سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)
https://t.me/riazisara

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)
https://www.instagram.com/riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۴۱- اگر a یک عدد حقیقی و $0 < a < 1$ باشد، کدام یک از موارد زیر نادرست است؟

۱) $a^3 < a^2$ ۲) $\sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$ ۳) $a < \sqrt{a}$ ۴) $a^2 > \sqrt{a}$

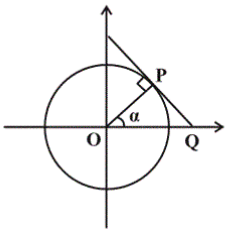
۴۲- اگر $a + b = 5$ و $ab = 3$ باشد، آنگاه حاصل $a^3 + b^3$ کدام است؟

۱) ۶۵ ۲) ۸۰ ۳) ۹۵ ۴) ۱۱۰

۴۳- اگر $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ باشد، حاصل $\sin x \times \cos x$ کدام است؟

۱) $-\frac{1}{2}$ ۲) $-\frac{3}{8}$ ۳) $-\frac{2}{5}$ ۴) $\frac{1}{3}$

۴۴- در دایرهٔ مثلثاتی مقابل، اگر $P(\frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{\sqrt{7}}{3})$ باشد، طول پاره‌خط PQ کدام است؟



۱) $\frac{9}{\sqrt{14}}$ ۲) $\frac{\sqrt{2}}{7}$

۳) ۱ ۴) $\frac{\sqrt{14}}{2}$

۴۵- به ازای کدام مقدار k عبارت $\sqrt[3]{a\sqrt[k]{a^4}}$ برابر a خواهد شد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۴۶- ساده شدهٔ عبارت $\frac{\sqrt{a} - \sqrt[4]{a}}{\sqrt[12]{a^5} - \sqrt[3]{a^2}}$ کدام است؟ $(a > 0 \quad , \quad a \neq 1)$

۱) $a^{\frac{1}{6}}$ ۲) $-a^{\frac{1}{6}}$ ۳) $a^{-\frac{1}{6}}$ ۴) $-a^{-\frac{1}{6}}$

۴۷- اگر $\tan^2 \alpha + 1 = 4$ و $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ باشد، حاصل $\frac{\sin\alpha + \cos\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha}$ کدام است؟

۱) $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ ۲) $2 - \sqrt{3}$ ۳) $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ۴) $2 + \sqrt{3}$

۴۸- اگر $\sin^6 \theta + \cos^6 \theta = \frac{193}{625}$ باشد، حاصل $\sin\theta - \cos\theta$ کدام است؟ $(45^\circ < \theta < 90^\circ)$

۱) $\frac{1}{6}$ ۲) $\frac{1}{5}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{3}$

۴۹- حاصل عبارت $\frac{\sqrt{۲}+\sqrt{۷}}{۲-\sqrt{۶}-\sqrt{۲۱}+\sqrt{۱۴}}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}+\sqrt{۳}$ ۲) $\sqrt{۲}-\sqrt{۳}$ ۳) $\sqrt{۳}-\sqrt{۲}$ ۴) $-\sqrt{۲}-\sqrt{۳}$

۵۰- اگر اتحاد مثلثاتی $\frac{a}{\cos^۲ x}+\frac{b}{\cos^۴ x}=\tan^۲ x+\tan^۴ x$ برقرار باشد، مقدار $a-b$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) -۲ ۳) ۲ ۴) ۱

حسابان ۱ - ۱۰ سوال

۵۱- اگر سه دنبالهٔ حسابی $a_n=۱,۳,\ldots$ ، $b_n=-۲,۳,\ldots$ و $c_n=-۱۷,-۷,\ldots$ را داشته باشیم، مجموع ۱۰ جملهٔ اول دنبالهٔ جملات مشترک این سه دنباله، کدام است؟

۱) ۵۰۰ ۲) ۴۸۰

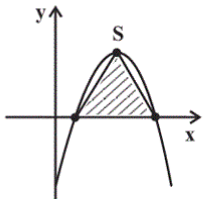
۳) ۴۶۰ ۴) این سه دنباله جملات مشترک ندارند.

۵۲- مجموع جواب‌های معادلهٔ $m^۲x^۲+|x|=m^۲+۱$ کدام است؟

۱) معادله جواب ندارد. ۲) ۲

۳) -۲ ۴) صفر

۵۳- نقطهٔ $S=(۳,۴)$ رأس سهمی شکل زیر و مساحت مثلث هاشورخورده برابر ۸ واحد مربع است. عرض از مبدأ این سهمی کدام است؟



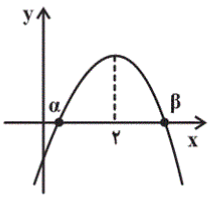
۱) -۷

۲) -۶

۳) -۵

۴) -۴

۵۴- اگر نمودار سهمی $y=-x^۲+Sx-P$ مانند شکل زیر باشد و رابطهٔ $\beta^۲-\alpha^۲=۶$ بین صفرهای تابع برقرار باشد، مقدار P کدام است؟



۱) $\frac{۵۵}{۱۶}$

۲) ۳

۳) $\frac{۱۵}{۸}$

۴) $\frac{۵۵}{۸}$

۵۵- در یک دنبالهٔ حسابی با جملهٔ عمومی a_n، اگر مجموع n جملهٔ اول دنباله برابر با $S_n=kn^۲+bn-۱+k$ باشد، حاصل $a_{n+۴}-a_{n+۱}$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۰

۵۶- معادلهٔ $|x-۲|+|x+۱|=۳$ چند جواب دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) بیشمار ۴) جواب ندارد.

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۵۷- در معادلهٔ $\frac{۲}{x^۲+۳x-۱} - \frac{۱}{x^۲+۳x+۵} = ۱$ حاصل‌ضرب جواب‌ها کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) -۲

۵۸- فاصلهٔ نقاط A و C روی خط $\ell_۱ : x-y=۱$ و نقاط B و D روی خط $\ell_۲ : x+y=۱$، از نقطهٔ $(۲- , ۱)$ یکسان و برابر $\sqrt{۱۰}$ است. مساحت ذوزنقهٔ $ABCD$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۶ ۴) ۲۰

۵۹- کوتاه‌ترین فاصلهٔ نقاط سهمی $f(x)=۴-x^۲$ از نقطهٔ $A(۰ , ۱)$ کدام است؟

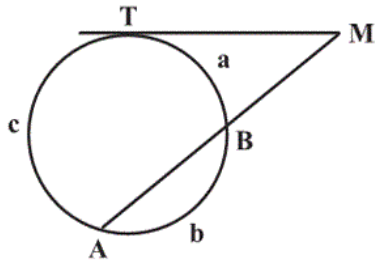
۱) $\frac{\sqrt{۷}}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۱۱}}{۲}$ ۳) ۱ ۴) ۳

۶۰- دو دنبالهٔ حسابی با جملهٔ اول $a_۱$ و قدرنسبت‌های متمایز d و d' مفروض‌اند. اگر مجموع n جملهٔ اول دنبالهٔ اول را با S_n و مجموع n جملهٔ اول دنبالهٔ دوم را با S'_n نمایش دهیم، حاصل $\frac{S_n - S'_n}{d-d'}$ کدام است؟

۱) $n(n-۱)$ ۲) $\frac{۲}{n(n-۱)}$ ۳) $۲n(n-۱)$ ۴) $\frac{۱}{۲}(n)(n-۱)$

هندسه‌ي ۲ - ۱۰ سوال

۸۱- در شکل زیر، اگر $\frac{a}{۲} = \frac{b}{۳} = \frac{c}{۵}$ باشد، زاویهٔ M چند درجه است؟



۱) ۳۶

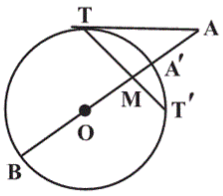
۲) ۴۵

۳) ۵۴

۴) ۶۰

۸۲- در شکل زیر، AT بر دایرهٔ $C(O , ۳)$ مماس می‌باشد. اگر $AT = y$ و $AA' = OM = x$ باشد، حاصل $x+y$ کدام است؟

$(MT' = ۲ , MT = ۲/۵)$



۱) ۴

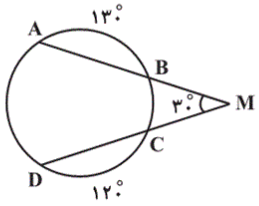
۲) ۵

۳) ۶

۴) ۷

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۳- در دایرهٔ زیر، اندازهٔ کمان‌های $\overset{\frown}{AB}$ و $\overset{\frown}{CD}$ به‌ترتیب ۱۳۰° و ۱۲۰° است. مطابق شکل، اگر امتداد وترهای AB و CD با زاویهٔ ۳۰° همدیگر را قطع کنند، اندازهٔ کمان AD چند درجه است؟



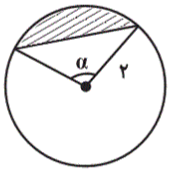
۱) ۸۰

۲) ۹۰

۳) ۸۵

۴) ۹۵

۸۴- در دایرهٔ زیر، α زاویه‌ای مرکزی و برابر ۱۲۰° است. در این صورت مساحت قسمت هاشورزده کدام است؟



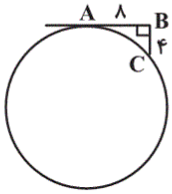
۱) $\frac{۴\pi}{۳}+\sqrt{۳}$

۲) $\frac{۴\pi}{۳}-\sqrt{۳}$

۳) $\sqrt{۳}$

۴) $\frac{۴\pi}{۳}$

۸۵- در شکل زیر، BA در نقطهٔ A بر دایره مماس بوده، $BC=۴$ و $AB=۸$ است. شعاع دایره کدام است؟



۱) ۸

۲) ۱۰

۳) ۱۲

۴) ۱۴

۸۶- در دایره‌ای دو وتر AB و CD رسم شده‌اند به‌طوری که اگر AB را از طرف B و CD را از طرف C ادامه دهیم، یکدیگر را در نقطهٔ M قطع می‌کنند. اگر H و H' به‌ترتیب پای عمودهای وارد شده از مرکز دایره (O) به وترهای BC و AD باشند، کدام مقایسه درست است؟

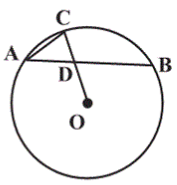
۱) $OH > OH'$

۲) $OH = OH'$

۳) $OH < OH'$

۴) نمی‌توان تعیین کرد.

۸۷- مطابق شکل در دایره‌ای به مرکز O، وترهای AB و AC مفروض‌اند. به‌طوری که $\overset{\frown}{AB}=۳\overset{\frown}{AC}$ (C نقطه‌ای از کمان کوچک‌تر $\overset{\frown}{AB}$). اگر شعاع OC وتر AB را در نقطهٔ D قطع کند، کدام گزینه الزاماً صحیح است؟



۱) $DB = DO$

۲) $AD = AC$

۳) $O\hat{D}B = ۹۰^\circ$

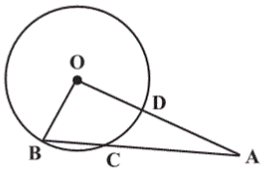
۴) $C\hat{A}D = O\hat{B}D$

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۸- در دایره‌ای به مرکز O، وتر CD را موازی قطر AB رسم نموده‌ایم به‌طوری که امتداد AD و BC یکدیگر را خارج دایره در نقطهٔ M قطع کنند. اگر مجموع زاویه‌های BOC و M برابر ۷۵ درجه باشد، زاویهٔ M چند درجه است؟

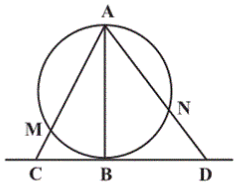
۱) ۲۲/۵
۲) ۳۰
۳) ۳۶
۴) ۳۷/۵

۸۹- در شکل زیر، $OA \perp OB$، $OA = ۱۲$ و شعاع دایره برابر ۵ است. طول پاره‌خط BC کدام است؟ (O مرکز دایره است)



۱) $\frac{۵۰}{۷}$
۲) $\frac{۵۰}{۱۳}$
۳) $\frac{۱۰۰}{۷}$
۴) $\frac{۱۰۰}{۱۳}$

۹۰- در شکل زیر، AB قطر دایره و CD در نقطهٔ B بر دایره مماس است. اگر $AM = ۳MC = ۹$ و $AN = ۶$ باشد، آن‌گاه طول DN کدام است؟



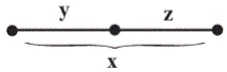
۱) ۶
۲) ۵
۳) ۱۲
۴) ۱۰

هندسه ۱ - ۱۰ سوال

۷۱- اگر $\frac{z}{۶} = \frac{y}{۳} = \frac{x}{۲}$، آن‌گاه حاصل $\frac{xy + xz}{yz}$ کدام است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) $\frac{۹}{۲}$

۷۲- در شکل زیر، واسطهٔ هندسی x و y، پاره‌خطی به طول ۳ و واسطهٔ هندسی x و z، پاره‌خطی به طول ۴ است. مقدار x کدام است؟ (x، y و z طول پاره‌خط‌ها هستند.)



۱) ۸
۲) ۷
۳) ۶
۴) ۵

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۷۳- طول ارتفاع‌های یک مثلث برابر ۶، ۸ و ۱۰ است. اگر طول بزرگ‌ترین ضلع مثلث برابر $۱۰\sqrt{۲}$ باشد مجموع طول دو ضلع دیگر مثلث کدام است؟

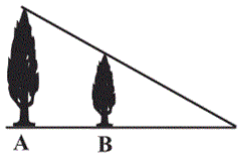
۱) $۱۵\sqrt{۲}$

۲) $۲۷\sqrt{۲}$

۳) $۳۰\sqrt{۲}$

۴) $\frac{۲۷\sqrt{۲}}{۲}$

۷۴- در شکل زیر، ارتفاع دو درخت ۱۰ و ۱۵ متر و نوک سایهٔ آن‌ها بر هم منطبق است. اگر طول سایهٔ درخت بزرگ‌تر ۵۴ متر باشد، فاصلهٔ دو درخت (طول AB) چند متر است؟



۱) ۱۵

۲) ۱۸

۳) ۲۷

۴) ۳۶

۷۵- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای، اندازهٔ دو ضلع زاویهٔ قائمه ۷ و ۲۴ است. ارتفاع وارد بر وتر را رسم می‌کنیم، دو پاره‌خط روی آن پدید می‌آید. اختلاف طول این دو پاره‌خط کدام است؟

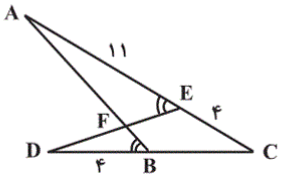
۱) ۲۱/۴۸

۲) ۲۰/۴۴

۳) ۲۰/۸۴

۴) ۲۱/۰۸

۷۶- در شکل زیر، $\hat{DBF} = \hat{AEF}$ است. طول BC کدام است؟



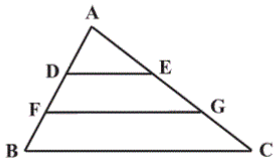
۱) ۵

۲) ۶

۳) ۵/۵

۴) ۶/۵

۷۷- در شکل زیر، $AD = DF = FB$ ، $BC = ۱۲$ و دو پاره‌خط DE و FG با ضلع BC موازی‌اند. حاصل $DE + FG$ کدام است؟



۱) ۴

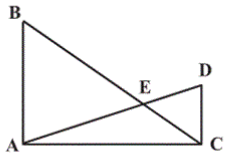
۲) ۶

۳) ۸

۴) ۱۲

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۷۸- در شکل زیر، $AB \perp AC$ و $CD \perp AC$ است. کدام دو مثلث همواره متشابه‌اند؟



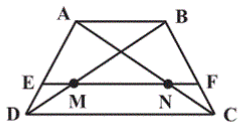
۱) ACD و ABC

۲) ABE و ABC

۳) CDE و ABE

۴) CDE و ACE

۷۹- در ذوزنقهٔ شکل زیر، پاره‌خط EF موازی دو قاعده رسم شده است و قطرهای آن را در نقاط M و N قطع کرده است. اگر $\frac{AE}{ED} = ۳$ باشد، حاصل $\frac{EM}{NF}$ کدام است؟



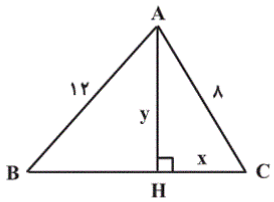
۱) $\frac{۱}{۳}$

۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) ۱

۴) $\frac{۴}{۳}$

۸۰- در شکل زیر، $AB = ۱۲$، $AC = ۸$ و $BC = ۱۰$ می‌باشد. حاصل xy کدام است؟



۱) $۲\sqrt{۷}$

۲) $۳\sqrt{۷}$

۳) $۲\sqrt{۵}$

۴) $۳\sqrt{۵}$

ریاضي ۱- سوالات موازي - ۱۰ سوال

۶۱- اگر $۲ < \sqrt[۵]{x} < ۳$ به جای x چند عدد طبیعی می‌توان قرار داد؟

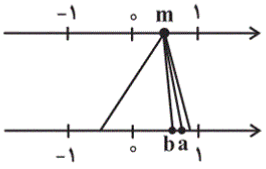
۱) ۲۱۰ ۲) ۲۱۱ ۳) ۲۱۲ ۴) ۲۱۳

۶۲- اگر داشته باشیم $\frac{ab}{c} < ۰$ و $bc < ۰$، آن‌گاه حاصل $\frac{\sqrt{a^۲}}{a} + \frac{\sqrt[۴]{b^۴}}{b} + \frac{\sqrt[۶]{c^۶}}{c}$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) صفر ۳) ۱ ۴) ۲

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۶۳- در شکل زیر، نقطه‌ای از محور بالا به ریشه‌های چهارم، هفتم، و نهم خود در محور پایین وصل شده است. نقاط **a** و **b** به‌ترتیب مربوط به کدام ریشه هستند؟



۱) چهارم ، نهم
۲) هفتم ، نهم
۳) نهم ، چهارم
۴) هفتم ، چهارم

۶۴- حداکثر مقدار $\frac{۳\cos x+۱۰}{۳+\cos x}$ کدام است؟

۱) $\frac{۷}{۲}$ ۲) $\frac{۵}{۲}$ ۳) $\frac{۱۳}{۴}$ ۴) $\frac{۱۱}{۴}$

۶۵- اگر $۱۸۰^\circ < \alpha < ۲۷۰^\circ$ و $\cos\alpha = \frac{۱-۲m}{۳}$ باشد، کدام بازه حدود m را نشان می‌دهد؟

۱) $(۰, \frac{۱}{۴})$ ۲) $(\frac{۱}{۲}, ۲)$ ۳) $(-۱, ۰)$ ۴) $(-۲, ۲)$

۶۶- از نقطهٔ $A(\frac{\sqrt{۳}}{۲}, \frac{۱}{۲})$ روی دایرهٔ مثلثاتی و در جهت مثبت آن شروع به حرکت می‌کنیم و پس از طی زاویهٔ ۵۱۰° در نقطهٔ B توقف می‌کنیم. مختصات نقطهٔ B کدام است؟

۱) $(\frac{\sqrt{۲}}{۲}, \frac{\sqrt{۲}}{۲})$ ۲) $(-۱, ۰)$
۳) $(۰, ۱)$ ۴) $(۰, -۱)$

۶۷- ساده شدهٔ عبارت $\frac{۱+\cos x}{\sin x}+\frac{\sin x}{۱+\cos x}$ کدام است؟

۱) $\frac{۲}{\sin x}$ ۲) $\frac{۲}{\cos x}$ ۳) $۲\sin x$ ۴) $۲\cos x$

۶۸- کدام گزینه اتحاد نیست؟

۱) $-\frac{۱}{\cos x}+\tan x=\frac{\cos x}{۱+\sin x}$ ۲) $\frac{۱}{\tan x+\cot x}=\sin x.\cos x$
۳) $\frac{۱+\tan x}{۱+\cot x}=\tan x$ ۴) $(۱-\sin x)(\frac{۱}{\cos x}+\tan x)=\cos x$

۶۹- اگر $x=۱-\sqrt{۲}$ باشد، مقدار عددی عبارت $(x+x^{-۱})^{\frac{۱}{۳}}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) $\sqrt[۳]{۲}$ ۴) ۲

۷۰- عدد $۳^{۱۲}-۱$ بر کدام یک از اعداد زیر بخش‌پذیر نیست؟

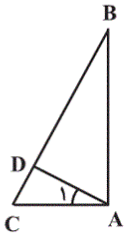
۱) ۷۲۸ ۲) ۷۳۰ ۳) ۸۰ ۴) ۶۶۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۱- اگر $\frac{a}{۷}=\frac{b}{۱۴}=\frac{c}{۲۱}=\frac{d}{۲۸}$ باشد $a+b+c+d$ چند برابر b است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۷

۹۲- در شکل زیر، اگر $\hat{A}_۱=\hat{B}$ باشد، پاره‌خط AC واسطهٔ هندسی بین کدام دو پاره‌خط است؟



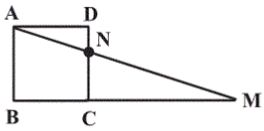
۱) AD و BC

۲) AB و BD

۳) CD و AB

۴) CD و BC

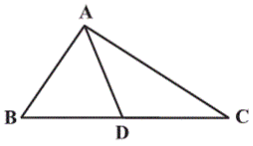
۹۳- در شکل زیر $ABCD$ مربع است. مطابق شکل ضلع BC را به اندازهٔ ۳ برابر ضلع مربع، تا نقطهٔ M امتداد می‌دهیم. اگر محل تقاطع AM و CD را N بنامیم، مساحت ذوزنقهٔ $ANCB$ چه کسری از مساحت مربع $ABCD$ است؟



۱) $\frac{۵}{۶}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$

۳) $\frac{۷}{۸}$ ۴) $\frac{۴}{۵}$

۹۴- در شکل زیر، اگر $B\hat{A}C=A\hat{D}C$، $AC=۶$ و $BD=۵$ باشد، طول CD کدام است؟



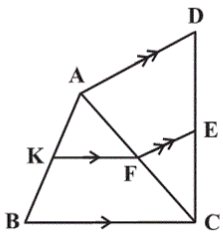
۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۵

۹۵- در شکل زیر، $BC \parallel KF$، $AD \parallel EF$ و $BC=۲KF$ است. اگر $AD=x+۱$ و $EF=x-۳$ باشد، طول AD کدام است؟



۱) ۵

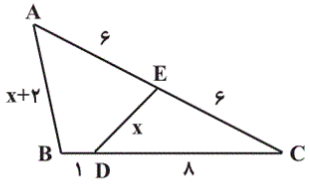
۲) ۶

۳) ۷

۴) ۸

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۶- در شکل زیر، مقدار x کدام است؟



۱) ۴

۲) $\frac{۱۶}{۷}$

۳) ۳

۴) ۵

۹۷- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای با مساحت ۱۵۰ سانتی‌متر مربع، قطعاتی که ارتفاع وارد بر وتر، روی آن پدید می‌آورد با اعداد ۹ و ۱۶ متناسب‌اند.
محیط مثلث کدام است؟

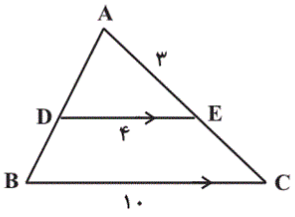
۱) ۴۵

۲) ۶۰

۳) ۷۵

۴) ۹۰

۹۸- در شکل زیر، محیط مثلث ABC برابر ۲۸ است. محیط ذوزنقهٔ DECB کدام است؟



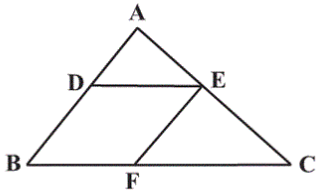
۱) ۲۲

۲) ۲۴ / ۸

۳) ۲۷ / ۵

۴) ۳۳ / ۵

۹۹- در شکل زیر، چهارضلعی BDEF لوزی است. اگر $AD = ۴$ و $CF = ۹$ باشد، حاصل $\frac{CE}{AC}$ کدام است؟



۱) $\frac{۲}{۳}$

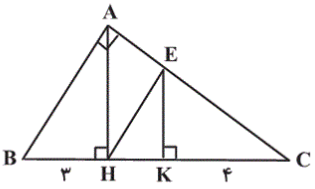
۲) $\frac{۳}{۵}$

۳) $\frac{۲}{۵}$

۴) $\frac{۹}{۱۳}$

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۰- در شکل زیر، $\hat{A} = ۹۰^\circ$ و $HE \parallel AB$، $BH = ۳$ و $KC = ۴$ می‌باشد. طول AH کدام است؟



۱) $۲\sqrt{۳}$

۲) $۳\sqrt{۳}$

۳) $۳\sqrt{۲}$

۴) $۲\sqrt{۲}$

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۴۱- *(فرشاد فرامرزی)*

وقتی $0 < a < 1$، a هر چه به توان بزرگ‌تر برسد، حاصل کوچک‌تر می‌شود.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱» درست است. $3 > 2 \Rightarrow a^3 < a^2 \rightarrow$

گزینهٔ «۲» درست است. $\frac{1}{2} > \frac{1}{3} \Rightarrow a^{\frac{1}{2}} < a^{\frac{1}{3}} \Rightarrow \sqrt{a} < \sqrt[3]{a} \rightarrow$

گزینهٔ «۳» درست است. $1 > \frac{1}{2} \Rightarrow a^1 < a^{\frac{1}{2}} \Rightarrow a < \sqrt{a} \rightarrow$

گزینهٔ «۴» نادرست است. $2 > \frac{1}{2} \Rightarrow a^2 < a^{\frac{1}{2}} \Rightarrow a^2 < \sqrt{a} \rightarrow$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری- صفحه‌های ۴۸ تا ۶۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۴۲- (فرشاد فرامرزی)

$$(a+b)^۳ = a^۳ + b^۳ + ۳a^۲b + ۳ab^۲$$

$$\Rightarrow (a+b)^۳ = a^۳ + b^۳ + ۳ab(a+b)$$

$$\Rightarrow ۵^۳ = a^۳ + b^۳ + ۳\times ۳\times (۵)$$

$$\Rightarrow ۱۲۵ = a^۳ + b^۳ + ۴۵ \Rightarrow a^۳ + b^۳ = ۸۰$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۴۳- (محمدطاهر شعاعی)

$$\sin x + \cos x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow (\sin x + \cos x)^۲ = \frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\sin^۲ x + \cos^۲ x}_{۱} + ۲\sin x\cos x = \frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow ۲\sin x\cos x = \frac{۱}{۴} - ۱ = -\frac{۳}{۴} \Rightarrow \sin x\cos x = -\frac{۳}{۸}$$

(ریاضی ۱- مثلثات- صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۴۴- (محمد پوراحمدی)

با توجه به نقطهٔ $P(\frac{\sqrt{۲}}{۳}, \frac{\sqrt{۷}}{۳})$ از آنجا که $P(\cos\alpha, \sin\alpha)$ و

مثلث $\overset{\Delta}{OPQ}$ قائم‌الزاویه است، داریم:

$$\tan\alpha = \frac{\text{ضلع مقابل به زاویهٔ } \alpha}{\text{ضلع مجاور به زاویهٔ } \alpha}$$

$$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{PQ}{OP} \Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{PQ}{OP}$$

$$\xrightarrow{OP=۱} \frac{\frac{\sqrt{۷}}{۳}}{\frac{\sqrt{۲}}{۳}} = \frac{PQ}{۱} \Rightarrow PQ = \sqrt{\frac{۷}{۲}}$$

$$\Rightarrow PQ = \sqrt{\frac{۷}{۲} \times \frac{۲}{۲}} \Rightarrow PQ = \frac{\sqrt{۱۴}}{۲}$$

(ریاضی ۱- مثلثات- صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۴۵- (محمد پوراحمدی)

$$\sqrt[۳]{a\sqrt[k]{a^{۴}}}=\sqrt[۳]{a\times a^{\frac{۴}{k}}}=\sqrt[۳]{a^{\frac{k+۴}{k}}}=a^{\frac{k+۴}{۳k}}=a\Rightarrow\frac{k+۴}{۳k}=۱$$

$$\Rightarrow k+۴=۳k\Rightarrow ۲k=۴\Rightarrow k=۲$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری- صفحه‌های ۴۸ تا ۶۱)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۴۶- (سیدسروش کریمی‌مداحی)

$$\frac{\sqrt{a}-\sqrt[۴]{a}}{\sqrt[۱۲]{a^{۵}}-\sqrt[۳]{a^{۲}}}=\frac{\sqrt[۴]{a}(\sqrt[۴]{a}-۱)}{\sqrt[۱۲]{a^{۵}}(۱-\sqrt[۴]{a})}=-\frac{\sqrt[۴]{a}}{\sqrt[۱۲]{a^{۵}}}$$

$$=-\frac{a^{\frac{۱}{۴}}}{a^{\frac{۵}{۱۲}}}=-a^{\frac{۱}{۴}-\frac{۵}{۱۲}}=-a^{-\frac{۱}{۶}}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری- صفحه‌های ۴۸ تا ۶۱)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

۴۷- (علی‌اکبر اسکندری)

$$\tan^{۲}\alpha=۳\xrightarrow{\alpha\text{ ربع دوم}}\tan\alpha=-\sqrt{۳}$$

صورت و مخرج عبارت خواسته شده را بر $\cos\alpha$ تقسیم می‌کنیم تا عبارت برحسب $\tan\alpha$ شود:

$$\Rightarrow\frac{\sin\alpha+\cos\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}=\frac{\tan\alpha+۱}{\tan\alpha-۱}=\frac{-\sqrt{۳}+۱}{-\sqrt{۳}-۱}=۲-\sqrt{۳}$$

(ریاضی ۱- مثلثات- صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$\Rightarrow \sin^۶\theta+\cos^۶\theta=۱-۳(\sin\theta\cos\theta)^۲ \Rightarrow \frac{۱۹۳}{۶۲۵}=۱-۳(\sin\theta\cos\theta)^۲$$

$$\Rightarrow (\sin\theta\cos\theta)^۲=\frac{۱۴۴}{۶۲۵}\Rightarrow \sin\theta\cos\theta=\frac{۱۲}{۲۵} \qquad (*)$$

از طرفی بنابر اتحاد مربع دوجمله‌ای، داریم:

$$(\sin\theta-\cos\theta)^۲=\sin^۲\theta+\cos^۲\theta-۲\sin\theta\cos\theta$$

$$\xrightarrow{(*)}(\sin\theta-\cos\theta)^۲=۱-\frac{۲۴}{۲۵}=\frac{۱}{۲۵}$$

$$\xrightarrow{۴۵^\circ<\theta<۹۰^\circ}\sin\theta>\cos\theta\Rightarrow \sin\theta-\cos\theta=\frac{۱}{۵}$$

(ریاضی ۱- ترکیبی- صفحه‌های ۳۶ تا ۴۶ و ۶۲ تا ۶۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۴۹- (شروین سیاح‌نیا)

مخرج کسر را با عملیات فاکتورگیری به ساده‌ترین شکل ممکن درمی‌آوریم:

$$\frac{\sqrt{۲}+\sqrt{۷}}{۲+\sqrt{۱۴}-(\sqrt{۶}+\sqrt{۲۱})}=\frac{\sqrt{۲}+\sqrt{۷}}{\sqrt{۲}(\sqrt{۲}+\sqrt{۷})-\sqrt{۳}(\sqrt{۲}+\sqrt{۷})}$$

$$=\frac{\sqrt{۲}+\sqrt{۷}}{(\sqrt{۲}+\sqrt{۷})(\sqrt{۲}-\sqrt{۳})}=\frac{۱}{\sqrt{۲}-\sqrt{۳}}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{\sqrt{۲}-\sqrt{۳}}=\frac{۱}{\sqrt{۲}-\sqrt{۳}}\times\frac{\sqrt{۲}+\sqrt{۳}}{\sqrt{۲}+\sqrt{۳}}=-\sqrt{۲}-\sqrt{۳}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۵۰- (محمد پوراحمدی)

$$\frac{a}{\cos^۲ x}+\frac{b}{\cos^۴ x}=\tan^۲ x+\tan^۴ x \Rightarrow \frac{۱}{\cos^۲ x}(a+\frac{b}{\cos^۲ x})$$

$$=(۱+\tan^۲ x)(a+b(۱+\tan^۲ x))=(۱+\tan^۲ x)(a+b+b\tan^۲ x)$$

$$\Rightarrow (۱+\tan^۲ x)(a+b+b\tan^۲ x)=\tan^۲ x(۱+\tan^۲ x)$$

$$\Rightarrow a+b=۰ \quad , \quad b=۱ \Rightarrow a=-۱ \Rightarrow a-b=-۲$$

(ریاضی ۱- مثلثات- صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۵۱- (امیرحسین افشار)

$a_n = ۱ , ۳ , ۵ , \ldots$ $\quad d_۱ = ۲$

$b_n = -۲ , ۳ , ۸ , \ldots$ $\quad d_۲ = ۵$

$c_n = -۱۷ , -۷ , ۳ , \ldots$ $\quad d_۳ = ۱۰$

اگر جملات مشترک این دنباله‌ها را بنویسیم به دنبالهٔ ... , ۲۳ , ۱۳ , ۳ می‌رسیم که قدرنسبت آن ک. م. م قدرنسبت سه دنبالهٔ اول است.

بنابراین داریم:

$$S_{۱۰}=\frac{۱۰}{۲}(۲\times ۳+۹\times ۱۰)=۴۸۰$$

(حسابان ۱– صفحه‌های ۲ تا ۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۵۲- *(امیرحسین افشار)*

می‌دانیم $|x|^۲=|x^۲|=x^۲$ می‌باشد. بنابراین با تغییر متغیر $t=|x|$ داریم:

$$m^۲t^۲+t-m^۲-۱=۰ \xrightarrow{a+b+c=۰} \begin{cases} t_۱=۱ \\ t_۲=\dfrac{-m^۲-۱}{m^۲} \end{cases} : \text{غ ق ق}$$

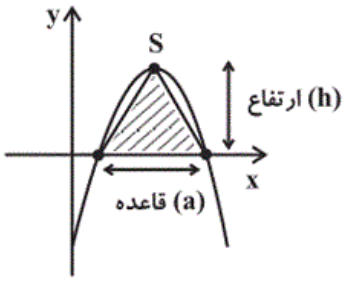
$$\Rightarrow t_۱=|x|=۱ \Rightarrow x=\pm ۱$$

مجموع ریشه‌ها برابر صفر است. توجه کنید که $t_۲<۰$ است، پس غیرقابل قبول است.

(حسابان ۱ــ صفحه‌های ۷ تا ۱۳ و ۲۳ تا ۲۸)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۵۳- *(سیدعادل حسینی)*



$$\text{مساحت مثلث}=\frac{۱}{۲}ah=\frac{۱}{۲}a(۴)=۸ \Rightarrow a=۴$$

با توجه به این‌که $x=۳$ میانگین ریشه‌های سهمی است، ریشه‌ها $x=۱$ و $x=۵$ خواهد بود. یعنی می‌توان ضابطهٔ سهمی را به صورت زیر نوشت:

$$y=m(x-۱)(x-۵)$$

با قرار دادن مختصات نقطهٔ $S=(۳\ ,\ ۴)$ در این رابطه، به سادگی $m=-۱$ به دست می‌آید.

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۵۴- (محمدمهدی حاجی‌عزیزی)

طول رأس سهمی برابر با ۲ می‌باشد، بنابراین $\frac{\alpha+\beta}{۲}=۲$ است،

پس $\alpha+\beta=۴$ می‌باشد. حال طبق فرض سوال داریم: $\beta^۲-\alpha^۲=۶$

$$\beta^۲-\alpha^۲=۶\Rightarrow\begin{cases}(\beta-\alpha)(\beta+\alpha)=۶\\(\beta+\alpha)=۴\end{cases}\Rightarrow\beta-\alpha=\frac{۳}{۲}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\beta-\alpha=\frac{۳}{۲}\\\beta+\alpha=۴\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\beta=\frac{۱۱}{۴}\\\alpha=\frac{۵}{۴}\end{cases}$$

می‌دانیم $P=\alpha\beta$ می‌باشد، پس $P=\frac{۵۵}{۱۶}$ است.

(حسابان ۱– صفحه‌های ۷ تا ۱۶)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۵۵– (محمدرضا ابراهیمی)

در دنبالهٔ حسابی داریم:

$$S_n = \frac{n}{۲}[۲a_۱ + (n-۱)d] = na_۱ + \frac{d}{۲}n^۲ - \frac{d}{۲}n$$

$$\Rightarrow S_n = \frac{d}{۲}n^۲ + (a_۱ - \frac{d}{۲})n$$

پس عبارت $k-۱$ برابر صفر است.

$$k-۱=۰ \Rightarrow k=۱ \Rightarrow S_n = n^۲ + bn$$

ضریب $n^۲$ نیز در S_n برابر $\frac{d}{۲}$ است:

$$\frac{d}{۲}=۱ \Rightarrow d=۲$$

از طرفی می‌دانیم:

$$d = \frac{a_m - a_n}{m-n} \Rightarrow d = \frac{a_{n+۴} - a_{n+۱}}{n+۴-(n+۱)}$$

$$\Rightarrow a_{n+۴} - a_{n+۱} = ۳d = ۳\times(۲) = ۶$$

(حسابان ۱– صفحه‌های ۲ تا ۴)

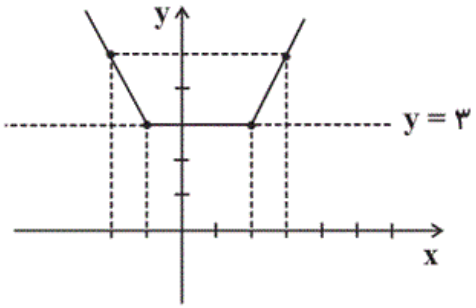
۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۵۶– *(ناصر اسکندری)*

ابتدا نمودار $y=|x+1|+|x-2|$ و $y=3$ را رسم می‌کنیم:

$$y=|x+1|+|x-2|=\begin{cases}-x-1-x+2=-2x+1 & x\le -1\\ x+1-x+2=3 & -1<x<2\\ x+1+x-2=2x-1 & x\ge 2\end{cases}$$



محل برخورد این دو تابع قسمتی از خط $y=3$ است پس معادله بیشمار جواب دارد.

(حسابان ۱– صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶ و ۲۳ تا ۲۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۵۷– *(امیرهوشنگ خمسه)*

اگر $A=x^2+3x-1$ باشد،

$$\frac{1}{A+6}-\frac{2}{A}=1\Rightarrow A-2(A+6)=A(A+6)$$

$$\Rightarrow A-2A-12=A^2+6A$$

$$\Rightarrow A^2+7A+12=0\Rightarrow A=-3,-4$$

$$x^2+3x-1=-3\Rightarrow x^2+3x+2=0\Rightarrow x_1x_2=2$$

$$x^2+3x-1=-4\Rightarrow x^2+3x+3=0$$

$\Rightarrow$ معادله جواب ندارد

$$\Rightarrow x_1x_2=2$$

(حسابان ۱– صفحه‌های ۷ تا ۱۳ و ۱۷ تا ۱۹)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۵۸ (سیدعادل حسینی)

$$(x_1 , x_1 - 1) \in \ell_1 \Rightarrow \sqrt{(x_1 - 1)^2 + (x_1 - 1 + 2)^2} = \sqrt{10}$$

$$\Rightarrow x_1^2 - 2x_1 + 1 + x_1^2 + 2x_1 + 1 = 10$$

$$\Rightarrow 2x_1^2 + 2 = 10 \Rightarrow x_1^2 = 4 \Rightarrow x_1 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} A = (2 , 1) \\ C = (-2 , -3) \end{cases}$$

$$(x_2 , -x_2 + 1) \in \ell_2 \Rightarrow \sqrt{(x_2 - 1)^2 + (x_2 - 3)^2} = \sqrt{10}$$

$$\Rightarrow x_2^2 - 2x_2 + 1 + x_2^2 - 6x_2 + 9 = 10$$

$$\Rightarrow 2x_2^2 - 8x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = 0 \quad \text{یا} \quad 4 \Rightarrow \begin{cases} B = (4 , -3) \\ D = (0 , 1) \end{cases}$$

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۵۹ (محمدرضا ابراهیمی)

نقطه‌ای روی سهمی درنظر می‌گیریم:

$$M(\alpha , 4 - \alpha^2)$$

فاصلهٔ AM باید حداقل باشد، پس:

$$AM = \sqrt{\alpha^2 + (4 - \alpha^2 - 1)^2} = \sqrt{\alpha^2 + (3 - \alpha^2)^2}$$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{\alpha^2 + 9 - 6\alpha^2 + \alpha^4} \xrightarrow{\alpha^2 = t} AM = \sqrt{t^2 - 5t + 9}$$

عبارت زیر رادیکال یک عبارت درجهٔ دوم است، اگر این عبارت درجهٔ دوم مینیمم باشد، حاصل رادیکال هم مینیمم می‌شود، پس:

$$AM_{min} = \sqrt{\frac{-\Delta}{4a}}$$

$$\Rightarrow AM_{min} = \sqrt{\frac{-(25 - 36)}{4}} = \sqrt{\frac{11}{4}} = \frac{\sqrt{11}}{2}$$

(حسابان ۱ــ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۶۰ (امیرحسین افشار)

$$S_n = \frac{n}{۲}(۲a_۱ + (n-۱)d) = na_۱ + \frac{n}{۲}(n-۱)d$$

$$S'_n = \frac{n}{۲}(۲a_۱ + (n-۱)d') = na_۱ + \frac{n}{۲}(n-۱)d'$$

$$S_n - S'_n = na_۱ + \frac{n}{۲}(n-۱)d - na_۱ - \frac{n}{۲}(n-۱)d'$$

$$\Rightarrow S_n - S'_n = \frac{۱}{۲}(n(n-۱))(d-d')$$

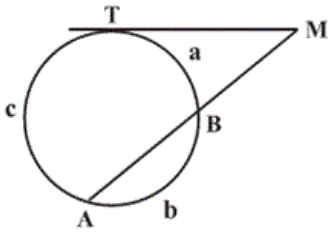
$$\Rightarrow \frac{S_n - S'_n}{d-d'} = \frac{\frac{۱}{۲}(n)(n-۱)(d-d')}{d-d'} = \frac{۱}{۲}(n)(n-۱)$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۸۱ (شروین سیاح‌نیا)

ابتدا اندازهٔ کمان‌های ایجاد شده را محاسبه می‌کنیم:



$$\frac{a}{۲} = \frac{b}{۳} = \frac{c}{۵} = x \Rightarrow \begin{cases} a = ۲x \\ b = ۳x \\ c = ۵x \end{cases} \xrightarrow{a+b+c=۳۶۰^\circ}$$

$$۲x + ۳x + ۵x = ۳۶۰^\circ \Rightarrow ۱۰x = ۳۶۰^\circ \Rightarrow x = ۳۶^\circ$$

$$\Rightarrow \overset{\frown}{BT} = ۲x = ۷۲^\circ \quad , \quad \overset{\frown}{AT} = ۵x = ۱۸۰^\circ \quad , \quad \overset{\frown}{AB} = ۳x = ۱۰۸^\circ$$

می‌دانیم زاویهٔ بین مماس و امتداد یک وتر، برابر با نصف قدرمطلق تفاضل کمان‌های روبه‌رو به آن است، لذا خواهیم داشت:

$$\hat{M} = \frac{\overset{\frown}{AT} - \overset{\frown}{BT}}{۲} = \frac{۱۸۰^\circ - ۷۲^\circ}{۲} = ۵۴^\circ$$

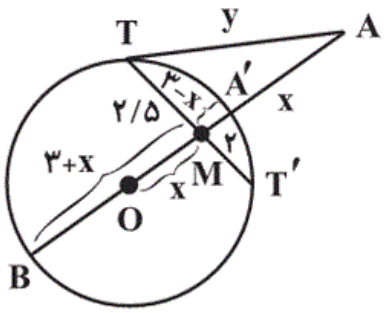
(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۲ (فرشاد فرامرزی)

از روابط طولی در دایره داریم:



$$MT\times MT' = MB\times MA'$$

$$۲/۵\times ۲ = (۳+x)(۳-x) \Rightarrow ۹-x^۲ = ۵ \Rightarrow x^۲ = ۴ \xrightarrow{x>۰} x = ۲$$

همچنین داریم:

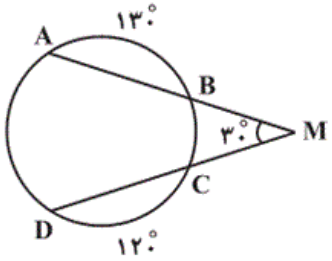
$$AT^۲ = AA'\times AB \Rightarrow y^۲ = ۲\times ۸ = ۱۶ \Rightarrow y = ۴ \Rightarrow x+y = ۶$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۸۳ (مهرداد ملوندی)

مطابق شکل داریم:



$$\hat{M} = \frac{\overset{\frown}{AD} - \overset{\frown}{BC}}{۲} = ۳۰^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{AD} - \overset{\frown}{BC} = ۶۰^\circ$$

از طرفی مجموع کمانهای $\overset{\frown}{AD}$ و $\overset{\frown}{BC}$ برابر می‌شود با:

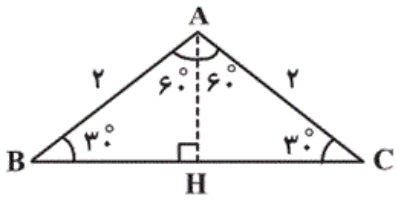
$$\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{BC} = ۳۶۰^\circ - (۱۳۰^\circ + ۱۲۰^\circ) = ۱۱۰^\circ$$

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۴- (رحیم مشتاق‌نظم)

ابتدا مساحت مثلث را می‌یابیم. چون AH در مثلث قائم‌الزاویه ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° است، پس:



$$AH = \frac{AC}{۲} = \frac{۲}{۲} = ۱$$

از طرفی $HC = \sqrt{۴-۱} = \sqrt{۳}$ است، بنابراین $BC = ۲\sqrt{۳}$ و داریم:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{۱}{۲} \times ۲\sqrt{۳} \times ۱ = \sqrt{۳}$$

از طرفی مساحت قطاعی با زاویهٔ مرکزی ۱۲۰° و شعاع ۲ برابر است با:

$$S = \frac{\pi \times ۴ \times ۱۲۰}{۳۶۰} = \frac{۴\pi}{۳}$$

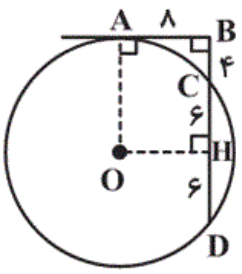
$$\Rightarrow \text{مساحت هاشورزده} = \frac{۴\pi}{۳} - \sqrt{۳}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۱ | ۲✓ | ۳ | ۴

۸۵- (رضا عباسی‌اصل)

با توجه به شکل مقابل داریم:



$$BA^۲ = BC.BD \Rightarrow ۶۴ = ۴BD \Rightarrow BD = ۱۶ \Rightarrow DC = ۱۲$$

از مرکز دایره بر CD عمود می‌کنیم. می‌دانیم شعاع عمود بر وتر آن را نصف می‌کند، پس داریم:

$$CH = HD = \frac{CD}{۲} = ۶$$

چهارضلعی ABHO مستطیل است، بنابراین داریم:

$$R = OA \xrightarrow{OA=BH} R = ۴ + ۶ = ۱۰$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۳، ۱۸ و ۱۹)

۱ | ۲✓ | ۳ | ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$\hat{M} = \frac{\overset{\frown}{AD} - \overset{\frown}{BC}}{۲} \xrightarrow{\hat{M}>۰} \overset{\frown}{AD} > \overset{\frown}{BC} \Rightarrow AD > BC$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{۲} > \frac{BC}{۲} \Rightarrow AH' > BH \qquad (۱)$$

طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث‌های OAH' و OBH داریم (r شعاع دایره است):

$$\left.\begin{aligned} OA^۲ = r^۲ = OH'^۲ + AH'^۲ \\ OB^۲ = r^۲ = OH^۲ + BH^۲ \end{aligned}\right\} \Rightarrow OH'^۲ + AH'^۲ = OH^۲ + BH^۲$$

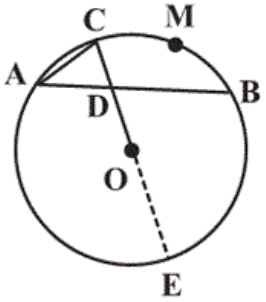
$$\Rightarrow AH'^۲ - BH^۲ = OH^۲ - OH'^۲ \xrightarrow{(۱)} OH > OH'$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۸۷- (سینا محمدپور)

مطابق شکل، وسط کمان BC را M می‌نامیم، لذا داریم:



$$\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{CM} = \overset{\frown}{MB} \qquad (*)$$

از طرفی شعاع OC را از طرف O امتداد می‌دهیم تا دایره را در نقطهٔ E قطع نماید. حال داریم:

$$A\hat{C}E = \frac{\overset{\frown}{AE}}{۲} = \frac{۱۸۰^\circ - \overset{\frown}{AC}}{۲} = ۹۰^\circ - \frac{\overset{\frown}{AC}}{۲}$$

$$A\hat{D}C = \frac{\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{BE}}{۲} = \frac{\overset{\frown}{BM} + \overset{\frown}{BE}}{۲} = \frac{\overset{\frown}{ME}}{۲} = \frac{۱۸۰^\circ - \overset{\frown}{CM}}{۲}$$

$$\xrightarrow{(*)} A\hat{D}C = ۹۰^\circ - \frac{\overset{\frown}{AC}}{۲}$$

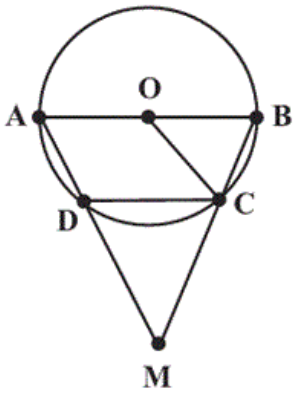
$$A\hat{C}D = A\hat{D}C \Rightarrow AC = AD$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۷)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۸- (علیرضا احدی)



فرض کنید $\overset{\frown}{BC}=\alpha$، می‌دانیم $AB \parallel CD$، پس $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BC}=\alpha$ و داریم:

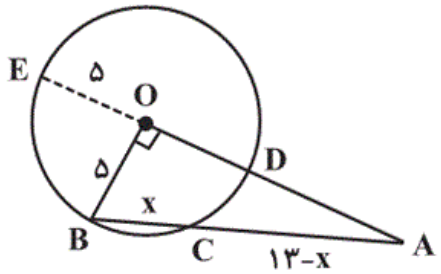
$$\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{CD}+\overset{\frown}{BC}=۱۸۰^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{CD}=۱۸۰^\circ-\overset{\frown}{AD}-\overset{\frown}{BC}=۱۸۰^\circ-۲\alpha$$

$$\hat{M}=\frac{\overset{\frown}{AB}-\overset{\frown}{CD}}{۲}=\frac{۱۸۰^\circ-(۱۸۰^\circ-۲\alpha)}{۲}=\alpha$$

۱ ۲ ۳ ۴✓

۸۹- (علی ساوجی)

اگر امتداد AO دایره را در نقطهٔ E قطع کند، آن‌گاه $OE=۵$ است. در مثلث قائم‌الزاویهٔ OAB داریم:



$$AB^۲=OA^۲+OB^۲ \Rightarrow AB=\sqrt{۱۴۴+۲۵} \Rightarrow AB=۱۳$$

بنابر روابط طولی در دایره داریم:

$$AC\times AB=AD\times AE \Rightarrow (۱۳-x)\times ۱۳=(۱۲-۵)\times(۱۲+۵)$$

$$\Rightarrow (۱۳-x)\times ۱۳=۱۱۹ \Rightarrow ۱۳-x=\frac{۱۱۹}{۱۳} \Rightarrow x=۱۳-\frac{۱۱۹}{۱۳}=\frac{۵۰}{۱۳}$$

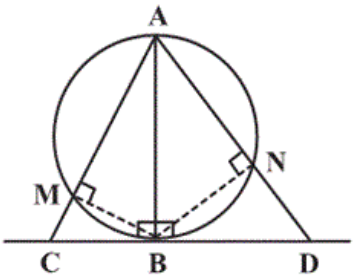
(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۰- (سینا محمدپور)

از آنجایی که AB قطر دایره می‌باشد، بنابراین:



$$A\hat{M}B = A\hat{N}B = ۹۰^\circ$$

از طرفی می‌دانیم خط مماس بر دایره، در نقطهٔ تماس بر قطر دایره عمود است:

$$A\hat{B}D = A\hat{B}C = ۹۰^\circ$$

به عبارتی نتیجه می‌شود که BM و BN به‌ترتیب ارتفاع‌های دو مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC و ABD می‌باشند، حال طبق روابط طولی مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \overset{\Delta}{ABC} : AB^۲ = AM.AC \\ \overset{\Delta}{ABD} : AB^۲ = AN.AD \end{array}\right\} \Rightarrow AM.AC = AN.AD$$

$$\Rightarrow ۹\times(۹+۳) = ۶\times(۶+DN) \Rightarrow ۶+DN = ۱۸ \Rightarrow DN = ۱۲$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۷۱- (فرشاد فرامرزی)

$$\frac{xy+xz}{yz} = \frac{xy}{yz} + \frac{xz}{yz} = \frac{x}{z} + \frac{x}{y} \quad , \quad \frac{x}{۲} = \frac{y}{۳} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{۲}{۳}$$

$$\frac{x}{۲} = \frac{z}{۶} \Rightarrow \frac{x}{z} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{xy+xz}{yz} = \frac{۱}{۳} + \frac{۲}{۳} = ۱$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

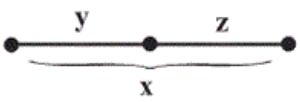
۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۷۲ (فرشاد فرامرزی)

$$\begin{cases} ۳^۲ = x \times y \Rightarrow xy = ۹ \\ ۴^۲ = x \times z \Rightarrow xz = ۱۶ \end{cases} \Rightarrow x(y+z) = ۲۵$$

$$\Rightarrow x \times x = ۲۵ \Rightarrow x^۲ = ۲۵ \xrightarrow{x>۰} x = ۵$$



(هندسه ۱- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۷۳ (رحیم مشتاق‌نظم)

چون طول بزرگ‌ترین ضلع مثلث برابر $۱۰\sqrt{۲}$ است بنابراین ارتفاع وارد بر آن برابر ۶ خواهد بود. پس:

$$S = \frac{۱}{۲} \times ۶ \times ۱۰\sqrt{۲} = ۳۰\sqrt{۲} \Rightarrow \begin{cases} ۴ \times b = ۳۰\sqrt{۲} \Rightarrow b = \frac{۳۰\sqrt{۲}}{۴} \\ ۵ \times c = ۳۰\sqrt{۲} \Rightarrow c = ۶\sqrt{۲} \end{cases}$$

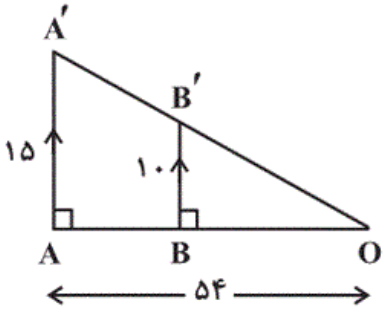
$$\Rightarrow b + c = \frac{۳۰\sqrt{۲}}{۴} + ۶\sqrt{۲} = \frac{۳۰\sqrt{۲} + ۲۴\sqrt{۲}}{۴} = \frac{۵۴\sqrt{۲}}{۴} = \frac{۲۷\sqrt{۲}}{۲}$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۷۴ (فرشاد فرامرزی)



$$BB' \parallel AA' \xrightarrow{\text{طبق تالس}} \frac{OB}{OA} = \frac{BB'}{AA'} \Rightarrow \frac{OB}{۵۴} = \frac{۱۰}{۱۵} = \frac{۲}{۳}$$

$$\Rightarrow OB = ۳۶\,m$$

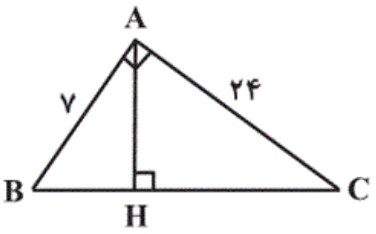
$$\Rightarrow AB = OA - OB = ۵۴ - ۳۶ = ۱۸\,m$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۷۵- (محمدطاهر شعاعی)

در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، مطابق شکل ابتدا طول وتر را به دست می‌آوریم:



$$BC^{۲} = AB^{۲} + AC^{۲} = ۷^{۲} + ۲۴^{۲} = ۴۹ + ۵۷۶ = ۶۲۵ \Rightarrow BC = ۲۵$$

حال طول پاره‌خط‌های BH و CH را محاسبه می‌کنیم:

$$AB^{۲} = BH \times BC \Rightarrow BH = \frac{۷^{۲}}{۲۵} = \frac{۴۹}{۲۵}$$

$$AC^{۲} = CH \times BC \Rightarrow CH = \frac{۲۴^{۲}}{۲۵} = \frac{۵۷۶}{۲۵}$$

$$\Rightarrow CH - BH = \frac{۵۷۶}{۲۵} - \frac{۴۹}{۲۵} = \frac{۵۲۷}{۲۵} = \frac{۲۱۰۸}{۱۰۰} = ۲۱/۰۸$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۳۸ تا ۴۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۷۶ (محمد پوراحمدی)

وقتی دو زاویه برابر باشند، آن‌گاه مکمل‌های آن‌ها نیز با هم برابر است. دو مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ و $\overset{\Delta}{DEC}$ بنابه حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند و داریم:

$$\frac{BC}{CE}=\frac{AC}{DC}\Rightarrow\frac{BC}{۴}=\frac{۱۵}{۴+BC}$$

$$\Rightarrow ۶۰=۴BC+BC^{۲}\Rightarrow BC^{۲}+۴BC-۶۰=۰$$

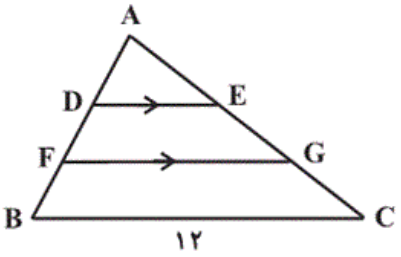
$$\Rightarrow (BC-۶)(BC+۱۰)=۰\Rightarrow BC=۶ \quad \text{یا} \quad BC=-۱۰ \quad \text{(غ ق ق)}$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۳۸ تا ۴۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۷۷ (ابراهیم نجفی)

$$AD=DF=FB=x\Rightarrow AF=۲x \ , \ AB=۳x$$



$$\frac{AD}{AB}=\frac{x}{۳x}=\frac{۱}{۳}\xrightarrow{\text{طبق تالس}}\frac{DE}{BC}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow DE=۴$$

$$\frac{AF}{AB}=\frac{۲x}{۳x}=\frac{۲}{۳}\xrightarrow{\text{طبق تالس}}\frac{FG}{BC}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow FG=۸$$

$$\Rightarrow DE+FG=۴+۸=۱۲$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۷۸ (محمد پوراحمدی)

$$\left.\begin{matrix} AB \perp AC \\ CD \perp AC \end{matrix}\right\} \Rightarrow AB \parallel CD$$

$$\left.\begin{matrix} AB \parallel CD \\ \text{مورب } BC \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} A\hat{B}E = E\hat{C}D \\ A\hat{E}B = C\hat{E}D \end{matrix}\right\} \xrightarrow{(\text{ز ز})} \overset{\Delta}{ABE} \sim \overset{\Delta}{CDE}$$

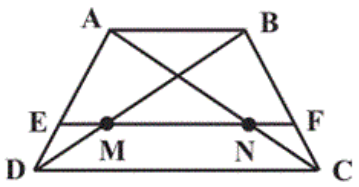
(هندسه ۱- صفحه‌های ۳۸ تا ۴۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۷۹ (علی فتح‌آبادی)

$$\overset{\Delta}{ABD} : EM \parallel AB \xrightarrow{\text{طبق تالس}} \frac{EM}{AB} = \frac{DE}{DA} \qquad (۱)$$

$$\overset{\Delta}{ABC} : NF \parallel AB \xrightarrow{\text{طبق تالس}} \frac{NF}{AB} = \frac{FC}{CB} \qquad (۲)$$



از طرفی در ذوزنقهٔ $ABCD$ داریم:

$$EF \parallel AB \parallel CD \Rightarrow \frac{ED}{DA} = \frac{FC}{CB} \qquad (۳)$$

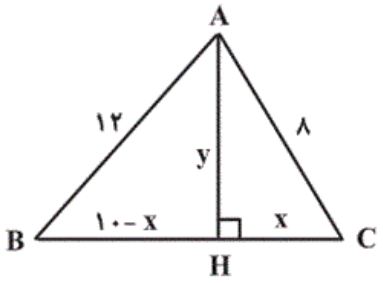
$$(۱)\ ,\ (۲)\ ,\ (۳) \Rightarrow \frac{EM}{AB} = \frac{NF}{AB} \Rightarrow EM = NF \Rightarrow \frac{EM}{NF} = ۱$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۰ (علی فتح‌آبادی)



$$\begin{cases} \overset{\Delta}{ABH}: y^۲ = ۱۲^۲ - (۱۰-x)^۲ \\ \overset{\Delta}{ACH}: y^۲ = ۸^۲ - x^۲ \end{cases} \Rightarrow ۱۲^۲ - (۱۰-x)^۲ = ۸^۲ - x^۲$$

$$\Rightarrow (۱۰-x)^۲ - x^۲ = ۱۲^۲ - ۸^۲$$
$$\Rightarrow (۱۰-x+x)(۱۰-x-x) = (۱۲-۸)(۱۲+۸)$$

$$\Rightarrow ۱۰(۱۰-۲x) = ۸۰ \Rightarrow ۱۰-۲x = ۸ \Rightarrow ۲x = ۲$$

$$\Rightarrow x = ۱ \quad , \quad y = \sqrt{۶۳}$$

$$\Rightarrow xy = \sqrt{۶۳} = ۳\sqrt{۷}$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۳۸ تا ۴۴)

۱ ✓۲ ۳ ۴

-۶۱ (عباس اسدی‌امیرآبادی)

$$۲ < \sqrt[۵]{x} < ۳ \Rightarrow ۲^۵ < x < ۳^۵ \Rightarrow ۳۲ < x < ۲۴۳$$

تعداد اعداد طبیعی : $۲۴۳ - ۳۲ - ۱ = ۲۱۰$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری- صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸)

✓۱ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۶۲- *(سیدعادل حسینی)*

$$\frac{ab}{c}<0\ ,\ bc<0 \Rightarrow \begin{cases} a>0 \\ b \text{ و } c \text{ مختلف‌العلامت هستند} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{a^2}}{a}+\frac{\sqrt[4]{b^4}}{b}+\frac{\sqrt[6]{c^6}}{c}=\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}=1+1-1=1$$

از بین $\frac{|b|}{b}$ و $\frac{|c|}{c}$ یکی مثبت و یکی منفی است.

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری- صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۶۳- *(سیدسروش کریمی‌مداحی)*

با توجه به این‌که عدد m بین ۰ و ۱ است، پس:

$$\sqrt[9]{m}>\sqrt[7]{m}>\sqrt[4]{m}>0>-\sqrt[4]{m}$$

پس a مربوط به ریشهٔ هفتم و b مربوط به ریشهٔ چهارم است.

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری- صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۶۴- *(امیرهوشنگ خمسه)*

ابتدا عدد ۱۰ را به صورت $۱+۹$ نوشته و سپس کسر را تفکیک می‌کنیم.

$$\frac{3\cos x+10}{3+\cos x}=\frac{3\cos x+9+1}{3+\cos x}=3+\frac{1}{3+\cos x}$$

حال باید عبارت $\frac{1}{3+\cos x}$ را ماکزیمم کنیم.

$$-1\le \cos x\le 1 \Rightarrow 2\le 3+\cos x\le 4 \Rightarrow \frac{1}{4}\le \frac{1}{3+\cos x}\le \frac{1}{2}$$

۱✓ ۲ ۳ ۴

۶۵- (حمیدرضا سجودی)

چون $۱۸۰^\circ < \alpha < ۲۷۰^\circ$ است، پس α در ناحیه‌ی سوم دایره‌ی مثلثاتی قرار دارد که در ناحیه‌ی سوم کسینوس عددی بین ۱- و صفر است و داریم:

$$-۱ < \cos\alpha < ۰ \Rightarrow -۱ < \frac{۱-۲m}{۳} < ۰ \xrightarrow{\times ۳} -۳ < ۱-۲m < ۰$$

$$\xrightarrow{+(-۱)} -۴ < -۲m < -۱$$

$$\xrightarrow{\div(-۲)} \frac{۱}{۲} < m < ۲ \Rightarrow m \in (\frac{۱}{۲}, ۲)$$

(ریاضی ۱- مثلثات- صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

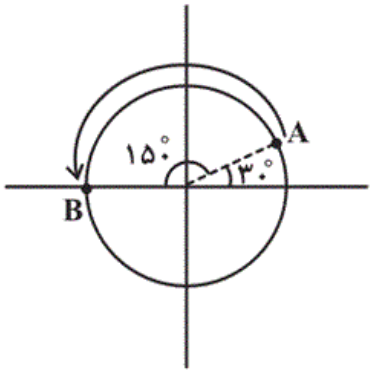
www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۶۶ (سیدعادل حسینی)

با توجه به مختصات نقطهٔ A، زاویهٔ مربوط به آن ۳۰° است و داریم:

$$۵۱۰^\circ = ۳۶۰^\circ + ۱۵۰^\circ$$

یعنی با طی زاویهٔ ۵۱۰°، یک دور کامل دایره را طی می‌کنیم و به نقطهٔ A بازمی‌گردیم و پس از آن ۱۵۰° دیگر در جهت مثبت دایرهٔ مثلثاتی پیش می‌رویم.



بنابراین به نقطهٔ $B(-۱, ۰)$ می‌رسیم.

(ریاضی ۱- مثلثات- صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱)

۱ ✓۲ ۳ ۴

-۶۷ (فرشاد فرامرزی)

$$\frac{۱+\cos x}{\sin x}+\frac{\sin x}{۱+\cos x}=\frac{(۱+\cos x)^۲+\sin^۲ x}{\sin x(۱+\cos x)}$$

$$=\frac{۱+\cos^۲ x+۲\cos x+\sin^۲ x}{\sin x(۱+\cos x)}=\frac{۲+۲\cos x}{\sin x(۱+\cos x)}$$

$$=\frac{۲(۱+\cos x)}{\sin x(۱+\cos x)}=\frac{۲}{\sin x}$$

(ریاضی ۱- مثلثات- صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

✓۱ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۶۸- (عزیزالله علی‌اصغری)

راه‌حل اول: هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ «۱»:

$$-\frac{۱}{\cos x}+\tan x=-\frac{۱}{\cos x}+\frac{\sin x}{\cos x}=\frac{\sin x-۱}{\cos x}\times\frac{\sin x+۱}{\sin x+۱}$$

$$=\frac{\sin^۲ x-۱}{\cos x(\sin x+۱)}=\frac{-\cos^۲ x}{\cos x(\sin x+۱)}=-\frac{\cos x}{\sin x+۱}$$

پس گزینهٔ «۱» اتحاد نیست.

گزینهٔ «۲»:

$$\frac{۱}{\tan x+\cot x}=\frac{۱}{\frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\cos x}{\sin x}}=\frac{۱}{\frac{\sin^۲ x+\cos^۲ x}{\sin x\cos x}}$$

$=\sin x\cos x\rightarrow$ **اتحاد است.**

گزینهٔ «۳»:

$\frac{۱+\tan x}{۱+\cot x}=\frac{۱+\frac{\sin x}{\cos x}}{۱+\frac{\cos x}{\sin x}}=\frac{\frac{\cos x+\sin x}{\cos x}}{\frac{\sin x+\cos x}{\sin x}}=\frac{\sin x}{\cos x}=\tan x\rightarrow$ **اتحاد است.**

گزینهٔ «۴»:

$$(۱-\sin x)(\frac{۱}{\cos x}+\tan x)=(۱-\sin x)(\frac{۱+\sin x}{\cos x})$$

$=\frac{۱-\sin^۲ x}{\cos x}=\frac{\cos^۲ x}{\cos x}=\cos x\rightarrow$ **اتحاد است.**

✓۱ ۲ ۳ ۴

-۶۹ (سینا محمدپور)

$$(x+x^{-1})^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{x+\frac{1}{x}} = \sqrt[3]{\frac{x^2+1}{x}}$$

حال با جای‌گذاری $x = \sqrt{2}-1$ در عبارت فوق داریم:

$$\sqrt[3]{\frac{(\sqrt{2}-1)^2+1}{\sqrt{2}-1}} = \sqrt[3]{\frac{2+1-2\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}} = \sqrt[3]{\frac{4-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}}$$

در نتیجه با گویا کردن مخرج کسر زیر رادیکال داریم:

$$\sqrt[3]{\frac{4-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}\times\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1}} = \sqrt[3]{\frac{2\sqrt{2}}{1}} = \sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \sqrt[6]{8} = \sqrt{2}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری- صفحه‌های ۴۸ تا ۶۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۷۰– (امیرحسین افشار)

می‌توان به کمک اتحاد مزدوج و اتحاد چاق و لاغر حاصل را تجزیه کرد:

$$* \quad ۳^{۱۲}-۱=(۳^{۶})^{۲}-۱^{۲}=(۳^{۶}-۱)(۳^{۶}+۱)$$

$$=(۷۲۹-۱)(۷۲۹+۱)\Rightarrow ۱۳^{۱۲}-۱=۷۲۸\times ۷۳۰$$

اتحاد چاق و لاغر:

$$* \quad ۳^{۱۲}-۱=(۳^{۴})^{۳}-۱^{۳}=(۳^{۴}-۱)(۳^{۸}+۳^{۴}+۱)$$

$$=(۸۱-۱)(۳^{۸}+۳^{۴}+۱)=۸۰\times(۳^{۸}+۳^{۴}+۱)$$

بنابراین این عدد، بر اعداد ۷۲۸، ۷۳۰ و ۸۰ بخش‌پذیر است.

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۹۱– (محمد پوراحمدی)

$$\frac{a}{۷}=\frac{b}{۱۴}=\frac{c}{۲۱}=\frac{d}{۲۸} \xrightarrow{\text{با توجه به یکی از ویژگی‌های تناسب}}$$

$$\frac{a+b+c+d}{۷+۱۴+۲۱+۲۸}=\frac{b}{۱۴}\Rightarrow\frac{a+b+c+d}{۷(۱+۲+۳+۴)}=\frac{b}{۱۴}$$

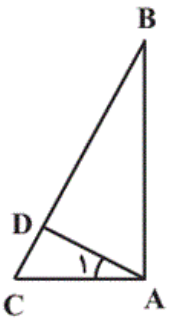
$$\Rightarrow\frac{a+b+c+d}{۷۰}=\frac{b}{۱۴}\Rightarrow a+b+c+d=۵b$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۲- (فرشاد فرامرزی)



$$\left.\begin{matrix}\hat{A}_1 = \hat{B} \\ \hat{C} = \hat{C}\end{matrix}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{ACD} \sim \overset{\Delta}{ABC} \Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{CD}{AC}$$

$$\Rightarrow AC^2 = CD \times BC$$

یعنی AC واسطهٔ هندسی بین دو پاره‌خط CD و BC است.

(هندسه ۱- صفحه‌های ۳۳ و ۳۸ تا ۴۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

$$\Rightarrow \frac{3x}{4x} = \frac{CN}{x} \Rightarrow CN = \frac{3x^2}{4x} \Rightarrow CN = \frac{3}{4}x$$

$$\Rightarrow S_{ANCB} = \frac{(AB + CN) \times BC}{2} = \frac{(x + \frac{3}{4}x) \times x}{2} = \frac{\frac{7}{4}x^2}{2} = \frac{7}{8}x^2$$

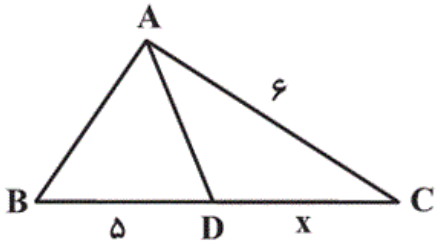
$$\frac{S_{ANCB}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{7}{8}x^2}{x^2} = \frac{7}{8}$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۴- (فرشاد فرامرزی)



$$\left.\begin{matrix}\hat{BAC}=\hat{ADC}\\ \hat{C}=\hat{C}\end{matrix}\right\}\Rightarrow \overset{\Delta}{ACD}\sim\overset{\Delta}{BCA}\Rightarrow \frac{AC}{BC}=\frac{CD}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{۶}{۵+x}=\frac{x}{۶}\Rightarrow x^{۲}+۵x-۳۶=۰\Rightarrow (x+۹)(x-۴)=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=-۹ & \text{غ ق ق}\\ x=۴\Rightarrow CD=۴ \end{cases}$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۳۸ تا ۴۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۹۵- (رضا عباسی‌اصل)

داریم:

$$\overset{\Delta}{ABC}: KF \parallel BC \xrightarrow{\text{طبق تالس}} \frac{KF}{BC}=\frac{AF}{AC}\Rightarrow \frac{۱}{۲}=\frac{AF}{AC}\Rightarrow \frac{FC}{AC}=\frac{۱}{۲}$$

$$\overset{\Delta}{ACD}: EF \parallel AD \xrightarrow{\text{طبق تالس}} \frac{CF}{AC}=\frac{EF}{AD}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}=\frac{x-۳}{x+۱}\Rightarrow x=۷\Rightarrow AD=۸$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۶- (رحیم مشتاق‌نظم)

چـــــون در دو مثلـــــث ABC و DEC، $\hat{C}=\hat{C}$، $\frac{DC}{AC}=\frac{۸}{۱۲}=\frac{۲}{۳}$ و $\frac{EC}{BC}=\frac{۶}{۹}=\frac{۲}{۳}$، پس این دو مثلث در حالت دو ضلع متناسب و زاویهٔ بین برابر متشابه هستند. بنابراین:

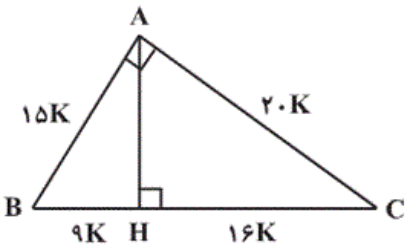
$$\frac{x}{x+۲}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow ۳x=۲x+۴\Rightarrow x=۴$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۳۸ تا ۴۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۹۷- (رضا عباسی‌اصل)

بنابه فرض داریم:



$BH=۹K$ و $HC=۱۶K$

حال بنابه روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC داریم:

$$AC^۲=CH.CB=۱۶K.۲۵K\Rightarrow AC=۲۰K$$

$$AB^۲=BH.BC=۹K.۲۵K\Rightarrow AB=۱۵K$$

$$S_{\Delta ABC}=\frac{۱}{۲}AB.AC\Rightarrow ۱۵۰=\frac{۱}{۲}\times ۱۵K\times ۲۰K\Rightarrow K=۱$$

$$\Rightarrow \text{محیط } ABC=۱۵K+۲۰K+۲۵K=۶۰K=۶۰$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۴۱ تا ۴۴)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$\overset{\Delta}{ABC} : DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{۳}{AC} = \frac{۴}{۱۰}$$

$$\Rightarrow AC = ۷/۵ \Rightarrow CE = ۷/۵ - ۳ = ۴/۵$$

محیط مثلث ABC برابر ۲۸ است. بنابراین:

$$۲۸ = AB + AC + BC \Rightarrow ۲۸ = AB + ۷/۵ + ۱۰ \Rightarrow AB = ۱۰/۵$$

$$\overset{\Delta}{ABC} : DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{AD}{۱۰/۵} = \frac{۴}{۱۰}$$

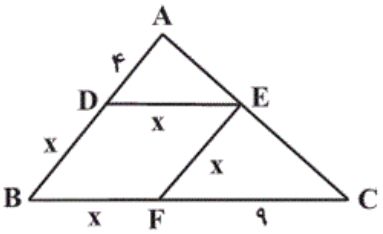
$$\Rightarrow AD = ۴/۲ \Rightarrow BD = AB - AD = ۱۰/۵ - ۴/۲ = ۶/۳$$

$$\Rightarrow \text{محیط ذوزنقه} = BD + DE + EC + BC = ۶/۳ + ۴ + ۴/۵ + ۱۰ = ۲۴/۸$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۹۹- (فرشاد فرامرزی)



$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{۴}{۴ + x} = \frac{x}{۹ + x}$$

$$\Rightarrow ۳۶ + ۴x = ۴x + x^۲ \Rightarrow x^۲ = ۳۶ \xrightarrow{x>۰} x = ۶$$

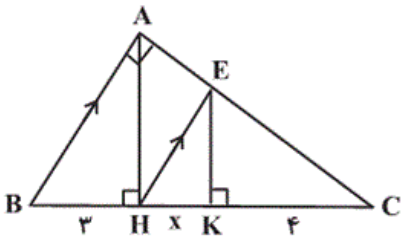
$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{CE}{AC} = \frac{BD}{AB} = \frac{x}{۴ + x} \Rightarrow \frac{CE}{AC} = \frac{۶}{۱۰} = \frac{۳}{۵}$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۰۰ (علی فتح‌آبادی)



$$\left.\begin{array}{l} AH \parallel EK \Rightarrow \dfrac{۴}{x} = \dfrac{EC}{AE} \\ AB \parallel EH \Rightarrow \dfrac{۴+x}{۳} = \dfrac{EC}{AE} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{۴}{x} = \frac{۴+x}{۳}$$

$$\Rightarrow x^۲ + ۴x = ۱۲ \longrightarrow x^۲ + ۴x + ۴ = ۱۶$$

$$\Rightarrow (x+۲)^۲ = ۱۶ \Rightarrow x+۲ = \pm ۴ \xrightarrow{x>۰} x = ۲$$

$$AH^۲ = BH \times CH = ۳ \times ۶ \Rightarrow AH = \sqrt{۱۸} = ۳\sqrt{۲}$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷ و ۴۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا