



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:

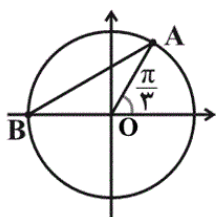


<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۱۲۶- اگر تابع  $f(x) = a + \log_2(bx+6)$  محور  $x$ ها را در نقطه‌ای به طول یک قطع کند و  $f(5) = 1$ ؛ آن‌گاه  $f(-1)$  کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) صفر

۱۲۷- اگر  $A$  نقطه متناظر با زاویه  $\frac{\pi}{3}$  روی دایره مثلثاتی باشد، نسبت طول کمان  $AB$  به طول پاره خط  $AB$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$   
(۲)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$   
(۳)  $\frac{2\sqrt{3}\pi}{9}$   
(۴)  $\frac{\sqrt{3}}{9}\pi$

۱۲۸- اگر  $\sin x + \cos x = \frac{5}{4}$  باشد، حاصل  $\sqrt{\tan x + \cot x}$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$  (۲)  $\frac{\sqrt{10}}{2}$  (۳)  $\frac{4\sqrt{2}}{3}$  (۴)  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

۱۲۹- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ ، آنگاه دترمینان ماتریس  $A + 6A^{-1}$  کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) -۱۵ (۳) ۹ (۴) -۲۷

۱۳۰- از بین ۱۰ پرسش به چند طریق می‌توان ۷ پرسش را جهت پاسخ‌گویی انتخاب کرد به شرط آن که حداقل ۴ پرسش از ۵ پرسش

اول انتخاب شود؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۵۱ (۳) ۶۰ (۴) ۷۰

۱۳۱- چند درصد از داده‌های  $\frac{1}{1 \times 2}, \frac{1}{2 \times 3}, \dots, \frac{1}{18 \times 19}, \frac{1}{19 \times 20}, \frac{1}{20 \times 21}$  از میانگین آن‌ها بزرگترند؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴) ۱۰

۱۳۲- در ۲۰ داده آماری مجموع اختلاف داده‌ها از عدد ۱۲ برابر صفر است. اگر مجموع مجذورات اختلاف داده‌ها از عدد ۱۲ برابر ۱۸۰

باشد، ضریب تغییرات چند درصد است؟

- ۲۰ (۱)      ۲۵ (۲)      ۳۰ (۳)      ۳۳/۳ (۴)

۱۳۳- در ظرفی پنج مهره سفید با شماره‌های ۱ تا ۵ و پنج مهره سیاه با شماره‌های ۲ تا ۶ داریم. اگر ۲ مهره به طور تصادفی و همزمان از ظرف بیرون بیاوریم با کدام احتمال مجموع شماره مهره‌ها ۷ است؟

- ۰/۲ (۱)      ۰/۲۲۲ (۲)      ۰/۱۱۱ (۳)      ۰/۱ (۴)

۱۳۴- در بازه  $x \in (a, b)$ ، نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$  بین محور  $x$ ها و خط به معادله  $y = 1$  قرار می‌گیرد. بیش‌ترین مقدار  $b - a$  کدام است؟

- ۱ (۴)      ۲ (۳)      ۳ (۲)      ۴ (۱)

۱۳۵- اگر  $\lim_{x \rightarrow k^+} \frac{1-x}{x^2+x-12} = +\infty$  باشد، مقدار  $k$  کدام است؟

- فقط ۳ (۱)      فقط ۲ (۲)      ۳ یا ۴ (۳)      وجود ندارد (۴)

۱۳۶- تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax & x \geq 1 \\ -4x + 2a - 1 & x < 1 \end{cases}$  در  $x = 1$  پیوسته است. حاصل  $f(2a)$  کدام است؟

- صفر (۱)      ۱۱ (۲)      ۸ (۳)      ۱۲ (۴)

۱۳۷- اگر تابع  $g$  در  $\mathbb{R}$  تعریف شده و مشتق‌پذیر بوده و  $f'(x)g(x) = x^2 + g'(x)f(x)$  و  $f(x) = x\sqrt{x}$  باشد، حاصل  $(\frac{g}{f})'(2)$  کدام است؟

- $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۱)       $-\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)       $\frac{1}{2}$  (۳)       $-\frac{1}{2}$  (۴)

۱۳۸- در یک شرکت صنعتی که ۶۰ درصد کارمندان آن زن می‌باشد، ۴ درصد مردان و ۱ درصد زنان مدرک دکتری دارند. اگر شخصی از این شرکت انتخاب کنیم که مدرک دکتری داشته باشد، احتمال این که مرد باشد چقدر است؟

- $\frac{1}{11}$  (۱)       $\frac{1}{2}$  (۲)       $\frac{1}{25}$  (۳)       $\frac{40}{83}$  (۴)

۱۳۹- به ازای چند عدد صحیح برای  $m$ ، معادله  $mx^2 + 4x + m - 2 = 0$  دارای دو ریشه متمایز مثبت است؟

- صفر (۱)      یک (۲)      دو (۳)      بی‌شمار (۴)

۱۴۰- اگر  $g(x) = x^3 - x$  و  $(f \circ g)(x) = x^6 - 2x^4 + x^2 + 1$  باشند، حاصل  $f(3)$  کدام است؟

- ۳ (۱)      ۵ (۲)      ۱۷ (۳)      ۱۰ (۴)

۱۴۱- نمودار تابع  $f(x) = |2x - 8| - |x + 3|$  در یک بازه اکیداً صعودی است. ضابطه معکوس آن در این بازه کدام است؟

(۱)  $x + 11; x > -7$

(۲)  $x - 11; x > -5$

(۳)  $x + 11; x > -5$

(۴)  $x - 11; x > -7$

۱۴۲- در یک دنباله هندسی، جمله دوم ۳ واحد بیش تر از جمله اول و ۶ واحد کم تر از جمله سوم است. مجموع هشت جمله اول این دنباله کدام است؟

(۴) ۷۶۵

(۳) ۷۶۲

(۲) ۷۸۹

(۱) ۷۹۲

۱۴۳- معادله  $\sin^2 x + \cos^2 3x = 1$  در بازه  $[0, \pi]$  چند جواب دارد؟

(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) ۳

۱۴۴- اگر خط به معادله  $y = 3x + 10$  در نقطه  $x = -1$  بر منحنی به معادله  $y = ax^3 + bx + 2$  مماس باشد،  $a$  کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۹

(۲) -۴

(۱) -۹

۱۴۵- اگر  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(3) - f(x)}{x - 3}$  برابر ۴ باشد، مشتق تابع  $g(x) = f\left(\frac{3}{x}\right)$  در نقطه  $x = 1$  کدام است؟

(۴) -۳

(۳) ۴

(۲) -۱۲

(۱) ۱۲

۱۴۶- با توجه رابطه  $\ln(2y + e^x) + yx^2 = 2x$ ، آهنگ لحظه‌ای تغییر  $y$  نسبت به تغییر  $x$  در  $y = 0$  کدام است؟

(۴) -۲

(۳) ۲

(۲)  $-\frac{1}{2}$

(۱)  $\frac{1}{2}$

۱۴۷- مجموعه طول نقاط بحرانی تابع  $y = \frac{1}{14}x^3 - \frac{1}{2}x^2$  کدام است؟

(۴)  $\{-1, 0, 1\}$

(۳)  $\{-1, 1\}$

(۲)  $\{-1, 0\}$

(۱)  $\{0, 1\}$

۱۴۸- نقاط  $(3, 1)$  و  $(-5, 1)$ ، کانون‌های یک بیضی با خروج از مرکز  $\frac{4}{5}$  هستند. این بیضی خط  $x = -1$  را با کدام عرض مثبت قطع می‌کند؟

(۴) ۴

(۳) ۶

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۴۹- نقطه متغیر  $A(x = e^t - e^{-t}, y = e^t + e^{-t})$  که  $t \in \mathbb{R}$ ، با تغییر  $t$  روی یک مقطع مخروطی قرار می‌گیرد. فاصله‌ی بین کانون‌های این مقطع مخروطی کدام است؟

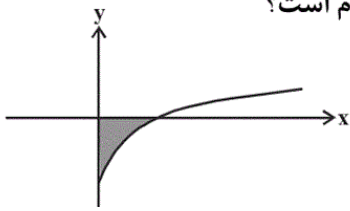
(۴) ۸

(۳) ۴

(۲)  $1\sqrt{2}$

(۱)  $4\sqrt{2}$

۱۵۰- با توجه به نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = \sqrt{x} - 2$  در شکل مقابل، مساحت ناحیه سایه زده کدام است؟

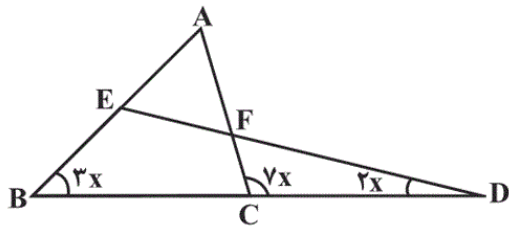


- (۱)  $4 - \frac{4\sqrt{2}}{3}$   
 (۲)  $\frac{8}{3}$   
 (۳)  $\frac{4}{3}$   
 (۴)  $\frac{2}{3}$

۱۵۱- اگر  $\int \frac{(x\sqrt{x} + 1)^2 - x^3}{x^2} dx = \frac{f(x)}{x} + c$ ، آنگاه  $f(x)$  کدام است؟

- (۱)  $1 - 2\sqrt{x}$   
 (۲)  $4\sqrt{x} - 1$   
 (۳)  $4x\sqrt{x} - 1$   
 (۴)  $1 - 2x\sqrt{x}$

۱۵۲- در شکل روبه‌رو اگر  $AE = EF$  باشد، اندازه زاویه  $\hat{AEF}$  کدام است؟

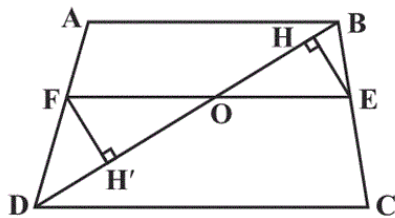


- (۱)  $\frac{3\pi}{13}$   
 (۲)  $\frac{4\pi}{13}$   
 (۳)  $\frac{5\pi}{13}$   
 (۴)  $\frac{\pi}{13}$

۱۵۳- در یک دوزنقه متساوی‌الساقین، طول دو قاعده ۴ و ۸ و طول ساق  $4\sqrt{2}$  است. طول قطر این دوزنقه کدام است؟

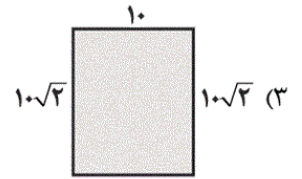
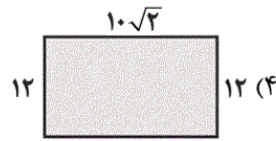
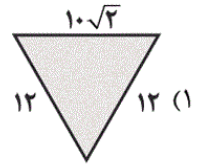
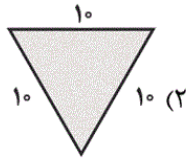
- (۱)  $4\sqrt{3}$   
 (۲)  $6\sqrt{2}$   
 (۳)  $2\sqrt{15}$   
 (۴) ۸

۱۵۴- اگر در دوزنقه زیر  $AB = \frac{3}{4}CD$  و  $CE = 2BE$  باشد، حاصل  $\frac{EH}{FH'}$  کدام است؟ (FE موازی قاعده‌های دوزنقه است.)



- (۱)  $\frac{1}{3}$   
 (۲)  $\frac{1}{4}$   
 (۳)  $\frac{2}{3}$   
 (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۵۵- کدام یک از گزینه‌های زیر نمی‌تواند سطح مقطع مکعبی به طول یال ۱۰ در تقاطع با یک صفحه باشد؟



۱۲۶- گزینه «۳»

(سهند ولی زاده)

$$(1, 0) \in f \Rightarrow a + \log_2(b+6) = 0 \quad (*)$$

$$(\Delta, 1) \in f \Rightarrow a + \log_2(\Delta b+6) = 1 \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(**)-(*)} \log_2(\Delta b+6) - \log_2(b+6) = 1$$

$$\log_2 \frac{(\Delta b+6)}{(b+6)} = 1 \Rightarrow \frac{\Delta b+6}{b+6} = 2 \Rightarrow \Delta b+6 = 2b+12 \Rightarrow b=2$$

$$a + \log_2(b+6) = 0 \xrightarrow{b=2} a + 3 = 0 \Rightarrow a = -3$$

$$f(x) = -3 + \log_2(2x+6)$$

در نتیجه:

$$\Rightarrow f(-1) = -3 + \log_2^4 = -3 + 2 = -1$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۱۹)

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۵۰ تا ۵۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

مختصات نقطه  $A = (\cos \frac{\pi}{3}, \sin \frac{\pi}{3}) = (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$  است و  $B(-1, 0)$

می شود.

پس:

$$AB = \sqrt{(\frac{1}{2} - (-1))^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2} - 0)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{12}{4}} = \sqrt{3}$$

طول کمان  $AB$  هم برابر زاویه  $\widehat{AOB}$  است و  $\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$  می شود.

۴

۳

۲

۱



$$\sin x + \cos x = \frac{5}{4}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_1 + 2 \sin x \cos x = \frac{25}{16}$$

$$\Rightarrow \sin x \cdot \cos x = \frac{9}{32} (*)$$

حال داریم:

$$\tan x + \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos x \cdot \sin x} = \frac{1}{\cos x \cdot \sin x}$$

$$\xrightarrow{(*)} \sqrt{\tan x + \cot x} = \sqrt{\frac{1}{\frac{9}{32}}} = \sqrt{\frac{32}{9}} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۵۲)

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اگر  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، آنگاه با شرط  $ad - bc \neq 0$ ، داریم

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \text{ پس:}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-3} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow 6A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A + 6A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |A + 6A^{-1}| = -9 - 18 = -27$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

از بین ۱۰ پرسش می‌خواهیم ۷ پرسش را جهت پاسخ‌گویی انتخاب کنیم به طوری که حداقل ۴ تا از بین ۵ پرسش اول انتخاب کنیم. پس:

$$\binom{5}{4} \times \binom{5}{3} + \binom{5}{5} \times \binom{5}{2} = 5 \times 10 + 1 \times 10 = 60$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۷۶ تا ۱۹۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

برای یافتن میانگین ابتدا باید مجموع تمام داده‌ها را حساب کنیم:

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{19 \times 20} + \frac{1}{20 \times 21} = (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + \dots$$

$$+ (\frac{1}{19} - \frac{1}{20}) + (\frac{1}{20} - \frac{1}{21}) = 1 - \frac{1}{21} = \frac{20}{21}$$

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} = \frac{\frac{20}{21}}{20} = \frac{1}{21}$$

داده‌های  $\frac{1}{2}$ ،  $\frac{1}{6}$ ،  $\frac{1}{12}$  و  $\frac{1}{20}$  از  $\frac{1}{21}$  بیش‌تر هستند بنابراین

$$20 = \frac{4}{20} \times 100 = \text{درصد داده‌ها بیشتر از میانگین هستند.}$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۴۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

(سروش موئینی)

$$\bar{x} = 12 \Rightarrow \text{مجموع اختلاف داده‌ها از ۱۲ صفر است.}$$

$$\text{مجموع مجذورات اختلاف داده‌ها از ۱۲} = \sum_{i=1}^{20} (x_i - 12)^2 = 180$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{20} (x_i - 12)^2}{20} = \frac{180}{20} = 9 \Rightarrow \sigma = 3$$

$$cv = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 25\%$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۴۳ تا ۱۶۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

تعداد کل حالت‌ها  $n(S) = \binom{10}{2} = 45$  است.

تعداد حالات مطلوب:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{دو مهره سفید: } (2,5), (3,4) \\ \text{دو مهره سیاه: } (2,5), (3,4) \\ \text{یکی سفید و یکی سیاه: } (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2) \\ \text{WB WB WB WB WB} \end{array} \right.$$

$$\xrightarrow{n(A)=9} P(A) = \frac{9}{45} = 0.2$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱ تا ۱۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

معادله محور Xها،  $y = 0$  است. پس برای آن که نمودار تابع بین دو خط

$y = 0$  و  $y = 1$  قرار بگیرد، باید  $0 < f(x) < 1$ ، پس:

$$0 < \frac{1-x}{1+x} < 1$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 0 < \frac{1-x}{1+x} \Rightarrow -1 < x < 1 \quad (1) \\ \frac{1-x}{1+x} < 1 \Rightarrow \frac{1-x}{1+x} - 1 < 0 \Rightarrow \frac{-2x}{1+x} < 0 \Rightarrow (x < -1) \cup (x > 0) \quad (2) \end{array} \right.$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} 0 < x < 1 \Rightarrow \max(b-a) = 1 - 0 = 1$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$k = -4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -4^+} \frac{1-x}{x^2+x-12} = \lim_{x \rightarrow -4^+} \frac{1-x}{(x-3)(x+4)}$$

$$= \frac{5}{0^-} = -\infty$$

پس برای  $k$  مقداری وجود ندارد.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۸ تا ۱۰۳)

۴

۳

۲

۱

### ۱۳۶- گزینه «۳»

(فره‌ار نامی)

تابع  $f(x)$  در  $x=1$  پیوسته است، بنابراین داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Rightarrow 1-a = -4+2a-1$$

$$\Rightarrow 3a = 6 \Rightarrow a = 2$$

در نتیجه ضابطه تابع به صورت

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & x \geq 1 \\ -4x + 3 & x < 1 \end{cases}$$

خواهد بود.

حال مقدار  $f(2a)$  را به دست می‌آوریم:

$$f(2a) = f(4) = 4^2 - 2(4) = 8$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۲۱)

۴

۳

۲

۱

طبق اطلاعات صورت سؤال داریم:

$$f'(x)g(x) - g'(x)f(x) = x^2$$

چون صحبت از مشتق در  $x = 2$  است به جای  $x$ ، ۲ را قرار می‌دهیم:

$$f'(2)g(2) - g'(2)f(2) = 2^2 = 4$$

حال سراغ مطلوب تست می‌رویم:

$$\left(\frac{g}{f}\right)'(2) = \frac{g'(2)f(2) - f'(2)g(2)}{(f(2))^2} = \frac{-4}{(2\sqrt{2})^2} = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۳۸)

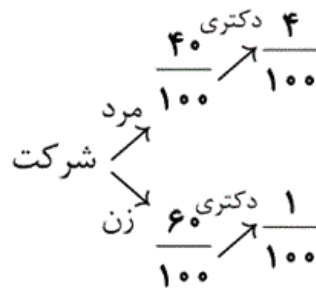
۴

۳

۲

۱

A را پیشامد داشتن مدرک دکتری و B را پیشامد مرد بودن فرد انتخاب شده در نظر می‌گیریم:



$$P(A) = \frac{40}{100} \times \frac{4}{100} + \frac{60}{100} \times \frac{6}{100}$$

$$= 0/016 + 0/006 = 0/022$$

حال احتمال آن که فرد انتخاب شده مدرک دکتری داشته و مرد باشد را حساب می‌کنیم:

$$P(A \cap B) = \frac{40}{100} \times \frac{4}{100} = 0/016$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0/016}{0/022} = \frac{8}{11}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹)

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸ تا ۱۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

برای این که معادله  $mx^2 + 4x + m - 2 = 0$  دارای دو ریشه متمایز مثبت باشد، باید جمع و ضرب ریشه‌ها و همچنین دلتای آن مثبت باشند.

$$S > 0 \Rightarrow \frac{-4}{m} > 0 \Rightarrow m < 0 \quad \text{(I)}$$

$$P > 0 \Rightarrow \frac{m-2}{m} > 0 \Rightarrow m < 0 \text{ یا } m > 2 \quad \text{(II)}$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow 16 - 4m(m-2) > 0 \Rightarrow 4 - m(m-2) > 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 2m - 4 < 0 \Rightarrow 1 - \sqrt{5} < m < 1 + \sqrt{5} \quad \text{(III)}$$

اشتراک سه شرط داده شده برابر است با بازه  $(1 - \sqrt{5}, 0)$  که فقط عدد صحیح ۱- در آن قرار دارد.

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

در تابع fog داریم:

$$(fog)(x) = f(g(x)) = f(x^3 - x) = x^6 - 2x^4 + x^2 + 1$$

$$\frac{x^3 - x = t}{x^6 - 2x^4 + x^2 = t^2} \rightarrow f(t) = t^2 + 1$$

برای به دست آوردن  $f(3)$  داریم:

$$f(3) = 3^2 + 1 = 10$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۶)

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



$$f(x) = \begin{cases} -(2x-8) + (x+3) = -x+11 & , x < -3 \\ -(2x-8) - (x+3) = -3x+5 & , -3 \leq x \leq 4 \\ (2x-8) - (x+3) = x-11 & , x > 4 \end{cases}$$

بنابراین تابع در بازه  $x > 4$  صعودی است (خط با شیب مثبت)

$$y = x - 11 \Rightarrow x = y + 11 \xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ را عوض می‌کنیم}} y = x + 11$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = x + 11$$

برد تابع  $f$  در این بازه، همان دامنه  $f^{-1}$  می‌باشد. برای تعیین دامنه  $f^{-1}$ ،

برد  $f$  را در این بازه تعیین می‌کنیم:

$$y = x - 11 \xrightarrow{x > 4} x - 11 > 4 - 11 \Rightarrow x - 11 > -7$$

$$\Rightarrow f(x) > -7$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1(q-1) = 3 & (*) \\ a_1q(q-1) = 6 & (*) \end{cases} \rightarrow 3q = 6 \Rightarrow q = 2 \xrightarrow{(*)} a_1 = 3$$

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \Rightarrow S_8 = \frac{3(1-2^8)}{1-2} = 765$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۵)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 3x \Rightarrow \sin^2 x = \sin^2 3x \Rightarrow 3x = k\pi \pm x$$

$$\Rightarrow x = k\frac{\pi}{4}, x = k\frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = k\frac{\pi}{4} \xrightarrow{x \in [0, \pi]} x = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(آرش رفیعی)

مختصات نقطه تماس، در معادله خط مماس صدق می‌کند، پس:

$$y = 3x + 10 \xrightarrow{x=-1} y = 3(-1) + 10 = 7 \Rightarrow \text{نقطه تماس: } A(-1, 7)$$

مختصات نقطه تماس در معادله منحنی نیز صدق می‌کند، پس:

$$7 = -a - b + 2 \Rightarrow a + b = -5 \quad (1)$$

شیب خط مماس، برابر با مشتق تابع به ازای طول نقطه تماس است، پس:

$$\begin{cases} y' = 3ax^2 + b \xrightarrow{x=-1} m_1 = 3a + b \\ y = 3x + 10 \Rightarrow m_2 = 3 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{m_1 = m_2} 3a + b = 3 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} 3a + b = 3 \\ a + b = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -9 \end{cases}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۶۵ تا ۷۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(3) - f(x)}{x - 3} = - \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = -f'(3) = 4$$

$$\Rightarrow f'(3) = -4$$

$$g'(x) = \left(\frac{3}{x}\right)' f'\left(\frac{3}{x}\right) = -\frac{3}{x^2} f'\left(\frac{3}{x}\right)$$

$$\Rightarrow g'(1) = \frac{-3}{(1)^2} f'\left(\frac{3}{1}\right) = (-3) \times (-4) = 12$$

$$\Rightarrow g'(1) = 12$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۴۰)

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۷۱ تا ۷۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\text{Ln}(2y + e^x) + yx^2 = 2x \xrightarrow{y=0} \text{Ln}(e^x) = 2x \Rightarrow x = 2x \Rightarrow x = 0$$

$$F(x, y) = \text{Ln}(2y + e^x) + yx^2 - 2x = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-F'_x}{F'_y} = \frac{-\left(\frac{e^x}{2y + e^x} + 2xy - 2\right)}{\frac{2}{2y + e^x} + x^2}$$

$$\Rightarrow \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=y=0} = \frac{-(1+0-2)}{2+0} = \frac{1}{2}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۷۵ تا ۸۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$y = \frac{1}{14} x^{\frac{14}{3}} - \frac{1}{2} x^{\frac{2}{3}}$$

$$y' = \frac{1}{3} x^{\frac{11}{3}} - \frac{1}{3} x^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow y' = \frac{1}{3} x^{-\frac{1}{3}} (x^4 - 1)$$

$$\Rightarrow y' = \frac{1}{3} \left( \frac{x^4 - 1}{\sqrt[3]{x}} \right)$$

$$\text{صورت} = 0 \Rightarrow x^4 - 1 = 0 \Rightarrow (x^2 - 1)(x^2 + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \\ | x^2 + 1 = 0 \Rightarrow \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

$$\text{مخرج} = 0 \Rightarrow \sqrt[3]{x} = 0 \Rightarrow x = 0$$

در  $x = \pm 1$  مشتق صفر است و در  $x = 0$  مشتق وجود ندارد. پس مجموعه

طول نقاط بحرانی تابع عبارتند از:  $\{-1, 0, 1\}$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$F(3,1), F'(-5,1) \xrightarrow{y_F=y_{F'}} 2c = |x_F - x_{F'}| \Rightarrow 2c = 8 \Rightarrow c = 4$$

$$e = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{4}{a} \Rightarrow a = 5 \Rightarrow b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{25 - 16} = 3$$

چون مرکز بیضی، وسط پاره خط  $FF'$  است، پس:

$$\omega\left(\frac{x_F + x_{F'}}{2}, \frac{y_F + y_{F'}}{2}\right) = \omega(\alpha, \beta) \Rightarrow \omega(-1, 1)$$

چون  $y_F = y_{F'}$ ، پس بیضی افقی است، بنابراین:

$$\text{معادله بیضی: } \frac{(x-\alpha)^2}{a^2} + \frac{(y-\beta)^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{(x+1)^2}{25} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1$$

$$\xrightarrow{x=-1} 0 + \frac{(y-1)^2}{9} = 1 \Rightarrow (y-1)^2 = 9 \Rightarrow y-1 = \pm 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 4 \\ y = -2 \end{cases}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۳۹)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

$$\begin{cases} x = e^t - e^{-t} \Rightarrow x^2 = e^{2t} + e^{-2t} - 2 \\ y = e^t + e^{-t} \Rightarrow y^2 = e^{2t} + e^{-2t} + 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y^2 - x^2 = 4 \Rightarrow \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{4} = 1$$

پس با تغییر پارامتر  $t$ ، نقطه‌ی  $A$  روی یک هذلولی قرار می‌گیرد که در آن:

$$a^2 = b^2 = 4 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \text{فاصله بین کانون‌ها} = 2c = 4\sqrt{2}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۸)

۴

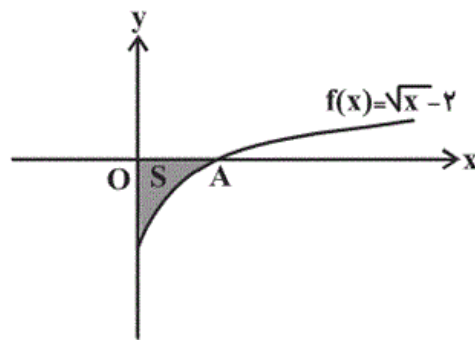
۳

۲

۱ ✓

با توجه به شکل، باید ابتدا طول نقطه A را بیابیم، چون نقطه‌ی A روی

محور Xها واقع است، پس:



$$f(x_A) = 0 \Rightarrow \sqrt{x_A} - 2 = 0 \Rightarrow \sqrt{x_A} = 2 \Rightarrow x_A = 4$$

چون ناحیه موردنظر، زیر محور Xها واقع است، پس مساحت آن برابر است

با:

$$S = -\int_0^4 f(x) dx = -\int_0^4 (x^{\frac{1}{2}} - 2) dx$$

$$= -\left[ \frac{1}{1+\frac{1}{2}} x^{1+\frac{1}{2}} - 2x \right]_0^4 = \left[ -\frac{2}{3} x\sqrt{x} + 2x \right]_0^4 = \left( -\frac{16}{3} + 8 \right) - 0 = \frac{8}{3}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



$$\int \frac{(x\sqrt{x} + 1)^2 - x^3}{x^2} dx = \int \frac{(x^3 + 2x\sqrt{x} + 1) - x^3}{x^2} dx$$

$$= \int \frac{2x\sqrt{x} + 1}{x^2} dx = \int \left( \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2} \right) dx$$

$$= 4\sqrt{x} - \frac{1}{x} + c = \frac{4x\sqrt{x} - 1}{x} + c \Rightarrow f(x) = 4x\sqrt{x} - 1$$

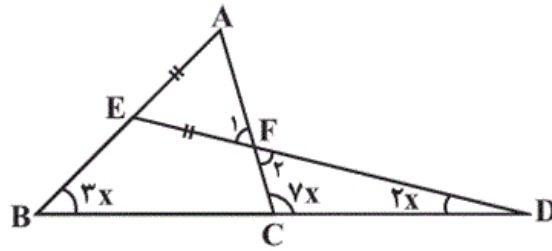
(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۵ تا ۱۷۳)

۴

۳ ✓

۲

۱



$\Delta$   $\widehat{ACD}$  زاویه خارجی  $\Delta ABC$ :

$$7x = \widehat{A} + 3x \Rightarrow \widehat{A} = 4x$$

مثلث  $AEF$  متساوی الساقین است:

$$\widehat{F}_1 = \widehat{A} = 4x \Rightarrow \widehat{F}_1 = \widehat{F}_2 = 4x \text{ متقابل به رأس}$$

در مثلث  $\Delta CFD$ :

$$2x + 7x + 4x = \pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{13}$$

$$\widehat{AEF} = 3x + 2x = 5x = \frac{5\pi}{13} \quad \Delta \widehat{BED} \text{ زاویه خارجی}$$

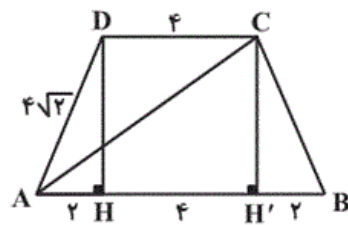
(هندسه ۱، صفحه‌های ۱ تا ۲۷)

۴

۳ ✓

۲

۱



مطابق شکل، از رأس‌های  $C$  و  $D$ ، به ترتیب

عمودهای  $CH'$  و  $DH$  را بر ضلع  $AB$  وارد

می‌کنیم، داریم:  $HH' = CD = 4$

از همنهشت بودن دو مثلث  $ADH$  و  $BCH'$  نتیجه می‌شود

که  $AH = BH' = \frac{8-4}{2} = 2$  بنابراین، پس:

$$\Delta ADH \xrightarrow{\hat{H}=90^\circ} DH^2 = AD^2 - AH^2 = 28$$

$$\Rightarrow DH = CH' = 2\sqrt{7}$$

$$\Delta ACH' \xrightarrow{H'=90^\circ} AC^2 = AH'^2 + CH'^2$$

$$= (2+4)^2 + (2\sqrt{7})^2 = 64 \Rightarrow AC = 8$$

(هندسه ۱، صفحه‌های ۳۷ تا ۶۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\Delta BCD: \frac{OE}{CD} = \frac{BE}{BC} \Rightarrow \frac{OE}{4m} = \frac{n}{3n} \Rightarrow OE = \frac{4}{3}m$$

$$\Delta BDA: \frac{OF}{AB} = \frac{DF}{AD} \Rightarrow \frac{OF}{4m} = \frac{2n}{3n} \Rightarrow OF = 2m$$

در نهایت:

$$\frac{S_{\Delta OBE}}{S_{\Delta OFD}} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{4}{3}m \times h}{\frac{1}{2} \times 2m \times 2h} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{S_{\Delta OBE}}{S_{\Delta OFD}} = \frac{\frac{1}{2} \times EH \times OB}{\frac{1}{2} \times FH' \times OD}$$

$$= \frac{n \times EH}{2n \times FH'} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{EH}{FH'} = \frac{2}{3}$$

(هنرسه ۱، صفحه‌های ۶۸ تا ۱۰۶)

۴

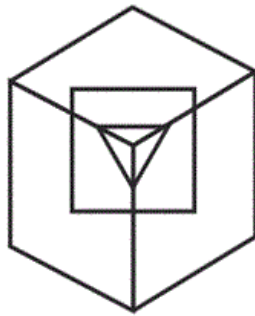
۳ ✓

۲

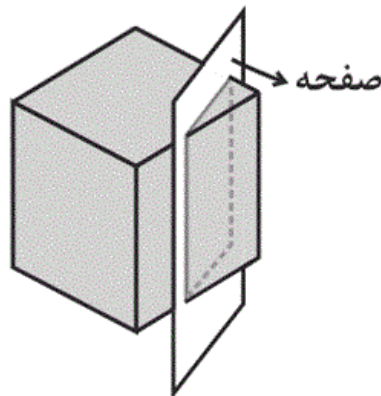
۱

قطر هر سطح جانبی مکعب  $10\sqrt{2}$  می باشد.

اگر به صورت زیر صفحه مورد نظر مکعب را قطع کند، سطح مقطع مثلی خواهد بود که می تواند متساوی الاضلاع با ضلع حداکثر  $10\sqrt{2}$  باشد و یا اینکه مثلث متساوی الساقینی با قاعده حداکثر  $10\sqrt{2}$  پدید آید؛ با این توضیح که اگر قاعده  $10\sqrt{2}$  باشد، طول ساقها عددی بین  $10$  و  $10\sqrt{2}$  خواهد بود.



اگر صفحه عمود بر یکی از صفحات مکعب آن را قطع کند، سطح مقطع آن مستطیلی خواهد بود که یک ضلع آن  $10$  و ضلع دیگر کوچکتر مساوی  $10\sqrt{2}$  خواهد بود و مستطیل با ترکیب گزینه «۴» تشکیل نخواهد شد.



(هندسه ۱، صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۱۶ و ۱۲۵)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱