



**RIAZISARA**

[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات**

و...

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

[@riazisara.ir](https://www.instagram.com/riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی و آمار ۱، گردآوری داده ها

۴۱- در کدام یک از موارد زیر، نیازی به نمونه‌گیری تصادفی نیست؟ (یعنی می‌توان سرشماری کرد.)

- (۱) بررسی کیفیت بستنی‌های یک کارخانه
- (۲) بررسی وزن افراد یک خانواده
- (۳) بررسی رنگ خودروهای شهر تهران
- (۴) بررسی میزان رضایت مردم از برنامه‌های صدا و سیما

۴۲- در کدام گزینه مقیاس اندازه‌گیری همه متغیرها با هم متفاوت است؟

- (۱) گروه خونی - قالب یک شعر - زمان مکالمات تلفنی
- (۲) درآمد دانشجویان شاغل - میزان اجاره پرداختی مستأجران - رنگ گل‌های یک باغچه
- (۳) دمای هوای یک کلاس - ارتفاع یک ساختمان - میزان تحصیلات کارمندان
- (۴) تعداد خودروهای وارداتی - وزن میوه‌های یک باغ - جنسیت مشتریان یک فروشگاه

ریاضی و آمار ۱، معیارهای گرایش به مرکز -

۴۳- مجموع هفت عدد متوالی ۷۷ می‌باشد. اگر عدد دوم و پنجم را از این اعداد مرتب شده از کوچک

به بزرگ حذف کنیم، میانگین ۵ عدد باقی‌مانده کدام است؟

- (۱) ۱۰/۸ (۲) ۱۰/۲ (۳) ۱۱/۲ (۴) ۱۱/۴

۴۴- ۹ داده با میانگین ۴ را با ۶ داده با میانگین  $\bar{x}$  ادغام می‌کنیم. میانگین کل داده‌ها برابر با

$\frac{\bar{x}}{2} + 1/4$  می‌شود.  $\bar{x}$  کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۶/۴ (۴) ۸

۴۵- اگر میانگین داده‌های آماری جدول زیر ۱۲/۷۵ باشد، در این صورت مد داده‌ها چقدر از میانه آنها

بیش‌تر است؟

داده‌ها	۵	۱۰	۱۵	۲۰
تعداد داده‌ها	۶	a	۳	۲a-۱

(۱) ۱۲/۵  
(۲) ۲۰  
(۳) ۷/۵  
(۴) ۱۵

۴۶- در یک سری از داده‌های آماری، مجموع مربعات اختلاف داده‌ها از میانگین برابر ۹۰۰ است. اگر تعداد داده‌ها برابر ۹ باشد، انحراف معیار داده‌ها کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{10}$       (۲) ۱۰      (۳) ۱۰۰      (۴) ۹

۴۷- واریانس نمرات ۳۰۰ دانشجو برابر  $\frac{2}{5}$  است. اگر استاد به هر دانشجو ۲ نمره کم کند (نمره بیشتر بدهد) واریانس نمرات جدید کدام است؟

- (۱) ۴      (۲) ۲      (۳)  $\frac{4}{5}$       (۴)  $\frac{2}{5}$

۴۸- اختلاف واریانس داده‌های  $a$ ،  $a+5$  و  $a-2$  و واریانس داده‌های  $b$ ،  $b+3$ ،  $b-2$  و  $b-5$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$       (۲)  $\frac{1}{2}$       (۳)  $\frac{1}{6}$       (۴)  $\frac{1}{3}$

۴۹- اگر ۲۵ داده آماری متمایز داشته باشیم، چه تعداد از موارد زیر همواره صحیح است؟  
الف) در داده‌های مرتب شده، هفتمین داده چارک اول است.

ب) شش داده بزرگتر از چارک سوم وجود دارد.

ج) سیزده داده بین چارک اول و سوم قرار دارد.

د) در داده‌های مرتب شده، میانه داده‌های بین چارک دوم و سوم، داده شانزدهم است.

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) صفر

۵۰- در داده‌های زیر، اختلاف واریانس داده‌های بزرگتر از چارک سوم و واریانس داده‌های کوچکتر از چارک اول کدام است؟

۷، ۵، ۶، ۱۵، ۹، ۲، ۸، ۳، ۱، ۲۱، ۱۲، ۱۲، ۱۵

- (۱)  $\frac{10}{3}$       (۲)  $\frac{26}{3}$       (۳) ۸      (۴)  $\frac{22}{3}$

۵۱- با توجه به جدول زیر، A، B و C چه ارزش‌هایی می‌باشند؟

گزاره p: رابطه $\{(1,1)\}$ تابع است.	گزاره q: $\sqrt{9}$ عددی گنگ است.	$\sim p \Rightarrow \sim q$
A	B	C

(۲)  $C \equiv T, B \equiv F, A \equiv T$

(۱)  $C \equiv F$  و  $A \equiv B \equiv T$

(۴)  $C \equiv T$  و  $A \equiv B \equiv F$

(۳)  $C \equiv F, B \equiv T, A \equiv F$

۵۲- اگر ارزش گزاره  $(\square \wedge (\frac{2}{5} \notin Z)) \Leftrightarrow (3 \notin N)$  درست باشد، در جای خالی کدام گزاره را

می‌توان قرار داد؟

(۱) رابطه  $f = \{(3,4), (4,3)\}$  تابع است.

(۲) معادله  $25x^2 - 100 = 0$  دو ریشه قرینه دارد.

(۳) مراحل رشد انسان متغیر کیفی ترتیبی است.

(۴) نمودار سهمی  $y = x^2 - 1$  از ربع اول و دوم نمی‌گذرد.

۵۴- اگر p گزاره‌ای نادرست و q گزاره‌ای درست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، گزاره  $(p \Rightarrow \sim q)$  با

کدام گزاره زیر، هم‌ارزش است؟

(۲)  $\sim q \Leftrightarrow \sim p$

(۱)  $q \Rightarrow p$

(۴)  $\sim (p \vee q) \wedge r$

(۳)  $(p \wedge q) \Rightarrow r$

۵۵- اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره دلخواه باشند. کدام گزینه در مورد ستون نتیجه گزاره  $\sim p \Rightarrow (q \vee p)$

در جدول ارزش گزاره‌ها صحیح است؟

(۱) شامل یک ردیف درست و سه ردیف نادرست است.

(۲) شامل چهار ردیف درست است.

(۳) شامل سه ردیف درست و یک ردیف نادرست است.

(۴) شامل دو ردیف درست و دو ردیف نادرست است.

۵۶- اگر ارزش گزاره  $(\sim q \vee r) \Rightarrow p$  نادرست باشد، در این صورت ارزش گزاره‌های  $p \Leftrightarrow (r \vee q)$  و

$q \Rightarrow (p \wedge r)$  به ترتیب کدام است؟

(۱) درست - درست      (۲) نادرست - درست      (۳) درست - نادرست      (۴) نادرست - نادرست

ریاضی و آمار ۲، استدلال ریاضی

۵۷- نماد ریاضی عبارت «مربع هر عدد حقیقی از مجموع هفت برابر آن با عدد ۵ بزرگتر است» کدام است؟

$$(۲) x^2 = 7(x + 5)$$

$$(۱) x^2 > 7(x + 5)$$

$$(۴) x^2 = 7x + 5$$

$$(۳) x^2 > 7x + 5$$

$$\begin{array}{l} \text{مقدمه ۱: } a > b \Rightarrow a^5 > b^5 \\ \text{مقدمه ۲: } -10 > -11 \\ \hline \therefore (-10)^5 > (-11)^5 \end{array} \quad (1)$$

مقدمه ۱: اگر دو عدد مساوی باشند، آن‌گاه مکعبات آن‌ها نیز با هم برابرند.

$$\begin{array}{l} \text{مقدمه ۲: } x^3 = y^3 \\ \hline x = y \therefore \end{array} \quad (2)$$

مقدمه ۱: اگر داده‌های آماری با هم مساوی باشند، آن‌گاه انحراف معیار آن‌ها صفر است.

$$\begin{array}{l} \text{مقدمه ۲: } a = b = c \\ \hline \therefore \text{ انحراف معیار داده‌های } a, b, c \text{ برابر صفر است.} \end{array} \quad (3)$$

مقدمه ۱: اگر دو خط بر هم عمود باشند، آن‌گاه زاویه بین آن‌ها  $90^\circ$  است.

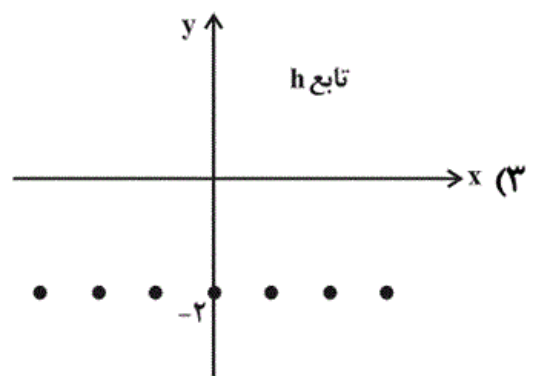
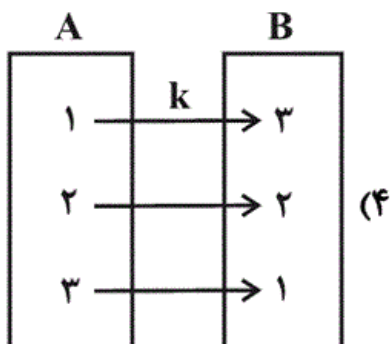
$$\begin{array}{l} \text{مقدمه ۲: خط } L_1 \text{ بر خط } L_2 \text{ عمود است.} \\ \hline \therefore \text{ زاویه بین } L_1 \text{ و } L_2 \text{ برابر } 90^\circ \text{ است.} \end{array} \quad (4)$$

ریاضی و آمار ۲، توابع ثابت، چند ضابطه ای و همانی

۵۹- کدام گزینه، نشان‌دهنده یک تابع ثابت نیست؟

$$\begin{cases} g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{N} \\ g(x) = 3 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = \frac{1}{3} \end{cases} \quad (1)$$



۶۰- اگر تابع ثابت  $f$  از نقطه  $(-1, 2)$  بگذرد، حاصل  $f(3) - f(2) = 2f^2$  کدام است؟

- (۱) -۱      (۲) ۳      (۳) ۲      (۴) -۲

ریاضی و آمار ۲، ترکیبی

۵۳- ارزش نقیض و عکس نقیض گزاره زیر کدام اند؟

(هر عدد مضرب ۹، مضرب ۳ هم هست.)  $\Rightarrow$  (۲۰۰ مربع کامل است.)

(۱) نادرست - درست      (۲) درست - نادرست

(۳) نادرست - نادرست      (۴) درست - درست

ریاضی و آمار-سوالات موازی، گردآوری داده ها -

۶۱- برای بررسی «تعداد تصادفات نوروز امسال»، «میزان مطالعه کارمندان یک اداره» و «تعداد

شرکت کنندگان در کنکور سراسری» به ترتیب کدام روش گردآوری داده ها مناسب تر است؟

(۱) دادگان ها - مشاهده - پرسش نامه      (۲) دادگان ها - پرسش نامه - دادگان ها

(۳) مشاهده - دادگان ها - دادگان ها      (۴) مشاهده - پرسش نامه - مشاهده

۶۲- چند مورد از انواع متغیرها و مقیاس های اندازه گیری آنها اشتباه نوشته شده است؟

(الف) کیفیت چای کارخانه های داخلی (بد، متوسط، خوب) ← کیفی اسمی

(ب) درجه افراد نظامی ← کیفی ترتیبی

(پ) وزن افراد یک خانواده ← کمی فاصله ای

(ت) دمای هوای شهرها ← کمی نسبتی

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

ریاضی و آمار-سوالات موازی، معیارهای گرایش به مرکز -

۶۳- در ۵۰ داده آماری مقدار میانگین ۲۰۰۰ محاسبه شده است، ولی پس از بررسی مجدد داده ها معلوم شد

که به جای داده ۱۸۰۰ به اشتباه عدد ۲۱۰۰ منظور شده است. میانگین واقعی داده ها چقدر است؟

- (۱) ۱۸۹۰      (۲) ۱۸۹۴      (۳) ۱۹۰۰      (۴) ۱۹۹۴

۶۴- اگر میانه داده‌های مرتب شده  $2a+2$ ،  $18$ ،  $a+4$ ،  $11$  و  $10$  با میانه داده‌های مرتب شده  $28$ ،  $2a-4$ ،  $a+2$  و  $a-2$  برابر باشد و این دو دسته را با یکدیگر ترکیب کنیم، در این صورت میانه داده‌ها کدام خواهد شد؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴) ۱۶

۶۵- نمرات دانش‌آموزی در درس‌های اختصاصی مطابق جدول زیر می‌باشد. تفاوت میانگین موزون نمرات این دانش‌آموز و مد نمرات او کدام است؟

نام درس	ریاضی	زیست	فیزیک	شیمی	زمین‌شناسی
نمره	۲۰	۱۹	۲۰	۱۹/۵	۱۶/۵
ضریب	۲	۴	۲	۳	۱

- (۱) ۱/۲۵  
(۲) ۰/۷۵  
(۳) ۱/۷۵  
(۴) ۰/۲۵

### ریاضی و آمار-سوال‌ت موازی ، معیارهای پراکندگی

۶۶- انحرافات از میانگین، در یک سری از داده‌های آماری برابرند با  $3, 4, 0, -1, -6, 0$  مقدار انحراف معیار این داده‌ها تقریباً کدام است؟

- (۱) ۳/۵ (۲) ۴/۵ (۳) ۱/۵ (۴) ۲/۵

۶۷- در داده‌های  $10, 6, 12, 8, 5, 3, 2, 2, 1, 4, 9$  میانگین داده‌های بین چارک اول و سوم کدام است؟

- (۱) ۵/۲ (۲) ۶/۳ (۳) ۸/۴ (۴) ۹/۵

۶۸- در پانزده داده آماری با میانه ۹ و میانگین ۱۱، اگر انحراف معیار داده‌های قبل از چارک سوم صفر و میانگین داده‌های بیشتر از چارک سوم برابر ۱۷ باشد، چارک سوم کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۳ (۳) ۱۵ (۴) ۱۷



۶۹- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) تقریباً ۵۰ درصد داده‌ها بین چارک اول و چارک سوم قرار دارند.  
(۲) تقریباً ۷۵ درصد داده‌ها قبل از چارک سوم یا بعد از چارک اول قرار دارند.  
(۳) در داده‌ها با پراکندگی نرمال تقریباً ۶۸ درصد مشاهدات در فاصله یک انحراف معیار از میانگین هستند.  
(۴) در داده‌ها با پراکندگی نرمال تقریباً ۲ درصد مشاهدات خارج از فاصله دو انحراف معیار از میانگین قرار دارند.

۷۰- در تعدادی داده آماری با میانگین ۴۵ و واریانس ۴ که منحنی آن‌ها به صورت منحنی نرمال است، تقریباً چند درصد از داده‌ها بین ۴۵ تا ۴۹ قرار دارند؟

- (۱) ۳۴      (۲) ۴۸      (۳) ۶۸      (۴) ۱۴

۴۱-

(امیر زرانروز، گردآوری داده‌ها، صفحه‌ی ۸۸ تا ۹۶)

وقتی نمونه‌گیری انجام می‌دهیم که عمل سرشماری، بسیار وقت‌گیر و پرهزینه باشد یا اعضای جامعه از بین بروند. در گزینه «۱» اگر همه بستنی‌ها را امتحان کنیم اعضای جامعه (بستنی‌ها) از بین می‌روند پس باید نمونه‌گیری کنیم.

در گزینه «۲» تعداد افراد یک خانواده، خیلی زیاد نیستند و می‌توانیم همه آنها را بررسی کرده و وزنشان را به دست آوریم. در گزینه‌های «۳» و «۴» هم عمل سرشماری ممکن نیست.

۴

۳

۲ ✓

۱

۴۲-

(امیر مهوریان، گردآوری داده‌ها، صفحه‌ی ۹۶ تا ۱۰۰)

نوع متغیرهای گزینه‌ها به ترتیب عبارتست از:

گزینه «۱»: کیفی اسمی - کیفی اسمی - کمی نسبی

گزینه «۲»: کمی نسبی - کمی نسبی - کیفی اسمی

گزینه «۳»: کمی فاصله‌ای - کمی نسبی - کیفی ترتیبی

گزینه «۴»: کمی نسبی - کمی نسبی - کیفی اسمی

۴

۳ ✓

۲

۱

(فریده هاشمی، معیارهای گرایش به مرکز، صفحه‌ی ۱۰۱ و ۱۰۲)

عددها را به ترتیب  $x-3, x-2, x-1, x, x+1, x+2, x+3$  در نظر می‌گیریم،  
حال می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \text{مجموع هفت عدد} = 7x = 77 \Rightarrow x = 11 \Rightarrow \text{داده‌ها} = 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \text{عدد پنجم} \quad \text{عدد دوم} \end{aligned}$$

$$\text{مجموع اعداد باقی‌مانده} = 8 + 10 + 11 + 13 + 14 = 56$$

$$\Rightarrow \text{میانگین اعداد} = \frac{56}{5} = 11/2$$

۴

۳ ✓

۲

۱

(امیر محمودیان، معیارهای گرایش به مرکز، صفحه‌ی ۱۰۱ و ۱۰۲)

$$\bar{y} = 4, n = 9 \Rightarrow \bar{y} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{n} \quad \text{۹ داده با میانگین ۴}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع داده‌ها} = 4 \times 9 = 36$$

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{6} \Rightarrow \text{مجموع داده‌ها} = 6\bar{x} \quad \text{۶ داده با میانگین } \bar{x}$$

$$\text{مجموع کل داده‌ها} = 36 + 6\bar{x}$$

$$\text{میانگین کل داده‌ها} = \frac{36 + 6\bar{x}}{9 + 6} = \frac{\bar{x}}{2} + 1/4 \Rightarrow \frac{36 + 6\bar{x}}{15} = \frac{\bar{x}}{2} + 1/4$$

$$\Rightarrow 36 + 6\bar{x} = \frac{15}{2}\bar{x} + 21 \Rightarrow 1/5\bar{x} = 15 \Rightarrow \bar{x} = 10$$

۴

۳

۲

۱ ✓

با توجه به جدول و مقدار میانگین ابتدا  $a$  را می‌یابیم:

داده‌ها	۵	۱۰	۱۵	۲۰
تعداد داده‌ها	۶	$a$	۳	$2a-1$

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع حاصل ضرب تعداد داده‌ها در مقدار داده‌ها}}{\text{تعداد کل داده‌ها}}$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{6 \times 5 + a \times 10 + 3 \times 15 + (2a-1) \times 20}{6 + a + 3 + 2a - 1} \Rightarrow \bar{x} = \frac{55 + 50a}{3a + 8}$$

$$\xrightarrow{\bar{x} = 12/75} 12/75 \times (3a + 8) = 55 + 50a \Rightarrow a = 4$$

پس تعداد کل داده‌ها برابر ۲۰ و از آنجا که تعداد داده ۲۰، ۷ تا و بیشتر از سایر داده‌هاست پس مد داده‌ها عدد ۲۰ می‌باشد و میانه داده‌ها برابر میانگین دو داده وسط یعنی میانگین داده‌های دهم و یازدهم است. پس:

$$\text{میانه} = \frac{15 + 10}{2} = 12/5$$

$$\text{مد داده‌ها} - \text{میانه داده‌ها} = 20 - 12/5 = 7/5$$

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\sigma^2 = \frac{\text{مجموع مربعات اختلاف داده‌ها از میانگین}}{\text{تعداد کل داده‌ها}} = \frac{900}{9} = 100$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \sigma = \sqrt{100} = 10$$

۴

۳

۲ ✓

۱

می‌دانیم جمع و تفریق داده‌ها با یک عدد ثابت، تغییری روی واریانس و انحراف معیار ایجاد نمی‌کند. پس واریانس جدید باز هم  $\frac{۲}{۵}$  است.  
اثبات: اگر مقداری ثابت به همه داده‌ها اضافه کنیم همان مقدار ثابت به میانگین اضافه می‌شود:

$$x_1, x_2, \dots, x_n \Rightarrow x_1 + a, x_2 + a, \dots, x_n + a$$

$$\bar{x}_{\text{جدید}} = \frac{x_1 + a + x_2 + a + \dots + x_n + a}{n} = \bar{x}_{\text{قدیم}} + a$$

$$\sigma_{\text{جدید}}^2 = \sqrt{\frac{(x_1 + a - (\bar{x} + a))^2 + (x_2 + a - (\bar{x} + a))^2 + \dots + (x_n + a - (\bar{x} + a))^2}{n}}$$

$$\sigma_{\text{جدید}}^2 = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}} = \sigma_{\text{قدیم}}^2$$

[۴] ✓

[۳]

[۲]

[۱]

داده‌های گروه اول:

$$\bar{x} = \frac{a + a + ۵ + a - ۲}{۳} = \frac{۳a + ۳}{۳} = a + ۱$$

$$\sigma^2 = \frac{(a - (a + 1))^2 + (a + ۵ - (a + 1))^2 + (a - ۲ - (a + 1))^2}{۳}$$

$$= \frac{(-1)^2 + 4^2 + (-3)^2}{۳} = \frac{۱ + ۱۶ + ۹}{۳} = \frac{۲۶}{۳}$$

داده‌های گروه دوم:

$$\bar{x} = \frac{b + b + ۳ + b - ۲ + b - ۵}{۴} = \frac{۴b - ۴}{۴} = b - ۱$$

$$\sigma^2 = \frac{(b - (b - 1))^2 + (b + ۳ - (b - 1))^2 + (b - ۲ - (b - 1))^2 + (b - ۵ - (b - 1))^2}{۴}$$

$$\sigma^2 = \frac{1^2 + 4^2 + (-1)^2 + (-4)^2}{۴} = \frac{۳۴}{۴} = \frac{۱۷}{۲}$$

$$\frac{۲۶}{۳} - \frac{۱۷}{۲} = \frac{۵۲ - ۵۱}{۶} = \frac{۱}{۶}$$

[۴]

[۳] ✓

[۲]

[۱]

اگر داده‌های مرتب شده از  $x_1$  تا  $x_{25}$  باشند

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, \overbrace{x_6, x_7, \dots, x_{13}}^{Q_1}, \dots, x_{25}$$

تعداد داده‌ها فرد است. پس دادهٔ وسط، سیزدهمین داده است که میانه نام دارد.

دوازده داده قبل از میانه و دوازده داده بعد از میانه قرار دارد. چارک اول میانگین

داده‌های ششم و هفتم و چارک سوم میانگین داده‌های نوزدهم و بیستم است. حال به

بررسی موارد می‌پردازیم.

الف) چارک اول میانگین داده‌های ششم و هفتم است.

ب) چون داده‌ها متمایزند، چارک سوم میانگین داده‌های نوزدهم و بیستم است و

شش داده از چارک سوم بزرگتر است.

ج) در این حالت ۱۳ داده بین چارک اول و چارک سوم قرار دارد.

د) میانهٔ داده‌های بین  $Q_2$  و  $Q_3$  یعنی میانهٔ داده‌های چهاردهم تا نوزدهم که برابر

است با میانگین داده‌های شانزدهم و هفدهم ← این مورد غلط است.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

۱, ۲, ۳, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۲, ۱۲, ۱۵, ۱۵, ۲۱

میانه این ۱۳ داده برابر با داده هفتم یعنی ۸ است.

چارک اول، میانگین داده‌های سوم و چهارم است:

$$\frac{3+5}{2} = 4$$

چارک سوم میانگین داده‌های دهم و یازدهم است:

$$\frac{12+15}{2} = 13/5$$

۱, ۲, ۳

واریانس داده‌های کمتر از چارک اول:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1+2+3}{3} = 2 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{(1-2)^2 + (2-2)^2 + (3-2)^2}{3} \\ &= \frac{1+0+1}{3} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

۱۵, ۱۵, ۲۱

واریانس داده‌های بیشتر از چارک سوم:

$$\bar{x} = \frac{15+15+21}{3} = \frac{51}{3} = 17$$

$$\sigma^2 = \frac{(15-17)^2 + (15-17)^2 + (21-17)^2}{3} = \frac{4+4+16}{3} = \frac{24}{3} = 8$$

اختلاف واریانس‌ها:

$$8 - \frac{2}{3} = \frac{24}{3} - \frac{2}{3} = \frac{22}{3}$$

۴

۳

۲

۱

(امیر زرانروز، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه ۲ تا ۱۱)

رابطه  $\{(1,1)\}$  تابع است.

پس گزاره  $p$  درست است. ضمناً  $\sqrt{9}$  برابر ۳ است که عددی گویا است، پس ارزش

$q$  نادرست است، لذا داریم:

$$(\sim p \Rightarrow \sim q) \equiv (\sim T \Rightarrow \sim F) \equiv (F \Rightarrow T) \equiv T$$

۴

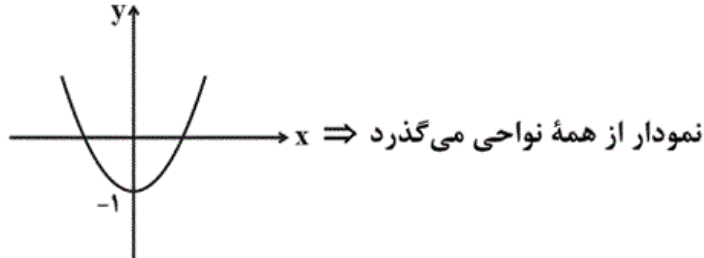
۳

۲

۱

(امیر زرانروز، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه ۲ تا ۱۱)

ارزش گزاره  $(\exists x \in \mathbb{N})$  نادرست و ارزش گزاره  $(\exists x \in \mathbb{Z})$  درست است. پس باید در جای خالی، گزاره‌ای با ارزش نادرست قرار دهیم تا ارزش گزاره عطفی نادرست شود و در نتیجه ارزش گزاره دو شرطی درست شود. فقط ارزش گزاره ذکر شده در گزینه «۴» نادرست است:



۴

۳

۲

۱

(امیر زرانروز، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه ۲ تا ۱۱)

ارزش  $(p \Rightarrow \sim q)$  درست است زیرا:  $(p \Rightarrow \sim q) \equiv (F \Rightarrow F) \equiv T$

گزینه «۱»:  $(q \Rightarrow p) \equiv (T \Rightarrow F) \equiv F$

گزینه «۲»:  $(\sim q \Leftrightarrow \sim p) \equiv (F \Leftrightarrow T) \equiv F$

گزینه «۳»:  $[(p \wedge q) \Rightarrow r] \equiv [(\underbrace{F \wedge T}_F) \Rightarrow r] \equiv T$

گزینه «۴»:  $\sim (p \vee q) \wedge r \equiv \sim (\underbrace{F \vee T}_T) \wedge r \equiv \sim T \wedge r \equiv F$

۴

۳

۲

۱

(امیر زرانروز، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه ۲ تا ۱۱)

p	q	$\sim p$	$q \vee p$	$\sim p \Rightarrow (q \vee p)$
T	T	F	T	T
T	F	F	T	T
F	T	T	T	T
F	F	T	F	F

ستون نتیجه، شامل سه ردیف درست و یک ردیف نادرست است.

۴

۳

۲

۱



ارزش گزاره شرطی زمانی نادرست است که مقدم آن دارای ارزش درست و تالی آن دارای ارزش نادرست باشد، از طرفی ترکیب فصلی گزاره‌ها زمانی دارای ارزش نادرست است که همه گزاره‌ها نادرست باشند، لذا داریم:

$$p \Rightarrow (\sim q \vee r) = \begin{cases} P \equiv T \\ \sim q \vee r \equiv F \Rightarrow \begin{cases} \sim q \equiv F \Rightarrow q \equiv T \\ r \equiv F \end{cases} \end{cases}$$

پس ارزش گزاره‌های  $p$  و  $q$  درست و ارزش گزاره  $r$  نادرست است.

حال ارزش گزاره‌های موردنظر را می‌یابیم:

$$(r \vee q) \Leftrightarrow p \equiv \underbrace{(F \vee T)}_T \Leftrightarrow T \equiv T \Leftrightarrow T \equiv T$$

$$(p \wedge r) \Rightarrow q \equiv \underbrace{(T \wedge F)}_F \Rightarrow T \equiv F \Rightarrow T \equiv T$$

۴

۳

۲

۱ ✓

اگر عدد حقیقی مورد نظر را  $x$  در نظر بگیریم، مربع آن معادل  $x^2$  و مجموع هفت برابر آن با عدد ۵ معادل  $7x + 5$  می‌باشد، که طبق صورت سؤال  $x^2$  از  $7x + 5$  بزرگتر است، پس نماد ریاضی آن به صورت  $x^2 > 7x + 5$  می‌باشد.

۴

۳ ✓

۲

۱

می‌دانیم روش بکار رفته در مغالطه، همواره نادرست است. مغالطه به شکل مقابل است:

$$۱ \text{ مقدمه } p \Rightarrow q$$

$$۲ \text{ مقدمه } q$$

∴  $p$

فقط استدلال گزینه «۲» به صورت مغالطه است پس روش بکار رفته در آن، نادرست است. (صرف نظر از نتیجه آن که می‌تواند درست باشد).

۴

۳

۲ ✓

۱

-۵۹

(امیر زرانروز، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه ۲۵ و ۲۶)

توابع  $f$  و  $g$  هر دو تابع ثابت هستند چون به ازای هر  $x$  از دامنه‌شان، خروجی تابع عددی ثابت است.

کاملاً مشخص است که  $h$  هم تابع ثابت است و ضابطه آن به شکل  $x \in \mathbb{Z}$  و  $h(x) = -2$  می‌باشد ولی تابع  $k$  ثابت نیست چون برد آن، تک عضوی نیست.

$k$  برد تابع  $= \{1, 2, 3\}$

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

-۶۰

(مهروی ملارمضانی، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه ۲۵ و ۲۶)

ضابطه تابع ثابت  $f$ ، با توجه به اینکه از نقطه  $(2, -1)$  می‌گذرد برابر  $f(x) = -1$  است. بنابراین:

$$2f^2(2) - f(3) = 2(-1)^2 - (-1) = 3$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۵۳

(امیر زرانروز، ترکیبی، صفحه ۶ و ۱۶)

عکس نقیض گزاره  $p \Rightarrow q$  برابر  $\sim q \Rightarrow \sim p$  است ولی ارزش هر دوی این گزاره‌ها یکسان است پس کافی است ارزش  $p \Rightarrow q$  یعنی همان گزاره اولیه را تعیین کنیم:

(هر عدد مضرب ۹، مضرب ۳ هم هست)  $\Rightarrow$  (۲۰۰ مربع کامل است)

F
T

T
F

دقت کنید ارزش نقیض گزاره اولیه داده شده نادرست است.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۶۱

(امیر مسموریان، گردآوری داده‌ها، صفحه ۹۲ تا ۹۴)

برای بررسی تعداد تصادفات و تعداد شرکت‌کنندگان در کنکور از آنجا که مجموعه‌ای از اطلاعات ذخیره شده موجود است استفاده از دادگان‌ها بهترین راه گردآوری داده‌هاست.

برای بررسی میزان مطالعه کارمندان یک اداره، بهترین روش پرسش‌نامه است.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

موارد (الف)، (پ) و (ت) همگی نادرست هستند.

الف) کیفیت چای (بد، متوسط، خوب) ← کیفی ترتیبی

پ) وزن افراد ← کمی نسبتی

ت) دمای هوا ← کمی فاصله‌ای

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\text{مجموع اولیه (نادرست)} = ۲۰۰۰ \times ۵۰ = ۱۰۰,۰۰۰$$

عدد ۲۱۰۰ به اندازه ۳۰۰ واحد بیشتر از ۱۸۰۰ است، پس باید ۳۰۰ را از مجموع

اولیه کم کنیم:

$$\text{مجموع واقعی} = ۱۰۰,۰۰۰ - ۳۰۰ = ۹۹۷۰۰$$

$$\Rightarrow \text{میانگین واقعی} = \frac{۹۹۷۰۰}{۵۰} = ۱۹۹۴$$

۴ ✓

۳

۲

۱

ابتدا میانه هر یک از داده‌ها را جداگانه می‌یابیم:

$$a + 4 = \text{میانه} \xrightarrow{\text{تعداد داده‌ها فرد}} 10, 11, a + 4, 18, 2a + 2 \text{ : دسته اول}$$

$$a - 2, a + 2, 2a - 4, 28 \xrightarrow{\text{تعداد داده‌ها زوج}} \text{ : دسته دوم}$$

$$\text{میانه} = \frac{a + 2 + 2a - 4}{2} = \frac{3a - 2}{2}$$

$$\Rightarrow a + 4 = \frac{3a - 2}{2} \Rightarrow 2a + 8 = 3a - 2 \Rightarrow a = 10$$

حال داده‌های هر دسته را به ترتیب مشخص می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{دسته اول: } 10, 11, 14, 18, 22 \\ \text{دسته دوم: } 8, 12, 16, 28 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ترکیب دو دسته داده}} 8, 10, 11, 12, 14, 16, 18, 22, 28$$

میانه داده‌های ترکیب شده برابر داده وسط است. چون تعداد داده‌ها فرد است:

$$\text{میانه} = 14 = \text{داده پنجم}$$

۴

۳ ✓

۲

۱

برای به دست آوردن میانگین موزون نمرات کافی است مجموع حاصل ضرب نمرات در ضرایب آن‌ها را بر مجموع ضرایب آن‌ها تقسیم کنیم:

$$\text{میانگین نمرات} = \frac{(2 \times 20) + (4 \times 19) + (2 \times 20) + (3 \times 19 / 5) + (1 \times 16 / 5)}{2 + 4 + 2 + 3 + 1} = 19 / 25$$

از آنجا که در بین پنج نمره داده شده، دو نمره ۲۰ وجود دارد:

$$\text{مد داده‌ها} = 20$$

$$\text{اختلاف خواسته شده} = 20 - 19 / 25 = 0 / 25$$

۴

۳

۲ ✓

۱

طبق رابطه‌ی واریانس داریم:

$$\sigma^2 = \frac{\text{مجموع مربعات انحراف داده‌ها از میانگین}}{\text{تعداد}}$$

$$= \frac{(-6)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 4^2 + 3^2}{5} = \frac{36 + 1 + 16 + 9}{5}$$

$$= \frac{62}{5} = 12.4 \xrightarrow{\text{جذر}} \sigma = \sqrt{12.4} = 3.5$$

۴

۳

۲

۱ ✓

ابتدا داده‌ها را مرتب کرده و چارک‌های آنها را به دست می‌آوریم:

$$1, 2, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$Q_1 \quad Q_2 \quad Q_3$$

داده‌های بین چارک اول و سوم به صورت زیر می‌باشند:

$$3, 4, 5, 6, 8 \Rightarrow \text{میانگین} = \frac{3 + 4 + 5 + 6 + 8}{5} = \frac{26}{5} = 5.2$$

۴

۳

۲

۱ ✓

داده‌های مرتب شده زیر را در نظر بگیرید.

$$\begin{array}{ccc} Q_1 & & Q_2 & & Q_3 \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \end{array}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{15}$$

$$Q_2 = 9 \Rightarrow x_8 = 9$$

از آنجا که انحراف معیار داده‌های قبل از چارک سوم صفر است یعنی با هم برابر و برابر با ۹ هستند.

$$x_1 = x_2 = \dots = x_{11} = 9 \Rightarrow \text{مجموع ۱۱ داده اول} = 9 \times 11 = 99$$

میانگین داده‌های بیشتر از چارک سوم ۱۷ است.

$$\bar{x} = 17 \Rightarrow 17 = \frac{x_{13} + x_{14} + x_{15}}{3} \Rightarrow x_{13} + x_{14} + x_{15} = 51$$

میانگین کل داده‌ها ۱۱ است:

$$\bar{x} = 11 \Rightarrow \bar{x} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{15} = 11$$

$$\Rightarrow \text{مجموع داده‌ها} = 165 \Rightarrow Q_3 = 165 - 99 - 51 = 15$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» صحیح هستند و گزینه «۴» نادرست است زیرا ۴ درصد مشاهدات خارج از فاصله دو انحراف معیار از میانگین قرار دارند.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

میانگین داده‌ها ۴۵ و واریانس ۴ است یعنی انحراف معیار ۲ است.

تقریباً ۹۶ درصد داده‌ها بین  $\bar{x} - 2\sigma$  و  $\bar{x} + 2\sigma$  قرار دارند. یعنی تقریباً ۴۸ درصد داده‌ها بین  $\bar{x} + 2\sigma$  و  $\bar{x}$  قرار دارند.

$$\begin{cases} \bar{x} + 2\sigma = 49 \\ \bar{x} = 45 \end{cases}$$

پس حدود ۴۸ درصد داده‌ها بین ۴۵ تا ۴۹ قرار دارند.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱