



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir)

ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۱، احتمال یا اندازه گیری شانس

۶۳- احتمال قبولی فردی در درس ریاضی ۶۵ درصد، در درس فیزیک ۷۰ درصد و در هر دو درس ۴۵

درصد است. احتمال آن که حداقل در یکی از دروس قبول شود، چقدر است؟

$$۰/۴۸ \quad (۴)$$

$$۰/۶ \quad (۳)$$

$$۰/۷۵ \quad (۲)$$

$$۰/۹ \quad (۱)$$

۶۴- خانواده‌ای ۴ فرزند دارد. احتمال آن که تعداد فرزندان دختر از پسر بیشتر باشد، کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (۴)$$

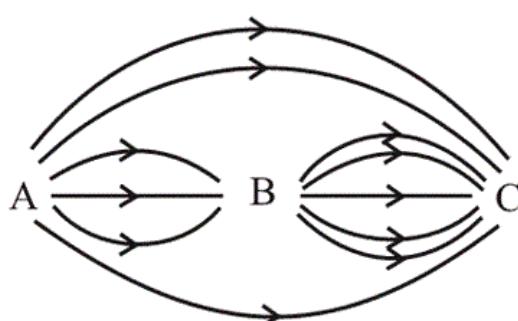
$$\frac{3}{8} \quad (۳)$$

$$\frac{5}{16} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{4} \quad (۱)$$

۶۵- در شکل زیر می‌خواهیم از شهر A به C برویم. اگر یکی از مسیرها را به صورت تصادفی انتخاب کنیم،

چقدر احتمال دارد از شهر B عبور کنیم؟



$$\frac{2}{3} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{5}{6} \quad (۴)$$

۶۶- در جعبه‌ای ۵ مهره قرمز، ۴ مهره سیاه و ۳ مهره آبی وجود دارد، اگر از این جعبه ۳ مهره به تصادف خارج

کنیم، چقدر احتمال دارد دقیقاً ۲ مهره همنگ باشند؟

$$\frac{25}{44} \quad (2)$$

$$\frac{18}{35} \quad (1)$$

$$\frac{29}{44} \quad (4)$$

$$\frac{22}{35} \quad (3)$$

۶۷- اگر $P(A \cup B) = \frac{P(A')}{4} = \frac{P(B')}{2} = \frac{P(B)}{3}$ باشد، $P(A)$ کدام است؟

$$\frac{2}{5} \quad (2)$$

$$\frac{1}{5} \quad (1)$$

$$\frac{3}{5} \quad (4)$$

$$\frac{4}{5} \quad (3)$$

۶۸- اگر بخواهیم ۶ کتاب ریاضی متفاوت و ۵ کتاب شیمی متفاوت را به‌طور تصادفی در کنار هم بچینیم، با کدام احتمال هیچ دو کتاب شیمی در کنار هم قرار نمی‌گیرند؟

$$\frac{1}{22} \quad (4)$$

$$\frac{9}{22} \quad (3)$$

$$\frac{13}{22} \quad (2)$$

$$\frac{21}{22} \quad (1)$$

۶۹- اگر $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ ، $P(B) = \frac{3}{4}$ ، $P(A) = \frac{1}{3}$ باشد، احتمال آن‌که نه پیشامد A رخ دهد و نه

پیشامد B، کدام است؟

$$\frac{1}{12} \quad (4)$$

$$\frac{1}{10} \quad (3)$$

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{5}{12} \quad (1)$$

- ۷۰ - در جعبه‌ای ۱۰ جفت کفش متمایز قرار دارد، اگر ۵ لنگه از آن بیرون آوریم، چقدر احتمال دارد که حداقل

یک جفت از آن بیرون آمده باشد؟

$$\frac{1271}{1292} \quad (4)$$

$$\frac{155}{323} \quad (3)$$

$$\frac{21}{1292} \quad (2)$$

$$\frac{168}{323} \quad (1)$$

ریاضی ۱، شمارش ، بدون شمردن

- ۵۱ - با ترکیب حداقل ۳ رنگ از ۵ رنگ قرمز، آبی، زرد، سیاه و سفید، چند رنگ جدید می‌توان درست کرد؟

$$16 \quad (4)$$

$$15 \quad (3)$$

$$14 \quad (2)$$

$$13 \quad (1)$$

- ۵۲ - تعداد کلمات ۳ حرفی که با استفاده از حروف a,b,d,e,f,s,t می‌توان ساخت، چند برابر تعداد کلمات ۵

حرفی است که با استفاده از حروف مذکور می‌توان ساخت؟ (تکرار حروف مجاز نیست).

$$2 \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{6} \quad (2)$$

$$\frac{1}{12} \quad (1)$$

- ۵۳ - با ارقام ۱,۲,۳,۴,۵,۶ چند عدد زوج سه رقمی بزرگ‌تر از ۳۰۰ می‌توان نوشت؟

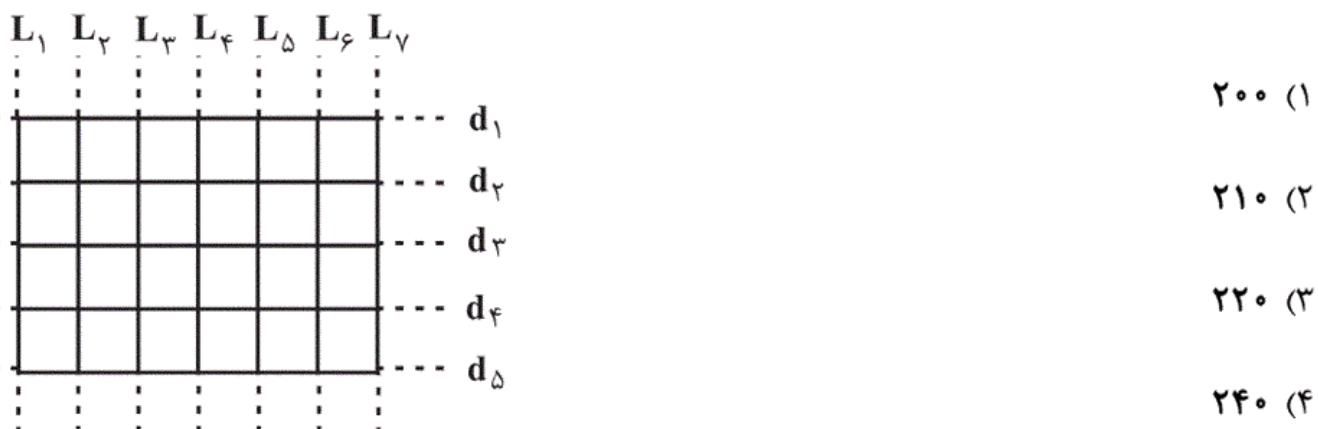
$$81 \quad (4)$$

$$101 \quad (3)$$

$$111 \quad (2)$$

$$112 \quad (1)$$

۵۴- در شکل زیر از برخورده خطوط افقی d_1 تا d_5 و خطوط عمودی L_1 تا L_7 چند مستطیل به وجود آمده است؟



۵۵- می خواهیم با استفاده از ارقام مجموعه $\{0, 1, 2, \dots, 8, 9\}$ اعداد ۴ رقمی بدون تکرار ارقام بسازیم، به طوری که

اعداد ساخته شده ۲ رقم زوج و ۲ رقم فرد داشته باشند. چه تعداد عدد با این شرایط می توانیم بسازیم؟

- ۲۸۸۰ (۴) ۲۱۶۰ (۳) ۱۴۴۰ (۲) ۲۴۰۰ (۱)

۵۶- در یک آپارتمان ۶ زوج (زن و شوهر) زندگی می کنند. به چند طریق می توان ۵ نفر از بین این ۱۲ نفر

انتخاب کرد که دقیقاً یک زوج بین آنها وجود داشته باشد؟

- ۵۴۰ (۴) ۳۶۰ (۳) ۴۸۰ (۲) ۲۴۰ (۱)

۵۷- تعداد زیرمجموعه های ۷ عضوی از مجموعه حروف فارسی که ۲ حرف «س» و «ش» در آنها نیستند و

حرف «ب»، «ل» و «م» حتماً در آنها هستند، کدام است؟

- ۲۴×۲۵×۲۶ (۴) $\binom{۳۲}{۴}$ (۳) $\binom{۳۰}{۴}$ (۲) $\binom{۲۷}{۴}$ (۱)

۵۸- در رستوران (۱)، ۳ نوع پیش غذا، ۵ نوع غذای اصلی و ۷ نوع دسر وجود دارد و در رستوران (۲)، ۴ نوع

پیش غذا، ۶ نوع غذای اصلی و ۲ نوع دسر وجود دارد. اگر فردی یکی از این رستوران‌ها را انتخاب کند و

از منوی آن رستوران دقیقاً یک غذای اصلی، حداکثر یک پیش‌غذا و حداکثر یک دسر را انتخاب کند، در

مجموع چند حالت برای میز غذای او وجود دارد؟

۱۵۳ (۲)

105×48 (۱)

۱۸۰ (۴)

۲۵۰ (۳)

۵۹- با حروف کلمه «خوارزمی» چند کلمه ۵ حرفی و بدون توجه به معنا می‌توان نوشت که فقط ۲ نقطه

داشته باشد؟

۴۸۰ (۴)

۶۲۴ (۳)

۷۴۴ (۲)

۷۲۰ (۱)

۶۰- مقدار n در معادله $n! = 13(13! + 12!)$ کدام است؟

۱۵ (۴)

۱۴ (۳)

۱۳ (۲)

۱۱ (۱)

۶۱- در معادله زیر، مقدار n کدام است؟

$$P(n, 4) = 6 \cdot C(n - 2, 2)$$

۸ (۴)

۵ (۳)

۶ (۲)

۲ (۱)

۶۲- در یک گلفروشی، هشت نوع گل متفاوت وجود دارد و برای ایجاد هر دسته گل، به چهار نوع گل نیاز داریم. به

چند حالت می‌توان دسته گلی تهیه کرد که دو نوع خاص از این گل‌ها در آن وجود نداشته باشد؟

۱۵) ۴

۱۲) ۳

۱۰) ۲

۸) ۱

ریاضی ۱- سوالات موازی، انواع تابع

۸۳- اضلاع مکعب مستطیلی متناسب با اعداد ۱، ۲ و ۳، تابعی که حجم مکعب (V) را بر حسب قطر آن (d)

بیان کند، کدام است؟

$$V = \frac{\sqrt{14}d^3}{3} \quad (2)$$

$$V = \frac{d^3}{14} \quad (1)$$

$$V = \frac{3d^3}{2\sqrt{14}} \quad (4)$$

$$V = \left(\frac{d}{2\sqrt{14}}\right)^3 \quad (3)$$

۸۴- اگر $f(x) = (a-2)x^3 - (a+b)x + 3x + 2a - b$ کدام است؟

۸) ۴

۶) ۳

۴) ۲

۲) ۱

۸۵- اگر f تابع همانی و g تابعی ثابت باشد، مقدار $\frac{3f(2)+g(3)}{2g(7)+f(1)}$ کدام است؟ (دامنه توابع f

و g برابر با \mathbb{R} است).

۴) نمی‌توان تعیین کرد.

۳) صفر

۷) ۲

۴) ۱

-۸۶ - برد تابع $y = x - x^2$ کدام است؟

$$[\frac{1}{2}, +\infty) \quad (2)$$

$$(-\infty, -\frac{1}{4}] \quad (1)$$

$$[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}] \quad (4)$$

$$(-\infty, \frac{1}{4}] \quad (3)$$

-۸۷ - برد تابع زیر کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & , x < 0 \\ |x+2| & , 0 \leq x \leq 3 \\ -1 & , x > 3 \end{cases}$$

$$(-\infty, 1) \cup [2, 5] \quad (2)$$

$$\mathbf{R} \quad (1)$$

$$(-\infty, 5) - \{3\} \quad (4)$$

$$\mathbf{R} - (1, 5) \quad (3)$$

-۸۸ - کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح نیست؟

۱) امکان ندارد تابعی هم ثابت باشد و هم همانی.

۲) تابع $y = |x|$ به ازای $x > 0$ تابعی همانی است.

۳) همواره دامنه و برد تابع همانی یکسان است.

۴) تعداد اعضای دامنه یک تابع ثابت هیچ‌گاه کمتر از تعداد اعضای برد آن نیست.

-۸۹ - مساحت ناحیه محدود بین نمودار $f(x) = -|x-3| + 3$ و خط $y = -1$ چقدر است؟

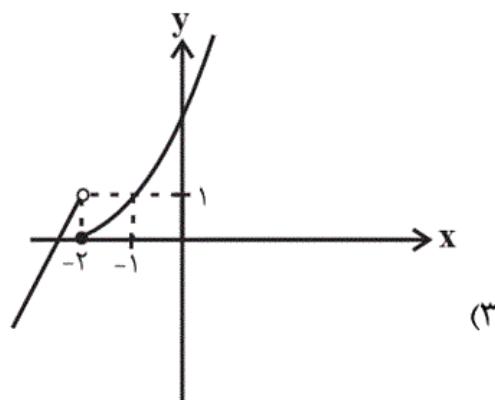
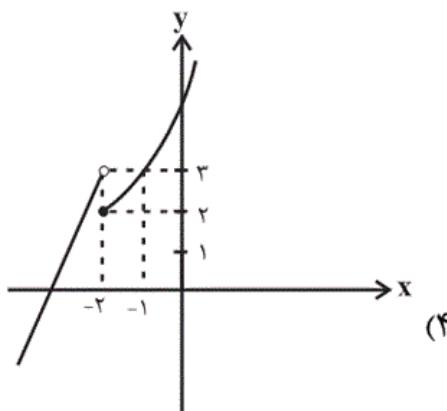
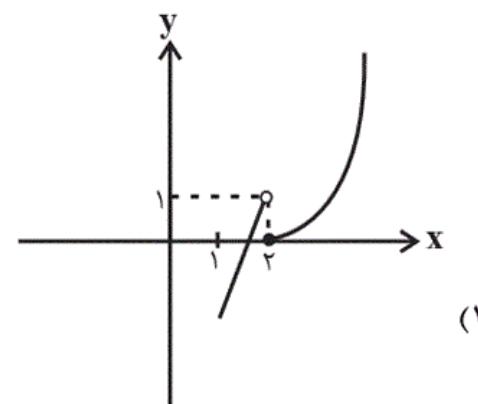
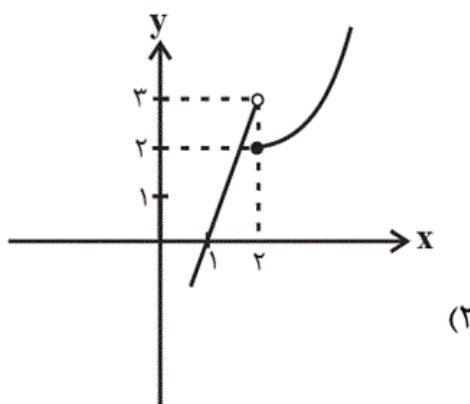
۹) ۴

۳۲) ۳

۱۸) ۲

۱) ۱۶

۹۰- اگر $y = f(x+2) + 2$ کدام است؟ $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x \geq 0 \\ 3x+1 & ; x < 0 \end{cases}$ باشد، نمودار تابع



ریاضی ۱-سوالات موازی ، شمارش ، بدون شمردن

۷۱- با ترکیب حداقل ۳ رنگ از ۵ رنگ قرمز، آبی، زرد، سیاه و سفید، چند رنگ جدید می‌توان درست کرد؟

۱۶) ۴

۱۵) ۳

۱۴) ۲

۱۳) ۱

۷۲- تعداد کلمات ۳ حرفی که با استفاده از حروف a, b, d, e, f, s, t می‌توان ساخت، چند برابر تعداد کلمات ۵ حرفی است که با استفاده از حروف مذکور می‌توان ساخت؟ (تکرار حروف مجاز نیست).

۲) ۴

$\frac{1}{2}) ۳$

$\frac{1}{6}) ۲$

$\frac{1}{12}) ۱$

۷۳- با ارقام ۶,۵,۴,۳,۲,۱، ۰، ۶، ۵، ۴، ۳، ۲، ۱، ۰ چند عدد زوج سه رقمی بزرگ‌تر از ۳۰۰ می‌توان نوشت؟

۸۱) ۴

۱۰۱) ۳

۱۱۱) ۲

۱۱۲) ۱

۷۴- در شکل زیر از برخورد خطوط افقی L_1 تا L_7 و خطوط عمودی d_1 تا d_5 چند مستطیل به وجود آمده است؟

$L_1 \ L_2 \ L_3 \ L_4 \ L_5 \ L_6 \ L_7$

d_1

۲۰۰) ۱

d_2

۲۱۰) ۲

d_3

۲۲۰) ۳

d_4

۲۴۰) ۴

d_5

۷۵- می‌خواهیم با استفاده از ارقام مجموعه $\{0, 1, 2, \dots, 8, 9\}$ اعداد ۴ رقمی بدون تکرار ارقام بسازیم، به‌طوری که اعداد ساخته شده ۲ رقم آن زوج و ۲ رقم فرد داشته باشد. چه تعداد عدد با این شرایط می‌توانیم بسازیم؟

۲۸۸۰) ۴

۲۱۶۰) ۳

۱۴۴۰) ۲

۲۴۰۰) ۱

۷۶- در یک آپارتمان ۶ زوج (زن و شوهر) زندگی می‌کنند. به چند طریق می‌توان ۵ نفر از بین این ۱۲ نفر انتخاب کرد که دقیقاً یک زوج بین آن‌ها وجود داشته باشد؟

۵۴۰) ۴

۳۶۰) ۳

۴۸۰) ۲

۲۴۰) ۱

۷۷- تعداد زیرمجموعه‌های ۷ عضوی از مجموعه حروف فارسی که ۲ حرف «س» و «ش» در آن‌ها نیستند و ۳

حروف «ب»، «ل» و «م» حتماً در آن هستند، کدام است؟

۲۴×۲۵×۲۶

$$\binom{32}{4} \quad (3)$$

$$\binom{30}{4} \quad (2)$$

$$\binom{27}{4} \quad (1)$$

۷۸- در رستوران (۱)، ۳ نوع پیش غذا، ۵ نوع غذای اصلی و ۷ نوع دسر وجود دارد و در رستوران (۲)، ۴ نوع

پیش غذا، ۶ نوع غذای اصلی و ۲ نوع دسر وجود دارد. اگر فردی یکی از این رستوران‌ها را انتخاب کند و

از منوی آن رستوران دقیقاً یک غذای اصلی، حداکثر یک پیش‌غذا و حداکثر یک دسر را انتخاب کند، در

مجموع چند حالت برای میز غذای او وجود دارد؟

۱۸۰

۲۵۰

۱۵۳

۱۰۵×۴۸

۷۹- با حروف کلمه «خوارزمی» چند کلمه ۵ حرفی و بدون توجه به معنا می‌توان نوشت که فقط ۲ نقطه

داشته باشد؟

۴۸۰

۶۲۴

۷۴۴

۷۲۰

۸۰- مقدار n در معادله $n! = 13(13! + 12!)$ کدام است؟

۱۵

۱۴

۱۳

۱۱

۸۱- در معادله زیر، مقدار n کدام است؟

$$P(n, 4) = 6 \cdot C(n - 2, 2)$$

۸) ۴

۵) ۳

۶) ۲

۷) ۱

۸۲- در یک گلفروشی، هشت نوع گل متفاوت وجود دارد و برای ایجاد هر دسته گل، به چهار نوع گل نیاز داریم. به

چند حالت می‌توان دسته گلی تهییه کرد که دو نوع خاص از این گل‌ها در آن وجود نداشته باشد؟

۱۵) ۴

۱۲) ۳

۱۰) ۲

۸) ۱

«کتاب پر تکرار»

-۶۳

$A \cup B$: پیشامد آن که حداقل در یکی از دروس قبول شود $\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{پیشامد قبولی در درس ریاضی:} \\ \text{B: پیشامد قبولی در درس فیزیک:} \end{array} \right.$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{P(B)=0/7 \text{ و } P(A)=0/65}{P(A \cap B)=0/45} \rightarrow P(A \cup B) = 0/65 + 0/7 - 0/45 = 0/9$$

(صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱ کتاب (رسی) (آمار و احتمال))

۴

۳

۲

۱ ✓

«کتاب پر تکرار»

-۶۴

تولد هر فرزند دو حالت دارد (دختر یا پسر)، طبق اصل ضرب تعداد کل حالات در

تولد ۴ فرزند، $n(S) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ است.

A : پیشامد آن که تعداد دختران بیشتر باشد

$$\Rightarrow A = \{(d, d, p) \text{ و } (d, d, d, p) \text{ و } (d, d, d, d) \text{ و } (p, d, d, d)\}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{16}$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۴۲ تا ۱۵۱ کتاب (رسی) (ترکیبی))

۴

۳

۲ ✓

۱

«علی غلام‌پور»

تعداد حالت‌هایی که از شهر **B** نیز عبور می‌کنیم طبق اصل ضرب برابر است با:

$$n(A) = 3 \times 5 = 15$$

تعداد کل حالات را به دست می‌آوریم:

$$n(S) = \left(\begin{array}{c} \text{تعداد حالاتی که از شهر } B \\ \text{هم عبور کنیم} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{تعداد مستقیم از } A \\ \text{به } C \text{ برویم} \end{array} \right)$$

$$n(S) = 3 \times 5 + 3 = 18$$

احتمال این‌که از شهر **B** عبور کنیم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{18} = \frac{5}{6}$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۴۲ تا ۱۵۱ کتاب درسی) (ترکیبی)

✓

۳

۲

۱

«علی ارجمند»

در جعبه $12 = 3 + 4 + 5$ مهره وجود دارد. تعداد کل حالات انتخاب ۳ مهره از

بین آن‌ها برابر است با:

$$n(S) = \binom{12}{3} = \frac{12!}{3!9!} = 220$$

برای آن‌که ۲ مهره انتخابی همزنگ باشند، داریم:

$$n(A) = \underbrace{\binom{5}{2}}_{2 \text{ تا فرموز}} \underbrace{\binom{7}{1}}_{2 \text{ تا سایه}} + \underbrace{\binom{4}{2}}_{2 \text{ تا آبیس}} \underbrace{\binom{8}{1}}_{2 \text{ تا آبیس}} + \underbrace{\binom{3}{2}}_{2 \text{ تا آبیس}} \times \binom{9}{1} = 10 \times 7 + 6 \times 8 + 3 \times 9 = 145$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{145}{220} = \frac{29}{44}$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۳۳ تا ۱۵۱ کتاب درسی) (ترکیبی)

✓

۳

۲

۱

فرض می کنیم:

$$\frac{P(A \cup B)}{4} = \frac{P(A')}{2} = \frac{P(B')}{3} = \frac{P(A \cap B)}{1} = t$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = 4t, P(A') = 2t, P(B') = 3t, P(A \cap B) = t$$

می دانیم:

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - 2t, P(B) = 1 - P(B') = 1 - 3t$$

از طرفی:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 4t = (1 - 2t) + (1 - 3t) - t$$

$$\Rightarrow 4t = 2 - 6t \Rightarrow 10t = 2 \Rightarrow t = \frac{1}{5}$$

$$P(A) = 1 - 2t \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

(صفحه های ۱۴۲ تا ۱۵۱ کتاب درسی) (آمار و احتمال)

✓

۳

۲

۱

در حالت کلی $5+6$ شیء داریم که جایگشت آنها برابر است با:

$$n(S) = (6+5)! = 11!$$

برای محاسبه تعداد حالات مطلوب ابتدا کتابهای ریاضی را جایگشت می‌دهیم

که می‌شود $6!$. در طرفین کتابهای ریاضی و نیز ما بین آنها در مجموع ۷

جای خالی ایجاد می‌شود که از بین آنها ۵ جای خالی انتخاب کرده و کتابهای

شیمی را به $5!$ جایگشت در آنها قرار می‌دهیم. در این صورت قطعاً هیچ دو

کتاب شیمی در کنار هم قرار نخواهد گرفت. داریم:

$$6! \times \binom{7}{5} \times 5! = 6! \times 5! \times 21$$

$$\Rightarrow P = \frac{6! \times 5! \times 21}{11!} = \frac{5! \times 21}{11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 7}{11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7} = \frac{1}{22}$$

(صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۵۱ کتاب درسی) (ترکیبی)

۴ ✓

۳

۲

۱

پیشامد آن که نه A رخ دهد و نه B یعنی $(A \cup B)'$ ابتدا را

حساب می‌کنیم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{6}$$

$$= \frac{4+9-2}{12} = \frac{11}{12}$$

از طرفی:

$$P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{11}{12} = \frac{1}{12}$$

(صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱ کتاب درسی) (آمار و احتمال)

✓

۳

۲

۱

احتمال متمم پیشامد مورد نظر را حساب می‌کنیم. پیشامد A' پیشامد آن است

که هیچ دو تا لنگه کفشه انتخاب شده مربوط به یک جفت نباشد. پس:

$$n(A') = \binom{10}{5} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1}$$

$$n(S) = \binom{20}{5}$$

$$P(A') = \frac{\frac{10!}{5!5!} \times 2^5}{\frac{20!}{15!5!}} = \frac{\frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 2^5}{5!}}{\frac{20 \times 19 \times 18 \times 17 \times 16}{15!5!}}$$

$$= \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 2^5}{20 \times 19 \times 18 \times 17 \times 16} = \frac{7 \times 6 \times 4}{19 \times 17} = \frac{168}{323}$$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - \frac{168}{323} = \frac{155}{323}$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۳۳ تا ۱۵۱ کتاب درسی) (ترکیبی)

۴

۳

۲

۱

«ناصر اسلندری»

در این سوال، ترکیب حداقل سه رنگ مدنظر است، یعنی یا ۳ رنگ یا ۴ رنگ

یا ۵ رنگ با هم می‌توانند ترکیب شوند:

$$\binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5} = \frac{5!}{3! \times 2!} + \frac{5!}{4! \times 1!} + \frac{5!}{5! \times 0!} = 10 + 5 + 1 = 16$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۳۳ تا ۱۴۰ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

۴ ✓

۳

۲

۱

«مهرداد قاضی»

$$\frac{\text{تعداد کلمات ۳ حرفی بدون تکرار حروف}}{\text{تعداد کلمات ۵ حرفی بدون تکرار حروف}} = \frac{P(7,3)}{P(7,5)}$$

$$= \frac{\frac{7!}{4!}}{\frac{7!}{2!}} = \frac{2!}{4!} = \frac{1}{12}$$

(صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱ ✓

تعداد اعداد سه رقمی زوج بزرگ‌تر از ۳۰۰ که رقم یکان آن صفر و رقم صدگان

۳ باشد، برابر است با:

$$\boxed{1} \times \boxed{6} \times \boxed{1} = 1 \times 6 \times 1 = 6$$

$\{3\}$ $\{1, 2, \dots, 6\}$ $\{0\}$

تعداد اعداد سه رقمی زوج بزرگ‌تر از ۳۰۰ که رقم یکان آن صفر و رقم صدگان

بزرگ‌تر مساوی ۴ باشد، برابر است با:

$$\boxed{3} \times \boxed{7} \times \boxed{1} = 3 \times 7 \times 1 = 21$$

$\{4, 5, 6\}$ $\{0, 1, \dots, 6\}$ $\{0\}$

تعداد اعداد سه رقمی زوج بزرگ‌تر از ۳۰۰ که رقم یکان آن ۲ یا ۴ یا ۶

باشد، برابر است با:

$$\boxed{4} \times \boxed{7} \times \boxed{3} = 4 \times 7 \times 3 = 84$$

$\{3, 4, 5, 6\}$ $\{0, 1, \dots, 6\}$ $\{2, 4, 6\}$

تعداد کل اعداد مطلوب $= 6 + 21 + 84 = 111$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱

مستطیل از برخورد دو خط افقی و دو خط عمودی به دست می‌آید. در شکل ۵

خط افقی (d_1 تا d_5) و ۷ خط عمودی (L_1 تا L_7) داریم، پس تعداد

مستطیل‌ها برابر است:

$$\binom{5}{2} \times \binom{7}{2} = \frac{5!}{2! \times 3!} \times \frac{7!}{2! \times 5!} = 10 \times 21 = 210$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۳۳ تا ۱۴۰ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱

مسئله را در ۲ حالت که رقم صفر در عدد انتخابی باشد یا نباشد، حل می‌کنیم:

$$\rightarrow \text{صفر نباشد} \quad \binom{5}{2} \times \binom{4}{2} \times 4! = 60 \times 24$$

$$\rightarrow \text{صفر باشد} \quad \binom{5}{2} \times \binom{4}{1} \times 3 \times 3 \times 2 \times 1 = 40 \times 18$$

تعداد کل اعداد مورد نظر $= 60 \times 24 + 40 \times 18 = 2160$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۳۳ تا ۱۴۰ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱

ابتدا ۱ زوج از ۶ زوج انتخاب می‌کنیم. حال باید ۳ نفر دیگر را طوری انتخاب

کنیم که زوج نباشند، پس ۳ زوج از ۵ زوج باقی‌مانده را انتخاب می‌کنیم و از هر

کدام زن یا مرد را انتخاب می‌کنیم که این کار را به $2 \times 2 \times 2$ حالت امکان‌پذیر

است. پس تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

$$\binom{6}{1} \times \binom{5}{3} \times 2 \times 2 \times 2 = 480$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۳۳ تا ۱۴۰ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱

وقتی ۲ حرف در زیرمجموعه‌ها نیستند، باید آن‌ها را از مجموعه اصلی حذف

کنیم و وقتی ۳ حرف حتماً در زیرمجموعه‌ها هستند، باید آن‌ها را از مجموعه

اصلی و انتخاب خود حذف کنیم (یعنی آن‌ها قبلاً انتخاب شده). تعداد کل زیر

مجموعه‌های مورد نظر برابر است با:

$$\binom{32-3-2}{2-3} = \binom{27}{4}$$

(صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱

چون فرد باید یکی از دو رستوران را انتخاب کند، بین حالات رستوران‌های (۱) و (۲) اصل جمع برقرار است. اما برای حالت‌های هر رستوران از اصل ضرب استفاده می‌کنیم، توجه کنید که برای دسر و پیش‌غذا، حالت انتخاب نکردن هم وجود دارد.

$$\boxed{4} \times \boxed{5} \times \boxed{8} = 160$$

دسر غذای اصلی پیش‌غذا

رستوران (۱)

$$\boxed{5} \times \boxed{6} \times \boxed{3} = 90$$

دسر غذای اصلی پیش‌غذا

رستوران (۲)

$$160 + 90 = 250 = \text{تعداد حالات رستوران (۲)} + \text{تعداد حالات رستوران (۱)}$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱

حالاتی زیر برای آن که کلمه دقیقاً دو نقطه داشته باشد، وجود دارد:

حالت اول: هر دو حرف «ز» و «خ» در کلمه باشند ولی حرف «ی» نباشد:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{انتخاب ۳ حرف از بین «و»، «ر» و «م»} \\ \text{جایگشت ۵ حرف} \end{array} \right. = \binom{4}{3} = 4 \Rightarrow 4 \times 5! = 480$$

حالات دوم: هر دو حرف «ز» و «خ» در کلمه باشد و حرف «ی» حرف آخر

باشد:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{انتخاب ۲ حرف از بین ۴ حرف باقیمانده} \\ \text{جایگشت ۴ حرف (حرف «ی» آخر است)} \end{array} \right. = \binom{4}{2} = 6 \Rightarrow 6 \times 4! = 144$$

۴

۳

۲

۱ ✓

«کتاب پر تکرار»

-۶۰

$$13(13! + 12!) = 13(12! \times 13 + 12!) = 13 \times 12!(13+1) = 12! \times 13 \times 14 = 14!$$

$$\Rightarrow n = 14$$

(صفحه‌های ۱۲۸ و ۱۲۹ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

۴

۳ ✓

۲

۱

«کتاب پر تکرار»

$$P(n, r) = r \cdot C(n - r, r)$$

$$\Rightarrow \frac{n!}{(n-r)!} = r \cdot \frac{(n-r)!}{(n-r-r)! \times r!} \Rightarrow n! = r \cdot (n-r)!$$

$$\Rightarrow n(n-1)(n-r)! = r \cdot (n-r)! \Rightarrow n^r - n - r = 0$$

$$\Rightarrow (n-r)(n+r) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = r \\ n = -r \end{cases}$$

(صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳) کتاب درسی (شمارش، بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱

«کتاب پر تکرار»

برای انتخاب گل‌ها، باید ۴ نوع گل را از بین ۶ نوع گل باقی مانده

(۶-۲=۴) انتخاب کنیم، بنابراین:

$$\binom{6}{4} = \frac{6!}{2 \times 4!} = \frac{5 \times 6}{2} = 15$$

(صفحه‌های ۳۹ تا ۴۰) کتاب درسی (شمارش، بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱

«کتاب پر تکرار»

اضلاع مکعب مستطیل را x ، $2x$ و $3x$ در نظر می‌گیریم:

$$\text{حجم : } V = a \cdot b \cdot c = (x)(2x)(3x) = 6x^3$$

$$\text{قطر : } d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{x^2 + 4x^2 + 9x^2} = \sqrt{14x^2} = x\sqrt{14}$$

$$x = \frac{d}{\sqrt{14}} \xrightarrow[\text{طول قطر}]{\text{حجم بر حسب}} V = 6x^3 = 6\left(\frac{d}{\sqrt{14}}\right)^3$$

$$V = \frac{6d^3}{14\sqrt{14}} = \frac{3d^3}{7\sqrt{14}}$$

(صفحه ۹ کتاب درسی) (تابع)

✓

«کتاب پر تکرار»

از آن جا که ضابطه تابع ثابت $f(x) = k$ می‌باشد، باید ضریب همه عبارات شامل x صفر باشد.

$$\begin{aligned} a - 2 &= 0 \Rightarrow a = 2 \\ -(a+b)+3 &= 0 \Rightarrow a+b = 3 \xrightarrow[a=2]{\quad} b = 1 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \Rightarrow a \cdot b = 2$$

(صفحه ۱۰ کتاب درسی) (تابع)

✓

«کتاب پر تکرار»

$$\frac{\text{تابع همانی است.}}{\text{تابع ثابت است.}} \rightarrow f(x) = x, g(x) = k$$

$$\Rightarrow \frac{2f(2)+g(3)}{2g(2)+f(1)} = \frac{10}{9} \Rightarrow \frac{2(2)+k}{2(k)+1} = \frac{10}{9} \Rightarrow \frac{6+k}{2k+1} = \frac{10}{9}$$

$$\Rightarrow 10k = 44 \Rightarrow k = 4 \Rightarrow g(x) = 4 \Rightarrow g(0) = 4$$

(صفحه ۱۰ کتاب درسی) (تابع)

۱

۲

۳

۴ ✓

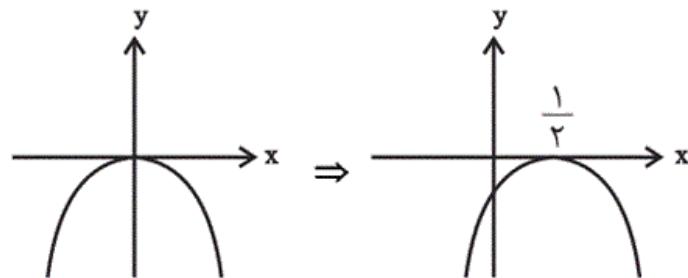
ابتدا تابع درجه دوم را مربع کامل می‌کنیم:

$$y = x - x^2 \Rightarrow y = -x^2 + x - \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$y = -(x^2 - x + \frac{1}{4}) + \frac{1}{4} = -(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4}$$

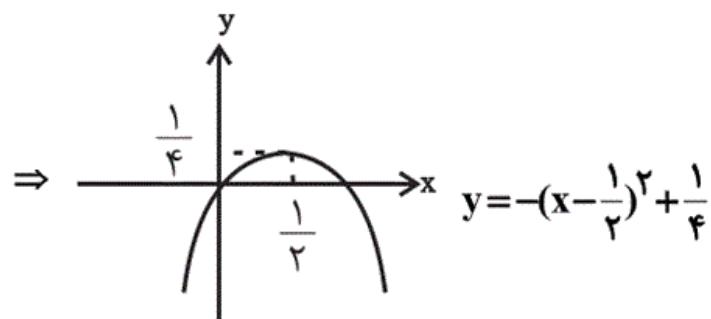
برای رسم نمودار تابع فوق باید ابتدا نمودار تابع $y = -x^2$ را $\frac{1}{2}$ واحد به راست

و سپس $\frac{1}{4}$ واحد به بالا منتقل کنیم:



$$y = -x^2$$

$$y = -(x - \frac{1}{2})^2$$



$(-\infty, \frac{1}{4}]$: برد تابع

(صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳) کتاب درسی (تابع)

۴

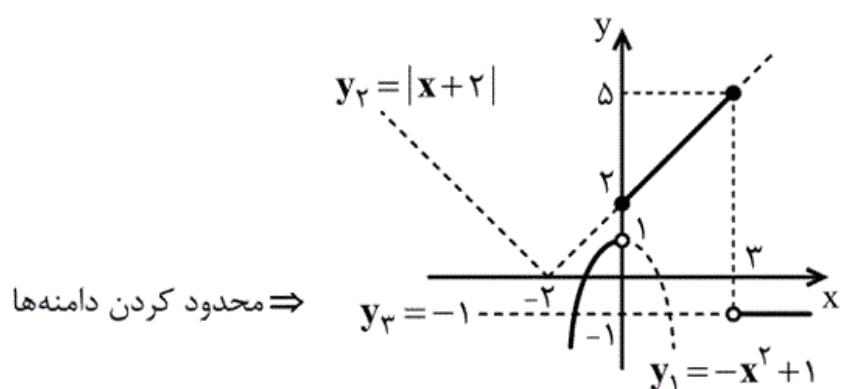
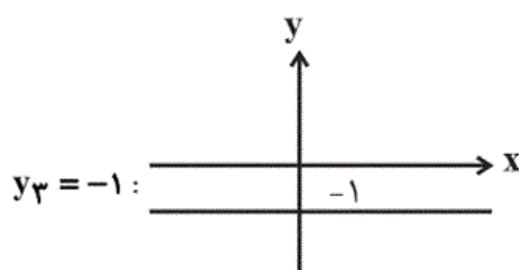
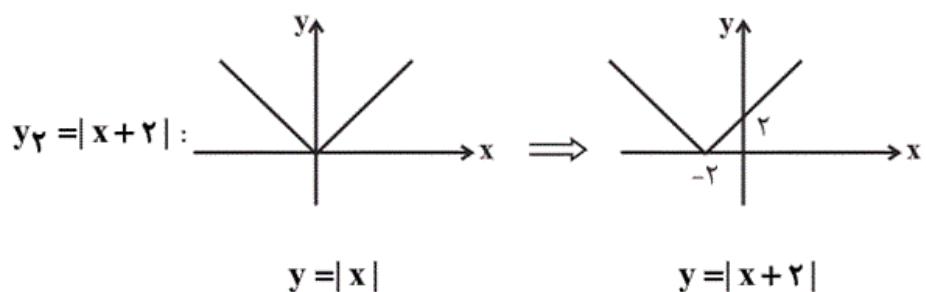
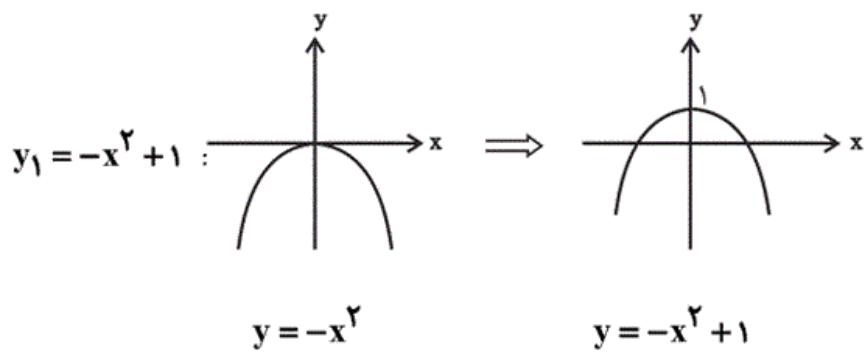
۳ ✓

۲

۱

از آن جا که تابع چند ضابطه‌ای است، باید نمودار هر ضابطه را جدا رسم کنیم و با

توجه به دامنه هر ضابطه، نمودارش را محدود کنیم.



\Rightarrow برد تابع $(-\infty, 1) \cup [2, 5]$

(صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷) کتاب درسی (تابع)

۴

۳

۲ ✓

۱

«علی ارجمند»

گزینه «۱» صحیح نیست و مثال نقض دارد. برای مثال تابع $y = 1$ با دامنه $\{1\}$ تابعی است که هم همانی بوده و هم ثابت می‌باشد. سایر گزینه‌ها صحیح هستند.

(صفهه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳) کتاب درسی (تابع)

۴

۳

۲

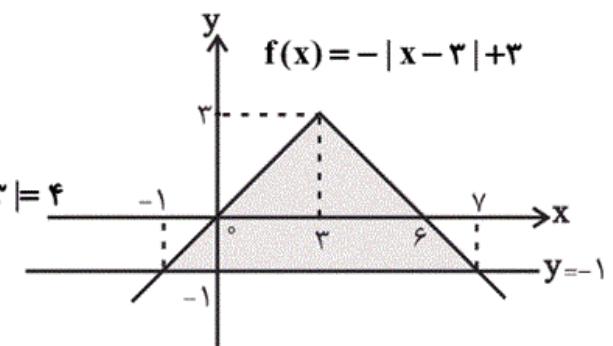
۱ ✓

نقاط برخورد نمودار تابع f و خط $y = -1$ را به دست می‌آوریم.

$$-|x - 3| + 3 = -1$$

$$\Rightarrow -|x - 3| = -4 \Rightarrow |x - 3| = 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 3 = 4 \Rightarrow x = 7 \\ x - 3 = -4 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$



$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} \times (7 - (-1)) \times (3 - (-1)) = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16$$

(صفهه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷) کتاب درسی (تابع)

۴

۳

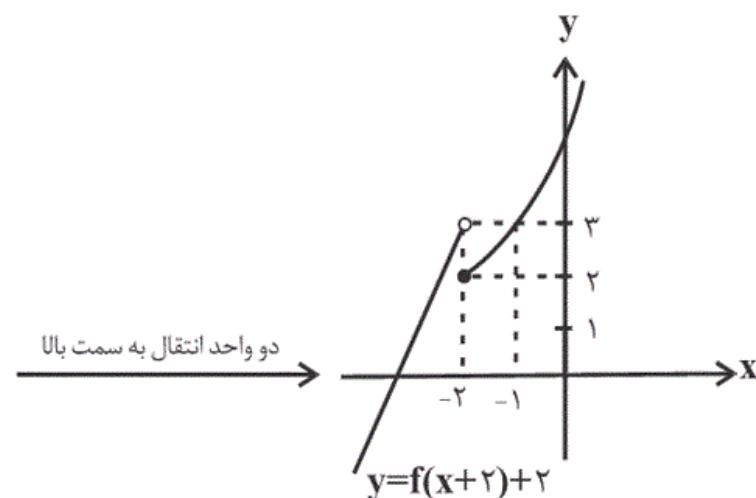
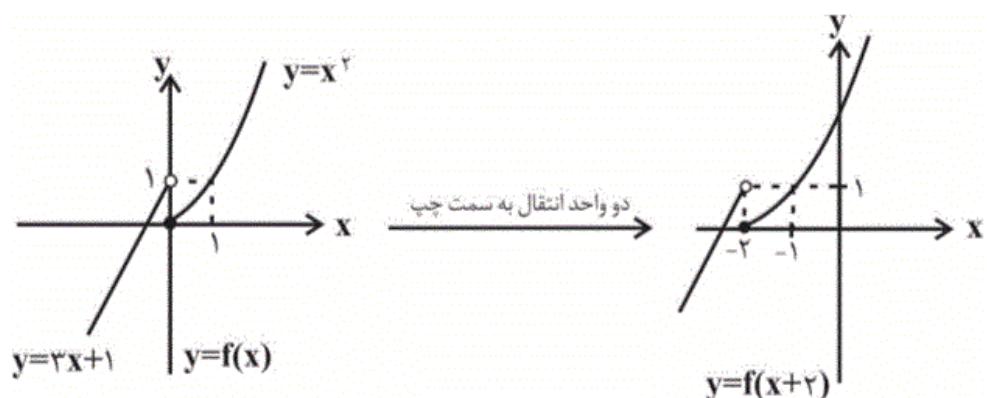
۲

۱ ✓

ابتدا نمودار تابع f را رسم می‌کنیم. برای رسم نمودار تابع

$y = f(x+2) + 2$ نمودار تابع f را ابتدا دو واحد به سمت چپ و سپس

دو واحد به سمت بالا منتقل می‌کنیم.



(صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷ کتاب درسی) (تابع)

۴ ✓

۳

۲

۱

در این سوال، ترکیب حداقل سه رنگ مدنظر است، یعنی یا ۳ رنگ یا ۴ رنگ

یا ۵ رنگ با هم می‌توانند ترکیب شوند:

$$\binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5} = \frac{5!}{3! \times 2!} + \frac{5!}{4! \times 1!} + \frac{5!}{5! \times 0!} = 10 + 5 + 1 = 16$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۳۳ تا ۱۳۰ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\frac{\text{تعداد کلمات ۳ حرفی بدون تکرار حروف}}{\text{تعداد کلمات ۵ حرفی بدون تکرار حروف}} = \frac{P(7,3)}{P(7,5)}$$

$$= \frac{\frac{7!}{4!}}{\frac{7!}{2!}} = \frac{2!}{4!} = \frac{1}{12}$$

(صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱ ✓

تعداد اعداد سه رقمی زوج بزرگ‌تر از ۳۰۰ که رقم یکان آن صفر و رقم صدگان

۳ باشد، برابر است با:

$$\boxed{1} \times \boxed{6} \times \boxed{1} = 1 \times 6 \times 1 = 6$$

$\{3\}$ $\{1, 2, \dots, 6\}$ $\{0\}$

تعداد اعداد سه رقمی زوج بزرگ‌تر از ۳۰۰ که رقم یکان آن صفر و رقم صدگان

بزرگ‌تر مساوی ۴ باشد، برابر است با:

$$\boxed{3} \times \boxed{7} \times \boxed{1} = 3 \times 7 \times 1 = 21$$

$\{4, 5, 6\}$ $\{0, 1, \dots, 6\}$ $\{0\}$

تعداد اعداد سه رقمی زوج بزرگ‌تر از ۳۰۰ که رقم یکان آن ۲ یا ۴ یا ۶

باشد، برابر است با:

$$\boxed{4} \times \boxed{7} \times \boxed{3} = 4 \times 7 \times 3 = 84$$

$\{3, 4, 5, 6\}$ $\{0, 1, \dots, 6\}$ $\{2, 4, 6\}$

تعداد کل اعداد مطلوب $= 6 + 21 + 84 = 111$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب (رسی) (شمارش، بدون شمارن)

۴

۳

۲ ✓

۱

«دواود بوالحسنی»

مستطیل از برخورد دو خط افقی و دو خط عمودی بهدست می‌آید. در شکل ۵

خط افقی (d_1 تا d_5) و ۷ خط عمودی (L_1 تا L_7) داریم، پس تعداد

مستطیل‌ها برابر است با:

$$\binom{5}{2} \times \binom{7}{2} = \frac{5!}{2 \times 3!} \times \frac{7!}{2 \times 5!} = 10 \times 21 = 210$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۳۳ تا ۱۴۰ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱

«محمد جوار محسنی»

مسئله را در ۲ حالت که رقم صفر در عدد انتخابی باشد یا نباشد، حل می‌کنیم:

$$\binom{5}{2} \times \binom{4}{2} \times 4! = 60 \times 24 \rightarrow \text{صفر نباشد}$$

$$\binom{5}{2} \times \binom{4}{1} \times 3 \times 3 \times 2 \times 1 = 40 \times 18 \rightarrow \text{صفر باشد}$$

تعداد کل اعداد مورد نظر $= 60 \times 24 + 40 \times 18 = 2160$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۳۳ تا ۱۴۰ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱

ابتدا ۱ زوج از ۶ زوج انتخاب می‌کنیم. حال باید ۳ نفر دیگر را طوری انتخاب کنیم که زوج نباشند، پس ۳ زوج از ۵ زوج باقی‌مانده را انتخاب می‌کنیم و از هر کدام زن یا مرد را انتخاب می‌کنیم که این کار را به $2 \times 2 \times 2$ حالت امکان‌پذیر است. پس تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

$$\binom{6}{1} \times \binom{5}{3} \times 2 \times 2 \times 2 = 480$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۳۳ تا ۱۴۰ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

 ۴ ۳ ۲ ۱

وقتی ۲ حرф در زیرمجموعه‌ها نیستند، باید آن‌ها را از مجموعه اصلی حذف کنیم و وقتی ۳ حرف حتماً در زیرمجموعه‌ها هستند، باید آن‌ها را از مجموعه اصلی و انتخاب خود حذف کنیم (یعنی آن‌ها قبلاً انتخاب شده).

 ۴ ۳ ۲ ۱

چون فرد باید یکی از دو رستوران را انتخاب کند، بین حالات رستوران‌های (۱) و (۲) اصل جمع برقرار است. اما برای حالت‌های هر رستوران از اصل ضرب استفاده می‌کنیم، توجه کنید که برای دسر و پیش‌غذا، حالت انتخاب نکردن هم وجود دارد.

$$\boxed{4} \times \boxed{5} \times \boxed{8} = 160$$

دسر غذای اصلی پیش غذا رستوران (۱)

$$\boxed{5} \times \boxed{6} \times \boxed{3} = 90$$

دسر غذای اصلی پیش غذا رستوران (۲)

$$160 + 90 = 250 = \text{تعداد حالات رستوران (۲)} + \text{تعداد حالات رستوران (۱)}$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

حالات‌های زیر برای آن که کلمه دقیقاً دو نقطه داشته باشد، وجود دارد:

حالت اول: هر دو حرف «ز» و «خ» در کلمه باشند ولی حرف «ی» نباشد:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{انتخاب ۳ حرف از بین «و»، «ر» و «م»} \\ \text{جایگشت ۵ حرف} \end{array} \right. = \binom{4}{3} = 4 \Rightarrow 4 \times 5! = 480$$

حالت دوم: هر دو حرف «ز» و «خ» در کلمه باشد و حرف «ی» حرف آخر

باشد:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{انتخاب ۲ حرف از بین ۴ حرف باقی‌مانده} \\ \text{جایگشت ۴ حرف (حرف «ی» آخر است)} \end{array} \right. = \binom{4}{2} = 6 \Rightarrow 6 \times 4! = 144$$

حالت سوم: حروف «ز» و «خ» در کلمه نباشد و حرف «ی» حرف آخر

نباشد:

$$(تعداد حالاتی که حروف «ی» آخر است) - (جایگشت ۵ حرف باقی‌مانده) = 5! - 4! = 96$$

طبق اصل جمع تعداد کل حالات برابر است با: $480 + 144 + 96 = 720$

(صفحه‌های ۱۲۸ و ۱۲۹ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱

«کتاب پر تکرار»

-۸۰

$$13(13! + 12!) = 13(12! \times 13 + 12!) = 13 \times 12!(13+1) = 125 \times 13 \times 14 = 14!$$

$$\Rightarrow n = 14$$

(صفحه‌های ۱۲۸ و ۱۲۹ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱

«کتاب پر تکرار»

$$P(n, r) = r \cdot C(n - 2, 2)$$

$$\Rightarrow \frac{n!}{(n-r)!} = r \cdot \frac{(n-2)!}{(n-2-2) \times 2!} \Rightarrow n! = 3 \cdot (n-2)!$$

$$\Rightarrow n(n-1)(n-2)! = 3 \cdot (n-2)! \Rightarrow n^2 - n - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (n-6)(n+5) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 6 \\ n = -5 \end{cases}$$

غیر قابل

(صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۴ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

۱

۲

۳

۴

«کتاب پر تکرار»

برای انتخاب گل‌ها، باید ۶ نوع گل را از بین ۴ نوع باقی مانده

(۸-۲=۶) انتخاب کنیم. بنابراین:

$$\binom{6}{4} = \frac{6!}{2 \times 4!} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$$

(صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۴ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

۱

۲

۳

۴