



RIAZISARA

www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات**

...

@riazisara

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

@riazisara.ir

ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۱، توان های گویا و عبارت های جبری -

۱۰۱- اگر a عددی منفی باشد که در رابطه $\sqrt[3]{a} < a$ صدق کند، چه تعداد از عبارت های زیر درست است؟

- الف) $a^3 > a^5$ (۱) ب) $a^7 > a^2$ (۲) پ) $-a^4 > a^3$ (۳) ت) $(-a)^{\frac{1}{2}} < (-a)^{\frac{1}{3}}$ (۴)

۱۰۲- اگر حاصل عبارت $A = (\sqrt{2} + \sqrt{3})^{1-\sqrt{2}} \times (\sqrt{2}-2)^{\frac{1}{2\sqrt{2}-2}} \times (5+2\sqrt{6})^{\frac{1}{2\sqrt{2}-2}}$ به صورت $A = a + 2\sqrt{b}$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟
($a, b \in \mathbb{N}$)

- ۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۱۱ ۴) ۹

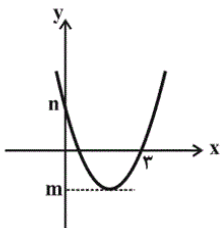
۱۰۳- اگر $\frac{y^7 - 7y^2 - 4xy + 4x^2 + 16}{y-2} = 0$ باشد، حاصل $x+y$ کدام است؟

- ۱) ۱ و -۳ ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) -۳

ریاضی ۱، معادله ها و نامعادله ها

۱۰۴- اگر حاصل جمع مربعات ۲ عدد فرد متوالی، ۱۰ برابر عدد کوچک تر باشد، مجموع آن ها کدام است؟

- ۱) ۱۶ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۲



۱۰۵- شکل مقابل، نمودار سهمی $y = x^2 - (3a+1)x + 4a - 1$ را نمایش می دهد. حاصل $m+n$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۶- به ازای چند مقدار m ، رأس سهمی $y = (m+1)x^2 + 2\sqrt{2}x + m^2$ روی محور x ها قرار دارد؟

- ۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

۱۰۷- در بازه (a, b) ، خطوط $y = \frac{2}{3}x - 2$ و $y = -2x - 4$ زیر خط $y = 0$ قرار دارند. بیش ترین مقدار $b-a$ کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۵ ۴) ۶

۱۰۸- سهمی $y = (a-3)x^2 - a + 1$ همواره زیر محور x ها قرار دارد. در این صورت سهمی $y = (x-a)^2 - a$ از کدام ناحیه دستگاه مختصات نمی‌گذرد؟

- (۱) فقط چهارم (۲) فقط سوم (۳) سوم و چهارم (۴) دوم

۱۰۹- به ازای $m \in (-\infty, b)$ مقدار عبارت گویای $\frac{mx^2 - 2(m+1)x + m}{x^2 + 2x + 3}$ کوچک‌تر از صفر است. بزرگ‌ترین مقدار b کدام است؟

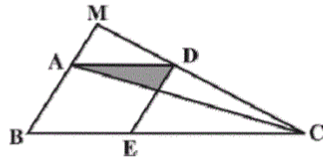
- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۱۱۰- به ازای چند مقدار صحیح x ، مقدار عبارت $|2x-3| + x - 3$ منفی است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

هندسه ۱، قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن -

۱۵۱- در شکل زیر $ABED$ یک متوازی‌الاضلاع است. اگر $AD = 6$ و $EC = 8$ باشد، نسبت مساحت مثلث سایه زده به مساحت



مثلث ABC کدام است؟

- (۱) $\frac{16}{25}$ (۲) $\frac{9}{16}$ (۳) $\frac{16}{49}$ (۴) $\frac{9}{49}$

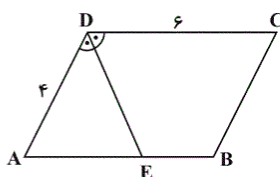
هندسه ۱، چند ضلعی‌ها

۱۵۲- دو چند ضلعی محدب در یک ضلع مشترک‌اند و در دو طرف آن ضلع قرار دارند. اگر مجموع تعداد قطرهای رسم شده از یک

رأس مشترک آنها برابر ۱۴ باشد، آنگاه مجموع زوایای داخلی دو چندضلعی چند درجه است؟

- (۱) ۳۰۶۰ (۲) ۲۸۸۰ (۳) ۲۷۰۰ (۴) ۲۵۲۰

۱۵۳- در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ ، DE نیمساز داخلی زاویه D است. اگر محیط چهارضلعی $DEBC$ برابر ۱۷ واحد باشد، طول



DE کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) ۵ (۴) $\frac{5}{5}$

۱۵۴- مساحت یک مستطیل با اضلاعی به طول های a و b ($a > b$) و مساحت یک لوزی با قطرهایی به طول های d و d' ($d > d'$)

برابر یکدیگرند. اگر قطر بزرگ لوزی با قطر مستطیل و قطر کوچک لوزی با ضلع بزرگ مستطیل مساوی باشد، حاصل $\frac{a}{b}$ کدام

است؟

(۱) ۲ (۲) $\sqrt{3}$

(۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $2\sqrt{3}$

۱۵۵- در یک دوزنقه متساوی الساقین، طول های دو قاعده ۴ و ۸ واحد و طول ساق $4\sqrt{2}$ واحد است. طول قطر این دوزنقه چند واحد

است؟

(۱) ۶ (۲) $6\sqrt{2}$ (۳) $8\sqrt{2}$ (۴) ۸

۱۵۶- در متوازی الاضلاع $ABCD$ ، عمود AH از رأس A بر امتداد ضلع BC رسم شده است. اگر $AC = 8\sqrt{2}$ و $\hat{ACB} = 30^\circ$

مساحت مثلث ABC سه برابر مساحت مثلث ABH باشد، مساحت متوازی الاضلاع $ABCD$ کدام است؟

(۱) $32\sqrt{3}$ (۲) $24\sqrt{3}$ (۳) $36\sqrt{3}$ (۴) $18\sqrt{3}$

۱۵۷- نقطه T را درون مثلث ABC در نظر بگیرید. اگر سه مثلث TAB ، TAC و TBC ، مساحت برابر داشته باشند، آنگاه نقطه

T لزوماً کدام است؟

(۱) محل تلاقی میان‌های مثلث ABC است. (۲) محل تلاقی ارتفاع‌های مثلث ABC است.

(۳) محل تلاقی عمودمنصف‌های مثلث ABC است. (۴) محل تلاقی نیم‌سازهای مثلث ABC است.

۱۵۸- در مثلث متساوی الساقین ABC ($AB = AC$)، ارتفاع BH ، ساق AC را به نسبت ۳ به ۲ تقسیم می‌کند ($2AH = 3HC$).

از نقطه H خطی موازی با BC رسم می‌کنیم تا ضلع AB را در نقطه E قطع کند. مجموع فواصل نقطه دلخواه N روی

EH تا دو ساق مثلث، چه کسری از طول ساق مثلث ABC است؟

(۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{3}{15}$

(۳) $\frac{12}{5}$ (۴) $\frac{12}{25}$

۱۵۹- نقطه O درون مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع $20\sqrt{3}$ ، به فاصله‌های a، b و c از سه ضلع مثلث قرار دارد. اگر $a + b - c = 10$

باشد، c کدام است؟

(۲) $5\sqrt{3}$

(۱) $10\sqrt{3}$

(۴) ۵

(۳) ۱۰

۱۶۰- مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای که تعداد نقاط مرزی آن، شش برابر تعداد نقاط درونی آن است، کدام می‌تواند باشد؟

(۲) ۲۵

(۱) ۲۴

(۴) ۲۷

(۳) ۲۶

ریاضی ۱ (احتمال)، شمارش، بدون شمارش -

۱۷۱- مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی چند زیر مجموعه ۳ عضوی دارد، به طوری که مجموع اعضای هر یک از آنها عددی زوج باشد؟

(۲) ۴۴

(۱) ۴۲

(۴) ۴۶

(۳) ۴۰

۱۷۲- با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ چند عدد سه رقمی بدون رقم تکراری، می‌توان نوشت که حداقل دو رقم آن فرد باشد؟

(۲) ۴۲

(۱) ۲۴

(۴) ۵۴

(۳) ۳۶

۱۷۳- چند عدد طبیعی سه رقمی با ارقام متمایز وجود دارد، به طوری که کوچک‌ترین رقم هر یک از این اعداد، رقم صدگان آنها باشد؟

(۲) ۸۴

(۱) ۱۶۸

(۴) ۲۴۰

(۳) ۱۲۰

۱۷۴- از بین ۶ زوج (زن و شوهر) به چند طریق می‌توان ۶ نفر را انتخاب کرد، به طوری که بین افراد انتخابی دقیقاً دو زوج وجود داشته

باشد؟

(۲) ۲۴۰

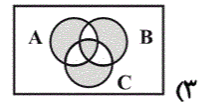
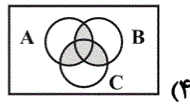
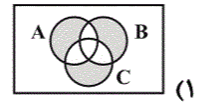
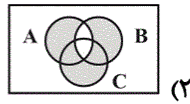
(۱) ۱۶۰

(۴) ۴۸۰

(۳) ۳۶۰

ریاضی ۱ (احتمال)، آمار و احتمال

۱۷۵- کدام گزینه بیانگر آن است که دقیقاً یکی از پیشامدهای A، B و C رخ داده باشد؟



۱۷۶- از ظرفی که در آن ۴ مهره سفید، ۵ مهره سیاه و ۳ مهره سبز وجود دارد، سه مهره به تصادف و با هم خارج می‌کنیم. احتمال

اینکه فقط دو مهره از سه مهره هم‌رنگ باشند، کدام است؟

(۲) $\frac{19}{220}$

(۱) $\frac{29}{44}$

(۴) $\frac{7}{22}$

(۳) $\frac{15}{44}$

۱۷۷- در کیسه‌ای ۵ گوی آبی و ۴ گوی قرمز موجود است. می‌خواهیم سه گوی به تصادف خارج کنیم. احتمال آنکه تعداد گوی‌های

آبی از قرمز بیشتر باشد، کدام است؟

(۲) $\frac{4}{7}$

(۱) $\frac{25}{42}$

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{11}{21}$

۱۷۸- ده نقطه مطابق شکل، روی دو خط موازی قرار دارند. از این ده نقطه، سه نقطه به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه این سه

نقطه، رأس‌های یک مثلث باشند کدام است؟



(۲) $\frac{0}{64}$

(۱) $\frac{0}{56}$

(۴) $\frac{0}{8}$

(۳) $\frac{0}{72}$

۱۷۹- در پرتاب ۳ تاس، احتمال آنکه حاصل ضرب سه عدد رو شده عددی اول باشد، کدام است؟

(۲) $\frac{1}{72}$

(۱) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{1}{8}$

(۳) $\frac{1}{24}$

۱۸۰- اگر A و B دو پیشامد غیر تهی و $P(A \cup B) = 2P(A) = \frac{3}{2}P(B)$ باشد، حاصل $\frac{P(A \cap B)}{P(A \cup B)}$ کدام است؟

$$\frac{1}{9} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{6} \text{ (۱)}$$

$$\frac{1}{4} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{3} \text{ (۳)}$$

(سیرمیلاد موسوی پاشمی)

۱۰۱- شماره سؤال

از آنجا که a عددی منفی بوده و در رابطه $\sqrt[3]{a} < a$ نیز صدق می‌کند، باید $0 < a < -1$ باشد. بنابراین عبارت‌های «پ» و «ت» صحیح‌اند.

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۶۱)

۴

۳

۲

۱

(عرفان صادقی)

۱۰۲- شماره سؤال

$$\begin{aligned} \frac{1}{(5+2\sqrt{6})^{2\sqrt{2}-2}} &= \frac{1}{(2+3+2\sqrt{2}\times\sqrt{3})^{2(\sqrt{2}-1)}} \\ &= \left((\sqrt{2}+\sqrt{3})^2 \right)^{\frac{1}{2(\sqrt{2}-1)}} = (\sqrt{2}+\sqrt{3})^{\frac{1}{\sqrt{2}-1}} \\ &= (\sqrt{2}+\sqrt{3})^{\frac{1}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1}} = (\sqrt{2}+\sqrt{3})^{\frac{\sqrt{2}+1}{2-1}} = (\sqrt{2}+\sqrt{3})^{\sqrt{2}+1} \\ \Rightarrow A &= (\sqrt{2}+\sqrt{3})^{\sqrt{2}+1} \times (\sqrt{2}+\sqrt{3})^{1-\sqrt{2}} \\ &= (\sqrt{2}+\sqrt{3})^{\sqrt{2}+1+1-\sqrt{2}} = (\sqrt{2}+\sqrt{3})^2 = 2+3+2\sqrt{2}\times\sqrt{3} \\ &= 5+2\sqrt{6} \xrightarrow{A=a+2\sqrt{b}} \begin{cases} a=5 \\ b=6 \end{cases} \Rightarrow a+b=11 \end{aligned}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۴

۳

۲

۱

$$\frac{y^4 - 7y^2 - 4xy + 4x^2 + 16}{y-2} = 0 \xrightarrow{\text{ریشه‌مخرج}} y \neq 2$$

$$\begin{aligned} y^4 - 7y^2 - 4xy + 4x^2 + 16 &= y^4 - 8y^2 + y^2 + 16 + 4x^2 - 4xy \\ &= y^4 - 8y^2 + 16 + y^2 - 4xy + 4x^2 = (y^2 - 4)^2 + (y - 2x)^2 = 0 \end{aligned}$$

جمع دو مربع کامل زمانی صفر می‌شود که هر دو هم‌زمان صفر باشند.

$$\begin{aligned} \Rightarrow \begin{cases} (y^2 - 4)^2 = 0 \Rightarrow y^2 - 4 = 0 \Rightarrow y^2 = 4 \Rightarrow y = \pm 2 \xrightarrow{y \neq 2} y = -2 \\ (y - 2x)^2 = 0 \Rightarrow y - 2x = 0 \xrightarrow{y = -2} x = -1 \end{cases} \\ \Rightarrow x + y = -3 \end{aligned}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۴

۳

۲

۱

با فرض اینکه عدد بزرگ a و عدد کوچک‌تر b باشد، داریم:

$$b^2 + a^2 = (a-2)^2 + a^2 = 10(a-2) \Rightarrow a^2 - 4a + 4 + a^2 = 10a - 20$$

$$\Rightarrow 2a^2 - 14a + 24 = 2(a-4)(a-3) = 0$$

$$\xrightarrow{\text{افراد است } a} a = 3 \Rightarrow b = 1$$

$$\Rightarrow a + b = 4$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۴

۳

۲

۱

(میانپیش نیکنام)

از آن جا که نقطه $(3, 0)$ روی این سهمی قرار دارد، مختصات آن در ضابطه سهمی صدق می کند.

$$\Rightarrow 0 = 9 - 3(3a + 1) + 4a - 1 \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow y = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$$

$$x = 0 : n = 3$$

$$m = \text{عرض رأس سهمی} = -1$$

$$\Rightarrow m + n = 2$$

(ریاضی ۱- معادله ها و نامعادله ها، صفحه های ۷۸ تا ۸۲)

۴

۳

۲

۱

(سیدعادل حسینی)

عرض رأس سهمی مورد نظر باید صفر باشد و می دانیم عرض رأس سهمی از

رابطه $y_s = -\frac{\Delta}{4a}$ به دست می آید. بنابراین داریم:

$$\Delta = (2\sqrt{2})^2 - 4(m+1)(m^2) = 8 - 4m^2 - 4m^3$$

$$= -4(m^3 + m^2 - 2) = -4(m-1)(m^2 + 2m + 2) = 0 \Rightarrow m = 1$$

دقت کنید که مقدار عبارت $m^2 + 2m + 2$ همواره مثبت است.

(ریاضی ۱- معادله ها و نامعادله ها، صفحه های ۷۸ تا ۸۲)

۴

۳

۲

۱

کافی است عبارت‌های $y = \frac{2}{3}x - 2$ و $y = -2x - 4$ را تعیین علامت

کنیم. (a, b) بزرگ‌ترین بازه‌ای است که خطوط داده شده زیر محور x ها

(خط $y = 0$) قرار دارند، یعنی عبارت‌های فوق منفی هستند. بنابراین داریم:

$$\frac{x}{y = \frac{2}{3}x - 2} \quad \left| \begin{array}{c} 3 \\ \vdots \\ - \end{array} \right. \quad + \quad \frac{x}{y = -2x - 4} \quad \left| \begin{array}{c} -2 \\ \vdots \\ + \end{array} \right. \quad -$$

اشتراک بازه‌های $(-\infty, 3)$ و $(-2, +\infty)$ برابر $(-2, 3)$ می‌باشد. پس

(a, b) برابر $(-2, 3)$ است.

$$\Rightarrow \max(b - a) = 3 - (-2) = 5$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

برای اینکه این سهمی همواره زیر محور x ها باشد، باید شروط زیر برقرار باشند:

$$\begin{cases} a - 3 < 0 \Rightarrow a < 3 & (1) \\ 1 - a < 0 \Rightarrow a > 1 & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} 1 < a < 3 \quad (*)$$

حال رأس سهمی $y = (x - a)^2 - a = x^2 - 2ax + a^2 - a$ نقطه

$S(a, -a)$ است که با توجه به شرط (*) در ربع چهارم قرار دارد. از

طرفی عرض از مبدأ آن یعنی $a^2 - a$ نیز مقداری مثبت خواهد پذیرفت.

بنابراین نمودار این سهمی مطابق شکل رسم شده است و از ربع سوم نخواهد

گذشت.

۴

۳

۲ ✓

۱

مخرج کسر عبارتی مثبت است، پس باید صورت کسر، عبارتی منفی باشد.

$$m < 0$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow 4(m+1)^2 - 4m^2 < 0 \Rightarrow 2m+1 < 0 \Rightarrow m < -\frac{1}{2}$$

$$\cap \rightarrow m < -\frac{1}{2}$$

پس به ازای $m \in \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$ مقدار عبارت موردنظر منفی است، در نتیجه

حداکثر b برابر است با $-\frac{1}{2}$.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$x - 3 + |2x - 3| < 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x < \frac{3}{2} : x - 3 - 2x + 3 = -x < 0 \Rightarrow x > 0 \xrightarrow{x < \frac{3}{2}} x \in \left(0, \frac{3}{2}\right) (1) \\ x \geq \frac{3}{2} : x - 3 + 2x - 3 = 3x - 6 < 0 \Rightarrow x < 2 \xrightarrow{x \geq \frac{3}{2}} x \in \left[\frac{3}{2}, 2\right) (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} x \in (0, 2)$$

این بازه فقط شامل عدد صحیح ۱ است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

 ۴

 ۳

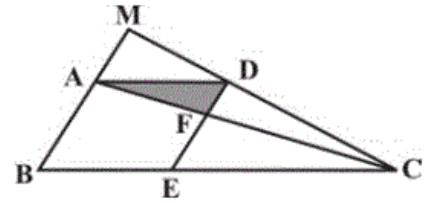
 ۲ ✓

 ۱

دو مثلث AFD و FEC به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند. داریم:

$$k_1 = \frac{AD}{EC} \Rightarrow k_1 = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \quad (\text{نسبت تشابه})$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta ADF}}{S_{\Delta FEC}} = k_1^2 = \frac{9}{16} \quad (*)$$



دو مثلث ABC و FEC هم متشابه‌اند، پس خواهیم داشت:

$$k_2 = \frac{EC}{BC} \Rightarrow k_2 = \frac{8}{14} = \frac{4}{7} \Rightarrow \frac{S_{\Delta FEC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{16}{49} \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(*), (**)} \frac{S_{\Delta ADF}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{S_{\Delta ADF}}{S_{\Delta FEC}} \times \frac{S_{\Delta FEC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{16}{49} \times \frac{9}{16} = \frac{9}{49}$$

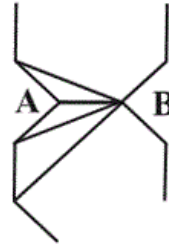
(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۴ ✓

۳

۲

۱



تعداد قطرهای رسم شده از یک رأس n ضلعی محدب، برابر $n - 3$ است. بنا به فرض داریم:

$$n - 3 + m - 3 = 14 \Rightarrow m + n = 20$$

مجموع اندازه‌های زوایای داخلی این دو چندضلعی برابر است با:

$$\begin{aligned} & (n - 2) \times 180^\circ + (m - 2) \times 180^\circ \\ &= (m + n - 4) \times 180^\circ = (20 - 4) \times 180^\circ = 16 \times 180^\circ = 2880^\circ \end{aligned}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها، صفحه ۵۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

فرض کنید $\widehat{ADE} = \widehat{CDE} = \alpha$ باشد. طبق قضیه خطوط موازی و

مورب، $\widehat{AED} = \alpha$ و در نتیجه مثلث ADE متساوی الساقین است

($\widehat{ADE} = \widehat{AED}$)، پس: $AE = AD = 4$ است، از طرفی داریم:

$$AB = 6 \Rightarrow BE = 6 - 4 = 2$$

$$DEBC \text{ محیط} = 17 \Rightarrow DE + EB + BC + DC = 17$$

$$\Rightarrow DE + 2 + 4 + 6 = 17 \Rightarrow DE = 5$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها، صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ممد ابراهیم کیتی زاده)

$$\text{مساحت مستطیل} = \text{مساحت لوزی} \Rightarrow a.b = \frac{1}{2}d.d' \quad (1)$$

$$\text{قطر مستطیل} = \sqrt{a^2 + b^2} = d, \quad a = d'$$

$$(1) \Rightarrow a.b = \frac{1}{2} \times \sqrt{a^2 + b^2} \times a \Rightarrow 2b = \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow 4b^2 = a^2 + b^2$$

$$\Rightarrow 3b^2 = a^2 \Rightarrow \sqrt{3}b = a \Rightarrow \frac{a}{b} = \sqrt{3}$$

(هندسه ۱- پنر ضلعی ها، صفحه ۶۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

(رضا عباسی اصل)

دو ارتفاع CH و DH' را رسم می کنیم:

$$HH' = 4, \quad AH' = BH = \frac{8-4}{2} = 2$$

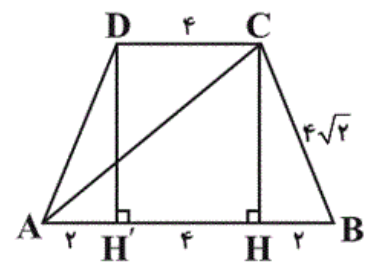
$$\triangle BCH : CH^2 = BC^2 - BH^2 = 32 - 4 = 28$$

هم چنین در مثل قائم الزاویه ACH داریم:

$$AC^2 = AH^2 + CH^2$$

$$= 36 + 28 = 64$$

$$\Rightarrow AC = BD = 8$$



(هندسه ۱- پنر ضلعی ها، صفحه های ۶۱ تا ۶۳)

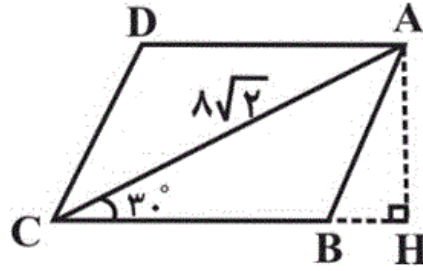
۴ ✓

۳

۲

۱

در مثلث قائم‌الزاویه ACH ، ضلع AH روبه‌روی زاویه 30° است، پس اندازه آن برابر با نصف طول وتر است. از این رو داریم:



$$AH = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$$

$$\Delta ACH : CH = \sqrt{(8\sqrt{2})^2 - (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

$$\frac{S_{\Delta ABH}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{1}{3} = \frac{BH}{BC} \xrightarrow[\text{در صورت ترکیب نسبت}]{\text{ترکیب نسبت}} \frac{\overbrace{BH+BC}^{CH}}{BC} = \frac{4}{3}$$

$$\underline{CH=4\sqrt{6}} \rightarrow BC = 3\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = BC \cdot AH = 3\sqrt{6} \times 4\sqrt{2} = 24\sqrt{3}$$

(هندسه ۱- هندسه‌های چندضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۴ و ۶۵)

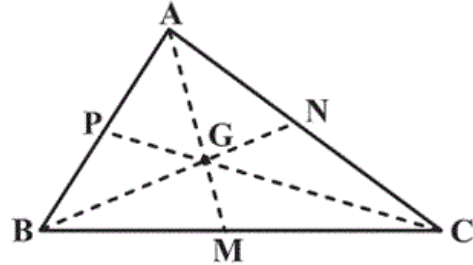
۴

۳

۲ ✓

۱

می‌دانیم اگر میانه‌های مثلث را رسم کنیم، شش مثلث با مساحت‌های یکسان تولید می‌شود. بنابراین اگر از نقطه هم‌رسی میانه‌های هر مثلث به سه رأس آن وصل کنیم، سه مثلث با مساحت برابر ایجاد می‌شود، یعنی در شکل زیر داریم:



$$S_{\Delta GAB} = S_{\Delta GBC} = S_{\Delta GAC}$$

پس نقطه T محل هم‌رسی میانه‌های ΔABC است.

(هندسه ۱- پنذ ضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

 ۴

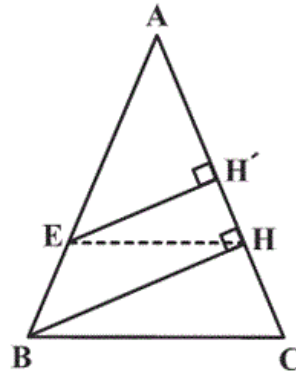
 ۳

 ۲

 ۱

$$\Delta AHB: BH^2 = AB^2 - AH^2 = 25x^2 - 9x^2 = 16x^2$$

$$\Rightarrow BH = 4x$$



$$\Delta AHB: EH' \parallel BH \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{EH'}{BH} = \frac{AE}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{EH'}{4x} = \frac{3x}{5x} \Rightarrow EH' = \frac{12}{5}x = \frac{12}{25}(\Delta x) = \frac{12}{25}AC$$

(هندسه ۱- پنضلعی‌ها، صفحه ۶۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

(ممد ابراهیم کیتی زاده)

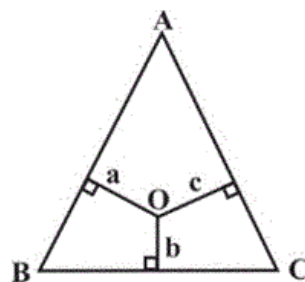
۱۵۹ -

مجموع فاصله‌های هر نقطه درون مثلث متساوی‌الاضلاعی به طول ضلع x از

سه ضلع آن، برابر طول ارتفاع مثلث یعنی $\frac{\sqrt{3}}{2}x$ است.

$$\begin{cases} a+b+c = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 20\sqrt{3} = 30 \\ a+b-c = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b+c = 30 \\ -a-b+c = -10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2c = 20 \Rightarrow c = 10$$



(هندسه ۱- پنضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

طبق فرمول پیک برای مساحت چندضلعی‌های شبکه‌ای داریم:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \xrightarrow{b=6i} S = \frac{6i}{2} + i - 1 = 4i - 1$$

بنابراین مساحت این چندضلعی شبکه‌ای به صورت $4i - 1$ است که i تعداد نقاط درونی و در نتیجه عددی حسابی است. از بین گزینه‌ها، تنها عدد ۲۷ را می‌توان به فرم مورد نظر نوشت.

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

برای آنکه مجموع ۳ عدد، عددی زوج باشد یا باید هر ۳ عدد زوج باشند و یا یکی از آنها زوج و دو عدد دیگر فرد باشند. با توجه به اینکه مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی شامل ۴ عدد زوج و ۵ عدد فرد است، داریم:

$$n_1 = \binom{4}{3} = 4 \quad \text{هر ۳ عدد زوج}$$

$$n_2 = \binom{5}{2} \times \binom{4}{1} = 10 \times 4 = 40 \quad \text{دو عدد فرد و یک عدد زوج}$$

$$\Rightarrow n = n_1 + n_2 = 4 + 40 = 44$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

برای به دست آوردن تعداد اعداد سه رقمی مورد نظر، ابتدا ارقام متمایز این عدد سه رقمی را انتخاب می‌کنیم و سپس در تعداد جایگشت‌های این سه رقم یعنی $3!$ ضرب می‌کنیم. اعداد سه رقمی فوق باید حداقل دو رقم فرد داشته باشد، لذا داریم:

{انتخاب سه رقم فرد} \cup {انتخاب دو رقم فرد و یک رقم زوج}

$$\rightarrow \left[\binom{3}{2} \binom{2}{1} + \binom{3}{3} \right] \times 3! = 7 \times 6 = 42$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

توجه کنید که نمی‌توانیم از رقم صفر استفاده کنیم؛ زیرا در صورت استفاده باید رقم صدگان عدد صفر باشد که امکان‌پذیر نیست. هر بار پس از انتخاب ۳ رقم متمایز از بین ارقام ۱ تا ۹، فقط ۲ عدد مطلوب می‌توانیم بسازیم، مثلاً با ارقام ۹ و ۲ و ۷ می‌توان اعداد ۲۷۹ و ۲۹۷ را ساخت. در نتیجه تعداد

اعداد طبیعی مورد نظر برابر است با: $n = \binom{9}{3} \times 2 = 84 \times 2 = 168$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا از بین ۶ زوج، ۲ زوج، یعنی ۴ نفر، انتخاب می‌کنیم. حال ۲ نفر باقی‌مانده را از بین ۴ زوج دیگر انتخاب می‌کنیم. برای آنکه این دو فرد زن و شوهر نباشند، باید از دو خانواده مختلف انتخاب شوند. پس از بین ۴ زوج باقی‌مانده، ۲ زوج انتخاب کرده و از هر کدام از زوج‌های انتخاب شده یک نفر (زن یا شوهر) را انتخاب می‌کنیم.

$$n = \binom{6}{2} \times \binom{4}{2} \times \binom{2}{1} \binom{2}{1} = 360$$

از ۲ نفر هر زوج، یک نفر انتخاب می‌شود

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(رضا پورمسینی)

اگر بخواهیم از بین پیشامدهای A، B و C دقیقاً یکی رخ داده باشد، یعنی باید فقط A یا فقط B یا فقط C رخ دهد. پس ناحیه مورد نظر شامل هیچ یک از اشتراک‌های دوبه‌دوی مجموعه‌های A، B و C و یا اشتراک هر سه مجموعه نمی‌شود که معادل ناحیه مشخص شده در نمودار گزینه «۱» است.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۴۴ و ۱۴۵)

1 ✓

2

3

4

(رضا پورمسینی)

اگر پیشامد هم‌رنگ بودن فقط دو مهره از سه مهره را با A نمایش دهیم،

$$n(S) = \binom{12}{3} = 220 \quad \text{داریم:}$$

$$n(A) = \binom{5}{2} \binom{7}{1} + \binom{4}{2} \binom{8}{1} + \binom{3}{2} \binom{9}{1} = 70 + 48 + 27 = 145$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{145}{220} = \frac{29}{44}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

1 ✓

2

3

4

(مهروی زاهدی)

اگر A پیشامد آن باشد که تعداد گوی‌های آبی خارج شده از گوی‌های قرمز بیشتر باشد، آنگاه این پیشامد شامل حالت‌هایی است که ۲ گوی آبی و یک گوی قرمز و یا ۳ گوی آبی از کیسه خارج شده باشد. داریم:

$$P(A) = \frac{\binom{5}{2} \binom{4}{1} + \binom{5}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{10 \times 4 + 10}{84} = \frac{50}{84} = \frac{25}{42}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

1 ✓

2

3

4

(امسان کریمی)

$$n(S) = \binom{10}{3} = 120$$

تعداد اعضای فضای نمونه

$$n(A) = \binom{4}{1} \binom{6}{2} + \binom{4}{2} \binom{6}{1}$$

تعداد اعضای پیشامد مطلوب

$$= 4 \times 15 + 6 \times 6 = 96$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{96}{120} = 0.8$$

توجه کنید که سه نقطه واقع بر یک خط، نمی‌توانند رأس‌های یک مثلث باشند.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۱۷۹

(امیرحسین ابومحبوب)

برای اینکه حاصل ضرب سه عدد طبیعی، عددی اول باشد، لازم است دو تا از آنها برابر یک و دیگری اول باشد؛ پس مثلاً تاس اول می‌تواند ۲، ۳ یا ۵ بیاید و در دو تاس دیگر عدد یک رو شود و همین طور عدد اول مورد نظر می‌تواند در حالت‌های دیگر در تاس دوم یا سوم قرار گیرد. پس تعداد حالت‌ها برابر

$$n(A) = 3 \times 3 = 9 \Rightarrow P(A) = \frac{9}{216} = \frac{1}{24}$$

است با:

(ریاضی ۱- آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۱۸۰

(مهرداد ملونری)

فرض کنید $P(A \cup B) = x$ باشد. در این صورت $P(A) = \frac{1}{4}x$ و

$$P(B) = \frac{2}{3}x \text{ هستند و داریم:}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{4}x + \frac{2}{3}x - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{6}x$$

$$\frac{P(A \cap B)}{P(A \cup B)} = \frac{\frac{1}{6}x}{x} = \frac{1}{6}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱