



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

@riazisara

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

@riazisara.ir

ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی -

۸۱- اگر $\log_8^{18} = a$ باشد، مقدار \log_6^a بر حسب a کدام است؟

$\frac{3a-1}{2}$ (۴) $\frac{3a+1}{4}$ (۳) $\frac{3a}{4}$ (۲) $\frac{3a-1}{4}$ (۱)

۸۲- حاصل عبارت $\log_{(3+2\sqrt{2})}(\sqrt{2}-1)$ کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴) ۲ (۳) -۲ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۱)

۸۳- تابع با ضابطه $f(x) = 3 - \log_3^{(x+3)}$ مفروض است. اگر نمودار تابع f^{-1} محور x ها را با طول a و محور y ها را با عرض b قطع کند، آنگاه

$a + b$ کدام است؟

۲۶ (۱) ۱۲ (۲) ۶ (۳) صفر (۴)

۸۴- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $\log_3^{(\Delta x - 2)} = 1 + \log_{\sqrt{3}}^x$ باشند، حاصل $\log_3^{|x_1 - x_2|}$ کدام است؟

صفر (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴)

۸۵- اگر $\log 7 = n$ و $\log 13 = m$ ، آنگاه حاصل $\log_{\sqrt{9/11}}$ کدام است؟

$\frac{m+n}{2n-1}$ (۱) $\frac{m+n-1}{2n}$ (۲) $\frac{m-n+1}{n}$ (۳) $\frac{m-n-1}{2n}$ (۴)

۸۶- مجموع جواب‌های معادله $\log_X^{\Delta x} - \frac{1}{2} \log_{\Delta}^{x^2} = 1$ کدام است؟

$\frac{13}{25}$ (۱) $\frac{18}{25}$ (۲) $\frac{9}{5}$ (۳) $\frac{26}{5}$ (۴)

۸۷- حاصل $[\frac{1}{5} \log 2] + [5 \log 2]$ کدام است؟ ([]: جزء صحیح)

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) صفر (۴)

۸۸- اگر $\log(2^x + 8) = \log 2 + x \log 2$ ، آنگاه حاصل $\frac{\log_x^3 + 3}{\log_3^x + 1}$ برابر کدام است؟

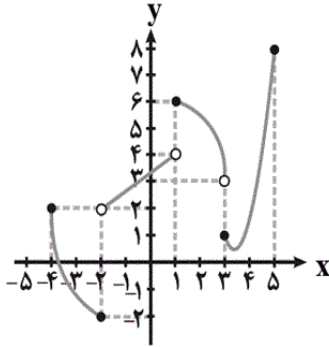
۲ (۴)

۳ (۳)

$\frac{4}{3}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

ریاضی ۲، حد و پیوستگی



۸۹- با توجه به نمودار تابع f ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(1-x^2) + \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x-2)$ کدام است؟

۸ (۱)

۴ (۲)

۲ (۳)

۶ (۴)

۹۰- تابع $f(x) = \begin{cases} |x-1| & ; x \leq 1 \\ 2x & ; x > 1 \end{cases}$ مفروض است. کدام گزینه درباره وجود حد در نقطه $x=1$ صحیح است؟

(۲) حد چپ و راست موجود و برابرند.

(۱) حد چپ و راست موجود و نابرابرند.

(۴) حد راست موجود است ولی حد چپ موجود نیست.

(۳) حد چپ موجود است ولی حد راست موجود نیست.

(مهرداد ملونری)

$$\log_8 18 = a \Rightarrow \log_{\frac{2^3}{2^2}} 2^2 \times 2 = a$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} (2 \log_2 2 + \log_2 2) = a$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} \log_2 2 + \frac{1}{3} = a \Rightarrow \log_2 2 = \frac{3a-1}{2}$$

$$\log_{\frac{4}{2}} 6 = \log_{\frac{2^2}{2}} 2 \times 2 = \frac{1}{2} (\log_2 2 + \log_2 2)$$

$$= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{3a-1}{2} \right) = \frac{3a+1}{4}$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

۴

۳

۲

۱

(آرمان جلالی فرد)

$$3 + 2\sqrt{2} = (\sqrt{2} + 1)^2 \quad \sqrt{2} - 1 = (\sqrt{2} + 1)^{-1}$$

$$\log_{\frac{\sqrt{2}-1}{3+2\sqrt{2}}} = \log_{\frac{(\sqrt{2}+1)^{-1}}{(\sqrt{2}+1)^2}} = \frac{-1}{2} \log_{(\sqrt{2}+1)} = -\frac{1}{2}$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

۴

۳

۲

۱

(مصطفی کرمی)

اگر نقطه $(a, 0)$ روی نمودار تابع f^{-1} واقع باشد، آنگاه نقطه $(0, a)$ روی نمودار تابع f واقع است:

$$a = 3 - \log_3(0+3) \Rightarrow a = 3 - 1 = 2$$

اگر نقطه $(0, b)$ روی نمودار تابع f^{-1} واقع باشد، آنگاه نقطه $(b, 0)$ روی نمودار تابع f واقع است:

$$0 = 3 - \log_3(b+3) \Rightarrow \log_3(b+3) = 3 \Rightarrow b+3 = 3^3$$

$$\Rightarrow b = 24 \Rightarrow a + b = 26$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۹، ۱۱۵ و ۱۱۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

(آرمان بلالی فرد)

$$\log_3^{\Delta x - 2} = 1 + \log_3^x \sqrt{3}$$

$$\frac{\log_3^x \sqrt{3} = 2 \log_3^x = \log_3^{x^2}}{1 = \log_3^3} \rightarrow \log_3^{\Delta x - 2} = \log_3^3 + \log_3^{x^2}$$

$$\Rightarrow \log_3^{\Delta x - 2} = \log_3^{3x^2} \Rightarrow 3x^2 = \Delta x - 2$$

$$\Rightarrow 3x^2 - \Delta x + 2 = 0$$

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\log_c a^n = n \log_c a, \log_c ab = \log_c a + \log_c b, \log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$$

با توجه به ویژگی هلی

$$\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b \quad \text{و}$$

$$\log_7 \sqrt{9/1} = \log_7 (9/1)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_7 9/1$$

$$= \frac{1}{2} \log_7 9 = \frac{1}{2} (\log_7 9 - \log_7 1)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{\log 9}{\log 7} - \frac{\log 1}{\log 7} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\log(7 \times 13)}{\log 7} - \frac{1}{\log 7} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{\log 7 + \log 13}{\log 7} - \frac{1}{\log 7} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{n+m}{n} - \frac{1}{n} \right) = \frac{m+n-1}{2n}$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

(علی مرشد)

$$\log_{\Delta}^{\Delta X} - \frac{1}{2} \log_{\Delta}^{\Delta X^2} = 1 \Rightarrow \log_{\Delta}^{\Delta X} + \log_{\Delta}^{\Delta X} - \frac{1}{2} \log_{\Delta}^{\Delta X^2} = 1$$

$$\Rightarrow \log_{\Delta}^{\Delta X} + 1 - \frac{1}{2} \log_{\Delta}^{\Delta X^2} = 1 \Rightarrow \log_{\Delta}^{\Delta X} - \frac{1}{2} \log_{\Delta}^{\Delta X^2} = 0$$

$$\log_{\Delta}^{\Delta X^2} = 2 \log_{\Delta}^{\Delta X}$$

از طرفی چون $x > 0$ ، بنابراین:

$$\log_{\Delta}^{\Delta X} - \log_{\Delta}^{\Delta X} = 0$$

بنابراین:

حال با کمک قاعده $\log_b^a = \frac{1}{\log_a b}$ داریم:

$$\frac{1}{\log_{\Delta}^{\Delta X}} - \log_{\Delta}^{\Delta X} = 0 \Rightarrow \frac{1}{\log_{\Delta}^{\Delta X}} = \log_{\Delta}^{\Delta X}$$

$$\Rightarrow (\log_{\Delta}^{\Delta X})^2 = 1$$

$$\begin{cases} \log_{\Delta}^{\Delta X} = 1 \Rightarrow x_1 = \Delta \\ \log_{\Delta}^{\Delta X} = -1 \Rightarrow x_2 = \Delta^{-1} = \frac{1}{\Delta} \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = \Delta + \frac{1}{\Delta} = \frac{26}{5}$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

(میثم عمزه‌لویی)

$$[\Delta \log 2] + \left[\frac{1}{\Delta} \log 2 \right] = [\log 32] + [\log \sqrt[5]{2}]$$

$$10 < 32 < 100 \Rightarrow 1 < \log 32 < 2 \Rightarrow [\log 32] = 1$$

$$1 < \sqrt[5]{2} < 10 \Rightarrow 0 < \log \sqrt[5]{2} < 1 \Rightarrow [\log \sqrt[5]{2}] = 0$$

$$\Rightarrow [\log 32] + [\log \sqrt[5]{2}] = 1 + 0 = 1$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۱۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

(معمداً مین روانباش)

$$\log(r^x + 8) = \log r + x \log r$$

$$\Rightarrow \log(r^x + 8) = \log r + \log r^x = \log r^{x+1}$$

$$\Rightarrow r^{x+1} = r^x + 8 \Rightarrow r^{x+1} - r^x = 8 \Rightarrow r^x (r^1 - 1) = 8$$

$$\Rightarrow r^x = 8 = r^3 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow \frac{\log_r^3 + 3}{\log_r^3 + 1} = \frac{1+3}{1+1} = 2$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

(ایمان پینی فروشان)

$$x \rightarrow 0^+ \Rightarrow x^2 > 0 \Rightarrow 1 - x^2 < 1 \Rightarrow 1 - x^2 \rightarrow 1^-$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(1 - x^2) = 4$$

$$x \rightarrow 0^- \Rightarrow x < 0 \Rightarrow x - 2 < -2 \Rightarrow x - 2 \rightarrow (-2)^-$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x - 2) = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(1 - x^2) + \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x - 2) = 4 - 2 = 2$$

(فرد پستگلی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۷)

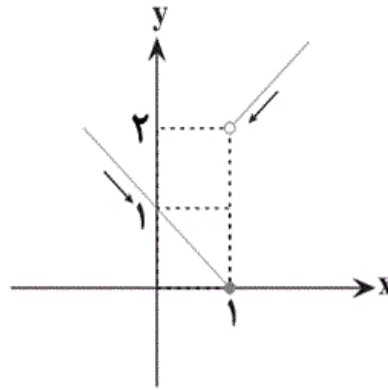
۴

۳ ✓

۲

۱

نمودار تابع را رسم می‌کنیم:



هنگامی که از سمت راست به $x=1$ نزدیک می‌شود، مقدار y به ۲ میل می‌کند و اگر از سمت چپ نزدیک شویم، y به صفر میل می‌کند. در نتیجه حد چپ و راست موجود و نابرابرند.

(مرو پیوستگی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱