



RIAZISARA

www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات**

...و

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

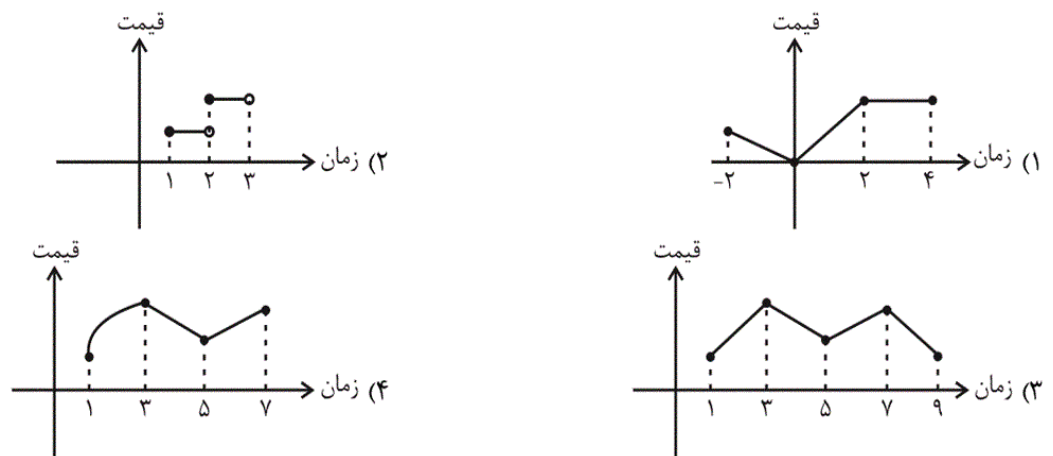
۸۱- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) به مجموعه داده‌هایی که در طی زمان با فواصل منظم گردآوری می‌شوند، سری زمانی می‌گویند.
- (۲) نمودار پراکنش نگاهت سری زمانی، داده‌ها را با پاره‌خط‌هایی در طول زمان به هم وصل می‌کند.
- (۳) تکرار یک داده در برخی زمان‌های یک نمودار سری زمانی را الگو می‌نامند.
- (۴) تخمین داده‌های قبل از داده‌های ثبت شده را برون‌یابی می‌گویند.

۸۲- کدام یک از داده‌های زیر سری زمانی نیست؟

- (۱) تعداد دانش‌آموزان قبول شده در دانشگاه‌های دولتی در ۱۰ سال گذشته برای یک دبیرستان
- (۲) تعداد مشتریان مراجعه‌کننده به یک بانک در روز، طی یک ماه گذشته
- (۳) تعداد مشتریان یک تاجر برحسب مدت زمانی که صرف بازاریابی می‌کند.
- (۴) درجه حرارت بدن یک فرد سالم در هر ساعت از یک شبانه‌روز

۸۳- کدام نمودار زیر، می‌تواند بیانگر یک نمودار سری زمانی باشد؟



۸۴- در یک سری از داده‌های آماری، چه موقع درون‌یابی بین دو نقطه A و B دارای خطا نیست؟

- (۱) در صورتی که عرض‌های نقاط A و B با هم برابر باشند.
- (۲) در صورتی که طول‌های A و B اختلاف کمی با هم داشته باشند.
- (۳) در صورتی که نقطه مورد نظر و نقاط A و B همگی روی یک پاره‌خط از نمودار باشند.
- (۴) در صورتی که طول نقطه مورد نظر میانگین طول‌های نقاط A و B باشد.

۸۵- طبق جدول زیر، می‌خواهیم در سال دوم درون‌یابی و در سال هشتم برون‌یابی کنیم. معادله‌های خطوط مربوط به این دو سال، در چه نقطه‌ای با هم تلاقی دارند؟

سال (x)	۱	۳	۵	۷
درآمد (میلیون تومان) (y)	۴	۶	۱۱	۱۹

(۲) $(2/5, 5/5)$

(۱) $(3/5, 4/5)$

(۴) $(5/5, 3/5)$

(۳) $(1/5, 4/5)$

۸۶- با توجه به جدول زیر، معادله خط درون‌یابی خطی تعداد مشتری‌ها در ساعت ۹ کدام است؟

ساعت (x)	۸	۱۰	۱۲
تعداد مشتری (y)	۱۲	۳۲	۲۸

(۱) $y = 10x - 68$

(۲) $y = 5x + 2$

(۳) $y = 5x - 32$

(۴) $y = 10x - 2$

۸۷- کدام گزینه یک برون‌یابی است؟

(۱) پیش‌بینی میزان بارندگی در ماه اردیبهشت بر اساس اطلاعات بارندگی در ماه‌های فروردین و خرداد در یک شهر

(۲) تخمین طول قد یک فرد در ۲۵ سالگی با توجه به نمودار رشد تا ۲۰ سالگی

(۳) تخمین تعداد مشتری‌های یک مرکز خرید در روز طی یک ماه

(۴) تخمین قیمت سکه در سال ۹۱ با توجه به قیمت سکه در سال‌های ۹۰ و ۹۲

۸۸- در یک نمودار سری زمانی در زمان $t_1 = 3$ مقدار داده ۲۵ و در زمان $t_2 = 5$ مقدار داده a است. اگر معادله درون‌یابی خطی بین دو زمان

t_1 و t_2 به صورت $y = 3t + n$ باشد، مقدار $\frac{a+1}{n}$ کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۱

(۲) $\frac{5}{6}$

(۱) $\frac{6}{5}$

۸۹- یک دکه‌دار، تعداد بطری‌های آب فروخته‌شده را در روزهایی مطابق جدول زیر ثبت کرده است: (روزها دو روز در میان در نظر گرفته شده است).

روز (t)	شنبه	سه‌شنبه	جمعه	دوشنبه	پنج‌شنبه
تعداد بطری‌ها (y)	۸	۱۳	۱۷	۱۲	۲۰

برون‌یابی تعداد بطری‌های فروخته شده در یکشنبه هفته سوم کدام است؟

(۴) ۱۵

(۳) ۱۸

(۲) ۲۱

(۱) ۲۳

۹۰- با توجه به جدول زیر تخمین داده y به ازای $t=1$ تقریباً کدام است؟

t	۳	۵	۷	۹
y	۸	۱۲	۶	۱۴

۵ (۱)

۷ (۲)

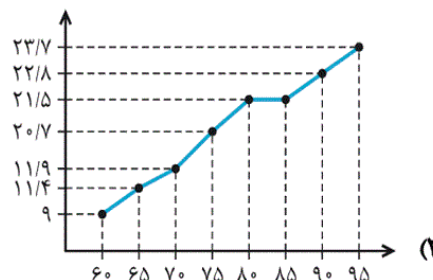
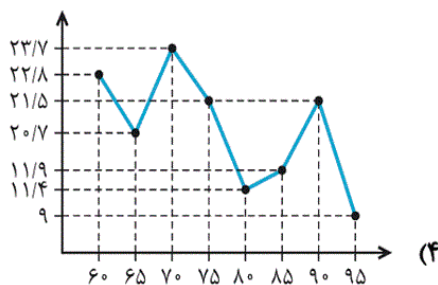
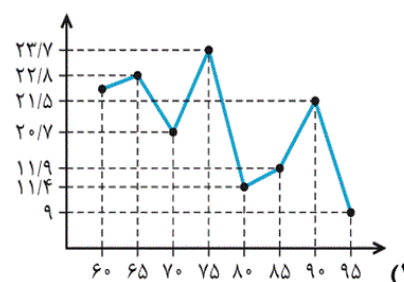
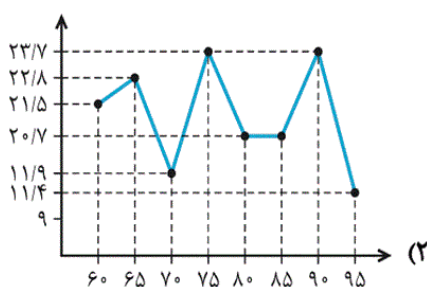
۹ (۳)

۱۰ (۴)

ریاضی و آمار ۲ - گواه - ۰

۹۱- نمودار سری زمانی داده‌های جدول زیر کدام است؟

سال (X)	۶۰	۶۵	۷۰	۷۵	۸۰	۸۵	۹۰	۹۵
نرخ تورم (Y)	۲۱/۵	۲۲/۸	۱۱/۹	۲۳/۷	۲۰/۷	۲۰/۷	۲۳/۷	۱۱/۴



۹۲- نمودار سری زمانی (پراکنش نگاشت) درجه حرارت بدن یک بیمار در ۳ شبانه روز شامل ۲۳ پاره خط است. هر چند ساعت یکبار دمای بدن بیمار اندازه‌گیری شده است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۸ (۱)

۹۳- نرخ تورم هر پنج سال یکبار در جدول زیر آمده است. به کمک درون‌یابی خطی نرخ تورم در سال ۹۳ را تخمین می‌زنیم. اگر نرخ تورم واقعی در سال ۹۳ برابر $15/6$ باشد، خطای درون‌یابی کدام است؟

سال (X)	۷۰	۷۵	۸۰	۸۵	۹۰	۹۵
نرخ تورم (Y)	۲۰/۷	۲۳/۲	۱۱/۴	۱۱/۹	۲۱/۵	۹

۱/۶ (۴)

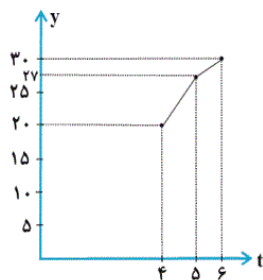
۲/۱ (۳)

۱/۸ (۲)

۱ (۱)

۹۴- در یک مسئله درون‌یابی، اگر دو داده ثابت شده در زمانهای $t_1 = 5$ و $t_2 = 7$ به ترتیب برابر ۸۱ و ۹۳ باشند، تخمین به کمک درون‌یابی خطی در $t = 6$ کدام است؟

۹۵- در نمودار سری زمانی زیر، اگر به کمک درون‌یابی خطی زمان‌های $t=4$ و $t=6$ مقدار داده در $t=5$ را به دست آوریم، خطای درون‌یابی چند واحد است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ کم‌تر از یک واحد

۴ بیش‌تر از دو واحد

۹۶- در یک نمودار سری زمانی در زمان $t_1 = 8$ مقدار داده برابر ۳۴ و در زمان $t_2 = 10$ مقدار داده برابر $4k - 2$ ثبت شده است. اگر معادله درون‌یابی $y = 2t + h$ باشد، مقدار $h + k$ کدام است؟

۳۰ (۴)

۲۸ (۳)

۲۶ (۲)

۲۴ (۱)

۹۷- یک ده‌دار تعداد بطری‌های آب فروخته شده را از شروع فصل گرما در روزهای مشخص شده مطابق جدول زیر ثبت کرده است. اگر این ده‌دار طبق یک الگوی هفتگی، فروش داشته باشد، در سه‌شنبه هفته آینده تقریباً چند بطری آب می‌فروشد؟

روز	شنبه	دوشنبه	چهارشنبه	جمعه
تعداد بطری	۳۷	۴۸	۵۲	۳۱

۵۶ (۴)

۵۰ (۳)

۴۹ (۲)

۳۲ (۱)

۹۸- میزان فروش یک شرکت در ۵ سال متوالی برحسب میلیارد تومان مطابق جدول زیر است. به کمک برون‌یابی خطی میزان فروش در سال ششم برحسب میلیارد تومان کدام است؟

سال (x)	۱	۲	۳	۴	۵
میزان فروش (y)	۴	۵	۹	۱۲	۱۵

۱۷ (۴)

۱۶/۵ (۳)

۱۸ (۲)

۱۷/۵ (۱)

۹۹- کدام گزینه یک برون‌یابی است؟

(۱) تعداد زلزله‌های سال ۱۳۰۰ در ایران با توجه به تعداد زلزله‌های ثبت شده در سال‌های ۱۳۰۱ تا ۱۳۹۵

(۲) میزان بارندگی در شهر تهران در هفته گذشته با توجه به اطلاعات دو هفته قبل و هفته جاری

(۳) تعداد مشتری‌های مراجعه‌کننده به فروشگاه خاص در ساعت ۱۲ ظهر با توجه به اطلاعات مربوطه در ساعت‌های ۹ صبح و ۳ بعدازظهر

(۴) طول قد یک کودک در پنج ماهگی با توجه به طول قد او در بدو تولد و یک سالگی

۱۰۰- میانگین درآمد تعمیرکاران اتومبیل در یک شهر برحسب سابقه کاری در جدول زیر آمده است. معادله خطی که درآمد افراد با سابقه کاری

بیشتر از ۲۵ سال را تخمین می‌زند، کدام است؟

۲۵	۲۰	۱۵	۱۰	۵	سابقه بر حسب سال (t)
۶/۵	۶	۵/۵	۴	۳	درآمد بر حسب میلیون تومان (y)

$$y = 0/15t + 2/75 \quad (1)$$

$$y = 0/15t + 3/25 \quad (2)$$

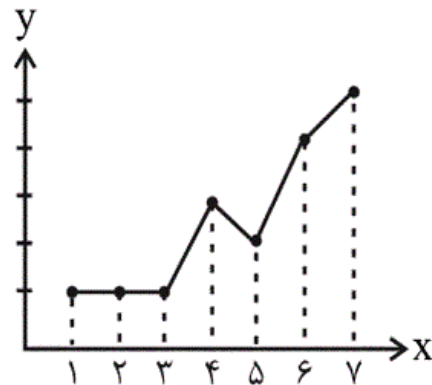
$$y = 0/25t + 2/75 \quad (3)$$

$$y = 0/25t + 3/25 \quad (4)$$

(موسا عفتی)

۸۱- گزینه ۳ صحیح است

تکرار یک ویژگی در نمودار سری زمانی را الگو می‌نامند اما تنها با تکرار یک داده نمی‌توان به یک الگو دست پیدا کرد. مانند نمودار زیر:



در زمان‌های ۱، ۲ و ۳ مقدار داده‌ها برابرند و یک داده تکرار شده اما در زمان‌های بعدی مقادیر داده‌ها نامنظم هستند.

(ریاضی و آمار (۲)، آمار، صفحه‌های ۶۳ تا ۷۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

(مهمر بهیرایی)

۸۲- گزینه ۳ صحیح است

جمع‌آوری داده‌های مربوط به تعداد مشتریان یک تاجر بر حسب مدت زمانی که صرف بازاریابی می‌کند، سری زمانی نیست چون داده‌ها در فواصل منظم جمع‌آوری نمی‌شوند.

(ریاضی و آمار (۲)، آمار، صفحه‌های ۶۳ تا ۷۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

(امیر زرانروز)

۸۳- گزینه ۳ صحیح است

دقت کنید که در نمودار سری زمانی، مقدار متغیر در فواصل زمانی ثابت اندازه‌گیری می‌شود، سپس نقاط حاصل را با پاره‌خطهایی به طور متوالی بهم وصل می‌کنیم. ضمناً توجه دارید که زمان نمی‌تواند عددی منفی باشد پس گزینه (۱) نادرست است. ضمناً در گزینه (۴) قسمتی از نمودار، منحنی است که نادرست است.

(ریاضی و آمار (۲)، آمار، صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

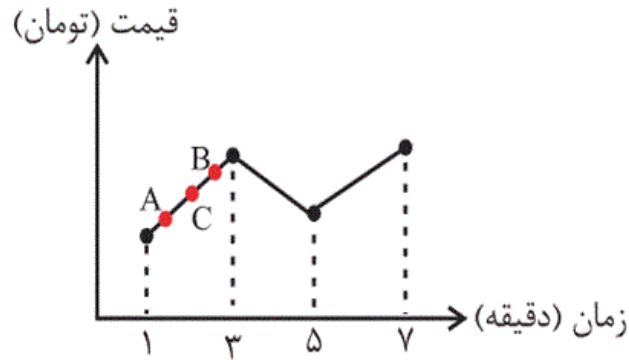
۴

۳ ✓

۲

۱

مطابق شکل فرضی زیر، اگر A، B و C روی یک پاره‌خط از نمودار سری زمانی واقع باشند درون‌یابی در نقطه C هیچ خطایی ندارد:



(ریاضی و آمار (۲)، آمار، صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۴

۳

۲

۱

$$C \left| \begin{array}{l} 4 \\ 10 \end{array} \right., D \left| \begin{array}{l} 7 \\ 19 \end{array} \right. \Rightarrow m = \frac{19-10}{7-4} = \frac{9}{3} = 3$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 10 = 3(x - 4) \Rightarrow y = 3x - 2$$

حالا نقطه تلاقی دو خط را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} y = x + 3 \\ y = 3x - 2 \end{cases} \Rightarrow 3x - 2 = x + 3 \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{5}{2} + 3 = \frac{2}{5} + 3 = \frac{5}{5}$$

پس نقطه $(\frac{2}{5}, \frac{5}{5})$ نقطه تلاقی دو خط است.

(ریاضی و آمار (۲)، آمار، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

۴

۳

۲

۱

چون درون‌یابی خطی در ساعت $x = 9$ انجام می‌شود، پس معادله خط گذرنده

از دو نقطه $\begin{pmatrix} 8 \\ 12 \end{pmatrix}$ و $\begin{pmatrix} 10 \\ 32 \end{pmatrix}$ را می‌نویسیم:

$$m = \frac{32-12}{10-8} = \frac{20}{2} = 10$$

$$y - 12 = 10(x - 8) \Rightarrow y = 10x - 68$$

(ریاضی و آمار (۲)، آمار، صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۴

۳

۲

۱

(ریم مشتاق نظم)

تخمین داده‌های قبل یا بعد از داده‌های ثبت شده را برون‌یابی می‌گویند، بنابراین گزینه «۲» برون‌یابی خطی است.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: درون‌یابی خطی است.

گزینه «۳»: اگر اطلاعات هر روز را داشته باشیم، می‌توان نمودار سری زمانی آن را رسم کرد و در این گزینه مشخص نکرده‌ایم که قرار است تعداد مشتری‌ها بر اساس اطلاعات ثبتی چه تاریخی تخمین زده شود.

گزینه «۴»: درون‌یابی خطی است.

(ریاضی و آمار (۲)، آمار، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

۴

۳

۲✓

۱

(مهمر بفرایی)

$$y = 3t + n \Rightarrow \text{شیب خط} = m = 3$$

$$\Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1} = \frac{a - 25}{5 - 3} = 3 \Rightarrow a - 25 = 6 \Rightarrow a = 31$$

نقطه (۳, ۲۵) در معادله صدق می‌کند، پس:

$$25 = 3 \times 3 + n \Rightarrow n = 16$$

$$\Rightarrow \frac{a+1}{n} = \frac{31+1}{16} = 2$$

(ریاضی و آمار (۲)، آمار، صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۴✓

۳

۲

۱

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3$$

$$\bar{y} = \frac{8+13+17+12+20}{5} = \frac{70}{5} = 14$$

$$\left(\begin{matrix} 5 \\ 20 \end{matrix} \right), \left(\begin{matrix} 3 \\ 14 \end{matrix} \right) \Rightarrow m = \frac{20-14}{5-3} = \frac{6}{2} = 3$$

$$y-14 = 3(x-3) \xrightarrow{x=6} y-14 = 3(6-3)$$

$$\Rightarrow y = 9+14 = 23$$

(ریاضی و آمار (۲)، آمار، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

۹۰- تقریباً

(ریم مشتاق نظم)

چون مقدار داده در زمان قبل از زمان داده‌های ثبت شده در جدول است، پس تخمین به کمک برون‌یابی انجام می‌گیرد:

$$\bar{t} = \frac{9+7+5+3}{4} = \frac{24}{4} = 6$$

$$\bar{y} = \frac{14+6+12+8}{4} = \frac{40}{4} = 10$$

نقطه میانی: $\left(\begin{matrix} 6 \\ 10 \end{matrix} \right)$

نقطه ابتدا: $\left(\begin{matrix} 3 \\ 8 \end{matrix} \right)$

$$m = \frac{10-8}{6-3} = \frac{2}{3}$$

$$y-8 = \frac{2}{3}(t-3) \xrightarrow{t=1} y-8 = \frac{2}{3}(1-3)$$

$$\Rightarrow y-8 = \frac{-4}{3} \Rightarrow y = 8 - \frac{4}{3} = \frac{20}{3} \approx 7$$

(ریاضی و آمار (۲)، آمار، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

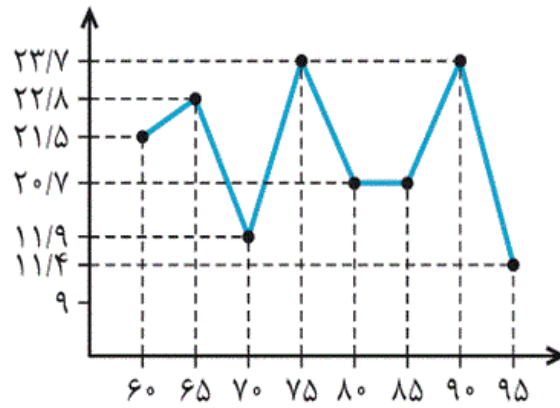
۴

۳

۲ ✓

۱

با توجه به جدول نمودار به صورت زیر رسم می شود:



(ریاضی و آمار (۲)، آمار، صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

نمودار پراکنش نگاهت درجه حرارت بدن بیمار در سه شبانه روز شامل ۲۳ پاره خط است، پس شامل ۲۴ نقطه اندازه‌گیری دما است، چون فواصل

زمانی یکسان است، هر شبانه روز $\frac{24}{3} = 8$ بار اندازه‌گیری انجام شده است.

پس هر $(\frac{24}{8} = 3)$ ساعت یکبار اندازه‌گیری انجام شده است و فواصل زمانی نمودار ۳ ساعت است.

(ریاضی و آمار (۲)، آمار، صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

چون سال ۹۳ بین سال‌های ۹۰ و ۹۵ قرار دارد، معادله خطی که از دو نقطه $(90, 21/5)$ و $(95, 9)$ می‌گذرد را می‌نویسیم:

$$m = \frac{21/5 - 9}{90 - 95} = -\frac{12/5}{5} = -2/5$$

$$y - 9 = -2/5(x - 95) \Rightarrow y = -2/5(x - 95) + 9$$

$$\xrightarrow{x=93} y = -2/5(93 - 95) + 9 = 5 + 9 = 14$$

$$\text{خطای درون‌یابی} = 15/6 - 14 = 1/6$$

(ریاضی و آمار (۲)، آمار، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

ابتدا معادله خط گذرنده از دو نقطه $(5, 81)$ و $(7, 93)$ را می‌نویسیم:

$$m = \frac{93 - 81}{7 - 5} = \frac{12}{2} = 6$$

$$y - 81 = 6(t - 5) \Rightarrow y = 6(t - 5) + 81$$

چون $5 < t = 6 < 7$ است، پس با قرار دادن $t = 6$ در معادله خط بالا داریم:

$$\xrightarrow{t=6} y = 6 \times (6 - 5) + 81 = 87$$

(ریاضی و آمار (۲)، آمار، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۴

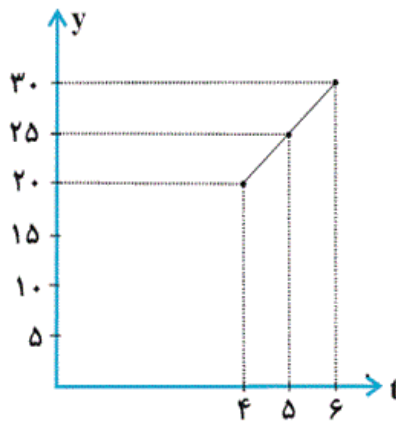
۳

۲

۱

(کتاب آبی)

برای درون‌یابی خطی، خط گذرنده از دو نقطه $(4, 20)$ و $(6, 30)$ را رسم می‌کنیم:



همانطور که ملاحظه می‌کنید در $t = 5$ مقدار داده $y = 25$ به دست می‌آید، اما با توجه به نمودار صورت سؤال (سری زمانی) مقدار واقعی داده در $t = 5$ برابر $y = 27$ است. بنابراین:

$$\text{خطای درون‌یابی} = |27 - 25| = 2$$

(ریاضی و آمار (۲)، آمار، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۴

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

$$\begin{cases} (۸, ۳۴) \\ (۱۰, ۴k-۲) \end{cases} \Rightarrow m = \frac{۳۴-۴k+۲}{۸-۱۰} = \frac{۳۶-۴k}{-۲}$$

از طرفی با توجه به معادله درون یابی $y = ۲t + h$ شیب خط برابر ۲ است. بنابراین:

$$\frac{۳۶-۴k}{-۲} = ۲ \Rightarrow ۳۶-۴k = -۴$$

$$\Rightarrow ۴k = ۴۰ \Rightarrow k = ۱۰$$

$$\xrightarrow{(۸, ۳۴)} ۳۴ = ۲ \times ۸ + h$$

در معادله صدق می‌کند

$$\Rightarrow ۳۴ - ۱۶ = h \Rightarrow h = ۱۸$$

$$\Rightarrow h + k = ۱۸ + ۱۰ = ۲۸$$

(ریاضی و آمار (۲)، آمار، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

(کتاب آبی)

چون قرار بر فروش، طبق الگوی هفتگی است پس این الگو باید در هفته‌های بعد نیز تکرار شود بنابراین، برای به‌دست آوردن تعداد بطری‌های فروخته شده در سه‌شنبه از درون یابی خطی استفاده می‌کنیم و نقاط مربوط به دوشنبه و چهارشنبه را به صورت $(۲, ۴۸)$ و $(۴, ۵۲)$ در نظر می‌گیریم.

$$m = \frac{۵۲-۴۸}{۴-۲} = \frac{۴}{۲} = ۲$$

$$y - ۴۸ = ۲(t - ۲) \Rightarrow y = ۲(t - ۲) + ۴۸$$

$$\xrightarrow{t=۳} y = ۲ \times (۳ - ۲) + ۴۸ = ۵۰$$

بنابراین اگر هفته آینده نیز مطابق الگوی این هفته باشد، ۵۰ بطری آب در روز سه‌شنبه به فروش خواهد رسید.

(ریاضی و آمار (۲)، آمار، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

ابتدا نقطه میانگین را به دست می‌آوریم:

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = \frac{15}{5} = 3$$

$$\bar{y} = \frac{4+5+9+12+15}{5} = \frac{45}{5} = 9$$

معادله خطی که از نقاط (۳, ۹) و (۵, ۱۵) می‌گذرد را می‌نویسیم:

$$m = \frac{15-9}{5-3} = \frac{6}{2} = 3$$

$$y-9 = 3(x-3) \Rightarrow y = 3(x-3) + 9$$

$$\xrightarrow{x=6} y = 3 \times (6-3) + 9 = 9 + 9 = 18$$

(ریاضی و آمار (۲)، آمار، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

تخمین داده‌های قبل یا بعد از داده‌های ثبت شده را برون‌یابی می‌گویند. بنابراین در گزینه «۱» برون‌یابی انجام شده است. در سایر گزینه‌ها تخمین یک داده بین داده‌های ثبت شده انجام می‌گیرد که درون‌یابی است.

(ریاضی و آمار (۲)، آمار، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی)

ابتدا نقطه میانگین را به دست می آوریم. سپس بوسیله این نقطه و نقطه آخر (۲۵, ۶/۵) معادله خط را می نویسیم:

$$\bar{t} = \frac{۵+۱۰+۱۵+۲۰+۲۵}{۵} = ۱۵$$

$$\bar{y} = \frac{۳+۴+۵/۵+۶+۶/۵}{۵} = \frac{۲۵}{۵} = ۵$$

$$\left. \begin{array}{l} (۱۵, ۵) \\ (۲۵, ۶/۵) \end{array} \right\} \Rightarrow m = \frac{۶/۵ - ۵}{۲۵ - ۱۵} = \frac{۱/۵}{۱۰} = ۰/۱۵$$

$$y - ۵ = ۰/۱۵(t - ۱۵) \Rightarrow y = ۰/۱۵t - ۲/۲۵ + ۵$$

$$\Rightarrow y = ۰/۱۵t + ۲/۲۵$$

(ریاضی و آمار (۲)، آمار، صفحه های ۶۸ تا ۷۰)

۴

۳

۲

۱ ✓