6}\right)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{6}\right)^-} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)}{\left|2x - \frac{\pi}{3}\right|} = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{6}\right)^-} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)}{-2\left(x - \frac{\pi}{6}\right)}$$

با تعریف متغیر $x - \frac{\pi}{6} = t$ داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{6}\right)^-} f(x) = \lim_{t \rightarrow 0^-} \frac{\sin t}{-2t} = -\frac{1}{2} \lim_{t \rightarrow 0^-} \frac{\sin t}{t} = -\frac{1}{2}$$

شرط پیوستگی چپ تابع در $x = \frac{\pi}{6}$ ، این است که حاصل این حد با مقدار

تابع در $x = \frac{\pi}{6}$ برابر باشد.

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{a}{2} \xrightarrow{\text{شرط پیوستگی}} \frac{a}{2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{6}\right)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{6}\right)^+} -\left[2x + 1\right] = -\left[\left(\frac{\pi}{3}\right)^+ + 1\right]$$

با در نظر گرفتن مقدار تقریبی $\pi \approx 3/14$ می بینیم که $1 + \frac{\pi}{3} > 2$ خواهد

بود. بنابراین داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{6}\right)^+} f(x) = -\left[2^+\right] = -2$$

(مسئله ۱- هر دو پیوستگی، صفحه های ۱۴۱ تا ۱۵۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

تابع f در بازه $[۱, ۲]$ پیوسته است، زیرا:

اولاً در تمام نقاط بازه $(۱, ۲)$ پیوسته است.

ثانیاً در $x = ۱$ ، پیوستگی راست دارد.

ثالثاً در $x = ۲$ ، پیوستگی چپ دارد.

دقت کنید گزینه «۳» نادرست است، زیرا f در نقاط $x = ۱$ و $x = ۲$

ناپیوسته است.

(مسئله ۱- هر دو پیوستگی، صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(میلاد سجادی لاریجانی)

برای اینکه تابع در بازه مورد نظر پیوسته باشد، کافی است در $x = ۳$ و

$x = ۲$ پیوسته باشد.

واضح است که برای اینکه تابع در $x = ۲$ پیوسته باشد، باید $b = ۰$ باشد.

برای پیوستگی در $x = ۳$ نیز داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = f(3) = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} ax + 1 = 3a + 1$$

$$\xrightarrow{\text{شرط پیوستگی}} 3a + 1 = 4 \Rightarrow a = 1$$

(مسئله ۱- هر دو پیوستگی، صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

تساوی داده شده را به صورت $\frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\cos \hat{C}}$ می‌نویسیم. از طرفی طبق

قضیه سینوس‌ها $\frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$ است، بنابراین داریم:

$$\frac{c}{\cos \hat{C}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \cos \hat{C} = \sin \hat{C} \xrightarrow{\hat{C} < 180^\circ} \hat{C} = 45^\circ$$

$$\hat{B} = 180^\circ - (13^\circ + 45^\circ) = 5^\circ$$

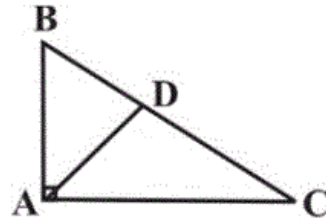
(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۴

۳

۲

۱ ✓



فرض کنیم $\hat{C} = 30^\circ$ و AD نیمساز زاویه قائمه A باشد. می‌دانیم ضلع

روبرو به زاویه 30° ، نصف وتر است. پس اگر $BC = 2x$ ، آنگاه $AB = x$ و

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 3x^2 \Rightarrow AC = \sqrt{3}x \quad \text{داریم:}$$

در دو مثلث ABD و ADC ، ارتفاع وارد از رأس A مشترک است، پس

نسبت مساحت‌ها برابر نسبت قاعده‌هاست، یعنی داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}} = \frac{BD}{DC} \\ \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}} = \frac{AB}{AC} = \frac{x}{\sqrt{3}x} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

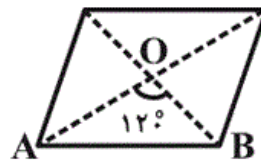
قضیه نیمسازها

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱


در متوازی‌الاضلاع قطرهای منصف یکدیگرند، بنابراین مطابق شکل $OA = 11$

و $OB = 6$ است. طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث OAB داریم:

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2OA \times OB \times \cos(\widehat{AOB})$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$AH^2 = AB^2 - BH^2 = 10^2 - 6^2 = 64 \Rightarrow AH = 8$$

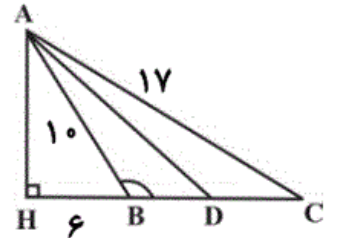
$$CH^2 = AC^2 - AH^2 = 17^2 - 8^2 = 225 \Rightarrow CH = 15$$

$$BC = CH - BH = 15 - 6 = 9$$

طبق قضیه نیمسازهای زوایای داخلی در مثلث ABC داریم:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{BD}{BD+DC} = \frac{AB}{AB+AC}$$

$$\Rightarrow \frac{BD}{9} = \frac{10}{27} \Rightarrow BD = \frac{10}{3}$$



(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

 ۴

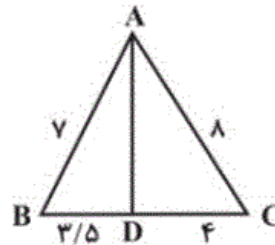
 ۳

 ۲

 ۱

(نوید میبیری)

بر اساس قضیه نیمسازهای زوایای داخلی داریم:



$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{7}{8} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{BD}{BD+DC} = \frac{7}{7+8}$$

$$\Rightarrow BD = 3/5 \Rightarrow DC = 4$$

در مثلث ABC، طول نیمساز زاویه داخلی A برابر است با:

$$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC = 7 \times 8 - 3/5 \times 4 = 56 - 12/5 = 42$$

$$\Rightarrow AD = \sqrt{42}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$a^2 < 8^2 + 15^2 = 289 \Rightarrow a < 17$$

$$15^2 < a^2 + 8^2 \Rightarrow a^2 > 15^2 - 8^2 = 161$$

$$\underline{\text{عدد صحیح است } a} \rightarrow a \geq 13$$

$$8^2 < a^2 + 15^2 \text{ بدیهی است}$$

$$\Rightarrow 13 \leq a \leq 16$$

بنابراین چهار مقدار صحیح برای a وجود دارد.

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث، صفحه ۷۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

(معمد هجری)

۱۱۷ -

اگر R شعاع دایره محیطی مثلث ABC باشد، آنگاه طبق قضیه سینوسها

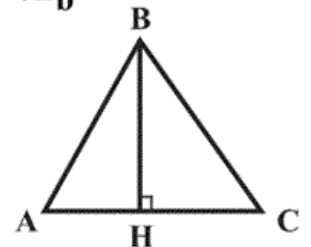
داریم:

$$\frac{a}{\sin A} = 2R \quad (*)$$

از طرفی مطابق شکل در مثلث قائم الزاویه ABH داریم:

$$\sin A = \frac{BH}{AB} = \frac{h_b}{c} \xrightarrow{(*)} \frac{a}{\frac{h_b}{c}} = 2R \Rightarrow R = \frac{ac}{2h_b}$$

$$\Rightarrow R = \frac{12 \times 9}{2 \times 8} = 6.75$$



(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

مطابق تعریف چهارضلعی محاطی دو زاویه \widehat{ADC} و \widehat{ABC} مکمل

$$\cos(\widehat{ABC}) = \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha = -\frac{1}{8} \quad \text{یکدیگرند.}$$

حال طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث‌های ABC و ADC داریم:

$$AC^2 = AD^2 + DC^2 - 2AD \cdot DC \cos\alpha \quad (1)$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2AB \cdot BC \cos\alpha \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow 7^2 + 2^2 - 2 \times 7 \times 2 \times \frac{1}{8} = x^2 + 6^2 + 2 \times x \times 6 \times \frac{1}{8}$$

$$2x^2 + 3x - 27 = 0$$

$$(2x + 9)(x - 3) = 0 \Rightarrow x = 3$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث، صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

طبق قضیه هرون داریم:

$$P_1 = \frac{3+5+7}{2} = \frac{15}{2}$$

$$S_1 = \sqrt{\frac{15}{2} \left(\frac{15}{2} - 3 \right) \left(\frac{15}{2} - 5 \right) \left(\frac{15}{2} - 7 \right)} = \sqrt{\frac{15}{2} \times \frac{9}{2} \times \frac{5}{2} \times \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{15\sqrt{3}}{4}$$

$$P_2 = \frac{4+6+8}{2} = 9$$

$$S_2 = \sqrt{9(9-4)(9-6)(9-8)} = \sqrt{9 \times 5 \times 3 \times 1} = 3\sqrt{15}$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{15\sqrt{3}}{4}}{3\sqrt{15}} = \frac{5}{4\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{4}$$

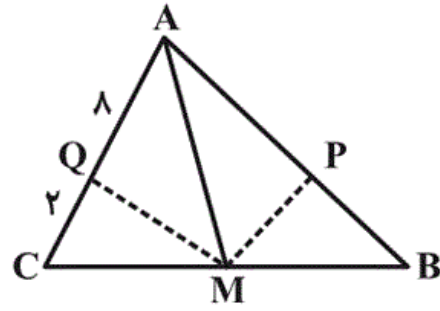
(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث، صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

۴

۳

۲

۱ ✓



چون MP و MQ به ترتیب نیمسازهای زاویه‌های AMB و AMC هستند، بنابر قضیه نیمسازهای زوایای داخلی خواهیم داشت:

$$\Delta AMB: MP \text{ نیمساز است} \Rightarrow \frac{AP}{PB} = \frac{AM}{MB}$$

$$\Delta AMC: MQ \text{ نیمساز است} \Rightarrow \frac{AQ}{QC} = \frac{AM}{MC}$$

چون $MC = MB$ ، پس سمت راست تساوی‌های بالا با هم برابرند و از

این رو سمت چپ تساوی‌ها نیز برابر خواهند شد، یعنی $\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$ در

نتیجه:

$$\frac{\frac{AP}{AP+PB}}{=AB} = \frac{\frac{AQ}{AQ+QC}}{=AC} \Rightarrow \frac{AP}{9} = \frac{\lambda}{10} \Rightarrow AP = 7/2$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

به هر یک از افراد یا اشیا که داده‌های مربوط به آنها در یک بررسی آماری گردآوری می‌شود، واحد آماری و به مجموعه کل آنها، جامعه آماری گفته می‌شود.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی، صفحه ۱۰۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

در روش نمونه‌گیری طبقه‌ای، پس از طبقه‌بندی جامعه به زیرجامعه‌های مجزا، از هر طبقه، یک نمونه تصادفی انتخاب می‌کنیم.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

روش نمونه‌گیری‌ای که از نمونه‌گیری ایده‌آل فاصله گرفته و به سمتی خاص انحراف پیدا کرده است، روش نمونه‌گیری اریب نامیده می‌شود.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی، صفحه ۱۱۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

طبق تعریف، پارامتر جامعه زمانی قابل محاسبه است که داده‌های کل جامعه در دسترس باشند.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی، صفحه ۱۱۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\text{طول فاصله اطمینان} = \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{4 \times 2/5}{\sqrt{25}} = 2$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی، صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

۴

۳

۲✓

۱

(نرا صالح‌پور)

با توجه به تعاریف، «الف» و «ت» صحیح می‌باشند.

«ب» فرآیند نتیجه‌گیری درباره پارامترهای جامعه بر اساس نمونه را آمار

استنباطی گوئیم.

«پ» برای بررسی یک جامعه، نمونه‌گیری نارایب ارزش بالایی دارد.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی، صفحه‌های ۱۰۴، ۱۱۰ و ۱۱۵)

۴

۳

۲✓

۱

(سیدومید زوالفقاری)

مقدار آماره میانگین برای نمونه‌های دوتایی {۱۶, ۲۰} و {۱۷, ۱۹} برابر ۱۸

می‌باشد. در صورتی که پیشامد آنکه آماره میانگین جامعه برای نمونه دوتایی

$$P(A) = \frac{2}{\binom{6}{2}} = \frac{2}{15}$$

برابر ۱۸ باشد را A بنامیم، داریم:

(آمار و احتمال - آمار استنباطی، صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۰)

۴✓

۳

۲

۱

می دانیم:

$$\bar{x} = \frac{0+1+2+5}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

$$\bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\Rightarrow 2 - \frac{2 \times 1/63}{\sqrt{4}} \leq \mu \leq 2 + \frac{2 \times 1/63}{\sqrt{4}}$$

$$\Rightarrow 0/37 \leq \mu \leq 3/63$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی، صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

(امیرحسین ابومحبوب)

میانه اعداد ۰ تا N ، همواره برابر $\frac{N}{2}$ است، زیرا در صورتی که N زوج

باشد، تعداد اعداد یعنی $N+1$ فرد است و داده $\frac{N}{2}$ دقیقاً وسط داده‌ها قرار

می‌گیرد، پس میانه است و در صورتی که N فرد باشد، تعداد اعداد زوج

است و در نتیجه میانه برابر میانگین دو داده وسط یعنی $\frac{N+1}{2}$ و $\frac{N-1}{2}$

است که برابر $\frac{N}{2}$ می‌باشد. با توجه به این که تعداد اعداد انتخابی برابر ۱۲

است، پس میانه داده‌ها برابر میانگین داده‌های ششم و هفتم است و در نتیجه

$$\text{میانه} = \frac{13+15}{2} = \frac{28}{2} \Rightarrow \frac{N}{2} = \frac{28}{2} \Rightarrow N = 28 \quad \text{داریم:}$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی، مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۲۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

انحراف معیار برآورد میانگین یک نمونه برابر انحراف معیار جامعه تقسیم بر جذر اندازه نمونه است. بنابراین اگر $n_1 = 25$ و $n_2 = 225$ فرض شود، آنگاه داریم:

$$\frac{\sigma_{\bar{x}_2}}{\sigma_{\bar{x}_1}} = \frac{\frac{\sigma}{\sqrt{n_2}}}{\frac{\sigma}{\sqrt{n_1}}} = \frac{\sqrt{n_1}}{\sqrt{n_2}} \Rightarrow \frac{\sigma_{\bar{x}_2}}{1/8} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{225}} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} \Rightarrow \sigma_{\bar{x}_2} = 0/6$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی، صفحه ۱۲۱)

۴ ✓

۳

۲

۱