ریاضی ۱ ، **مجموعه الگو و دنباله**

۱۰۱- اگر مجموعهٔ اعداد صحیح مجموعهٔ مرجع، $A=\mathbb{Z}-[-2,2]$ و $B=\{x\in\mathbb{Z}\,|\,x>3\}$ باشد، کدام مجموعه متناهی است؟

۱) $A-B$ ۲) $A'\cap B'$ ۳) $B-A'$ ۴) $A'\cup B'$

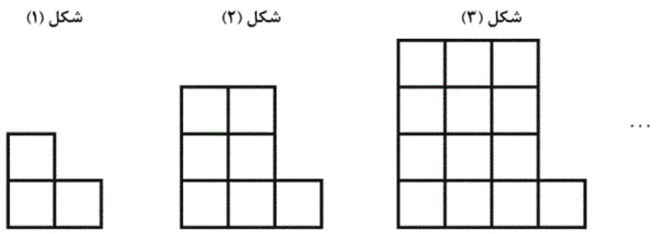
۱۰۲- با توجه به مجموعه‌های $A=\{x\in\mathbb{R}\,|\,-3<2x-1<5\}$، $B=\{x\in\mathbb{R}\,|\,x>1\}$ و $C=\{x\in\mathbb{R}\,|\,0\le 2x\le b\}$، اگر مجموعهٔ $(A-B)\cap C$ به‌صورت بازهٔ $\left[a,\frac{1}{2}\right]$ باشد، حاصل $a-b$ کدام است؟

۱) ۱- ۲) ۱ ۳) $-\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{1}{2}$

۱۰۳- دو مجموعهٔ A و B و اجتماعشان به‌ترتیب دارای ۳۸، ۳۰ و ۵۵ عضو هستند. اگر از هر دو مجموعهٔ A و B، ۱۰ عضو خارج کنیم، از تعداد اعضای اشتراک این دو مجموعه ۶ عضو کم می‌شود. در این حالت مجموعهٔ $A\cup B$ چند عضو دارد؟

۱) ۴۱ ۲) ۴۳ ۳) ۴۵ ۴) ۴۷

۱۰۴- با توجه به الگوی زیر، تعداد مربع‌ها در شکل هفتم کدام است؟ (منظور، کوچک‌ترین مربع‌هاست.)



۱) ۲۸
۲) ۵۶
۳) ۶۳
۴) ۵۷

۱۰۵- کم‌ترین مقدار جملات دنبالهٔ $a_n=n^2-5n+1$ کدام است؟

۱) ۵- ۲) ۱ ۳) ۵ ۴) صفر

۱۰۶- برای دنبالهٔ حسابی a_n داریم: $2a_3+a_8+a_{10}=44$. جملهٔ ششم این دنباله کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۱ ۴) ۱۲

۱۰۷- دنبالهٔ حسابی $\ldots,3,-2,-7$، چند جملهٔ دو رقمی زوج دارد؟

۱) ۹ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۱۸

۱۰۸- طول اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه تشکیل دنبالهٔ هندسی می‌دهند. نسبت طول وتر به طول ضلع کوچکتر کدام است؟

۱) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ۳) $\sqrt{5}-2$ ۴) $3-\frac{\sqrt{5}}{2}$

۱۰۹- در یک دنبالهٔ هندسی با جملات ناصفر، جملهٔ هفتم میانگین جملات پنجم و ششم است. قدر نسبت این دنباله کدام می‌تواند باشد؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $-\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $-\frac{۱}{۲}$

۱۱۰- جملات سوم، هفتم و نهم از یک دنبالهٔ حسابی غیر ثابت، سه جملهٔ متوالی از یک دنبالهٔ هندسی هستند. جملهٔ چندم دنبالهٔ حسابی صفر است؟

۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۱۱ ۴) ۱۲

هندسه ۱ ، ترسیم هاي هندسي و استدلال

۱۴۱- اگر طول پاره‌خط AB برابر ۵ واحد باشد، آنگاه چند نقطه در صفحه وجود دارد که از A به فاصلهٔ ۲ واحد و از B به فاصلهٔ ۷ واحد باشد؟

۱) هیچ ۲) ۱

۳) ۲ ۴) بی‌شمار

۱۴۲- مثلث ABC و دایره‌ای درون آن مفروض‌اند. چند نقطه روی محیط دایره وجود دارد که از دو ضلع AB و AC به یک فاصله باشد؟

۱) دقیقاً یک نقطه ۲) حداکثر یک نقطه

۳) دقیقاً دو نقطه ۴) حداکثر دو نقطه

۱۴۳- کدام‌یک از گزاره‌های زیر درست است؟

۱) متوازی‌الاضلاعی که طول قطرهای آن ۴ و ۶ باشد، به‌صورت منحصربه‌فرد قابل رسم است.

۲) مستطیلی که طول قطر آن برابر ۵ باشد، به‌صورت منحصربه‌فرد قابل رسم است.

۳) لوزی‌ای که طول ضلع آن برابر ۵ و طول یکی از قطرهای آن برابر ۸ باشد، به‌صورت منحصربه‌فرد قابل رسم است.

۴) با رسم عمودمنصف‌های دو وتر موازی از یک دایره، می‌توان مرکز دایره را پیدا کرد.

۱۴۴- نقیض گزارهٔ « یک چهارضلعی وجود دارد که دو قطر آن برابر نیستند.» کدام است؟

۱) همهٔ چهارضلعی‌ها دو قطر برابر دارند.

۲) بعضی چهارضلعی‌ها دو قطر برابر دارند.

۳) همهٔ چهارضلعی‌ها دو قطر نابرابر دارند.

۴) بیش از یک چهارضلعی وجود دارد که دو قطر نابرابر دارند.

۱۴۵- در مثلث ABC، $AC > AB$ است. نقطهٔ D را روی ضلع AC طوری انتخاب می‌کنیم که $AB = AD$ باشد.

اگر $A\hat{B}D = ۳x + ۱۰^\circ$ و $\hat{C} = ۵x - ۲۰^\circ$ باشد، حدود x کدام است؟

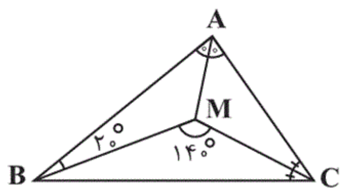
۱) $x > ۱۵^\circ$

۲) $۰ < x < ۱۵^\circ$

۳) $۴^\circ < x < ۱۵^\circ$

۴) $x > ۴^\circ$

۱۴۶- در شکل زیر، نیمسازهای زاویه‌های داخلی A و C از مثلث ABC در نقطهٔ M متقاطع‌اند. با توجه به زوایای روی شکل، اندازهٔ زاویهٔ AMB کدام است؟



۱) ۱۰۰°

۲) ۱۱۰°

۳) ۱۲۰°

۴) ۱۳۰°

۱۴۷- کدام گزینه مثال نقض ندارد؟

۱) در هر مثلث، اندازهٔ بزرگ‌ترین زاویه، از چهار برابر اندازهٔ کوچک‌ترین زاویه، کوچک‌تر است.

۲) برای هر عدد طبیعی n، $n^۲ + n + ۴۱$، عددی اول است.

۳) در هر مثلث، هر ارتفاع از هر کدام از سه ضلع مثلث کوچک‌تر است.

۴) مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی محدب ۳۶۰° است.

۱۴۸- کدام‌یک از قضیه‌های زیر را نمی‌توان به‌صورت یک قضیهٔ دوشرطی نوشت؟

۱) در مثلث متساوی‌الساقین، میانه و ارتفاع وارد بر قاعده بر هم منطبق هستند.

۲) در مثلث قائم‌الزاویه، مربع اندازهٔ وتر برابر مجموع مربعات اندازه‌های دو ضلع دیگر است.

۳) لوزی، چهارضلعی‌ای است که قطرهای آن بر هم عمودند و همدیگر را نصف می‌کنند.

۴) مستطیل، چهارضلعی‌ای است که قطرهای آن با هم برابرند.

۱۴۹- در اثبات عکس قضیهٔ « در مثلث ABC ، اگر $AB > AC$ باشد، آنگاه $\hat{B} > \hat{C}$ است.» با استفاده از برهان خلف، فرض اولیه کدام است؟

۱) $\hat{B} > \hat{C}$

۲) $\hat{B} \geq \hat{C}$

۳) $AC > AB$

۴) $AB \leq AC$

۱۵۰- ذوزنقه‌ای با ساق‌های به طول ۴ و ۶ و قاعدهٔ کوچک به طول ۳ قابل رسم می‌باشد. طول قاعدهٔ بزرگ این ذوزنقه کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

۱) ۹
۲) ۵
۳) ۱۲
۴) ۸

ریاضی ۱ (احتمال) ، شمارش ، بدون شمارش

۱۶۱- چند عدد سه رقمی می‌توان ساخت که در آن هیچ دو رقم مجاوری مثل هم نباشند؟

۱) ۵۰۴
۲) ۵۷۶
۳) ۶۴۸
۴) ۷۲۹

۱۶۲- با ارقام ۱، ۳، ۴، ۶ و ۷، چند عدد سه رقمی کوچک‌تر از ۶۰۰ می‌توان ساخت به‌طوری که تکرار ارقام مجاز نباشد؟

۱) ۲۴
۲) ۳۶
۳) ۷۲
۴) ۱۲۰

۱۶۳- با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳ و ۴، چند عدد چهاررقمی زوج و بدون تکرار ارقام می‌توان ساخت؟

۱) ۲۴
۲) ۴۸
۳) ۶۰
۴) ۷۲

۱۶۴- چند عدد سه رقمی با ارقام ۰، ۱، ۲ و ۳ می‌توان نوشت به‌طوری که حتماً دارای رقم تکراری باشد؟

۱) ۳۰
۲) ۳۶
۳) ۴۲
۴) ۴۸

۱۶۵- یک رمز از ۳ کاراکتر تشکیل شده است که هر کدام می‌توانند از حروف الفبای انگلیسی یا ارقام صفر تا ۹ باشند. اگر در این رمز، امکان کنار هم قرار دادن دو حرف یا دو رقم وجود نداشته باشد، چند رمز قابل تولید است؟

۱) ۶۷۶۰ ۲) ۷۸۴۰ ۳) ۸۶۴۰ ۴) ۹۳۶۰

۱۶۶- چند عدد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۰۰ وجود دارد که شامل حداقل یک رقم صفر باشد؟

۱) ۱۰۰ ۲) ۱۵۰ ۳) ۱۸۰ ۴) ۲۰۰

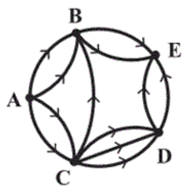
۱۶۷- یک آزمون، شامل ۳ سؤال ۴ گزینه‌ای و ۳ سؤال ۳ گزینه‌ای است. یک نفر به چند طریق می‌تواند به این سؤال‌ها به‌صورت تصادفی جواب دهد به شرط آنکه بتواند سؤال‌ها را بدون جواب هم بگذارد؟

۱) $۳^۷$ ۲) $۳^۹$ ۳) $۱۲^۳$ ۴) $۲۰^۳$

۱۶۸- چند عدد طبیعی سه رقمی وجود دارد که هم رقم زوج و هم رقم فرد داشته باشد؟

۱) ۶۲۵ ۲) ۶۵۰ ۳) ۶۷۵ ۴) ۷۰۰

۱۶۹- اگر شکل زیر نشان دهندهٔ جاده‌های بین شهرهای A، B، C، D و E باشد و همهٔ جاده‌ها یک‌طرفه باشند، به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر E رفت؟



۱) ۱۲ ۲) ۱۶

۳) ۲۰ ۴) ۲۴

۱۷۰- در یک شهرک صنعتی ۴ بلوار اصلی و در هر بلوار بین ۶ تا ۸ خیابان و در هر خیابان بین ۸ تا ۱۰ کوچه و در هر کوچه بین ۱۰ تا ۱۵ کارخانه وجود دارد. اختلاف بین حداقل و حداکثر تعداد کارخانه‌هایی که ممکن است در این شهرک وجود داشته باشد، کدام است؟

۱) ۳۲۰۰ ۲) ۲۸۸۰ ۳) ۲۴۰۰ ۴) ۱۹۲۰

گزینهٔ «۱»:

نامتناهی : $A-B=\{\pm ۳,-۴,-۵,\dots\}$

گزینهٔ «۲»:

متناهی : $A'\cap B'=\{۰,\pm ۱,\pm ۲\}$

گزینهٔ «۳»:

نامتناهی : $B-A'=\{۴,۵,۶,۷,\dots\}$

گزینهٔ «۴»:

نامتناهی : $A'\cup B'=\{\pm ۳,\pm ۲,\pm ۱,۰,-۴,\dots\}$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲ تا ۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۱۰۲ (حمید علیزاده)

$$\begin{cases} A=(-۱,۳) \\ B=(۱,+\infty)\Rightarrow A-B=(-۱,۱] \\ C=\left[۰,\frac{b}{۲}\right] \end{cases}$$

$$\Rightarrow (A-B)\cap C=\left[۰,\frac{b}{۲}\right]=\left[a,\frac{۱}{۲}\right]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=۰ \\ b=۱ \end{cases}\Rightarrow a-b=-۱$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲ تا ۵)

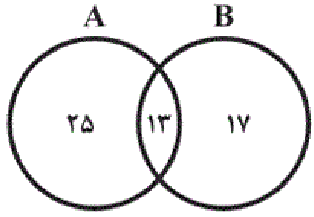
۱✓ ۲ ۳ ۴

۱۰۳- (علی شهرابی)

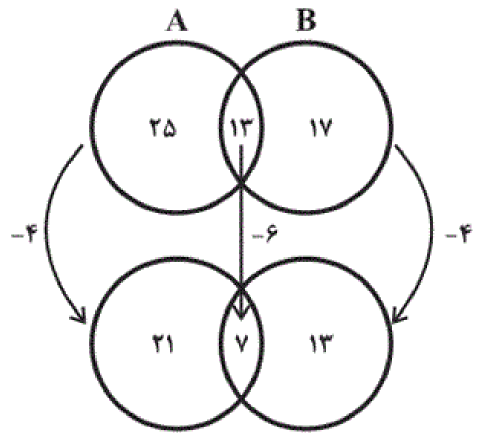
در ابتدا داریم:

$$n(A\cap B)=n(A)+n(B)-n(A\cup B)$$

$$=۳۸+۳۰-۵۵=۱۳$$



حال از A و B، ۱۰ عضو برمی‌داریم به‌طوری که از اشتراکشان ۶ عضو کم شود:



پس تعداد اعضای $A\cup B$ در حالت جدید برابر است با:

$$۲۱+۷+۱۳=۴۱$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۰۴- (سیدمیلاد موسوی‌چاشمی)

تعداد مربع‌های کوچک در شکل n از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$t_n=(n)(n+۱)+۱\Rightarrow t_۷=۷(۷+۱)+۱=۵۷$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

-۱۰۵ (سیدعادل حسینی)

$$a_n = \left(n - \frac{۵}{۲}\right)^{۲} - \frac{۲۱}{۴}$$

کم‌ترین مقدار، زمانی اتفاق می‌افتد که عبارت $\left(n - \frac{۵}{۲}\right)^{۲}$ کم‌ترین مقدار ممکن باشد. به ازای $n = ۲$ و $n = ۳$، کم‌ترین مقدار جملات این دنباله یعنی ۵- به‌دست می‌آید.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

۱ ✓   ۲   ۳   ۴

-۱۰۶ (جهانبخش نیکنام)

$$۲a_۳ + a_۸ + a_{۱۰} = ۲(a_۱ + ۲d) + (a_۱ + ۷d) + (a_۱ + ۹d)$$

$$= ۴a_۱ + ۲۰d = ۴(a_۱ + ۵d) = ۴a_۶ = ۴۴ \Rightarrow a_۶ = ۱۱$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۱   ۲   ۳ ✓   ۴

(سیدعادل حسینی)

$$a_n = ۵n - ۱۲$$

$$\Rightarrow ۱۰ \le a_n = ۵n - ۱۲ \le ۹۹ \Rightarrow ۲۲ \le ۵n \le ۱۱۱$$

$$\Rightarrow ۴/۴ \le n \le ۲۲/۲ \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} ۵ \le n \le ۲۲$$

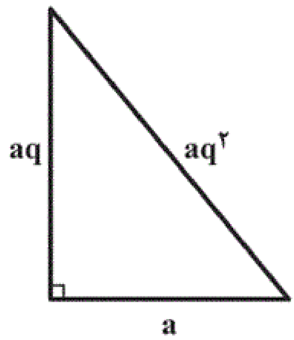
$۱۸ = ۱ + ۵ - ۲۲$ جمله از جملات این دنباله، دو رقمی هستند. اما برای اینکه عدد دو رقمی مورد نظر زوج باشد، n نیز باید زوج باشد. بنابراین ۹ جمله در جملات این دنباله، دو رقمی و زوج هستند.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

✓۱ ۲ ۳ ۴

$$\xrightarrow{a^۲ \neq ۰} q^۴ - q^۲ - ۱ = ۰ \Rightarrow q^۲ = \frac{۱ + \sqrt{۵}}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{طول وتر}}{\text{طول ضلع کوچک‌تر}} = \frac{aq^۲}{a} = q^۲ = \frac{۱ + \sqrt{۵}}{۲}$$



دقت کنید اگر وتر را a و اضلاع قائمه را نیز aq و $aq^۲$ در نظر بگیریم، هم‌چنان نسبت مورد نظر برابر $\frac{۱ + \sqrt{۵}}{۲}$ خواهد بود.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

✓۱ ۲ ۳ ۴

-۱۰۹ (سیدعادل حسینی)

$$a_7=\frac{a_5+a_6}{2}\Rightarrow 2a_1q^6=a_1q^4+a_1q^5$$

$$\Rightarrow a_1q^4\left(2q^2-q-1\right)=a_1q^4(2q+1)(q-1)=0$$

$$\xrightarrow{a_1q\neq 0}\begin{cases}q=1:\text{جواب بدیهی}\\ q=-\frac{1}{2}\end{cases}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

$\boxed{۱}$ $\boxed{۲}$ $\boxed{۳}$ $\boxed{۴}$✓

-۱۱۰ (سعید خانجانی)

$$a_3,a_7,a_9\xrightarrow[\text{متوالی دنبالهٔ هندسی}]{\text{ویژگی جملات}}a_7^2=a_3.a_9$$

$$\Rightarrow\left(a_1+6d\right)^2=\left(a_1+2d\right)\left(a_1+8d\right)$$

$$\Rightarrow a_1^2+12a_1d+36d^2=a_1^2+10a_1d+16d^2$$

$$\Rightarrow 20d^2+2a_1d=2d\left(10d+a_1\right)=0\xrightarrow{d\neq 0}a_1=-10d$$

$\Rightarrow$ جملهٔ عمومی دنبالهٔ حسابی : $a_n=a_1+(n-1)d$

$$=-10d+(n-1)d=(n-11)d$$

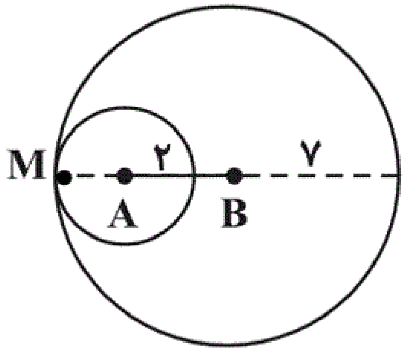
واضح است که $a_{11}=0$ خواهد بود.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

$\boxed{۱}$ $\boxed{۲}$ $\boxed{۳}$✓ $\boxed{۴}$

(سینا محمدپور)

دایره‌ای به مرکز A و به شعاع ۲ واحد و دایره‌ای به مرکز B و بـه شـعاع ۷ واحد رسم می‌کنیم. محل تلاقی این دو دایره، جواب مسئله است.



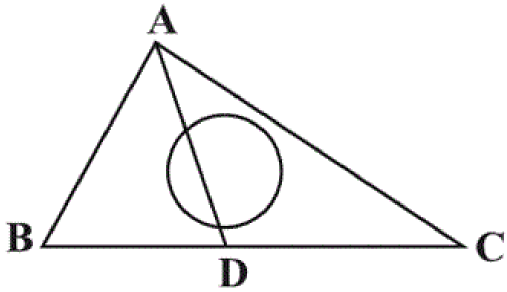
همان طور که در شکل مشاهده می‌کنید، تنها نقطهٔ M ویژگی‌های مـذکور را دارد.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال، مشابه کار در کلاس صفحهٔ ۱۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

می‌دانیم هر نقطه روی نیمساز داخلی زاویهٔ A از دو ضلع AB و AC به یک فاصله است، بنابراین تعداد نقاط برخورد نیمساز AD با دایرهٔ مفروض جواب مسئله است.

بسته به موقعیت دایره، AD می‌تواند دایره را در دو نقطه قطع کند یا در یک نقطه بر آن مماس باشد و یا اصلاً آن را قطع نکند. پس AD و دایره حداکثر در دو نقطه متقاطع‌اند.



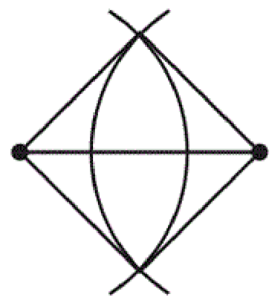
(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۱۴۳ (فرشاد فرامرزی)

طبق تمرین ۳ صفحهٔ ۱۶ کتاب درسی، با داشتن اندازه‌های یک ضلع و یک قطر لوزی، می‌توان آن را به‌طور منحصر به فرد رسم کرد.

ابتدا پاره‌خطی به اندازهٔ طول قطر داده شده رسم می‌کنیم. سپس از دو سر قطر، دو کمان به شعاع طول ضلع لوزی رسم کرده و نقاط برخورد دو کمان را به دو سر قطر وصل می‌کنیم.



(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

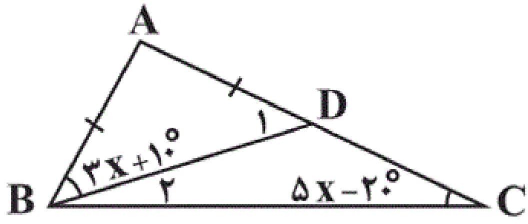
-۱۴۴ (حمیدرضا مظاهری)

نقیض گزارهٔ: «یک چهارضلعی وجود دارد که دو قطر آن برابر نیستند.»، به‌صورت «چنین نیست که چهارضلعی‌ای وجود داشته باشد که دو قطر آن برابر نباشند.» یا معادل آن «همهٔ چهارضلعی‌ها دو قطر برابر دارند.» می‌باشد.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحهٔ ۲۳)

۱✓ ۲ ۳ ۴

(فرشاد فرامرزی)



$$AB = AD \Rightarrow \hat{D}_1 = A\hat{B}D = 3x + 10^\circ$$

$$\hat{D}_1 = \hat{B}_2 + \hat{C} \Rightarrow \hat{D}_1 > \hat{C}$$

$$\Rightarrow 3x + 10^\circ > 5x - 20^\circ$$

$$\Rightarrow 2x < 30^\circ \Rightarrow x < 15^\circ \quad (1)$$

از طرفی: $\begin{cases} 3x + 10^\circ > 0 \Rightarrow x > -\frac{10}{3} \\ 5x - 20^\circ > 0 \Rightarrow x > 4^\circ \end{cases} \quad (2)$

$$(1),(2) \Rightarrow 4^\circ < x < 15^\circ$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

$$\overset{\Delta}{ABC}: ۲\alpha + ۲\beta + ۲ \times ۲۰^\circ = ۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = ۷۰^\circ$$

$$\overset{\Delta}{AMC}: \underbrace{\alpha + \beta}_{۷۰^\circ} + A\hat{M}C = ۱۸۰^\circ \Rightarrow A\hat{M}C = ۱۱۰^\circ$$

$$x + A\hat{M}C + ۱۴۰^\circ = ۳۶۰^\circ \Rightarrow x + ۱۱۰^\circ + ۱۴۰^\circ = ۳۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow x = ۱۱۰^\circ$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

$\boxed{۱}$ $\boxed{۲}$✓ $\boxed{۳}$ $\boxed{۴}$

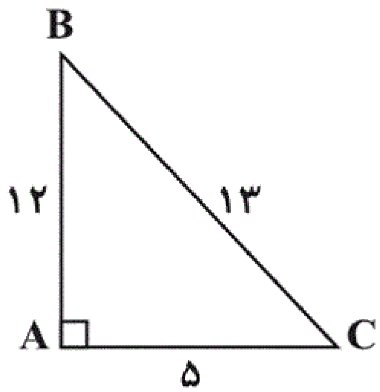
۱۴۷- (مهسا زمانی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: مثلثی با زوایای 90°، 75° و 15° در نظر بگیرید.

گزینهٔ «۲»: اگر $n = 41$ باشد، $n^2 + n + 41$ عدد اول نخواهد شد.

گزینهٔ «۳»: در مثلث قائم‌الزاویهٔ زیر، ارتفاع وارد بر AC، از ضلع AC بزرگتر است.



(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۴۸- (رحیم مشتاق‌نظم)

چهارضلعی‌ای که قطرهای آن با هم برابر باشند، لزوماً مستطیل نیست؛ مثلاً می‌تواند ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین باشد. بنابراین عکس قضیهٔ گزینهٔ «۴» برقرار نیست و نمی‌توان آن را به‌صورت دوشرطی نوشت.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحهٔ ۲۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

عکس قضیه به صورت زیر است:

در مثلث ABC ، اگر $\hat{C} > \hat{B}$ باشد، آنگاه $AB > AC$ است.

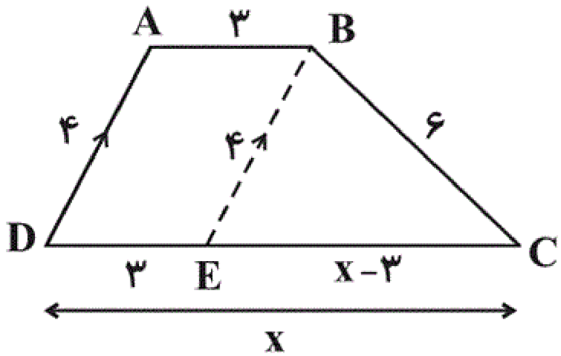
در اثبات با استفاده از برهان خلف، فرض خلف، نقیض حکم می‌باشد.

حکم: $AB > AC \Rightarrow$ (فرض خلف) نقیض حکم : $AB \leq AC$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحهٔ ۲۴)

$\boxed{۱}$ $\boxed{۲}$ $\boxed{۳}$ $\boxed{۴}$✓

ابتدا شکل فرضی ذوزنقه را رسم می‌کنیم.



از رأس B خطی موازی AD رسم می‌کنیم تا ذوزنقه به یک متوازی الاضلاع

و یک مثلث تقسیم شود.

متوازی‌الاضلاع $ABED \Rightarrow DE = ۳, BE = ۴$

در مثلث BEC طبق نامساوی مثلثی داریم:

$$\overset{\Delta}{BCE} : |BC - BE| < CE < BC + BE$$

$$\Rightarrow |۶ - ۴| < x - ۳ < ۶ + ۴ \Rightarrow ۲ < x - ۳ < ۱۰$$

$$\Rightarrow ۵ < x < ۱۳$$

در بین گزینه‌ها، x نمی‌تواند برابر ۵ باشد.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحهٔ ۲۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۶۱- (مرتضی فهیم‌علوی)

برای رقم صدگان، هر یک از ارقام ۱ تا ۹ را می‌توان به دلخواه انتخاب کرد ولی برای رقم دهگان، رقم استفاده شده در صدگان را نمی‌توان به کار برد، در حالی که رقم صفر به انتخاب‌ها افزوده می‌شود، پس ۹ انتخاب برای این رقم وجود دارد. برای رقم یکان نیز هر یک از ۹ رقم متفاوت با رقم دهگان را می‌توان استفاده کرد، پس تعداد اعداد مورد نظر برابر است با:

$۹ \times ۹ \times ۹ = ۷۲۹$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۶۲- (علیرضا سیف)

برای انتخاب صدگان از بین ۳ عدد ۱، ۳ و ۴، باید یک عدد انتخاب شود تا عدد کوچک‌تر از ۶۰۰ باشد. سپس برای دهگان از ۴ عدد باقی‌مانده و برای یکان نیز از بین ۳ عدد باقی‌مانده عددی انتخاب می‌کنیم.

بنابراین تعداد اعداد مورد نظر برابر است با: $۳ \times ۴ \times ۳ = ۳۶$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۶۳- (سیدمحسن فاطمی)

مسئله را به دو حالت تقسیم‌بندی می‌کنیم:

الف) رقم یکان صفر باشد. تعداد این دسته از اعداد برابر است با:

$۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۲۴$

ب) رقم یکان ۲ یا ۴ باشد. تعداد این دسته از اعداد برابر است با:

$۳ \times ۳ \times ۲ \times ۲ = ۳۶$

بنابراین در مجموع $۲۴ + ۳۶ = ۶۰$ عدد چهارقمی زوج و بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت.

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۶۴- (مرتضی فهیم‌علوی)

تعداد اعداد سه رقمی با ارقام ۰، ۱، ۲ و ۳، برابر است با: ۴۸ = ۴×۴×۳

تعداد اعداد سه رقمی که دارای ارقام ۰، ۱، ۲ و ۳ بوده و فاقد رقم تکراری باشند، برابر است با: ۱۸ = ۲×۳×۳

بنابراین تعداد اعداد سه رقمی که می‌توان با ارقام ۰، ۱، ۲ و ۳ نوشت و حتماً دارای رقم تکراری باشند، برابر ۳۰ = ۱۸ − ۴۸ است.

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۶۵- (مرتضی فهیم‌علوی)

دو حالت برای ایجاد چنین رمزی وجود دارد:

الف) حرف رقم حرف: ۶۷۶۰ = ۲۶ × ۱۰ × ۲۶

ب) رقم حرف رقم: ۲۶۰۰ = ۱۰ × ۲۶ × ۱۰

بنابراین طبق اصل جمع، تعداد رمزهای قابل تولید برابر است با:

۹۳۶۰ = ۲۶۰۰ + ۶۷۶۰

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن، مشابه مثال صفحهٔ ۱۲۲)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

۱۶۶- (حمید کروسی)

تعداد اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۰۰، برابر ۹۹۹ است که از میان آنها باید اعداد طبیعی فاقد صفر را حذف کنیم. داریم:

تعداد اعداد طبیعی یک رقمی فاقد صفر = ۹

تعداد اعداد طبیعی دو رقمی فاقد صفر = ۸۱ = ۹ × ۹

تعداد اعداد طبیعی سه رقمی فاقد صفر = ۷۲۹ = ۹ × ۹ × ۹

تعداد اعداد طبیعی کوچکتر از ۱۰۰۰ و فاقد صفر = ۸۱۹ = ۷۲۹ + ۸۱ + ۹

تعداد اعداد طبیعی کوچکتر از ۱۰۰۰ و شامل صفر = ۱۸۰ = ۸۱۹ − ۹۹۹

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۴)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

۱۶۷- (امیرحسین ابومحبوب)

چون جواب دادن به سؤالات الزامی نیست، بنابراین برای جواب دادن به هر یک از سؤالات ۴ و ۳ گزینه‌ای به‌ترتیب ۵ و ۴ راه وجود دارد. تعداد حالت‌های جواب دادن به سؤالات مورد نظر برابر است با: $۵^۳ \times ۴^۳ = ۲۰^۳$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن، مشابه تمرین ۶ صفحهٔ ۱۲۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۶۸- (هومن نورائی)

کافی است تعداد اعداد طبیعی سه رقمی که ارقام آنها فقط زوج یا فقط فرد باشد را به دست آوریم و از تعداد کل اعداد طبیعی سه رقمی کم کنیم.

داریم: $۹۰۰ = ۱۰ \times ۱۰ \times ۹ =$ تعداد اعداد طبیعی سه رقمی

$۱۰۰ = ۵ \times ۵ \times ۴ =$ تعداد اعداد طبیعی سه رقمی با ارقام زوج

$۱۲۵ = ۵ \times ۵ \times ۵ =$ تعداد اعداد طبیعی سه رقمی با ارقام فرد

بنابراین تعداد اعداد مورد نظر برابر است با: $۹۰۰ - (۱۰۰ + ۱۲۵) = ۶۷۵$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۶۹- (امیرحسین ابومحبوب)

۳ مسیر مختلف برای رفتن از شهر A به شهر E موجود است که عبارت‌اند از:

مسیر ABE : $A \xrightarrow[۲]{} B \xrightarrow[۲]{} E$ ، $۲ \times ۲ = ۴$

مسیر ACDE : $A \xrightarrow[۲]{} C \xrightarrow[۳]{} D \xrightarrow[۲]{} E$ ، $۲ \times ۳ \times ۲ = ۱۲$

مسیر ACBE : $A \xrightarrow[۲]{} C \xrightarrow[۱]{} B \xrightarrow[۲]{} E$ ، $۲ \times ۱ \times ۲ = ۴$

بنابراین طبق اصل جمع، تعداد کل راه‌های موجود برای رفتن از شهر A به شهر E برابر است با: $۴ + ۱۲ + ۴ = ۲۰$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن، مشابه تمرین ۷ صفحهٔ ۱۲۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

(امیرحسین ابومحبوب)

طبق اصل ضرب، حداقل و حداکثر تعداد کارخانه‌های موجود در این شـهرک برابر است با:

$4\times 6\times 8\times 10$ = حداقل تعداد کارخانه‌ها

$4\times 8\times 10\times 15$ = حداکثر تعداد کارخانه‌ها

بنابراین اختلاف بین این دو تعداد برابر است با:

$$4\times 8\times 10\times 15-4\times 6\times 8\times 10=4\times 8\times 10\times (15-6)$$

$$=320\times 9=2880$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن، مشابه تمرین ۲ صفحهٔ ۱۲۵)

$\boxed{1}$ $\boxed{2}$✓ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$