



[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir)

ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>



کانون  
فرهنگی

آموزش

قلمچی

دانلود از سایت (ریاضی سارا)  
[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

### ریاضی و آمار ۱ - ۱۰ سوال

۱۰۱- مقدار عددی عبارت  $(\frac{b}{2} + 2a)(\frac{1}{4}b^2 - ab + 4a^2)$  به ازای  $a = \frac{1}{4}$  و  $b = -2$  کدام است؟

$\frac{1}{4}$  (۴)

$\frac{6}{11}$  (۳)

$-\frac{2}{3}$  (۲)

$-\frac{7}{8}$  (۱)

۱۰۲- حاصل عبارت تعریف شده  $(\frac{-1}{x+1} + \frac{2}{1-x})(1 - \frac{1}{x})$  کدام است؟

$-4x$  (۴)

$-\frac{1}{x}$  (۳)

$\frac{1}{2x}$  (۲)

$x+1$  (۱)

۱۰۳- اگر  $x$  تعداد کالا و  $C(x) = 2000 + 40x$  تابع هزینه بر حسب تومان باشد و هر کالا با قیمت ۸۰ تومان به فروش برسد، این شرکت حداقل

چند کالا باید تولید کند تا سوددهی شروع شود؟

۵۱ (۴)

۶۵ (۳)

۶۱ (۲)

۶۰ (۱)

۱۰۴- اختلاف جوابهای معادله  $25 = 20 - (x - 2)^2$  کدام است؟

۴) صفر

۱ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

$$\frac{f(-2) + g(1)}{-2 - f(0)}$$

کدام است؟

-۱ ) ۴

۲ ) ۳

۳ ) ۲

-۳ ) ۱

۱۰۶- چه تعداد از متغیرهای زیر، کمی و با مقیاس نسبتی هستند؟

الف) تعداد افراد غایب در کلاس

ب) گروه خونی افراد

پ) درجه حرارت شهرها

ت) رتبه افراد در کنکور

ث) طول عمر یک باتری

۱ ) ۴

۲ ) ۳

۳ ) ۲

۴ ) ۱

۱۰۷- میانگین داده‌های  $x^4 - 3x^3 - 3,5x^2 + 1,2x + 1$  برابر ۱۰ می‌باشد. واریانس داده‌های  $x+7$  و  $2x-1$  و  $2x-2x-3x+4$  کدام است؟

۱ ) ۴

$\frac{2}{3}$  ) ۳

۲ ) ۲

۳ ) ۱

۱۰۸- اگر انحراف معیار داده‌های  $a+1, b+2, c+1$  برابر صفر باشد، نسبت انحراف معیار به میانه داده‌های  $a, b, c$  کدام است؟

$\frac{1}{3}$  ) ۴

$\frac{\sqrt{3}}{3}$  ) ۳

۱ ) ۲

$\frac{\sqrt{6}}{9}$  ) ۱

۱۰۹- در نمودار جعبه‌ای مربوط به داده‌های  $4, 5, 6, 9, 12, 17, 20, 2, 8, 3, 1, 20, 17, 12, 6, 5, 8, 3, 1$  داده‌های داخل جعبه را یک دسته در نظر می‌گیریم. زاویه مرکزی

مرربوط به این دسته در نمودار دایره‌ای متناظر همه داده‌ها تقریباً چند درجه است؟

$179^\circ$  ) ۴

$150^\circ$  ) ۳

$165^\circ / 6^\circ$  ) ۲

$163^\circ / 6^\circ$  ) ۱

۱۱۰- نمرات چهار درس یک دانشآموز به صورت زیر است. اگر بیشترین نمره در هر چهار درس برابر ۲۰ باشد در نمودار راداری نمرات این دانشآموز

مجموع عددهایی که روی شعاع‌های نمودار راداری نمایش می‌دهیم، کدام است؟ (در نمودار راداری هر شعاع به ۱۰۰ واحد تقسیم شده است.)

۳۵۰ (۱)	۳۶۰ (۲)
۳۷۵ (۴)	
	۳۷۰ (۳)

### ریاضی و آمار ۳ - ۱۰ سوال -

۸۱- مقدار تابع  $y = \sqrt{2}^x$  با افزایش مقدار  $x$ , ... و مقدار تابع  $y = \frac{1}{\sqrt{2}}^x$  با افزایش مقدار  $x$ , ... می‌باید.

۴) کاهش - افزایش

۳) کاهش - کاهش

۲) افزایش - کاهش

۱) افزایش - افزایش

۸۲- در تابع نمایی  $f(x) = a^x$ ,  $f(b) = \frac{b}{4}$  باشد، مقدار  $f(-2)$  کدام است؟

۴) ۴

$\frac{1}{2}$  (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۸۳- اگر قیمت اولیه کالایی ۱۶ هزار تومان باشد و قیمت این کالا پس از دو سال برابر با ۲۵ هزار تومان گردد، نرخ تورم سالانه چند درصد است؟

(نرخ تورم سالانه ثابت است.)

%۳۰ (۴)

%۲۵ (۳)

%۲۰ (۲)

%۱۵ (۱)

-۸۴ اگر  $f(x) = 2^x$  باشد، حاصل کدام است؟

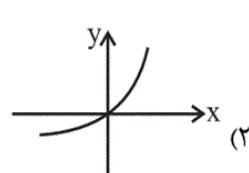
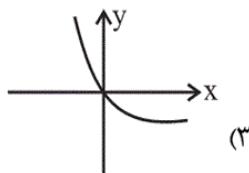
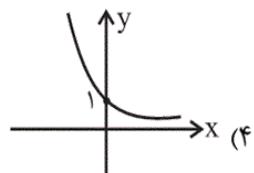
۱) ۴

۶) ۳

۳۲) ۲

۶۴) ۱

-۸۵ نمودار تابع  $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x}$  کدام است؟



-۸۶ برد تابع  $f(x) = \begin{cases} 4^x & , x \geq 0 \\ \left(\frac{1}{3}\right)^x & , x < 0 \end{cases}$  کدام است؟

$\{y | y \in \mathbb{R}\}$  ۴

$\{y | y \geq 0\}$  ۳

$\{y | y \geq 1\}$  ۲

$\{y | 0 < y \leq 1\}$  ۱

-۸۷ نقطه برخورد نمودار تابع نمایی  $y = \left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1}$  با محور عرض‌ها کدام است؟

(۰, -۴) ۴

(۰, ۴) ۳

(۰,  $\frac{1}{4}$ ) ۲

(۰,  $-\frac{1}{4}$ ) ۱

-۸۸ اگر  $f(x) = 3^x$  و  $g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$  باشند، حاصل  $(f+g)(2)$  کدام است؟

۹/۲۵ ۴

۸/۲۵ ۳

۸/۵ ۲

۶/۵ ۱

۸۹- جمعیت یک روستا در حال حاضر ۱۰۰۰ نفر است. اگر جمعیت این روستا با نرخ ثابت ۲۰ درصد در سال و به طور نمایی در حال کاهش

باشد، مقدار جمعیت این روستا پس از گذشت ۸ سال تقریباً چند نفر خواهد شد؟  $(\approx 0.16^{16})$

۳۲۰ (۴)

۸۴۰ (۳)

۱۶۰ (۲)

۱۶ (۱)

۹۰- جمعیت شهری یک میلیون نفر است. اگر رشد جمعیت به صورت نمایی و نرخ ثابت ۱۰ درصد در سال باشد، جمعیت این شهر پس از ۳ سال

حدوداً چند نفر خواهد بود؟

۱۳۱۰۰۰۰ (۴)

۱۳۳۱۰۰۰ (۳)

۱۳۳۰۰۰۰ (۲)

۱۳۰۰۰۰۰ (۱)

## ریاضی و آمار ۲ - ۱۰ سوال

۱۱۱- همارز گزاره  $(q \vee \sim p) \sim \sim (p \vee q)$  کدام گزینه است؟

$p \wedge q$  (۴)

$p \vee q$  (۳)

$\sim p \vee \sim q$  (۲)

$\sim p \wedge \sim q$  (۱)

۱۱۲- عکس نقیض گزاره «اگر  $\sqrt{3}$  گنگ باشد، آن‌گاه ۳ فرد نیست.» کدام است؟

$(\sqrt{3} \text{ گنگ است}) \Rightarrow (\text{اگر } 3 \text{ زوج باشد})$  (۲)

$(\sqrt{3} \text{ گنگ است}) \Rightarrow (\text{اگر } 3 \text{ فرد باشد})$  (۱)

$(\sqrt{3} \text{ فرد است}) \Rightarrow (\text{اگر } \sqrt{3} \text{ گنگ نباشد})$  (۴)

$(\sqrt{3} \text{ گویا است}) \Rightarrow (\text{اگر } 3 \text{ فرد باشد})$  (۳)

۱۱۳- از نامساوی  $a > b$  به شرط ... نتیجه گرفتهایم که  $a^2 > b^2$  و این نتیجه‌گیری همواره درست است.

(۱)  $a > 0$  و  $b > 0$  باشند،  
(۲)  $a < 0$  و  $b < 0$  باشند،

(۳)  $a < 1$  و  $b < -1$  باشند، هم علامت باشند.

۱۱۴- اگر تابع  $f = \frac{ab}{c+3}$  یک تابع همانی باشد، حاصل کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۱۵- نمودار تابع  $f(x) = |x - 3|$  و تابع همانی در چه نقاطی یکدیگر را قطع می‌کنند؟

(۲,۲) (۴)

$(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$  (۳)

$(\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$  (۲)

(۱,۱) (۱)

۱۱۶- اگر  $g(x) = \begin{cases} 2 & , -4 \leq x \leq -3 \\ 3x - 2 & , -3 < x \leq 2 \end{cases}$  و  $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & , -3 \leq x < 0 \\ -3 & , 0 \leq x \leq 3 \end{cases}$  باشند، حاصل  $(f - 3g)(-3) + (f - 3g)(2)$  کدام است؟

۱۸ (۴)

۴ (۳)

-۲۶ (۲)

-۴ (۱)

$$y = \begin{cases} x+1 & , \quad x > 0 \\ 0 & , \quad x = 0 \\ -x+1 & , \quad x < 0 \end{cases} \quad (۲)$$

$$y = \begin{cases} x & , \quad x > 0 \\ 1 & , \quad x = 0 \\ -x+2 & , \quad x < 0 \end{cases} \quad (۱)$$

$$y = \begin{cases} x+2 & , \quad x > 0 \\ -1 & , \quad x = 0 \\ -x & , \quad x < 0 \end{cases} \quad (۴)$$

$$y = \begin{cases} x & , \quad x > 0 \\ 1 & , \quad x = 0 \\ -x-1 & , \quad x < 0 \end{cases} \quad (۳)$$

۱۱۸- در یک جامعه آماری شامل ۵ نفر درآمد افراد به صورت ۵/۵, ۳/۵, ۴/۵, ۹, ۵, ۴ میلیون تومان است. خط فقر آن‌ها به روش میانگین چند

میلیون تومان است؟

۳/۲ (۴)

۳/۵ (۳)

۳/۷ (۲)

۴/۶ (۱)

۱۱۹- اگر سبد هزینه خانواده‌ای از دو کالای مرغ و برنج تشکیل شده باشد و قیمت این دو کالا در سال پایه به ترتیب ۳۰۰۰ و ۴۰۰۰ و در سال

۱۳۸۷ برابر با ۵۰۰۰ و ۶۵۰۰ باشد، با فرض این‌که مقدار مصرف مرغ و برنج در سال به ترتیب ۶۰ و ۸۰ کیلوگرم باشد، شاخص بهای مرغ و

برنج در سال ۱۳۸۷ چقدر است؟

۱۵۶ (۴)

۱۶۴ (۳)

۱۳۸ (۲)

۱۲۵ (۱)

۱۲۰- جدول زیر فروش یک شرکت تولیدی را نشان می‌دهد. تخمین مقدار فروش در سال ششم به کمک برونویابی خطی چقدر است؟

سال (x)	مقدار فروش (y)
۱	۲
۲	۴
۳	۶
۴	۸
۵	۱۰
۶	۱۲
۷	۱۴
۸	۱۶
۹	۱۸
۱۰	۲۰
۱۱	۲۲

۲۸ (۲)

۳۲ (۱)

۲۵ (۴)

۲۷ (۳)

$$y = \left(\frac{1}{x}\right)^2 \quad (1)$$

$$y = (-2)^x \quad (2)$$

$$y = 1^x \quad (3)$$

$$y = (\sqrt{2})^x \quad (4)$$

۹۲- در تابع نمایی  $f(x) = a^x$ ، اگر  $f(-2) = \frac{9}{16}$  باشد، حاصل  $f(1) + f(-1)$  کدام است؟

$$\frac{12}{25} \quad (1)$$

$$\frac{12}{7} \quad (2)$$

$$\frac{25}{12} \quad (3)$$

$$\frac{7}{12} \quad (4)$$

۹۳- اگر جدول زیر مربوط به ضابطه یک تابع نمایی باشد، در این صورت حاصل  $a + b + c$  کدام است؟

x	-1	0	2	b	-2
y	a	1	$\frac{9}{4}$	$\frac{27}{8}$	c

$$\frac{37}{9} \quad (1)$$

$$13/5 \quad (2)$$

$$7 \quad (3)$$

$$\frac{47}{18} \quad (4)$$

۹۴- مختصات کدام نقطه در ضابطه تابع  $f(x) = (0/0)^x$  صدق نمی‌کند؟

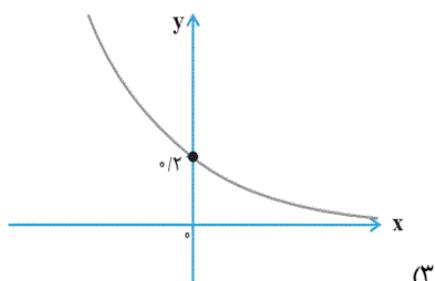
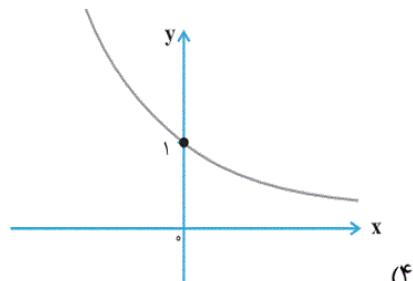
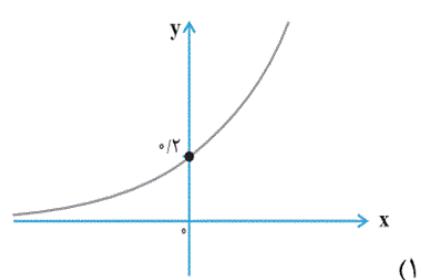
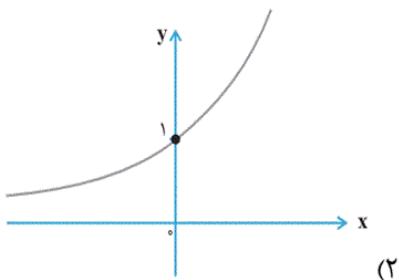
$$\left(\frac{3}{2}, 25\right) \quad (1)$$

$$\left(-\frac{1}{2}, 5\right) \quad (2)$$

$$(-1, 25) \quad (3)$$

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{5}\right) \quad (4)$$

۹۵- نمودار تابع  $f(x) = (0/2)^x$  شبیه کدام گزینه است؟



۹۶- در مورد نمودار توابع  $y = 2^x$  و  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  کدام گزینه نادرست است؟

(۱) در نقطه (۰,۰) متقطع‌اند.

(۲) دو نمودار نسبت به محور  $y$  ها قرینه‌اند.

(۳) برد هر دو تابع  $y > 0$  است.

(۴) دو نمودار محور  $y$  ها را در دو نقطه متفاوت قطع می‌کنند.

$$f(x) = \begin{cases} \left(\frac{3}{4}\right)^x & , x > -1 \\ 2^x & , x \leq -1 \end{cases}$$

۹۷- برد تابع  $f(x)$  کدام است؟

$$0 < y < \frac{3}{4}$$

$$0 < y < \frac{4}{3}$$

$$0 < y < 2$$

$$0 < y < \frac{1}{2}$$

۹۸- مبلغ اولیه ۵۰۰۰۰ تومان جهت سرمایه‌گذاری با نرخ سود سالیانه ثابت در نظر گرفته شده است و اصل و سود این سرمایه‌گذاری پس از دو

سال برابر ۷۲۰۰۰ تومان شده است. نرخ سود سالیانه چند درصد بوده است؟

(۱) ۱۲

(۲) ۲۰

(۳) ۱۱

(۴) ۲۲

۹۹- اگر سرمایه اولیه یک شرکت ۲۰۰ میلیون تومان و سود سالیانه آن ۲۰ درصد و سرمایه‌گذاری اولیه شرکت در طول سال، یکسان باشد،

سرمایه شرکت پس از طی دو سال چند میلیون تومان است؟

(۱) ۳۳۲/۶

(۲) ۲۴۵/۶

(۳) ۲۸۸

(۴) ۲۵۰

-۱۰۰- اگر تعداد درختان کره زمین به طور سالانه با آهنگ ۳ درصد کاهش یابند، پس از ۲۰ سال تعداد درختان کره زمین تقریباً چند برابر

$$(\cdot / 97)^{10} \approx \cdot / 7$$

$$\frac{2}{10} (4)$$

$$\frac{1}{2} (3)$$

$$\frac{7}{10} (2)$$

$$\frac{8}{10} (1)$$

(همیدر، فنا سپوری)

با استفاده از اتحاد مجموع مکعب دو جمله‌ای زیر داریم:

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}b + 2a\right)\left(\frac{1}{4}b^2 - ab + 4a^2\right) = \left(\frac{1}{2}b\right)^3 + (2a)^3$$

$$= \frac{1}{8}b^3 + 8a^3 \xrightarrow{b=-2, a=\frac{1}{4}} \frac{1}{8}(-2)^3 + 8\left(\frac{1}{4}\right)^3$$

$$= -1 + \frac{1}{8} = -\frac{7}{8}$$

(ریاضی و آمار (۱)، عبارت‌های بیبری، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

(همیدر، فنا سپوری)

$$\left(\frac{-1}{x+1} + \frac{2}{(1-x)(1+x)}\right)\left(\frac{x-1}{x}\right)$$

$$= \frac{x-1+2}{(1-x)(1+x)} \times \frac{x-1}{x} = \frac{x+1}{(1-x)(1+x)} \times \frac{-(1-x)}{x} = -\frac{1}{x}$$

(ریاضی و آمار (۱)، عبارت‌های بیبری، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(محمد بهیرابی)

هزینه - درآمد = سود

$$p(x) = 80x - 2000 - 40x = 40x - 2000$$

$$p(x) > 0 \Rightarrow 40x > 2000 \Rightarrow x > 50$$

پس حداقل ۵۰ کالا باید تولید شود تا سوددهی آغاز شود.

(ریاضی و آمار (۱)، تابع، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

(امیر زراندوز)

$$100(x-3)^2 = 25 \Rightarrow (x-3)^2 = \frac{25}{100}$$

$$\Rightarrow (x-3)^2 = \frac{1}{4} \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} x-3 = \pm \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-3 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2} \\ x-3 = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{7}{2} - \frac{5}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

(ریاضی و آمار (ا)، معادله درجه دوم، صفحه‌های ۳۵ تا ۴۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(همیدرضا سبودی)

$$f(-2) = \frac{|-2-3|}{(-2)^2 + 1} = \frac{|-5|}{4+1} = \frac{5}{5} = 1$$

$$f(0) = \frac{|0-3|}{0+1} = \frac{3}{1} = 3$$

$$g(1) = \sqrt{1+3} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{1+2}{2-3} = \frac{3}{-1} = -3$$

(ریاضی و آمار (ا)، تابع، صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(امیر زراندوز)

مورد «ب» متغیر کیفی با مقیاس اسمی است.

مورد «پ» متغیر کمی با مقیاس فاصله‌ای است.

مورد «ت» متغیر کیفی با مقیاس ترتیبی است.

موارد «الف» و «ث» متغیر کمی با مقیاس نسبتی هستند.

(ریاضی و آمار (ا)، کار با داده‌های آماری، صفحه‌های ۹۴ و ۹۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(کورش داده‌ی)

$$\bar{x} = \frac{4x+1+2x-3+5-3x}{3} = 10$$

$$\Rightarrow \frac{3x+3}{3} = 10 \Rightarrow 3x+3 = 30$$

$$\Rightarrow 3x = 30 - 3 = 27 \Rightarrow x = \frac{27}{3} = 9$$

$$\Rightarrow 16, 18, 17 \text{ داده‌های جدید} \Rightarrow \bar{x}' = \frac{16+17+18}{3} = 17$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{(16-17)^2 + (17-17)^2 + (18-17)^2}{3} = \frac{1+0+1}{3} = \frac{2}{3}$$

(ریاضی و آمار (ا)، کار با داده‌های آماری، صفحه‌های ۹۹ تا ۱۱۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(محمد بهیرایی)

اگر انحراف معیار یک سری داده آماری برابر صفر باشد داده‌ها با هم برابرند.  
بنابراین:

$$2a+1=5 \Rightarrow a=2$$

$$b+2=5 \Rightarrow b=3$$

$$c+1=5 \Rightarrow c=4$$

برای محاسبه واریانس داده‌های ۲, ۳, ۴ داریم:

$$\bar{x} = \frac{2+3+4}{3} = 3$$

$$\sigma^2 = \frac{(2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2}{3} = \frac{1+0+1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{2}{3}} \text{ میانه و} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{9}$$

(ریاضی و آمار (ا)، کار با داده‌های آماری، صفحه‌های ۹۹ تا ۱۱۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(امیر زر اندرز)

$$\frac{\text{داده هار امرتب می کنیم و}}{\text{چارک هار ابه دست می آوریم}} \rightarrow 1,2, 3, 4,5, 6, 8,9, 12, 17,20 \\ Q_1=3 \quad Q_2=6 \quad Q_3=12$$

داده های بین  $Q_1$  و  $Q_3$  داخل جعبه قرار دارند که عبارتند از: ۴,۵,۶,۸,۹

حالا زاویه مرکزی این دسته را در نمودار دایره ای به دست می آوریم:

$$\alpha = \frac{f}{N} \times 360^\circ = \frac{5}{11} \times 360^\circ = 163.6^\circ$$

(ریاضی و آمار (ا)، نمایش داده ها، صفحه های ۱۲۱ تا ۱۲۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(محمد بهیر ایی)

برای به دست آوردن عدد متناظر هر متغیر روی شعاع نمودار را داری داریم:

$$\frac{15}{20} \times 100 = 75 \quad \text{: ریاضی}$$

$$\frac{17}{20} \times 100 = 85 \quad \text{: عربی}$$

$$\frac{20}{20} \times 100 = 100 \quad \text{: ادبیات}$$

$$\frac{18}{20} \times 100 = 90 \quad \text{: معارف}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع خواسته شده} = 75 + 85 + 100 + 90 = 350$$

(ریاضی و آمار (ا)، نمایش داده ها، صفحه های ۱۲۱ تا ۱۲۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(محمد بصیر ای)

مقدار تابع نمایی  $f(x) = a^x$  به ازای  $a > 1$  افزایشی و به ازای  $0 < a < 1$  کاهشی است.

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرخطی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(محمد بصیر ای)

$$\begin{aligned}f(0) &= \frac{b}{2} \Rightarrow a^0 = 1 \Rightarrow 1 = \frac{b}{2} \Rightarrow b = 2 \\f(b) &= \frac{1}{4} \Rightarrow a^b = \frac{1}{4} \xrightarrow[b=2]{a>0} a = \frac{1}{2} \\&\Rightarrow f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \Rightarrow f(-2) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4\end{aligned}$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرخطی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(همید رضا سجوی)

$$\begin{aligned}f(t) &= c(1+r)^t \Rightarrow 25000 = 16000(1+r)^5 \\(1+r)^5 &= \frac{25000}{16000} = \frac{25}{16} \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} 1+r = \frac{5}{4} \Rightarrow r = \frac{1}{4} \\r &= \frac{1}{4} \times 100 = \frac{1}{4} \times 100 = 25\%\end{aligned}$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرخطی، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(اسماعیل زارع)

$$\begin{cases} f(x+3) = 2^{x+3} \\ f(x-3) = 2^{x-3} \end{cases} \Rightarrow \frac{f(x+3)}{f(x-3)} = \frac{2^{x+3}}{2^{x-3}} = 2^{x+3-x+3} = 2^6 = 64$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرخطی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

-۸۵

(اسماعیل زارع)

$$y = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x} = 5^x$$

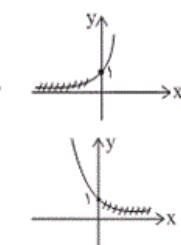
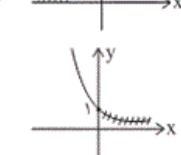
در رسم تابع  $y = a^x$  وقتی که  $a > 1$  باشد تابع رشد افزایشی دارد و از

نقطه (۱،۰) عبور می‌کند در نتیجه نمودار آن گزینه «۱» می‌باشد.

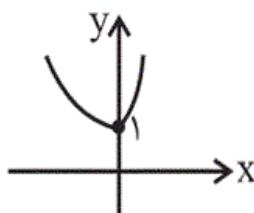
(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرخطی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

برای یافتن برد هر تابع بهتر است نمودار آن را رسم کنیم و سپس محدوده تغییرات عرض نقاط نمودار را مشخص کنیم.  
ابتدا هر ضابطه را برای  $x \in \mathbb{R}$  رسم می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} 4^x & x \geq 0 \\ (\frac{1}{4})^x & x < 0 \end{cases} \quad \xrightarrow{x \in \mathbb{R}}$$



حال نمودار تابع  $f(x)$  را با توجه به شرط هر ضابطه رسم می‌کنیم:



پس برد تابع برابر است با  $\{y | y \geq 1\}$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرخطی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳)

۴

۳

۲

۱

برای تعیین نقطه تلاقی منحنی با محور عرض‌ها، کافی است در ضابطه تابع به جای  $x$ ، عدد صفر را قرار دهیم:

$$y = (\frac{1}{4})^{2x-1} \xrightarrow{x=0} y = (\frac{1}{4})^{0-1} = (\frac{1}{4})^{-1} = 4^1 = 4$$

پس نقطه برخورد (تلاقی) تابع با محور عرض‌ها نقطه  $(0, 4)$  می‌باشد.

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرخطی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳)

۴

۳

۲

۱

(محمد رضا سبودی)

$$(f+g)(2) = f(2) + g(2) = 3^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 9 + \frac{1}{4} = 9/25$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرخطی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(امیر زراندوز)

$$f(t) = c(1-r)^t \xrightarrow[t=1]{c=1000, r=\frac{20}{100}=0.2} f(1) = 1000 \left(1 - \frac{1}{5}\right)^1 = 1000 \left(\frac{4}{5}\right)^1$$

$$= 1000 \times (0.8)^1 \approx 1000 \times 0.8 = 160$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرخطی، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(اسماعیل زارع)

$$f(t) = c(1+r)^t, \quad r = \frac{10}{100} = 0.1$$

$$\Rightarrow f(3) = 100000(1+0.1)^3 = 100000(1.1)^3 \\ = 100000(1.331) \Rightarrow f(3) = 1331000$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرخطی، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(اسماعیل زارع)

$$\begin{aligned} [\sim p \vee \sim (q \vee \sim p)] &\equiv [\sim p \vee (\sim q \wedge p)] \\ &\equiv [\sim p \vee (p \wedge \sim q)] \equiv (\sim p \vee p) \wedge (\sim p \vee \sim q) \\ &\equiv T \wedge (\sim p \vee \sim q) \equiv \sim p \vee \sim q \end{aligned}$$

(ریاضی و آمار (۲)، آشنایی با منطق و استدلال ریاضی، صفحه‌های ۲ تا ۱۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(اسماعیل زارع)

عکس نقیض گزاره  $p \Rightarrow q \Rightarrow \neg p \Rightarrow \neg q$  است. در نتیجه داریم:(اگر ۳ فرد باشد)  $\Rightarrow (\sqrt{3}$  گویا است)

(ریاضی و آمار (۲)، آشنایی با منطق و استدلال ریاضی، صفحه‌های ۲ تا ۱۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(اسماعیل زارع)

$$a > b \xrightarrow{a>0, b>0} a^2 > b^2$$

در بقیه گزینه‌ها نتیجه‌گیری غلط است.

(ریاضی و آمار (۲)، آشنایی با منطق و استدلال ریاضی، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(کورش داودی)

$$a - 3 = \sqrt{2} \Rightarrow a = 3 + \sqrt{2}$$

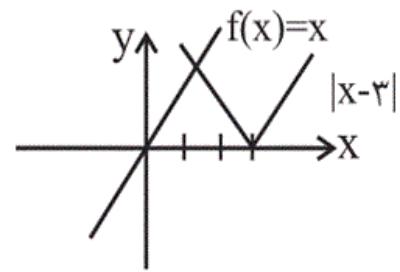
$$b + \sqrt{2} = 3 \Rightarrow b = 3 - \sqrt{2}$$

$$\frac{3}{2}c - 1 = 5 \Rightarrow \frac{3}{2}c = 1 + 5 = 6 \Rightarrow c = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{12}{3} = 4$$

$$\frac{ab}{c+3} = \frac{(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})}{4+3} \Rightarrow \frac{9-2}{7} = \frac{7}{7} = 1$$

(ریاضی و آمار (۲)، تابع، صفحه‌های ۲۵ تا ۳۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱



$$y = |x - 3| = \begin{cases} x - 3 & , \quad x \geq 3 \\ -x + 3 & , \quad x < 3 \end{cases}$$

تابع همانی  $f(x) = x$

با توجه به شکل دو تابع در یک نقطه با طول مثبت یکدیگر را قطع

می‌کنند:

$$\begin{cases} y = x \\ y = -x + 3 \end{cases} \Rightarrow 2y = 3 \Rightarrow y = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

(ریاضی و آمار (۲)، تابع، صفحه‌های ۲۵ تا ۳۴)

۱

۲✓

۳

۴

$$(f - 3g)(-3) = f(-3) - 3g(-3)$$

$$= -5 - 3 \times 2 = -11$$

$$(f - 3g)(2) = f(2) - 3g(2) = -3 - 3 \times 4 = -15$$

$$\Rightarrow -11 - 15 = -26 \quad \text{عبارت}$$

(ریاضی و آمار (۲)، تابع، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۲ و ۳۵ تا ۴۰)

۱

۲

۳✓

۴

ابتدا توابع  $g$  و  $f$  را به صورت سه ضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$f(x) = |x| + 2 = \begin{cases} x+2 & , x > 0 \\ 2 & , x = 0 \\ -x+2 & , x < 0 \end{cases}$$

$$g(x) = \text{sign}(x) + 1 = \begin{cases} 2 & , x > 0 \\ 1 & , x = 0 \\ 0 & , x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = (f - g) = \begin{cases} x & , x > 0 \\ 1 & , x = 0 \\ -x+2 & , x < 0 \end{cases}$$

(ریاضی و آمار (۲)، تابع، صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

$$\bar{x} = \frac{3/5 + 4/5 + 5 + 9 + 10}{5} = \frac{32}{5} = 6.4 \text{ میلیون تومان}$$

$$\Rightarrow \frac{\bar{x}}{2} = \frac{6.4}{2} = 3.2 \text{ میلیون تومان} \quad \text{خط فقر}$$

(ریاضی و آمار (۲)، آمار، صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

(محمد رضا سپوری)

$$\text{شاخص بنا در سال ۸۷} = \frac{\text{کل هزینه بنج (جدید)} + \text{کل هزینه منغ (جدید)}}{\text{کل هزینه بنج (قدیم)} + \text{کل هزینه منغ (قدیم)}} \times 100$$

$$\text{شاخص بنا در سال ۸۷} = \frac{(۵۰۰۰ \times ۶۰) + (۶۵۰۰ \times ۸۰)}{(۳۰۰۰ \times ۶۰) + (۴۰۰۰ \times ۸۰)} \times 100$$

$$= \frac{۳۰۰۰۰۰ + ۵۲۰۰۰۰}{۱۸۰۰۰۰ + ۳۲۰۰۰۰} \times 100 = \frac{۸۲۰۰۰۰}{۵۰۰۰۰۰} \times 100 = ۱۶۴$$

(ریاضی و آمار (۲)، آمار، صفحه‌های ۵۱ تا ۶۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(محمد بهیرایی)

$$\bar{x} = \frac{۱+۲+۳+۴+۵}{۵} = ۳$$

$$\bar{y} = \frac{۴+۸+۱۰+۱۶+۲۲}{۵} = \frac{۶۰}{۵} = ۱۲$$

معادله خط گذرنده از نقاط (۳, ۱۲) و (۵, ۲۲) را می‌نویسیم:

$$m = \frac{۲۲ - ۱۲}{۵ - ۳} = \frac{۱۰}{۲} = ۵$$

$$y - ۱۲ = ۵(x - ۳) \xrightarrow{x=۶} y - ۱۲ = ۵(۶ - ۳)$$

$$\Rightarrow y = ۱۵ + ۱۲ = ۲۷$$

(ریاضی و آمار (۲)، آمار، صفحه‌های ۶۱ تا ۷۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(کتاب آبی)

در تابع نمایی به صورت  $y = a^x$ ، مقدار  $a$  عددی حقیقی و مثبت و مخالف یک می‌باشد که با توجه به این تعریف تابع گزینه «۳» رفتار نمایی دارد.

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرخطی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

با توجه به ضابطه تابع داریم:

$$f(x) = a^x \xrightarrow{x=-2} f(-2) = a^{-2}$$

$$\frac{f(-2) = \frac{9}{16}}{\rightarrow a^{-2} = \frac{9}{16}} \Rightarrow \frac{1}{a^2} = \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow a^2 = \frac{16}{9} \Rightarrow a^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \xrightarrow{a>0} a = \frac{4}{3}$$

پس ضابطه تابع  $f(x) = \left(\frac{4}{3}\right)^x$  است.

$$f(1) + f(-1) = \left(\frac{4}{3}\right)^1 + \left(\frac{4}{3}\right)^{-1} = \frac{4}{3} + \frac{3}{4} = \frac{25}{12}$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرخطی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

فرض می‌کنیم ضابطه تابع،  $f(x) = (a')^x$  باشد. در این صورت با توجه به

جدول  $f(2) = \frac{9}{4}$  داریم:

$$f(2) = (a')^2 \xrightarrow{f(2)=\frac{9}{4}} (a')^2 = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow (a')^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \xrightarrow{(a')>0} a' = \frac{3}{2}$$

پس ضابطه تابع به صورت  $f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x$  است. حال مقدار  $f(-1)$  و

$f(-2)$  را می‌یابیم:

$$a = f(-1) = \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$$

$$c = f(-2) = \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{1}{\frac{9}{4}} = \frac{4}{9}$$

$$f(b) = \frac{27}{8} \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^b = \left(\frac{3}{2}\right)^3 \Rightarrow b = 3$$

$$\Rightarrow a + b + c = \frac{2}{3} + 3 + \frac{4}{9} = \frac{6+27+4}{9} = \frac{37}{9}$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرخطی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳)

۴

۲

۲✓

۱

ابتدا ضابطه تابع را کمی ساده‌تر می‌کنیم، سپس به بررسی گزینه‌ها

می‌پردازیم:

$$f(x) = (0 / 0^4)^x \Rightarrow f(x) = \left(\frac{4}{100}\right)^x = \left(\frac{1}{25}\right)^x$$

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{25}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{25}} = \frac{1}{5}$$

گزینه «۱»

$\frac{1}{25^{\frac{1}{2}}}$

گزینه «۲»

$$x = -1 \Rightarrow f(-1) = \left(\frac{1}{25}\right)^{-1} = (25^{-1})^{-1} = 25^{(-1) \times (-1)} = 25$$

$$x = -\frac{1}{2} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{25}\right)^{-\frac{1}{2}} = (25^{-1})^{-\frac{1}{2}}$$

گزینه «۳»

$$= 25^{\left(-1\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right)} = 25^{\frac{1}{2}} = \sqrt{25} = 5$$

$$x = \frac{3}{2} \Rightarrow f\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{1}{25}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{25^2}} = \frac{1}{(5^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{5^{\frac{3}{2}}}$$

$$= \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرخطی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳)

۴ ✓

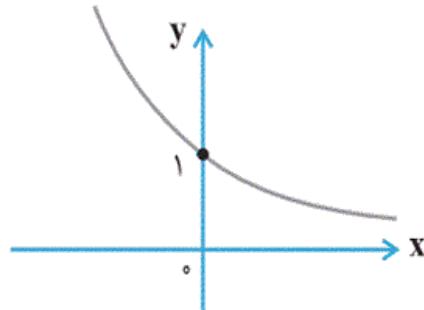
۳

۲

۱

## (کتاب آبی)

نمودار تابع  $y = a^x$  به ازای  $a > 1$  شبیه شکل زیر است. که محل تقاطع نمودار با محور  $y$  ها همواره در نقطه‌ای به عرض یک است.



(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرخطی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳)

۴ ✓

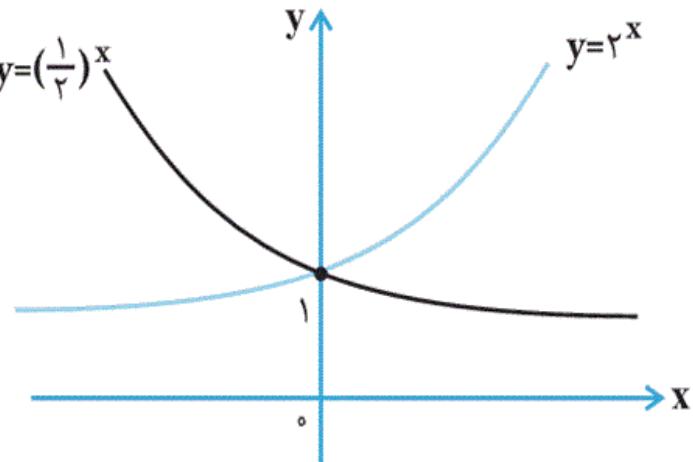
۳

۲

۱

## (کتاب آبی)

با رسم نمودار دو تابع در یک دستگاه مختصات داریم:



همان‌طور که از شکل پیداست دو نمودار تنها در یک نقطه و آن هم در نقطه (۰, ۱) روی محور  $y$  ها یکدیگر را قطع می‌کنند، نسبت به محور  $y$  ها قرینه‌اند و برد هر دو تابع نیز  $y > 0$  می‌باشد.

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرخطی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳)

۴ ✓

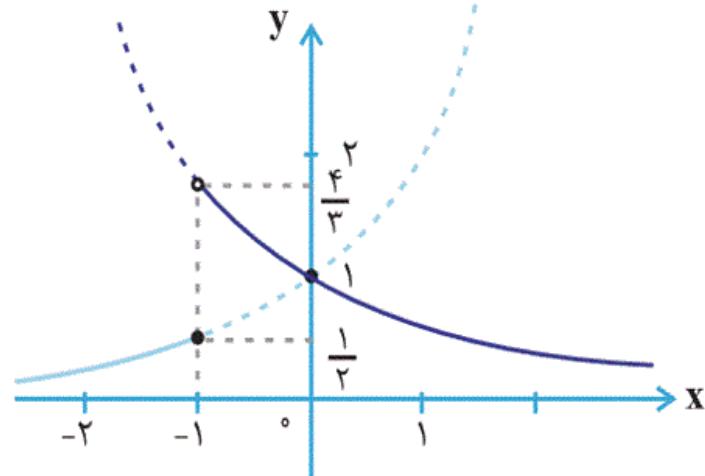
۳

۲

۱

## (کتاب آبی)

با رسم نمودارهای  $y = 2^x$  به ازای  $x > -1$  و  $y = (\frac{4}{3})^x$  به ازای  $x \leq -1$  در یک دستگاه مختصات داریم:



برد تابع از تصویر نقاط نمودار روی محور  $y$  ها به دست می آید که با توجه

به نمودار، برد تابع محدوده  $y < \frac{4}{3}$  است.

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرقطی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

## (کتاب آبی)

فرض می کنیم نرخ سود سالیانه  $r$  درصد باشد، در این صورت طبق رابطه رشد نمایی داریم:

$$f(t) = c(1 + \frac{r}{100})^t \xrightarrow[c=50000, t=2]{f(t)=72000} \text{سال}$$

$$72000 = 50000(1 + \frac{r}{100})^2$$

$$\Rightarrow (1 + \frac{r}{100})^2 = \frac{72000}{50000} \Rightarrow (1 + \frac{r}{100})^2 = \frac{144}{100} = (\frac{12}{10})^2$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{r}{100} = \frac{12}{10} \Rightarrow \frac{r}{100} = \frac{12}{10} - 1 \Rightarrow \frac{r}{100} = \frac{2}{10}$$

$$\Rightarrow r = 20$$

پس نرخ رشد سالیانه ۲۰ درصد است.

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرقطی، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

## (کتاب آبی)

$$f(t) = c(1+r)^t$$

$$\xrightarrow{r=0/2} f(t) = 200 \times (1/2)^t$$

$$\xrightarrow{t=2} 200 \times (1/2)^2 = سرمایه\ شرکت$$

$$\xrightarrow{\text{سال}} 200 \times (1/2)^2 = سرمایه\ شرکت\ بعد\ از\ دو\ سال$$

$$200 \times 1/44 = 200 \times 0.0227 = 288 \text{ میلیون} \Rightarrow \text{سرمایه\ شرکت\ بعد\ از\ دو\ سال} \\ (\text{ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرخطی، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷})$$

۴

۳✓

۲

۱

## (کتاب آبی)

با توجه به رابطه زوال نمایی داریم:

$$f(t) = c(1-r)^t \xrightarrow{r=0/0.3}$$

$$f(20) = c(1 - 0/0.3)^{20} = c(0/97)^{20} = c(0/97^{10})^2$$

$$\xrightarrow{(0/97)^{10} \approx 0/7} f(20) = c(0/7)^2 = 0/49c$$

$$\approx 0/5c \approx \frac{1}{2}c$$

تعداد درختان تقریباً نصف می‌شود.

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرخطی، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۴

۳✓

۲

۱