



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۲، فرایندهای حدی

$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} (f(x) \cdot g(x))$ باشد، حاصل $f(x) = \frac{x-1}{-2x^2+x+1}$ و $g(x) = \frac{-(2x+1)}{(x+1)}$ کدام است؟

۱(۴)

۲(۳)

۳(۲)

۴(۱)

$\lim_{x \rightarrow \lambda} f(x+2) = \frac{3x-2}{\sqrt{5x+6+2}}$ باشد، حاصل $f(x)$ کدام است؟

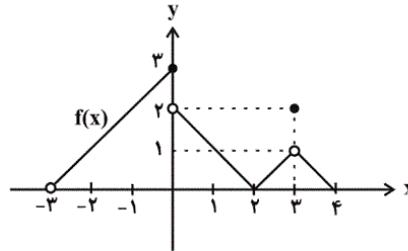
۱(۴)

۲(۳)

۳(۲)

۴(۱)

۹۱- با توجه به نمودار تابع f ، حاصل $A = \lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ کدام است؟



۵(۱)

۶(۲)

۷(۳)

۸(۴)

۹۲- در مورد تابع $f(x) = \sqrt{3-x}$ چه تعداد از موارد زیر صحیح است؟

ب) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \infty$

د) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \infty$

ت) $f(3) = \infty$

پ) تابع در تمام نقاط x متعلق به $(3, +\infty)$ حد دارد.

۱(۴)

۲(۳)

۳(۲)

۴(۱)

۱۰۵- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{2-x} + 2a, & x > 2 \\ ax+b, & x \leq 2 \end{cases}$ در $x = 2$ پیوسته است. مقدار a کدام است؟

۴(۴)

۵(۳)

۶(۲)

۷(۱)

ریاضی ۲، آمار و احتمال

۱۰۷- احتمال قبول نشدن علی، دو برابر احتمال قبول نشدن سینا در آزمون رانندگی است. اگر احتمال آن که حداقل یکی از آنها قبول شود $\frac{7}{8}$ باشد،

احتمال قبولی علی کدام است؟

۱(۴)

۲(۳)

۳(۲)

۴(۱)

۱۰۸- در پرتاب دو تاس، اگر اعداد ظاهر شده متولی باشند، چقدر احتمال دارد مجموع آنها عددی اول باشد؟

$$\frac{1}{5} \quad (4)$$

$$\frac{4}{5} \quad (3)$$

$$\frac{3}{5} \quad (2)$$

$$\frac{2}{5} \quad (1)$$

۱۰۹- پشت و روی یک سکه اعداد ۸ و ۹ حک شده است. این سکه را همراه یک تاس پرتاب می‌کنیم. احتمال بخشیدن عدد سکه به عدد تاس به شرط آنکه مجموع اعداد روشده تاس و سکه ۱۱ یا ۱۲ باشد، کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$\frac{7}{12} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (1)$$

۱۱۰- در پرتاب دو تاس، اگر بدانیم مجموع اعداد روشده بزرگتر از ۷ است، احتمال آنکه حاصل ضرب آنها، مضرب ۳ باشد، کدام است؟

$$\frac{4}{5} \quad (4)$$

$$\frac{8}{15} \quad (3)$$

$$\frac{11}{15} \quad (2)$$

$$\frac{11}{36} \quad (1)$$

ریاضی ۲، محاسبهٔ حد تابع

۹۳- حد چپ تابع $f(x) = \left[\frac{1}{x} \right]$ وقتی $x \rightarrow -\infty$ ، کدام است؟ (نماد جزء صحیح است.)

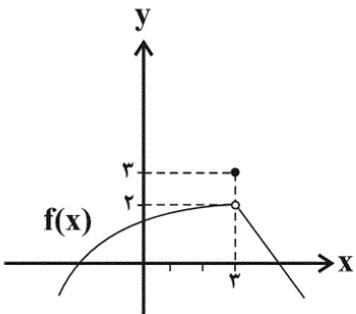
$$-\infty \quad (4)$$

$$-\infty \quad (3)$$

$$-\infty \quad (2)$$

$$-\infty \quad (1)$$

۹۴- با توجه به نمودار $f(x)$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f''(x)-8}{|f(x)-2|}$ کدام است؟



$$+\infty \quad (1)$$

$$-\infty \quad (2)$$

$$-12 \quad (3)$$

$$4 \quad (4)$$

$$-1 \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

$$0 \quad (2)$$

$$1) \text{ حد وجود ندارد} \quad (1)$$

۹۵- حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\lceil x \rceil)^{\lceil x \rceil} + \lceil x \rceil}{x+1}$ کدام است؟ (نماد جزء صحیح است.)

$$1 \quad (3)$$

$$0 \quad (2)$$

$$1) \text{ حد وجود ندارد} \quad (1)$$

۹۶- تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x \geq 2 \\ \sqrt{x+1}, & 0 \leq x < 2 \\ \frac{x}{|x|} + 2, & x < 0 \end{cases}$ در کدام یک از نقاط زیر حد ندارد؟

$$4) \text{ در تمام نقاط } \mathbf{R} \text{ حد دارد.} \quad (4)$$

$$x=2 \quad (3)$$

$$x=2 \text{ و } x=0 \quad (2)$$

$$x=0 \quad (1)$$

۹۹- اگر تابع $f(x)$ در اطراف نقطه $x = \alpha$ صدق کند و $\lim_{x \rightarrow \alpha} f(x) = 2$ باشد، حاصل عبارت $\lim_{x \rightarrow \alpha} [-f(x)]$ کدام است؟

صحیح است.

-۱ (۴)

۳ موجود نیست.

-۲ (۳)

-۳ (۱)

$$\text{اگر } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^r + bx}{x^r - 3x + 2} = 5 \text{ باشد، مقدار } 2b - a \text{ کدام است؟}$$

-۱۵ (۴)

۱۰ (۳)

۱۵ (۲)

۵ (۱)

$$\text{حد کسر } x \rightarrow \frac{-\pi}{2} \text{ وقتی } \frac{1 + \sin x}{1 + \sin^3 x} \text{ کدام است؟}$$

$\frac{1}{3}$ (۴)

$-\frac{1}{3}$ (۳)

-۱۲ (۲)

۱ (۱)

$$\text{حاصل } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^r x}{1 - \cos^r(\pi - x)} \text{ کدام است؟}$$

$-\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۱۰۳- چه تعداد از موارد زیر صحیح است؟

(آ) توابع $y = \cos x$ و $y = \sin x$ روی \mathbb{R} پیوسته‌اند.

(ب) تابع $y = \log_{1/1}(x-1)$ روی بازه $(1, +\infty)$ پیوسته است.

(پ) تابع $y = x^2 - 5x + 6$ در نقاط $x = 2$ و $x = 3$ پیوسته نیست.

(ت) تابع $y = \sqrt{x+1}$ در بازه $(-1, +\infty)$ پیوسته است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$f(x) = \begin{cases} 2x-1 & , x \leq 2 \\ a|x-1| & , x > 2 \end{cases} \text{ به ازای کدام مقدار } a \text{، تابع } f(x) \text{ همواره پیوسته است؟}$$

۱ (۴)

-۱ (۳)

۳ (۲)

-۲ (۱)

$$\text{در تابع } f(x) = \frac{\cos x - \sin x}{\sin^r x - \cos x \sin x} \text{ مقدار } (\frac{\pi}{4}) \text{ را چه مقداری تعریف کنیم تا تابع در } x = \frac{\pi}{4} \text{ پیوسته باشد؟}$$

$-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳)

$\sqrt{2}$ (۲)

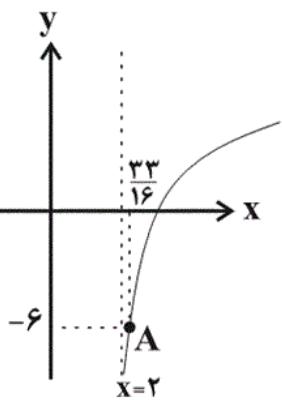
$-\sqrt{2}$ (۱)

ریاضی ۲- سوالات موازی ، تابع نمایی و ویژگی های آن

۱۱۳- برای رسم تابع $y = 3^{x-1} + 2$ به کمک انتقال تابع $f(x) = 3^x$ کدام ترتیب درست است؟

- ۱) یک واحد در راستای افقی به سمت راست و سپس ۲ واحد در راستای قائم به سمت بالا انتقال می‌دهیم.
- ۲) یک واحد در راستای افقی به سمت چپ و سپس ۲ واحد در راستای قائم به سمت بالا انتقال می‌دهیم.
- ۳) یک واحد در راستای قائم به سمت پایین و سپس ۲ واحد در راستای افقی به سمت چپ انتقال می‌دهیم.
- ۴) یک واحد در راستای قائم به سمت بالا و سپس ۲ واحد در راستای افقی به سمت راست انتقال می‌دهیم.

۱۱۴- اگر شکل زیر نمودار تابع $f(x) = \log_{2b}(x+4a)^3$ باشد، کدام است؟



۲/۵ (۱)

۲ (۲)

۱/۵ (۳)

۱ (۴)

ریاضی ۲- سوالات موازی ، فرایندهای حدی - ۵ سوال

۱۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) + \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)} f(x)$ کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

۳) صفر

-۲ (۲)

۲ (۱)

۱۲۱- حد چپ تابع $f(x) = \left[\frac{1}{x} \right]$ ، وقتی $x \rightarrow -\infty$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است).

-۶ (۴)

-۵ (۳)

-۴ (۲)

-۳ (۱)

۱۲۲- حاصل حد $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\lfloor x \rfloor)^{\lfloor x \rfloor} + \lfloor x \rfloor}{x+1}$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است).

۲) صفر

۱) حد وجود ندارد.

-۱ (۴)

۱ (۳)

۱۲۶- اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x+2) = \frac{3x-2}{\sqrt{5x+6+2}}$ باشد، حاصل کدام است؟

۱(۴)

۲(۳)

۳(۲)

۴(۱)

۱۲۹- حد کسر وقتی $x \rightarrow \frac{-\pi}{2}$ کدام است؟

-۱(۲)

۱(۱)

$\frac{1}{3}$ (۴)

$-\frac{1}{3}$ (۳)

ریاضی ۲- سوالات موازی ، تابع لگاریتمی و ویژگی های آن -

۱۱۶- نمودار تابع با ضابطه $y = \log_2^{(x-b)} + a$ محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۲ و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۱- قطع می‌کند. در این صورت $a+b$ کدام است؟

۴(۴)

-۴(۳)

-۲(۲)

۱) صفر

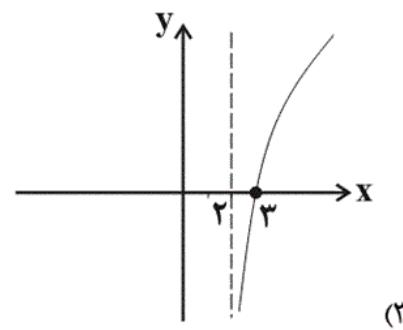
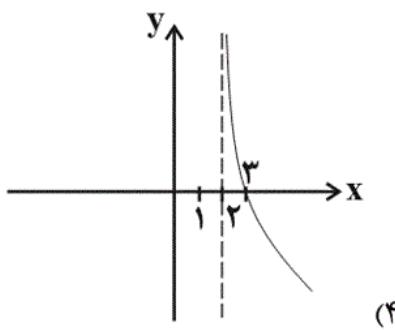
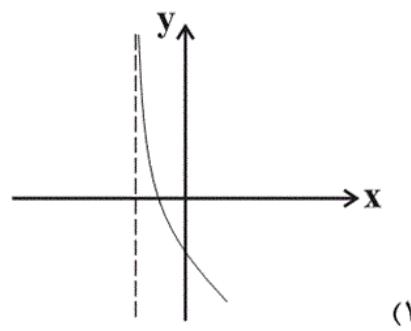
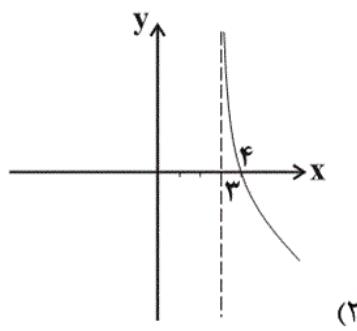
۱۱۴- انرژی زلزله‌ای با شدت ۶/۶ ریشتر چند برابر انرژی زلزله‌ای با شدت ۵/۶ ریشتر است؟ ($\log E = 11/8 + 1/5M$)

10^2 (۴)

$10^{1/5}$ (۳)

۱۰(۲)

۲(۱)



ریاضی ۲- سوالات موازی ، نمودار ها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی - ۱

۱۱۲- اگر $g(x) = 3^{x-1} + 2$ باشد، به ازای کدام مقدار x تساوی $g(x) = 8$ برقرار است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

ریاضی ۲- سوالات موازی ، محاسبه ی حد تابع

۱۱۷- تابع $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2a, & x > 1 \\ ax + 2, & x < 1 \end{cases}$ در $x = 1$ حد دارد، مقدار a کدام است؟

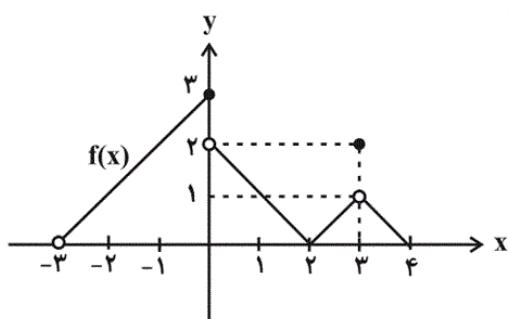
-۲ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

۱۱۹- با توجه به نمودار تابع f ، حاصل $A = \lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ کدام است؟



۵ (۱)

۳ (۲)

۶ (۳)

۴ (۴)

$$-130 - \text{حاصل} \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^r x}{1 - \cos^r(\pi - x)}$$

$$-\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

-127 - اگر تابع $f(x)$ در اطراف نقطه $x = \alpha$ در رابطه $f(x) > 2$ صدق کند و $\lim_{x \rightarrow \alpha} f(x) = 2$ باشد، حاصل عبارت $\lim_{x \rightarrow \alpha} [-f(x)]$ کدام است؟ () نماد

جزء صحیح است).

-1 (4)

موجود نیست.

-2 (2)

-3 (1)

$$-128 - \text{اگر} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^r + bx}{x^r - rx + 2} = 5 \text{ باشد، مقدار } 2b - a \text{ کدام است؟}$$

-15 (4)

10 (3)

15 (2)

5 (1)

$$-124 - \text{تابع } f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x \geq 2 \\ \sqrt{x+1}, & 0 \leq x < 2 \\ \frac{x}{|x|} + 2, & x < 0 \end{cases} \text{ در کدام یک از نقاط زیر حد ندارد؟}$$

$x = 2$ و $x = 0$ (2)

فقط $x = 0$ (1)

در تمام نقاط \mathbf{R} حد دارد.

فقط $x = 2$ (3)

$$-125 - \text{اگر} \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} (f(x) \cdot g(x)) \text{ باشد، حاصل } g(x) = \frac{-(2x+1)}{(x+1)} \text{ و } f(x) = \frac{x-1}{-2x^r + x + 1} \text{ کدام است؟}$$

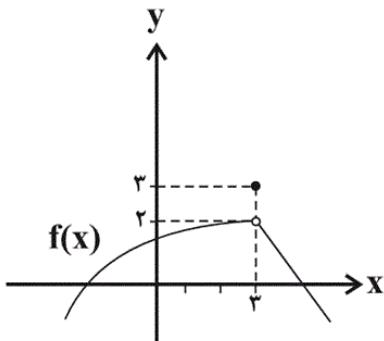
$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{4}{3} \quad (1)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

۱۲۲- با توجه به نمودار $f(x)$ ، حاصل کدام است؟



۱۲(۱)

-۴ (۲)

-۱۲ (۳)

۴(۴)

ریاضی ۲- سوالات موازی ، پیوستگی -

۱۲۰- در مورد تابع $f(x) = \sqrt{3-x}$ چه تعداد از موارد زیر صحیح است؟

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \infty$$

$$f(3) = \infty$$

پ) تابع در تمام نقاط x متعلق به $(3, +\infty)$ حد دارد.

۴(۴)

۳(۳)

۲(۲)

۱(۱)

-۹۷

(رضا ذاکر)

$$-2x^2 + x + 1 = (x - 1)(-2x - 1)$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(x - 1)}{(x - 1)(-2x - 1)} \times \frac{(-2x - 1)}{(x + 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{1}{x + 1} = \frac{1}{\frac{1}{2} + 1} = \frac{1}{3}$$

(ریاضی ۲، مدر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

✓

۱

-۹۸

(رضا ذاکر)

$$x + 2 = 6 \Rightarrow x = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 6} f(x) = \lim_{x \rightarrow 6} f(x + 2) = \lim_{x \rightarrow 6} \frac{3x - 2}{\sqrt{5x + 6} + 2}$$

$$= \frac{3 \times (6) - 2}{\sqrt{5 \times (6) + 6} + 2} = \frac{16}{12} = 4$$

(ریاضی ۲، مدر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

✓

۱

-۹۹

(محمد بهیرایی)

$$\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 1$$

$$\Rightarrow A = 0 + 3 + 1 = 4$$

(ریاضی ۲، مدر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۷)

✓

۱

(نیما سلطانی)

تابع f در تمام نقاط x متعلق به بازه $(-\infty, 3)$ حد دارد و چون $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ وجود ندارد، پس $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ نیز وجود ندارد. پس تنها مورد (ت) یعنی $f(3) = 0$ درست است.

(ریاضی ۲، مدر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

(علی شهرابی)

حد راست، حد چپ و مقدار تابع f در $x = 2$ را حساب می‌کنیم و با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$\text{حد راست: } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{x^2 - 4}{2 - x} + 2a \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{-(x-2)} + 2a = -4 + 2a$$

$$\text{حد چپ: } \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (ax + b) = 2a + b$$

مقدار $f(2) = 2a + b$

$$-4 + 2a = 2a + b \Rightarrow b = -4$$

پس:

$$\Rightarrow f(0) = b = -4$$

(ریاضی ۲، مدر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۷)

 ۴ ۳ ✓ ۲ ۱

$$P(A \cup B) = \frac{7}{8} \Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{7}{8}$$

$B \text{ و } A$ $\rightarrow P(A) + P(B) - P(A)P(B) = \frac{7}{8}$

$$\Rightarrow 2P(B) - 1 + P(B) - (2P(B) - 1)P(B) = \frac{7}{8}$$

$$\Rightarrow -2P^2(B) + 4P(B) - 1 = \frac{7}{8}$$

$$\xrightarrow{\times(-8)} 16P^2(B) - 32P(B) + 15 = 0$$

$$(4P(B) - 3)(4P(B) - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} P(B) = \frac{3}{4} \\ P(B) = \frac{5}{4} > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow P(A) = 2\left(\frac{3}{4}\right) - 1 = \frac{1}{2}$$

(ریاضی ۲، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۴۳ تا ۱۵۲)

۱

۲

۳

۴ ✓

(رفم ذکر)

-۱۰۸

$\left\{ \begin{array}{l} (1,2), (2,3), (3,4), (4,5), (5,6) \\ (2,1), (3,2), (4,3), (5,4), (6,5) \end{array} \right\}$: اعداد متولی در پرتاب دو تاس

تنها در دو حالت $\{(5,4), (4,5)\}$ مجموع برابر ۹ و عددی غیراول است. در ۸ حالت دیگر مجموع عددی اول است.

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

(ریاضی ۲، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۴۳ تا ۱۵۲)

۱

۲ ✓

۳

۴

پیشامد بخش پذیر بودن عدد سکه به عدد تاس: A

پیشامد مجموع ۱۱ یا ۱۲ برای اعداد رو شده تاس و سکه: B

$$A = \{(1,8), (2,8), (4,8), (1,9), (3,9)\}$$

$$B = \{(3,8), (3,9), (4,8), (2,9)\}$$

دقت شود که مؤلفه اول زوج مرتبها عدد رو شده تاس و مؤلفه دوم عدد رو شده سکه است.

$$\Rightarrow A \cap B = \{(4,8), (3,9)\}$$

$$\Rightarrow P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

(ریاضی ۲، آمار و احتمال، صفحه های ۱۴۳ تا ۱۵۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$A = \overbrace{\{(4,4), (2,6), (6,2), (3,5), (5,3), (3,6), (6,3), (4,5), (5,4)\}}^{مجموع ۸}, \\ \overbrace{\{(4,6), (6,4), (5,5), (5,6), (6,5), (6,6)\}}^{مجموع ۱۰} \Rightarrow n(A) = 15$$

پیشامد A فضای نمونه‌ای جدید ما می‌باشد. پس از بین اعضای A زوج‌هایی را انتخاب می‌کنیم که حاصل ضرب اعداد آن‌ها، مضرب ۳ باشد:

$$B = \{(2,6), (6,2), (3,5), (5,3), (3,6), (6,3), (4,6), (6,4), (5,6), (6,5), (6,6)\} \Rightarrow n(B) = 11$$

پس احتمال خواسته شده در سؤال برابر است با:

$$\frac{\text{تعداد حالات مطلوب}}{\text{تعداد حالات ممکن}} = \frac{11}{15}$$

(ریاضی ۲، آمار و احتمال، صفحه های ۱۴۳ تا ۱۵۲)

۴

۳

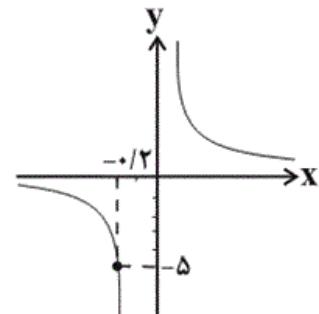
۲ ✓

۱

(علی شهرابی)

نمودار تابع $y = \frac{1}{x}$ به صورت زیر است:

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-\infty/2)^-} \left[\frac{1}{x} \right] = \left[(-\infty)^+ \right] = -\infty$$



(ریاضی ۲، هد و پیوستگی، صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۳۶)

۴

۳✓

۲

۱

(همید علیزاده)

با توجه به نمودار $f(x)$ می‌توان نوشت $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2$. همچنین تابع

از چپ و راست که به $x = 3$ نزدیک می‌شود مقدار تابع f با مقادیر کمتر از ۲ به ۲ نزدیک می‌شود و عبارت $f(x) - 2$ منفی است. در نتیجه:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \underbrace{\frac{f(x) - 2}{|f(x) - 2|}}_{\text{منفی}} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{f(x) - 2}{-(f(x) - 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(f(x) - 2)(f'(x) + 4 + 2f(x))}{-(f(x) - 2)} = \frac{(2)^4 + 4 + 2(2)}{-1} = -12$$

(ریاضی ۲، هد و پیوستگی، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

۴

۳✓

۲

۱

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x][[x]+1]}{x+1} = \frac{-1 \times (-1+1)}{1} = \frac{-1 \times 0}{1} = 0.$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{([x])^4 + [x]}{x+1} = 0.$$

(ریاضی ۲، هد و پیوستگی، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

۴

۳

۲✓

۱

(رییم مشتق نظم)

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{|x|} + 2 = -1 + 2 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x+1} = 1 \Rightarrow f$$

در $x = 0$ حد دارد. زیرا:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{x} = \sqrt{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \sqrt{x+1} = \sqrt{3}$$

تابع f در سایر نقاط دامنه اش حد دارد.

(ریاضی ۲، هر و پیوستگی، صفحه های ۱۲۱ تا ۱۳۶)

۴

۳✓

۲

۱

(همید علیزاده)

چون $f(x)$ در اطراف نقطه α بیشتر از ۲ می باشد، بنابراین، این تابع با مقادیر بیشتر از ۲ به ۲ در نقطه α نزدیک می شود، یعنی

$$\lim_{x \rightarrow \alpha^+} f(x) = 2^+$$

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} [-f(x)] = [-(2^+)] = -3$$

(ریاضی ۲، هر و پیوستگی، صفحه های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

۴

۳

۲

۱✓

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx}{x^2 - 3x + 2} = \frac{a+b}{0} = \infty$$

برای آن که حاصل حد فوق ∞ شود باید حد صورت کسر نیز صفر شود.

$$\Rightarrow a+b=0$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx}{x^2 - 3x + 2} \underset{a+b=0}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 - ax}{(x-2)(x-1)} = \infty$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax(x-1)}{(x-2)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax}{x-2} = \infty \Rightarrow \frac{a(1)}{1-2} = \infty \Rightarrow a = -\infty$$

$$\xrightarrow{b=-a} b = \infty \Rightarrow 2b - a = 2(\infty) - (-\infty) = \infty$$

(ریاضی ۲، هر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۰)



(ردیف ۱۰)

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \sin x}{1 + \sin^2 x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}} \frac{(1 + \sin x)}{(1 + \sin x)(1 - \sin x + \sin^2 x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1 - \sin x + \sin^2 x} = \frac{1}{1 - (-1) + (-1)^2} = \frac{1}{3}$$

(ریاضی ۲، هر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۰)



(علی شهرابی)

با استفاده از اتحاد $\cos(\pi - x) = -\cos x$ ، حد را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x}{1 + \cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \cos^2 x}{1 + \cos^2 x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{(1 + \cos x)(1 - \cos x + \cos^2 x)} = \frac{1+1}{1+1+1} = \frac{2}{3}$$

(ریاضی ۲، هد و پیوستگی، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

۴

۳✓

۲

۱

(محمد بهیرابی)

موارد (الف)، (ب) و (ت) درست هستند.

در مورد (پ) تابع $y = x^2 - 5x + 6$ در همه نقاط پیوسته است و به طور کلی تابع چند جمله‌ای روی بازه $(-\infty, +\infty)$ پیوسته است.

(ریاضی ۲، هد و پیوستگی، صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۲)

۴

۳✓

۲

۱

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} a |x - 1| = a$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (2x - 1) = 2 \times (2) - 1 = 3$$

$$f(2) = 3$$

(ریاضی ۲، هد و پیوستگی، صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۲)

۴

۳

۲✓

۱

شرط پیوستگی $f(x)$ در $x = \frac{\pi}{4}$ است که $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} f(x) = f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ باشد.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} f(x) &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{\sin x - \cos x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-(\sin x - \cos x)}{\sin x(\sin x - \cos x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-1}{\sin x} = \frac{-1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{-2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{-2\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2} \end{aligned}$$

(ریاضی ۲، مدر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

تابع $y = 3^x$ را یک واحد در راستای افقی به سمت راست انتقال می‌دهیم تا تابع $y = 3^{x-1}$ به دست آید، سپس دو واحد در راستای قائم به سمت بالا انتقال می‌دهیم تا تابع $f(x) = 3^{(x-1)+2}$ به دست آید.

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

(رضا ذاکر)

با توجه به آنکه نمودار تابع به اندازه ۲ واحد به سمت راست منتقل شده است، $-2 - 4a = 4$ می‌باشد، پس: $a = -\frac{1}{4}$ است.

با توجه به نمودار داده شده، نقطه $A\left(\frac{33}{16}, -6\right)$ در ضابطه تابع صدق می‌کند:

$$-6 = 3 \log_{2b}\left(\frac{33}{16} - 2\right) \Rightarrow \log_{2b}\frac{1}{16} = -2 \Rightarrow (2b)^{-2} = \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4b^2} = \frac{1}{16} \Rightarrow b = 2 \Rightarrow b - a = 2 - (-\frac{1}{4}) = \frac{9}{4}$$

نکته: $b = 2$ قابل قبول نیست چون پایه لگاریتم نمی‌تواند منفی باشد.
(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(سینا محمدپور)

وقتی $x \rightarrow 1^-$ میل می‌کند، مقدار x با مقادیر کمتر کمتر از ۱ به

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -1$$

عدد ۱ نزدیک می‌شود، در نتیجه:

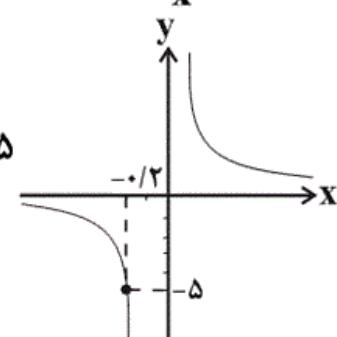
همچنین: $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^+} f(x) = -1$ در نتیجه:

 ۴ ۳ ۲ ۱

(علی شهرابی)

نمودار تابع $y = \frac{1}{x}$ به صورت زیر است:

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-\infty)^+} \left[\frac{1}{x} \right] = \left[(-\infty)^+ \right] = -\infty$$



(ریاضی ۲، حد و پیوستگی، صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۳۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[x][x+1]}{x+1} = \frac{0 \times 1}{1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x][x+1]}{x+1} = \frac{-1 \times (-1+1)}{1} = \frac{-1 \times 0}{1} = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{[x]^r + [x]}{x+1} = 0$$

(ریاضی ۲، هر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۰)

۱

۲

۳

۴

(ریاضی ۲، هر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۰)

-۱۴۶

$$x + 2 = 6 \Rightarrow x = 4$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 6} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 6} f(x+2) = \lim_{x \rightarrow 6} \frac{3x-2}{\sqrt{5x+6}+2} \\ &= \frac{3 \times (6)-2}{\sqrt{5 \times (6)+6}+2} = \frac{16}{14} = 4 \end{aligned}$$

(ریاضی ۲، هر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۰)

۱

۲

۳

۴

(ریاضی ۲، هر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۰)

-۱۴۷

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \sin x}{1 + \sin^r x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}} \frac{(1 + \sin x)}{(1 + \sin x)(1 - \sin x + \sin^r x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1 - \sin x + \sin^r x} = \frac{1}{1 - (-1) + (-1)^r} = \frac{1}{3}$$

(ریاضی ۲، هر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۰)

۱

۲

۳

۴

(ریاضی مشتق و نتیجه)

این نمودار از نقاط $(-1, 0)$ و $(2, 0)$ می‌گذرد. پس:

$$\begin{cases} (0, -1) \Rightarrow \log_{\gamma}^{-b} + a = -1 \\ (2, 0) \Rightarrow \log_{\gamma}^{\gamma-b} + a = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \log_{\gamma}^{-b} + a = -1 \\ \log_{\gamma}^{\gamma-b} + a = 0 \quad (*) \end{cases}$$

$$\log_{\gamma}^{\gamma-b} - \log_{\gamma}^{-b} = 1$$

$$\Rightarrow \log_{\gamma}^{\frac{\gamma-b}{-b}} = 1 \Rightarrow \frac{\gamma-b}{-b} = 2 \Rightarrow \gamma - b = -2b \Rightarrow b = -2$$

$$\xrightarrow{(*)} 2 + a = 0 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow a + b = -4$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۴

۳✓

۲

۱

$$\log E_{\gamma} = 11/8 + 1/5 \times 5/6 = 20/2 \Rightarrow E_{\gamma} = 10^{20/2}$$

$$\Rightarrow \frac{E_1}{E_{\gamma}} = \frac{10^{21/2}}{10^{20/2}} = 10^{1/5}$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه ۷)

۴

۳✓

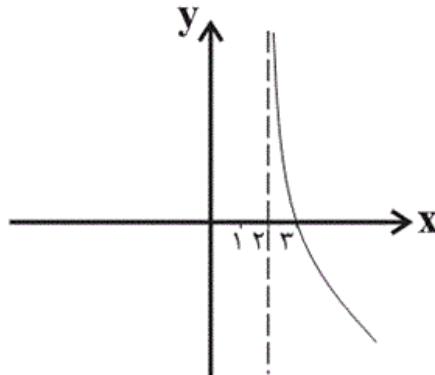
۲

۱

(محمد بهیرایی)

نمودار $y = \log_3^x$ را نسبت به محور Xها قرینه کرده و سپس دو واحد

به سمت راست انتقال می‌دهیم. بنابراین:



(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

 ۴✓ ۳ ۲ ۱

(محمد بهیرایی)

$$g(x) = 8^3 \Rightarrow 3^{x-1} + 2 = 8^3 \Rightarrow 3^{x-1} = 81$$

$$\Rightarrow 3^{x-1} = 3^4 \Rightarrow x-1 = 4 \Rightarrow x = 5$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۸)

 ۴ ۳ ۲✓ ۱

(نیما سلطانی)

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (ax + 2) = a + 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} 3x^2 + 2a = 3 + 2a$$

$$\Rightarrow a + 2 = 3 + 2a \Rightarrow a = -1$$

(ریاضی ۲، در و پیوستگی، صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۷)

 ۴ ۳ ۲✓ ۱

(محمد بهیرایی)

$$\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 1$$

$$\Rightarrow A = 0 + 3 + 1 = 4$$

(ریاضی ۲، هد و پیوستگی، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۷)

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

-۱۳۰

(علی شهرابی)

با استفاده از اتحاد $\cos(\pi - x) = -\cos x$ ، حد را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^3 x}{1 + \cos^3 x} &= \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \cos^3 x}{1 + \cos^3 x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{(1 + \cos x)(1 - \cos x + \cos^2 x)} = \frac{1+1}{1+1+1} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

(ریاضی ۲، هد و پیوستگی، صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۳۸)

 ۴ ۳ ✓ ۲ ۱

-۱۲۷

(همید علیزاده)

چون $f(x)$ در اطراف نقطه α بیشتر از ۲ می‌باشد، بنابراین، این تابع با مقادیر بیشتر از ۲ به ۲ در نقطه α نزدیک می‌شود، یعنی

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} f(x) = 2^+$$
 می‌باشد، بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} [-f(x)] = \left[-(2^+) \right] = -3$$

(ریاضی ۲، هد و پیوستگی، صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۳۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx}{x^2 - 3x + 2} = \frac{a+b}{0}$$

برای آن که حاصل حد فوق ۰ شود، باید حد صورت کسر نیز صفر شود.

$$\Rightarrow a+b=0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx}{x^2 - 3x + 2} \xrightarrow{a+b=0} b = -a \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 - ax}{(x-2)(x-1)} = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax(x-1)}{(x-2)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax}{x-2} = 0 \Rightarrow \frac{a(1)}{1-2} = 0 \Rightarrow a = 0$$

$$\xrightarrow{b=-a} b = 0 \Rightarrow 2b - a = 2(0) - (-0) = 0$$

(ریاضی ۲، مدر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۳۸)



$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{|x|} + 2 = -1 + 2 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x+1} = 1 \Rightarrow f \text{ در } x=0 \text{ حد دارد.}$$

در $x=2$ حد ندارد. زیرا:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{x} = \sqrt{2} \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \sqrt{x+1} = \sqrt{3} \end{cases}$$

تابع f در سایر نقاط دامنه‌اش حد دارد.

(ریاضی ۲، مدر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۳۸)



(رضا ذاکر)

$$-2x^2 + x + 1 = (x - 1)(-2x - 1)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} (f(x) \cdot g(x)) &= \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(x - 1)}{(x - 1)(-2x - 1)} \times \frac{(-2x - 1)}{(x + 1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{1}{x + 1} = \frac{1}{\frac{1}{2} + 1} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

(ریاضی ۲، هر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

(همید علیزاده)

با توجه به نمودار $f(x)$ می‌توان نوشت $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2$. همچنین تابع از چپ و راست که به $x = 3$ نزدیک می‌شود مقدار تابع f با مقادیر کمتر از ۲ به ۲ نزدیک می‌شود و عبارت $2 - f(x)$ منفی است. در نتیجه:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{f^3(x) - 2}{|f(x) - 2|} &= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{f^3(x) - 2}{-(f(x) - 2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(f(x) - 2)(f^2(x) + 4 + 2f(x))}{-(f(x) - 2)} \\ &= \frac{(2)^2 + 4 + 2(2)}{-1} = -12 \end{aligned}$$

(ریاضی ۲، هر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

(نیما سلطانی)

تابع f در تمام نقاط x متعلق به بازه $(-\infty, 3)$ حد دارد و چون $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ وجود ندارد، پس نیز وجود ندارد. پس تنها مورد (ت) یعنی $f(3) = 0$ درست است.

(ریاضی ۲، هر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۳۷)

۴

۳

۲

۱ ✓