سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)

https://t.me/riazisara

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)

https://www.instagram.com/riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

حسابان 1 - 20 سوال

۸۱- نمودار تابع $y = \log_b^{(ax+2)}$ محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۱ و خط $y = 3$ را در نقطه‌ای به طول ۳ قطع می‌کند. $a+b$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۲- حاصل‌ضرب جواب‌های معادلهٔ $\log_{10}^{x} - 2\log_x^{10} = 1$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۱۰ ۳) ۱۰۰ ۴) $10\sqrt{10}$

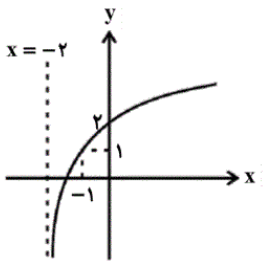
۸۳- اگر $10^a = 3$ و $10^b = 27\sqrt{3}$ باشد، حاصل $\log_{\frac{4}{49}}^{ab}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) -2 ۴) $-\frac{1}{2}$

۸۴- اگر $\log_b^a = x$، $\log_c^b = y$ و $\log_c^a = z$ باشد، کدام تساوی زیر همواره درست است؟ (همهٔ لگاریتم‌ها تعریف شده‌اند.)

۱) $xz = y$ ۲) $yz = x$ ۳) $xy = z$ ۴) $xz = y^2$

۸۵- اگر نمودار تابع $y = \log_2^{(x+a)} - b$ را دو واحد به سمت بالا و سپس ۳ واحد به سمت چپ انتقال دهیم، نمودار زیر حاصل می‌شود.



حاصل $a-b$ برابر کدام گزینهٔ زیر است؟

۱) ۲
۲) -2
۳) صفر
۴) ۱

۸۶- اگر $\log_2^{(x^3+8)} - \log_2^{(x+2)} = 2 + \log_2^3$ باشد، آن‌گاه مقدار $\log_2^{(x-2)}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۷- مقدار $\cos 15^\circ$ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ ۲) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ ۳) $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$ ۴) $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$

۸۸- اگر $\sin x = \frac{\sqrt{۶}}{۴}$ باشد، مقدار $\cos ۴x$ کدام است؟

۱) $-\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $-\frac{۷}{۸}$ ۴) $\frac{۷}{۸}$

۸۹- حاصل عبارت $A = \frac{\sqrt{۳}\sin ۷۰^\circ + \cos ۷۰^\circ}{\sin ۵^\circ \sin ۸۵^\circ}$ کدام است؟

۱) $۴\cot ۱۰^\circ$ ۲) $۴\tan ۱۰^\circ$ ۳) ۱ ۴) ۴

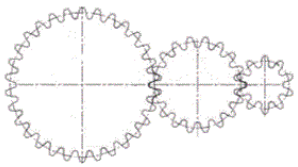
۹۰- اگر $\sin x + \cos y = \frac{\sqrt{۷}}{۲}$ و $\sin y + \cos x = \frac{\sqrt{۵}}{۲}$ باشد، مقدار $\sin(x+y)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۹۱- چرخ و فلکی ۴۰ کابین دارد و در خلاف جهت عقربه‌های ساعت حرکت می‌کند. اگر شخصی در ابتدا در کابین شمارهٔ ۵ باشد، پس از دوران به اندازهٔ $\frac{۴۳\pi}{۱۰}$ رادیان، نسبت به حالت اولیه در موقعیت کدام کابین قرار می‌گیرد؟ (فاصلهٔ بین کابین‌ها یکسان است و شماره‌بندی آن‌ها به‌ترتیب و در خلاف جهت عقربه‌های ساعت می‌باشد.)

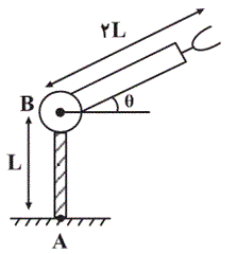
۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۱ ۴) ۱۲

۹۲- چرخ‌دنده‌هایی با شعاع‌های ۲، ۳ و ۸ مطابق شکل مفروض‌اند. اگر بخواهیم کوچک‌ترین چرخ‌دنده دقیقاً یک دور کامل بچرخد، بزرگ‌ترین چرخ‌دنده را باید چند رادیان بچرخانیم؟



۱) $\frac{\pi}{۴}$ ۲) $\frac{۲\pi}{۵}$
۳) $\frac{\pi}{۲}$ ۴) $\frac{۳\pi}{۵}$

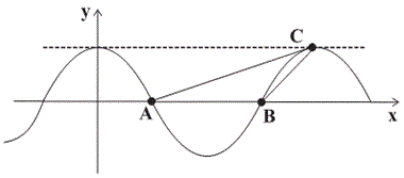
۹۳- در شکل زیر، بازوی حرکت روبات به گونه‌ای قرار گرفته است که فاصلهٔ نوک گیره تا سطح زمین، نصف حداکثر مقدار ممکن است. فاصلهٔ تصویر نوک گیره بر روی زمین تا نقطهٔ A، چند برابر L است؟ $(۰ < \theta < \frac{\pi}{۲})$



۱) $\frac{\sqrt{۱۵}}{۴}$ ۲) $\frac{\sqrt{۶}}{۴}$
۳) $\frac{\sqrt{۱۵}}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۶}}{۲}$

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۴- شکل مقابل نمودار تابع $f(x)=\cos x$ است. مساحت مثلث ABC کدام است؟



۱) $\frac{\pi}{4}$ ۲) $\frac{\pi}{2}$ ۳) π ۴) $\frac{3\pi}{2}$

۹۵- اگر $\sin(\frac{\pi}{2}+x)+2\cos(\pi-x)<0$ و $\tan(\frac{\pi}{2}-x)-\tan(\frac{\pi}{2}+x)>0$ باشد، انتهای کمان x در کدام ناحیهٔ مثلثاتی قرار دارد؟

۱) اول ۲) دوم ۳) سوم ۴) چهارم

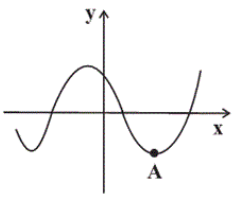
۹۶- حاصل عبارت $\sin(-\frac{7\pi}{6})+2\tan(\frac{25\pi}{4})-3\cos(\frac{124\pi}{3})$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) صفر ۳) ۴ ۴) ۳

۹۷- اگر $\alpha=75^\circ$ باشد، مقدار $\cos^3\alpha\sin\alpha-\sin^3\alpha\cos\alpha$ کدام است؟

۱) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{8}$ ۳) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ۴) $-\frac{\sqrt{3}}{8}$

۹۸- شکل مقابل، قسمتی از نمودار تابع $y=\frac{\cos x-\sin x}{\sqrt{2}}$ است. طول نقطهٔ A کدام است؟



۱) $\frac{\pi}{4}$ ۲) $\frac{\pi}{2}$ ۳) $\frac{3\pi}{4}$ ۴) $\frac{2\pi}{3}$

۹۹- حاصل عبارت $A=2[\sin 8-\sin 9]+[\cos 10]$ کدام است؟ ([ ] علامت جزء صحیح است.)

۱) ۱ ۲) -1 ۳) ۳ ۴) -3

۱۰۰- اگر $\sin 2x-\cos 2x=\frac{2}{3}$ باشد، حاصل عبارت $A=\frac{\cos 2x}{\tan x+\cot x}$ کدام است؟

۱) $\frac{4}{9}$ ۲) $\frac{5}{36}$ ۳) $\frac{1}{36}$ ۴) $-\frac{\sqrt{2}}{3}$

هندسه 2 - 10 سوال

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۱- خط L روی نیمساز زاویهٔ بین دو خط عمود بر هم d و d' واقع است. خط L را با برداری به اندازهٔ یک واحد در راستای نیمساز دیگر زاویهٔ بین d و d' انتقال می‌دهیم. مساحت ناحیهٔ محصور بین تصویر L و خطوط d و d' کدام است؟

۱) ۱

۲) $\sqrt{۲}$

۳) ۲

۴) $۲\sqrt{۲}$

۱۲۲- دایرهٔ $C(O\ ,\ \sqrt{۲})$ تحت دورانی به مرکز A و با زاویهٔ ۳۰ درجه یا تحت تجانسی بر دایرهٔ C' تصویر می‌شود. اگر $OA = ۴$ باشد، فاصلهٔ مرکز تجانس تا خط شامل OA کدام است؟

۱) ۱

۲) $\sqrt{۲}$

۳) ۲

۴) $۲\sqrt{۲}$

۱۲۳- دو پاره‌خط موازی AB و $A'B'$ به‌ترتیب به طول‌های ۱۰ و ۱۵ واحد و به فاصلهٔ ۲۰ واحد از یکدیگر، تصویر هم در دو تجانس مستقیم و معکوس هستند. فاصلهٔ مراکز تجانس‌ها کدام است؟ $(AA' = BB')$

۱) ۲۴

۲) ۳۶

۳) ۴۸

۴) ۵۴

۱۲۴- در یک انتقال رأس مثلثی به مرکز ثقل آن منتقل شده است. مساحت ناحیهٔ مشترک بین مثلث و تصویرش، چه کسری از مساحت مثلث اولیه است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$

۲) $\frac{۱}{۴}$

۳) $\frac{۱}{۹}$

۴) $\frac{۴}{۹}$

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۵- مثلث ABC به طول اضلاع $BC = ۱۲$ و $AC = ۲۰$ را حول رأس C دوران می‌دهیم تا بر مثلث $A'B'C$ تصویر شود. اگر $AA' = ۱۰$ باشد، آن‌گاه طول BB' کدام است؟

۱) ۵

۲) ۶

۳) ۱۰

۴) ۱۲

۱۲۶- دایرهٔ $C(O, ۳)$ و نقطهٔ M به فاصلهٔ ۶ از مرکز آن مفروض‌اند. این دایره را در تجانس به مرکز M و نسبت تجانس $\frac{۱}{۳}$ بر دایرهٔ C' تصویر می‌کنیم. وضعیت دو دایرهٔ C و C' نسبت به هم چگونه است؟

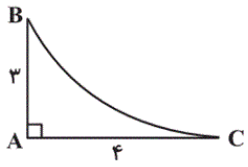
۱) متخارج

۲) متقاطع

۳) مماس درون

۴) مماس برون

۱۲۷- زمینی به شکل زیر داریم. می‌خواهیم با کمک تبدیل هندسی مناسب و بدون تغییر در محیط زمین و زاویهٔ $\hat{A}$، مساحتش را افزایش دهیم. اگر مساحت زمین اولیه برابر ۴ باشد، آن‌گاه مساحت زمین جدید کدام است؟



۱) ۶

۲) ۸

۳) ۱۰

۴) ۱۲

۱۲۸- دو نقطهٔ A و B به فاصله‌های ۲ و ۳ واحد از یک خط و در یک طرف آن واقع‌اند. می‌خواهیم از نقطهٔ A به نقطه‌ای روی خط d رفته و از آن جا به نقطهٔ B برویم. در صورتی که فاصلهٔ تصویر این دو نقطه روی خط d برابر ۱۲ واحد باشد، آن‌گاه طول کوتاه‌ترین مسیر ممکن کدام است؟

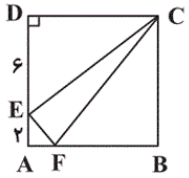
۱) ۱۳

۲) ۱۴

۳) ۱۵

۴) ۱۶

۱۲۹- در مربع $ABCD$، مطابق شکل، F نقطه‌ای متغیر روی ضلع AB است. اگر مثلث CEF کم‌ترین محیط ممکن را داشته باشد، آن‌گاه مساحت آن کدام است؟



۱) ۱۰

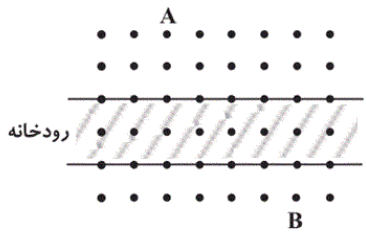
۲) ۱۲/۸

۳) ۱۳/۶

۴) ۱۶/۸

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۰- می‌خواهیم از شهر A به شهر B مطابق شکل یک جاده بسازیم. قسمتی از جاده پلی است که بر رودخانه عمود است. حداقل طول مسیر چند کیلومتر است؟ (فاصلهٔ عمودی و افقی نقاط شبکهٔ مقابل یک کیلومتر است.)



۱) ۵

۲) ۶

۳) ۷

۴) ۸

حسابان1 - سوالات موازي - 20 سوال -

۱۰۱- نمودار تابع $y = \log_b^{(ax+2)}$ محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۱ و خط $y = 3$ را در نقطه‌ای به طول ۳ قطع می‌کند. $a+b$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۲- حاصل‌ضرب جواب‌های معادلهٔ $\log_{10}^{x} - 2\log_{x}^{10} = 1$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۱۰ ۳) ۱۰۰ ۴) $10\sqrt{10}$

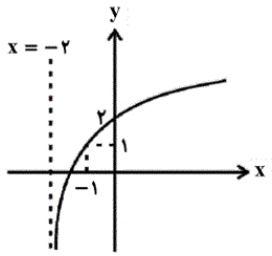
۱۰۳- اگر $3^a = 10$ و $10^b = 27\sqrt{3}$ باشد، حاصل $\log_{\frac{4}{49}}^{ab}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) -2 ۴) $-\frac{1}{2}$

۱۰۴- اگر $\log_b^a = x$، $\log_c^b = y$ و $\log_c^a = z$ باشد، کدام تساوی زیر همواره درست است؟ (همهٔ لگاریتم‌ها تعریف شده‌اند.)

۱) $xz = y$ ۲) $yz = x$ ۳) $xy = z$ ۴) $xz = y^2$

۱۰۵- اگر نمودار تابع $y = \log_2^{(x+a)} - b$ را دو واحد به سمت بالا و سپس ۳ واحد به سمت چپ انتقال دهیم، نمودار زیر حاصل می‌شود.



حاصل $a-b$ برابر کدام گزینهٔ زیر است؟

۱) ۲

۲) ۲-

۳) صفر

۴) ۱

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۶- اگر $\log_{۲}^{۳} + ۲ = \log_{۲}^{(x+۲)} - \log_{۲}^{(x^۳+۸)}$ باشد، آن‌گاه مقدار $\log_{۲}^{(x-۲)}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۷- حاصل $\log_{\frac{۱}{۳}}^{\sqrt{۳}} ۵ + \log_{۱۰}^{۰/۰۰۱} + \log_{۱}^{۳}$ کدام گزینه است؟

۱) $\frac{۱۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱۳}{۲}$ ۳) $-\frac{۱۱}{۲}$ ۴) $-\frac{۱۳}{۲}$

۱۰۸- اگر $\frac{۱}{x^۲} + x^۲ = ۱۱$ باشد، آن‌گاه مقدار $\log_{۹} |x - \frac{۱}{x}|$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) -۱ ۴) $-\frac{۱}{۲}$

۱۰۹- اگر $\frac{۵}{۲}\log_{b}^{\sqrt[۳]{x}} = \frac{۱}{۳}\log_{a}^{x^۲}$ باشد، حاصل $\log_{a}^{b^۴}$ کدام است؟ (لگاریتم‌ها تعریف شده‌اند.)

۱) ۵ ۲) $\frac{۲}{۵}$ ۳) $\frac{۵}{۱۶}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

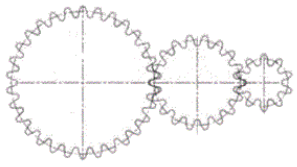
۱۱۰- اگر $۸۱ = (\frac{۱}{۹})^{-y} \times (۳)^{۲x}$ و $۲ = \log_{۲}^{x^۲-y^۲}$ باشد، حاصل $۲x + ۳y$ کدام است؟

۱) $\frac{۹}{۲}$ ۲) $\frac{۱۱}{۲}$ ۳) ۴ ۴) -۲

۱۱۱- چرخ و فلکی ۴۰ کابین دارد و در خلاف جهت عقربه‌های ساعت حرکت می‌کند. اگر شخصی در ابتدا در کابین شمارهٔ ۵ باشد، پس از دوران به اندازهٔ $\frac{۴۳\pi}{۱۰}$ رادیان، نسبت به حالت اولیه در موقعیت کدام کابین قرار می‌گیرد؟ (فاصلهٔ بین کابین‌ها یکسان است و شماره‌بندی آن‌ها به‌ترتیب و در خلاف جهت عقربه‌های ساعت می‌باشد.)

۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۱ ۴) ۱۲

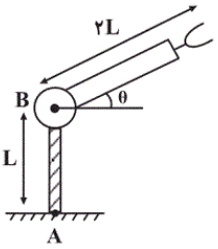
۱۱۲- چرخ‌دنده‌هایی با شعاع‌های ۲، ۳ و ۸ مطابق شکل مفروض‌اند. اگر بخواهیم کوچک‌ترین چرخ‌دنده دقیقاً یک دور کامل بچرخد، بزرگ‌ترین چرخ‌دنده را باید چند رادیان بچرخانیم؟



۱) $\frac{\pi}{۴}$ ۲) $\frac{۲\pi}{۵}$
۳) $\frac{\pi}{۲}$ ۴) $\frac{۳\pi}{۵}$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۳- در شکل زیر، بازوی حرکت روبات به گونه‌ای قرار گرفته است که فاصلهٔ نوک گیره تا سطح زمین، نصف حداکثر مقدار ممکن است. فاصلهٔ تصویر نوک گیره بر روی زمین تا نقطهٔ A، چند برابر L است؟ $(0 < \theta < \frac{\pi}{2})$



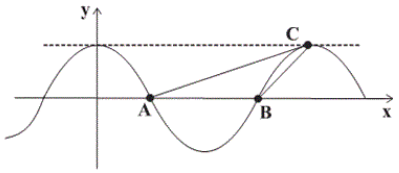
۱) $\frac{\sqrt{15}}{4}$

۲) $\frac{\sqrt{6}}{4}$

۳) $\frac{\sqrt{15}}{2}$

۴) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

۱۱۴- شکل مقابل نمودار تابع $f(x) = \cos x$ است. مساحت مثلث ABC کدام است؟



۱) $\frac{\pi}{4}$

۲) $\frac{\pi}{2}$

۳) π

۴) $\frac{3\pi}{2}$

۱۱۵- اگر $\cos(\pi - x) + \sin(\frac{\pi}{2} + x) < 0$ و $\tan(\frac{\pi}{2} - x) - \tan(\frac{\pi}{2} + x) > 0$ باشد، انتهای کمان x در کدام ناحیهٔ مثلثاتی قرار دارد؟

۱) اول ۲) دوم ۳) سوم ۴) چهارم

۱۱۶- حاصل عبارت $\cos(\frac{124\pi}{3}) - 3\tan(\frac{25\pi}{4}) + 2\sin(-\frac{7\pi}{6})$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) صفر ۳) ۴ ۴) ۳

۱۱۷- مساحت قطاعی از دایرهٔ مثلثاتی برابر ۱ است. محیط این قطاع کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۱۸- مجموع دو زاویهٔ مثبت 27° است. اگر این دو زاویه برحسب رادیان $\frac{\pi}{a}$ و $\frac{\pi}{a+3}$ باشند، زاویهٔ $(10a)^\circ$ چند رادیان است؟

۱) $\frac{\pi}{3}$ ۲) $\frac{2\pi}{3}$ ۳) π ۴) $\frac{4\pi}{3}$

۱۱۹- اگر $\tan 50^\circ = 1/2$ باشد، حاصل عبارت $\frac{2\sin 130^\circ + \sin 40^\circ}{\cos 40^\circ - 2\cos 230^\circ}$ برابر کدام است؟

۱) $\frac{7}{4}$ ۲) $-\frac{7}{16}$ ۳) $-\frac{17}{4}$ ۴) $\frac{17}{16}$

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۰- اگر $\alpha+\beta=\frac{5\pi}{4}$ باشد، حاصل $\frac{\sin(8\alpha+10\beta)}{\cos(18\alpha+16\beta)}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) -1 ۳) $\tan\alpha$ ۴) $\tan\beta$

هندسه2- سوالات موازي - 10 سوال

۱۳۱- کدام ویژگی همواره در هر چهار تبدیل «بازتاب- انتقال- دوران- تجانس» وجود دارد؟

۱) داشتن نقطهٔ ثابت تبدیل **۲) طولپایی**

۳) حفظ کردن جهت شکل **۴) حفظ کردن اندازهٔ زاویه**

۱۳۲- در یک انتقال رأس مثلثی به مرکز ثقل آن منتقل شده است. مساحت ناحیهٔ مشترک بین مثلث و تصویرش، چه کسری از مساحت مثلث اولیه است؟

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{1}{9}$ ۴) $\frac{4}{9}$

۱۳۳- خط d و نقطهٔ O به فاصلهٔ ۲ واحد از آن مفروض اند. خط d را تحت زاویه‌های ۶۰، ۱۲۰، ۱۸۰، ۲۴۰ و ۳۰۰ درجه در یک جهت حول نقطهٔ O دوران می‌دهیم. مساحت شکل حاصل از تقاطع خط‌ها کدام است؟

۱) $4\sqrt{3}$ ۲) $8\sqrt{3}$ ۳) $12\sqrt{3}$ ۴) $16\sqrt{3}$

۱۳۴- نقاط M و N به‌ترتیب وسط اضلاع AB و AC از مثلث ABC هستند. این مثلث را با بردار $\overrightarrow{MN}$ انتقال می‌دهیم تا بر مثلث $A'B'C'$ تصویر شود. مساحت چهارضلعی $AA'C'B$ چند برابر مساحت مثلث AMN است؟ (A'، B' و C' به‌ترتیب انتقال یافتهٔ نقاط A، B و C هستند.)

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۲ ۴) ۱۶

۱۳۵- مثلث ABC به طول اضلاع $BC=12$ و $AC=20$ را حول رأس C دوران می‌دهیم تا بر مثلث $A'B'C$ تصویر شود. اگر $AA'=10$ باشد، آن‌گاه طول BB' کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

۱۳۶- دایرهٔ $C(O,3)$ و نقطهٔ M به فاصلهٔ ۶ از مرکز آن مفروض‌اند. این دایره را در تجانس به مرکز M و نسبت $\frac{1}{3}$ بر دایرهٔ C' تصویر می‌کنیم. وضعیت دو دایرهٔ C و C' نسبت به هم چگونه است؟

۱) متخارج ۲) متقاطع ۳) مماس درون ۴) مماس برون

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۷- مستطیلی با محیط ۲۰ را با تجانس به مرکز محل تقاطع قطرها و با نسبت $\frac{۱}{۲}$ تصویر کرده‌ایم. اگر مساحت بین مستطیل و تصویرش ۱۲ باشد، طول کوچک‌ترین ضلع تصویر مستطیل کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۳۸- خط L روی نیمساز زاویهٔ بین دو خط عمود بر هم d و d' واقع است. خط L را با برداری به اندازهٔ یک واحد در راستای نیمساز دیگر زاویهٔ بین d و d' انتقال می‌دهیم. مساحت ناحیهٔ محصور بین تصویر L و خطوط d و d' کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) ۲ ۴) $۲\sqrt{۲}$

۱۳۹- دایرهٔ $C(O , \sqrt{۲})$ تحت دورانی به مرکز A و با زاویهٔ ۳۰ درجه یا تحت تجانسی بر دایرهٔ C' تصویر می‌شود. اگر $OA = ۴$ باشد، فاصلهٔ مرکز تجانس تا خط شامل OA کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) ۲ ۴) $۲\sqrt{۲}$

۱۴۰- دو پاره‌خط موازی AB و $A'B'$ به‌ترتیب به طول‌های ۱۰ و ۱۵ واحد و به فاصلهٔ ۲۰ واحد از یکدیگر، تصویر هم در دو تجانس مستقیم و معکوس هستند. فاصلهٔ مراکز تجانس‌ها کدام است؟ $(AA' = BB')$

۱) ۲۴ ۲) ۳۶ ۳) ۴۸ ۴) ۵۴

آمار و احتمال - 10 سوال

۱۴۱- در ظرف A، چهار مهرهٔ آبی و شش مهرهٔ قرمز و در ظرف B، سه مهرهٔ آبی و n مهرهٔ قرمز داریم. یکی از این دو ظرف را انتخاب کرده و یک مهره از آن انتخاب می‌کنیم. اگر احتمال قرمز بودن این مهره برابر با $\frac{۱۹}{۳۰}$ باشد، در ظرف B چند مهرهٔ قرمز وجود دارد؟

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۹ ۴) ۱۰

۱۴۲- دو ظرف همانند داریم، اولی شامل ۳ مهرهٔ سفید و ۴ مهرهٔ قرمز و دومی شامل ۵ مهرهٔ سفید و ۳ مهرهٔ قرمز است. از ظرف اول ۳ مهره و از ظرف دوم ۲ مهره به تصادف خارج کرده و در ظرف جدید قرار می‌دهیم و سپس از ظرف جدید مهره‌ای به تصادف خارج می‌کنیم. اگر این مهره سفید باشد، احتمال آن‌که از ظرف دوم باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۷۱}{۱۴۰}$ ۲) $\frac{۷۱}{۱۲۰}$ ۳) $\frac{۳۶}{۷۱}$ ۴) $\frac{۳۵}{۷۱}$

۱۴۳- اگر A و B دو پیشامد ناتهی و ناسازگار باشند، آن‌گاه چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح است؟

الف) پیشامدهای A و B' ناسازگارند.

ب) پیشامدهای A و B مستقل‌اند.

پ) پیشامدهای A' و B' ممکن است مستقل باشند.

۱) هیچ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۴- اگر دو پیشامد A و B مستقل از یکدیگر، $P(A)=\frac{۱}{۳}$ و $P(B)=\frac{۱}{۵}$ باشند، احتمال این‌که A اتفاق بیفتد یا B روی ندهد، کدام است؟

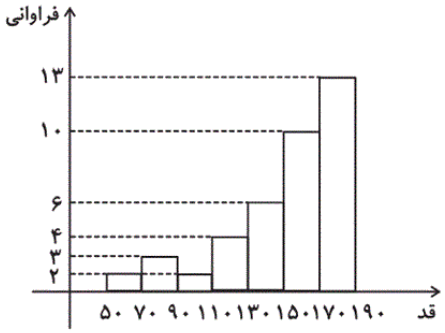
۱) $\frac{۱۱}{۱۵}$ ۲) $\frac{۴}{۱۵}$ ۳) $\frac{۱۳}{۱۵}$ ۴) $\frac{۱}{۱۵}$

۱۴۵- توزیع گروه خونی ۶۰ دانش‌آموز پایهٔ یازدهم به صورت زیر است. درصد فراوانی نسبی گروه خونی O از درصد فراوانی نسبی گروه خونی B، چقدر بیش‌تر است؟

گروه خونی	A	B	AB	O
فراوانی	۱۸	۷	۱۳	۲۲

۱) ۲۰ ۲) ۲۵
۳) ۳۰ ۴) ۳۵

۱۴۶- در مورد نمودار بافت‌نگاشت مقابل چند مورد صحیح است؟ (نمودار مربوط به قد افراد یک فامیل است.)



الف) تعداد افراد این فامیل ۳۸ نفر است.

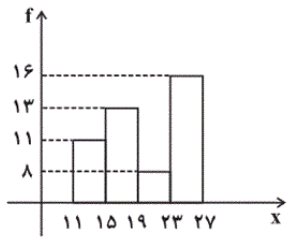
ب) تعداد افراد با قد بین ۵۰ تا ۷۰ سانتی‌متر به تنهایی کم‌ترین فراوانی را در این فامیل دارند.

پ) ۱۰ درصد این افراد قد بین ۱۱۰ تا ۱۳۰ سانتی‌متر دارند.

ت) تعداد افراد با قد ۵۰ تا ۱۱۰ سانتی‌متر کم‌تر از افراد با قد ۱۳۰ تا ۱۵۰ سانتی‌متر است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۴۷- از داده‌های آماری با نمودار بافت‌نگاشت شکل زیر، سه دادهٔ ۱۸، ۲۵ و ۲۵ را حذف می‌کنیم. در نمودار دایره‌ای داده‌های جدید، بزرگ‌ترین زاویهٔ مرکزی نظیر دسته‌ها چند درجه است؟



۱) ۱۰۸
۲) ۱۱۰
۳) ۱۱۲
۴) ۱۱۴

۱۴۸- میانگین ۱۰ دادهٔ آماری برابر ۲۸ است. اگر از این داده‌ها، ۴ دادهٔ ۳۱، ۲۶، ۲۳ و ۲۷ را حذف کرده و دو دادهٔ جدید ۳۲ و ۳۵ را اضافه کنیم، میانگین جدید چه عددی خواهد بود؟

۱) ۲۴ ۲) ۲۵ ۳) ۲۹ ۴) ۳۰

۱۴۹- نمرات دانش‌آموزان یک کلاس در آزمون پایان ترم ۱۲، ۱۴، ۱۶، ۱۵، ۱۰، ۸، ۹، ۱۲، ۱۳ و ۱۱ می‌باشد. معلم قصد دارد نمرات مستمر دانش‌آموزان را براساس نمرات پایان ترم و با افزودن درصدی مشابه به نمرهٔ فعلی هر دانش‌آموز ثبت نماید. اگر نمرهٔ پایانی هر فرد با احتساب ضریب نمرهٔ پایان ترم ۲ و ضریب نمرات مستمر ۱ محاسبه شود، حداکثر مقدار میانگین نمرات پایانی کلاس چقدر است؟ (نمرات مستمر و آزمون پایان ترم از ۲۰ محاسبه می‌شود.)

۱) ۱۲ ۲) ۱۳ ۳) ۱۴ ۴) ۱۵

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۰- در تعدادی دادهٔ آماری دو به دو متمایز و مرتب شده، میانه برابر میانگین داده‌های هشتم و نهم است. اگر مجموع داده‌ها ۴۸۰ باشد، میانگین این داده‌ها کدام است؟

۱) ۲۶/۶ ۲) ۳۲ ۳) ۳۰ ۴) ۲۸/۲

آمار و احتمال - گواه - 10 سوال

۱۵۱- جعبه‌ای شامل ۳ مهرهٔ قرمز، ۵ مهرهٔ سفید و ۲ مهرهٔ سیاه است. ۳ مهره به تصادف از جعبه انتخاب می‌کنیم. اگر هر سه مهره هم‌رنگ باشند، ۲ تاس و در غیر این‌صورت ۳ تاس پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال فقط عدد روشدهٔ یکی از تاس‌ها مضرب ۳ است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۴}{۹}$ ۳) $\frac{۴۴}{۲۴۳}$ ۴) $\frac{۳۱}{۷۲}$

۱۵۲- دانش‌آموزی، ۶۰٪ مواقع با تاکسی، ۳۰٪ مواقع با اتوبوس و ۱۰٪ مواقع پیاده به مدرسه می‌رود. او در ۴٪ مواقعی که با تاکسی، ۶٪ مواقعی که با اتوبوس و ۸٪ مواقعی که پیاده به مدرسه می‌رود، دیر می‌رسد. اگر بدانیم که دانش‌آموز دیر رسیده است، احتمال آن‌که با اتوبوس آمده باشد، کدام است؟

۱) ۰/۱۸ ۲) ۰/۲۸ ۳) ۰/۳۶ ۴) ۰/۴۵

۱۵۳- در پرتاب دو تاس، A پیشامد آمدن مجموع ۷، B پیشامد آمدن مجموع ۶ و C پیشامد آن است که عدد تاس دوم ۴ باشد. کدام پیشامدها مستقل‌اند؟

۱) A و B ۲) A و C ۳) B و C ۴) همگی دو به دو وابسته‌اند.

۱۵۴- تاسی را ۵ بار پرتاب می‌کنیم، با کدام احتمال بار اول ۳، بار دوم مضرب ۳ و بار چهارم کم‌تر از ۳ می‌آید؟

۱) $\frac{۱}{۳۶}$ ۲) $\frac{۱}{۴۸}$ ۳) $\frac{۱}{۵۴}$ ۴) $\frac{۱}{۹۶}$

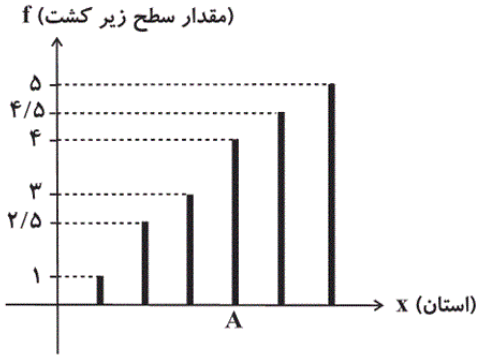
۱۵۵- در جدول فراوانی زیر، حاصل $x+y-z$ کدام است؟

دسته‌ها	فراوانی	فراوانی نسبی
۱۰ – ۱۵	۶	x
۱۵ – ۲۰	y	۰/۲۵
۲۰ – ۲۵	۲	z
۲۵ – ۳۰	y	۰/۲۵
جمع	۱۶	

۱) ۴/۲۵
۲) ۴/۷۵
۳) ۴
۴) ۳/۷۵

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۶- در مقایسهٔ سطح زیر کشت غله در شش استان، نمودار میله‌ای زیر رسم شده است. در نمودار دایره‌ای متناظر با این داده‌ها، زاویهٔ مرکزی متناظر با استان A، چند درجه است؟



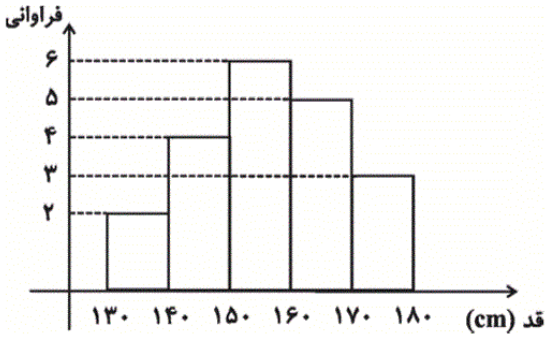
۱) ۶۴

۲) ۷۲

۳) ۸۰

۴) ۹۶

۱۵۷- نمودار بافت‌نگاشت زیر، مربوط به قد دانش‌آموزان یک کلاس است. اگر دانش‌آموز جدیدی با قد ۱۶۴ سانتی‌متر به کلاس اضافه شود، فراوانی نسبی دستهٔ وسط چگونه تغییر می‌کند؟



۱) $\frac{۱}{۲۸}$ کم می‌شود.

۲) $\frac{۱}{۳۰}$ زیاد می‌شود.

۳) $\frac{۱}{۷۰}$ کم می‌شود.

۴) تغییر نمی‌کند.

۱۵۸- میانگین ۱۰دادهٔ آماری برابر ۱۸ است. کدام دادهٔ زیر را به این ۱۰داده اضافه کنیم تا میانگین داده‌های جدید، ۲ واحد بیش‌تر از میانگین ۱۰دادهٔ اولیه باشد؟

۱) ۴۰

۲) ۳۵

۳) ۴۵

۴) ۳۰

۱۵۹- در داده‌های ۲۵ و ۲۰ و ۲۱ و ۲۶ و ۱۲ و ۱۴ و ۱۵ و ۲۴ و ۲۰ و ۱۶ و ۱۴ و ۱۸، میانگین «داده‌های بزرگ‌تر از چارک اول و کوچک‌تر از چارک سوم» کدام است؟

۱) ۱۸/۲۵

۲) ۱۸/۷۵

۳) ۱۸/۶۶

۴) ۱۸/۳۳

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۶۰- در مورد داده‌های جدول زیر، کدام گزینه درست است؟

داده‌ها	۹	۱۰	۱۳	۱۶	۲۰
فراوانی	۸	۱۴	۹	۱۶	۳

۱) میانه < میانگین < مد

۲) میانگین < میانه < مد

۳) میانه < مد < میانگین

۴) مد < میانه < میانگین

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۸۱- *(یاسین سپهر)*

چون نمودار $y = \log_b^{(ax+2)}$ محور yها را در نقطه‌ای به عرض ۱ قطع کرده است، پس نقطهٔ $(۱ , ۰)$ در این تابع صدق می‌کند.

$$y = \log_b^{(ax+2)} \xrightarrow{(۱ , ۰) \text{ را جای‌گذاری می‌کنیم.}} \log_b^{(a(۰)+2)} = ۱$$

$$\Rightarrow \log_b^{۲} = ۱ \Rightarrow b^{۱} = ۲ \Rightarrow b = ۲$$

از طرفی چون تابع مفروض خط $y = ۳$ را در نقطه‌ای به طول ۳ قطع می‌کند پس نقطهٔ $(۳ , ۳)$ روی نمودار تابع قرار دارد.

$$y = \log_۲^{(ax+2)} \xrightarrow{(۳ , ۳) \text{ را جای‌گذاری می‌کنیم.}} \log_۲^{(۳a+2)} = ۳$$

$$\Rightarrow ۳a + ۲ = ۸ \Rightarrow a = ۲ \Rightarrow a + b = ۲ + ۲ = ۴$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۸۲- (مهرداد اسپیدکار)

قرار می‌دهیم: $\log_{۱۰}^{x}=t$. بنابراین داریم:

$$\log_{۱۰}^{x}-\frac{۲}{\log_{۱۰}^{x}}=۱\xrightarrow{\log_{۱۰}^{x}=t}t-\frac{۲}{t}=۱$$

$$\xrightarrow{\times t}t^{۲}-۲=t\Rightarrow t^{۲}-t-۲=۰$$

$$\Rightarrow (t-۲)(t+۱)=۰\Rightarrow\begin{cases}t_۱=۲\\t_۲=-۱\end{cases}$$

$$\log_{۱۰}^{x_۱}=۲\Rightarrow x_۱=۱۰^{۲}=۱۰۰$$

$$\log_{۱۰}^{x_۲}=-۱\Rightarrow x_۲=۱۰^{-۱}=\frac{۱}{۱۰}$$

$$x_۱\times x_۲=۱۰۰\times\frac{۱}{۱۰}=۱۰$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱) ۲) ✓ ۳) ۴)

۸۳- (پوریا محدث)

$$۳^{a}=۱۰\xrightarrow[\text{که فرض مساله ایجاد شود.}]{\text{طرفین را به توان b می‌رسانیم}}۳^{ab}=۱۰^{b}$$

$$\xrightarrow{۱۰^{b}=۲۷\sqrt{۳}}۳^{ab}=۲۷\sqrt{۳}\Rightarrow ۳^{ab}=۳^{۳}\times ۳^{\frac{۱}{۲}}\Rightarrow ab=\frac{۷}{۲}$$

$$\Rightarrow \log_{\frac{۴}{۴۹}}^{ab}=\log_{\frac{۴}{۴۹}}^{\frac{۷}{۲}}=\log_{(\frac{۲}{۷})^{۲}}^{\frac{۷}{۲}}=\frac{۱}{۲}\log_{\frac{۲}{۷}}^{\frac{۷}{۲}}=-\frac{۱}{۲}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱) ۲) ۳) ✓ ۴)

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۴ *(داریوش عابد)*

$$\left.\begin{array}{l}\log_b^a = x \Rightarrow a = b^x \\ \log_c^b = y \Rightarrow b = c^y \\ \log_c^a = z \Rightarrow a = c^z\end{array}\right\} \Rightarrow b^x = c^z \Rightarrow (c^y)^x = c^z$$

$$\Rightarrow c^{xy} = c^z \Rightarrow yx = z$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

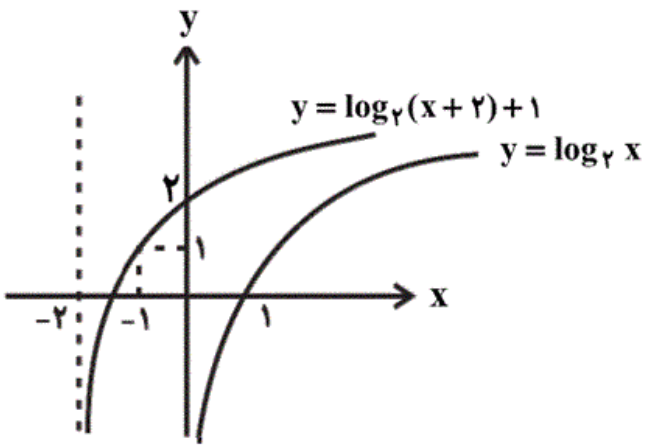
۱ ۲ ۳✓ ۴

-۸۵ *(سیامک کریمی)*

پس از انتقال مطرح شده در صورت سوال، ضابطهٔ تابع به‌صورت زیر خواهد بود: $y = \log_2^{(x+a+3)} - b + 2$

مطابق شکل زیر، اگر تابع $y = \log_2^x$ را دو واحد به سمت چپ و یک واحد به سمت بالا منتقل کنیم، نمودار تابع داده شده در صورت سوال به‌دست می‌آید. با این انتقال ضابطهٔ تابع $y = \log_2^{(x+2)} + 1$ می‌شود.

داریم:



$$y = \log_2^{(x+2)} + 1 = \log_2^{(x+a+3)} - b + 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + 2 = x + a + 3 \Rightarrow a = -1 \\ -b + 2 = 1 \Rightarrow b = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a - b = -1 - 1 = -2$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۶ (علی بهرمندپور)

$$\log_{۲}^{x^۳+۸} - \log_{۲}^{x+۲} = \log_{۲}^{\frac{x^۳+۸}{x+۲}} = \log_{۲}^{x^۲-۲x+۴}$$

$$۲ + \log_{۲}^{۳} = \log_{۲}^{۴} + \log_{۲}^{۳} = \log_{۲}^{۱۲}$$

$$\Rightarrow \log_{۲}^{x^۲-۲x+۴} = \log_{۲}^{۱۲}$$

$$\Rightarrow x^۲ - ۲x + ۴ = ۱۲ \Rightarrow x^۲ - ۲x - ۸ = ۰ \Rightarrow (x-۴)(x+۲) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = ۴ \\ x = -۲ \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \log_{۲}^{(x-۲)} = \log_{۲}^{۴-۲} = \log_{۲}^{۲} = ۱$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۸۷ (علی شهرابی)

حاصل $\cos ۱۵^\circ$ را حساب می‌کنیم.

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$

$$\xrightarrow[\beta=۴۵^\circ]{\alpha=۶۰^\circ} \cos(۶۰^\circ - ۴۵^\circ) = \cos ۶۰^\circ \cos ۴۵^\circ + \sin ۶۰^\circ \sin ۴۵^\circ$$

$$\Rightarrow \cos ۱۵^\circ = \frac{۱}{۲} \times \frac{\sqrt{۲}}{۲} + \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \cos ۱۵^\circ = \frac{\sqrt{۲}+\sqrt{۶}}{۴}$$

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

-۸۸ (علی شهرابی)

ابتدا $\cos ۲x$ را حساب می‌کنیم:

$$\cos ۲x = ۱ - ۲\sin^۲ x = ۱ - ۲(\frac{\sqrt{۶}}{۴})^۲ = ۱ - \frac{۶}{۸} = \frac{۱}{۴}$$

حال با داشتن $\cos ۲x = \frac{۱}{۴}$، مقدار $\cos ۴x$ را به دست می‌آوریم:

$$\cos ۴x = ۲\cos^۲ ۲x - ۱ = ۲(\frac{۱}{۴})^۲ - ۱ = \frac{۱}{۸} - ۱ = -\frac{۷}{۸}$$

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۹- (علی شهرابی)

$$A=\frac{\sqrt{۳}\sin ۷۰^\circ+\cos ۷۰^\circ}{\sin ۵^\circ \sin ۸۵^\circ}=\frac{۲(\frac{\sqrt{۳}}{۲}\sin ۷۰^\circ+\frac{۱}{۲}\cos ۷۰^\circ)}{\sin ۵^\circ \cos ۵^\circ}$$

$$=\frac{۲(\sin ۷۰^\circ \cos ۳۰^\circ+\cos ۷۰^\circ \sin ۳۰^\circ)}{\frac{۱}{۲}\sin ۱۰^\circ}=\frac{۴(\sin(۷۰^\circ+۳۰^\circ))}{\sin ۱۰^\circ}$$

$$=\frac{۴\sin ۱۰۰^\circ}{\sin ۱۰^\circ}=\frac{۴\cos ۱۰^\circ}{\sin ۱۰^\circ}=۴\cot ۱۰^\circ$$

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴ و ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۹۰- (علی شهرابی)

ابتدا طرفین دو معادله را به توان ۲ می‌رسانیم.

$$(\sin x+\cos y)^۲=(\frac{\sqrt{۷}}{۲})^۲ \Rightarrow \sin^۲ x+\cos^۲ y+۲\sin x\cos y=\frac{۷}{۴}$$

$$(\sin y+\cos x)^۲=(\frac{\sqrt{۵}}{۲})^۲ \Rightarrow \sin^۲ y+\cos^۲ x+۲\sin y\cos x=\frac{۵}{۴}$$

حالا طرفین تساوی‌های بالا را با هم جمع می‌کنیم:

$$\underbrace{\sin^۲ x+\cos^۲ x}_{۱}+\underbrace{\sin^۲ y+\cos^۲ y}_{۱}+۲\sin x\cos y+۲\sin y\cos x$$

$$=\frac{۷}{۴}+\frac{۵}{۴} \Rightarrow ۲+۲(\sin x\cos y+\sin y\cos x)=۳$$

$$\Rightarrow ۲+۲\sin(x+y)=۳ \Rightarrow \sin(x+y)=\frac{۱}{۲}$$

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۱- *(مهدی طاهری)*

رادیان $= \frac{۲\pi}{۴۰} = \frac{\pi}{۲۰}$ = زاویهٔ مرکزی بین دو کابین متوالی

رادیان $\frac{۴۳\pi}{۱۰} = \frac{۴۰\pi}{۱۰} + \frac{۳\pi}{۱۰} = ۴\pi + \frac{۳\pi}{۱۰} \Rightarrow \frac{۳\pi}{۱۰} = \frac{۶\pi}{۲۰} = ۶(\frac{\pi}{۲۰})$

موقعیت جدید $= ۵ + ۶ = ۱۱$

توجه کنید که دوران به اندازهٔ ۴π رادیان، معادل با ۲ دور دوران کامل است که طی آن هر کابین به موقعیت اولیهٔ آن برمی‌گردد.

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۹۲- *(سیدعادل حسینی)*

هر نقطه روی محیط چرخ‌دنده‌ها، به هنگام چرخش مسافت یکسانی را طی می‌کنند. چرخ‌دندهٔ کوچک یک دور می‌چرخد و محیط آن ۴π است، بنابراین هر نقطه روی محیط چرخ‌دندهٔ بزرگ نیز مسافت ۴π را طی می‌کند؛ یعنی طبق رابطهٔ $\theta = \frac{\ell}{r}$، این چرخ‌دنده باید $\frac{۴\pi}{۸} = \frac{\pi}{۲}$ رادیان بچرخد.

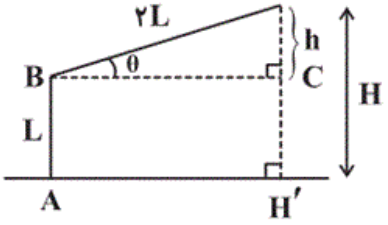
(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۹۳ (سینا محمدپور)

ابتدا ارتفاع نوک گیرهٔ این روبات تا سطح زمین را به صورت تابعی از θ می‌نویسیم:



$$h = ۲L\sin\theta \Rightarrow H = L + ۲L\sin\theta$$

می‌دانیم بیش‌ترین مقدار ممکن زمانی رخ می‌دهد که $\sin\theta = ۱$ باشد که در این صورت: $H = ۳L$

پس طبق فرض، روبات در حالتی قرار دارد که:

$$H = \frac{۳L}{۲} \Rightarrow L + ۲L\sin\theta = \frac{۳L}{۲} \Rightarrow ۲L\sin\theta = \frac{L}{۲} \Rightarrow \sin\theta = \frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \sqrt{۱ - \sin^۲\theta} = \frac{\sqrt{۱۵}}{۴}$$

در نتیجه: $$AH' = BC = ۲L\cos\theta = ۲L \times \frac{\sqrt{۱۵}}{۴} = \frac{\sqrt{۱۵}}{۲}L$$

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۹)

۱) ۲) ۳) ✓ ۴)

$$S_{ABC} = \frac{AB \times CH}{۲} = \frac{(\frac{۳\pi}{۲} - \frac{\pi}{۲}) \times ۱}{۲} = \frac{\pi}{۲}$$

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۹)

۱) ۲) ✓ ۳) ۴)

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۵- (میثم حمزه‌لویی)

$$\underbrace{۲\cos(\pi - x)}_{-\cos x} + \underbrace{\sin(\frac{\pi}{۲} + x)}_{\cos x} = -۲\cos x + \cos x < ۰$$

$$\Rightarrow -\cos x < ۰ \Rightarrow \cos x > ۰$$

$$\underbrace{\tan(\frac{\pi}{۲} - x)}_{\cot x} - \underbrace{\tan(\frac{\pi}{۲} + x)}_{-\cot x} = ۲\cot x > ۰ \Rightarrow \cot x > ۰$$

تنها در ناحیهٔ اول عبارت‌های $\cos x$ و $\cot x$ هر دو مثبت هستند. پس انتهای کمان x در ناحیهٔ اول است.

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۹۶- (امین قربانعلی‌پور)

$$\sin(-\frac{۷\pi}{۶}) = \sin(-\pi - \frac{\pi}{۶}) = -\sin(\pi + \frac{\pi}{۶}) = \sin\frac{\pi}{۶} = \frac{۱}{۲}$$

$$\tan\frac{۲۵\pi}{۴} = \tan(۶\pi + \frac{\pi}{۴}) = \tan\frac{\pi}{۴} = ۱$$

$$\cos\frac{۱۲۴\pi}{۳} = \cos(۴۱\pi + \frac{\pi}{۳}) = \cos(\pi + \frac{\pi}{۳}) = -\cos\frac{\pi}{۳} = -\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow \text{حاصل} = \frac{۱}{۲} + ۲(۱) - ۳(-\frac{۱}{۲}) = \frac{۱}{۲} + ۲ + \frac{۳}{۲} = ۴$$

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

۹۷- (علی بهرمندپور)

$$\cos^۳\alpha\sin\alpha - \sin^۳\alpha\cos\alpha = \cos\alpha\sin\alpha(\cos^۲\alpha - \sin^۲\alpha)$$

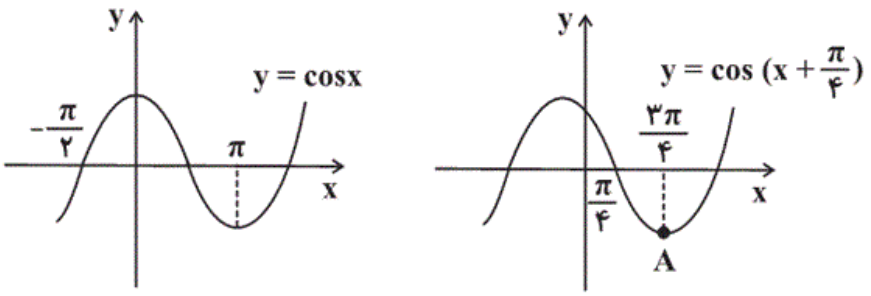
$$= \frac{۱}{۲}\sin۲\alpha\cos۲\alpha = \frac{۱}{۲}\sin(۱۵۰^\circ)\cos(۱۵۰^\circ)$$

$$= \frac{۱}{۲}\sin۳۰^\circ \times (-\cos۳۰^\circ) = \frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times(-\frac{\sqrt{۳}}{۲}) = -\frac{\sqrt{۳}}{۸}$$

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴ و ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا



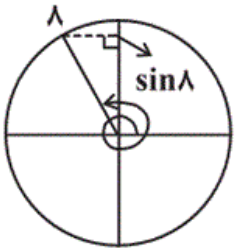
پس طول نقطهٔ A، برابر $\frac{3\pi}{4}$ است.

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۱۲)

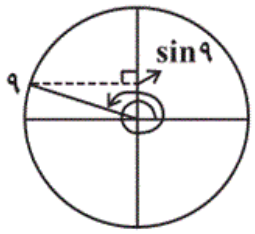
۱ ۲ ۳✓ ۴

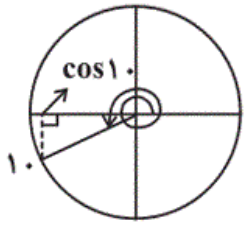
۹۹- (مهدی ملارمضانی)

زاویه‌های داده شده برحسب رادیان هستند و هر رادیان تقریباً برابر با ۵۷ درجه است.



$$\Rightarrow 0 < \sin 8 - \sin 9 < 1 \Rightarrow [\sin 8 - \sin 9] = 0$$





$$\Rightarrow -1 < \cos 10 < 0 \Rightarrow [\cos 10] = -1$$

$$\Rightarrow A = 2(0) + (-1) = -1$$

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۰- (محمدمصطفی ابراهیمی)

$$\sin 2x - \cos 2x = \frac{2}{3} \xrightarrow{\text{توان } 2} \sin^2 2x + \cos^2 2x - 2\sin 2x \cos 2x = \frac{4}{9}$$

$$1 - \sin 4x = \frac{4}{9} \Rightarrow \sin 4x = \frac{5}{9}$$

از طرفی داریم:

$$A = \frac{\cos 2x}{\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x}} = \frac{\cos 2x}{\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x}} = \frac{\cos 2x}{\frac{2}{\sin 2x}}$$

$$= \frac{1}{2}\sin 2x \cos 2x = \frac{1}{4}\sin 4x$$

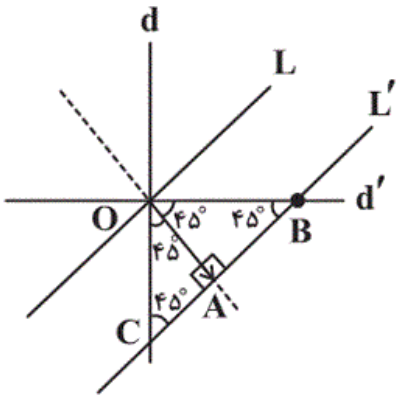
$$\Rightarrow \text{حاصل عبارت} = \frac{1}{4} \times \frac{5}{9} = \frac{5}{36}$$

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۲۱- (سیدعادل حسینی)

شکل مورد نظر مسأله را رسم می‌کنیم. خط L' تصویر خط L با بردار انتقال $\overrightarrow{OA}$ است. خواستهٔ مسأله به دست آوردن مساحت مثلث OBC است. با توجه به شکل داریم:



$$\begin{cases} OA = AB = 1 \Rightarrow S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA \times AB = \frac{1}{2} \\ OA = AC = 1 \Rightarrow S_{\Delta OAC} = \frac{1}{2} OA \times AC = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta OBC} = S_{\Delta OAB} + S_{\Delta OAC} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

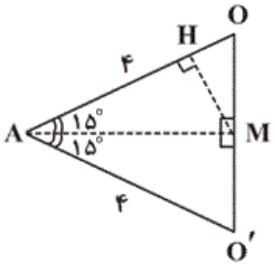
(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۲- (محمد فندان)

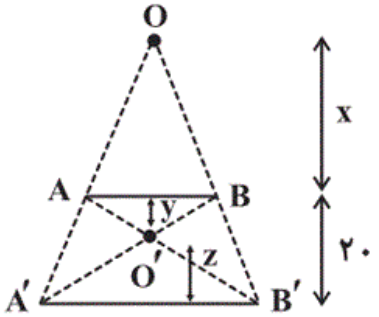
شکل صورت مسأله را رسم می‌کنیم. شعاع دو دایره برابر است. (چون تبدیل دوران طولپاست.) پس این تجانس طولپا است و با توجه به این که تجانس همانی نیست، پس این تجانس، تجانس معکوس با نسبت $k=-۱$ است و مرکز تجانس وسط OO' است. خواستهٔ مسأله طول MH است. مثلث OAM یک مثلث قائم‌الزاویه است که زاویهٔ ۱۵ درجه دارد، پس ارتفاع وارد بر وتر $\frac{۱}{۴}$ طول وتر است، بنابراین:



$$MH=\frac{OA}{۴}=۱$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۲ تا ۵۱)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴



$$\overset{\Delta}{O'AB}\sim\overset{\Delta}{O'A'B'}\Rightarrow\frac{y}{z}=\frac{AB}{A'B'}=\frac{۱۰}{۱۵}\Rightarrow\begin{cases}y=۲k\\z=۳k\end{cases}$$

(y و z به‌ترتیب فاصلهٔ O' تا AB و $A'B'$ هستند.)

$$y+z=۲۰\Rightarrow ۲k+۳k=۲۰\Rightarrow k=۴\Rightarrow y=۲k=۸$$

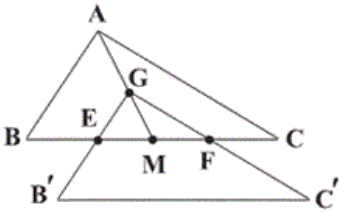
$$\Rightarrow OO'=x+y=۴۰+۸=۴۸$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۵ تا ۵۱)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۲۴ (محمد خندان)



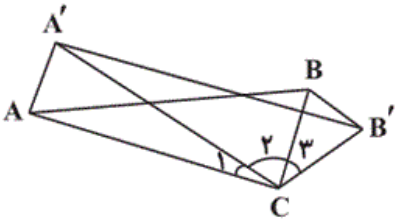
مرکز ثقل، محل همرسی میانه‌های مثلث است. در هر مثلث میانه‌ها یکدیگر را با نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند $(AG = ۲GM)$. طبق شکل خواستهٔ مسأله نسبت مساحت مثلث GEF به مثلث ABC است. با توجه به تشابه این دو مثلث داریم:

$$\frac{S_{\Delta GEF}}{S_{\Delta ABC}} = (\frac{GM}{AM})^۲ = (\frac{۱}{۳})^۲ = \frac{۱}{۹}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۱۲۵ (نرگس کارگر)



مطابق شکل با توجه به این‌که تبدیل دوران طولپاست، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} AC = A'C \\ BC = B'C \end{cases}$$

حال با توجه به ثابت بودن زاویهٔ دوران می‌توان نوشت:

$$A\hat{C}B = A'\hat{C}B' \Rightarrow \hat{C}_۱ + \hat{C}_۲ = \hat{C}_۲ + \hat{C}_۳ \Rightarrow \hat{C}_۱ = \hat{C}_۳$$

پس دو مثلث متساوی‌الساقین ACA' و BCB' دارای زاویهٔ رأس برابر هستند، پس متشابه‌اند.

با نوشتن نسبت تشابه طول BB' مشخص می‌شود:

$$\frac{AA'}{BB'} = \frac{AC}{BC} \Rightarrow \frac{۱۰}{BB'} = \frac{۲۰}{۱۲} \Rightarrow BB' = ۶$$

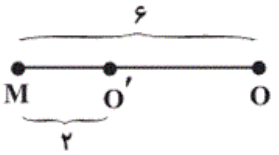
(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۲ تا ۴۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

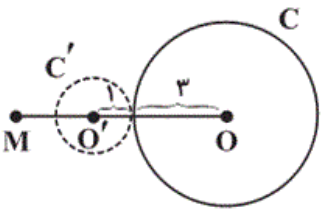
-۱۲۶

ابتدا با توجه به دایرهٔ C، مرکز و شعاع دایرهٔ C' را مشخص می‌کنیم:



$$\begin{cases} |k| = \dfrac{MO'}{MO} = \dfrac{۱}{۳} \xrightarrow{MO=۶} MO' = ۲ \Rightarrow OO' = ۴ \\ |k| = \dfrac{R'}{R} = \dfrac{۱}{۳} \xrightarrow{R=۳} R' = ۱ \end{cases}$$

با توجه به این که $OO' = R + R'$ است، پس این دو دایره نسبت به هم مماس برون هستند.



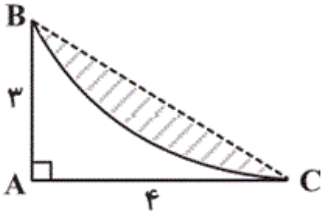
(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۵ تا ۵۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۲۷ (محمد فندان)

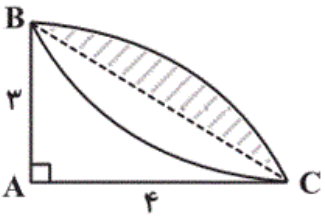
برای افزایش مساحت باید منحنی را نسبت به BC بازتاب بدهیم. ابتدا سطح محصور بین منحنی و پاره‌خط BC را به دست می‌آوریم:



$$S_{\Delta ABC} = S_{\text{زمین اولیه}} + S_{\text{سایه‌زده}}$$

$$\Rightarrow \frac{۳\times ۴}{۲} = ۴ + S_{\text{سایه‌زده}} \Rightarrow S_{\text{سایه‌زده}} = ۲$$

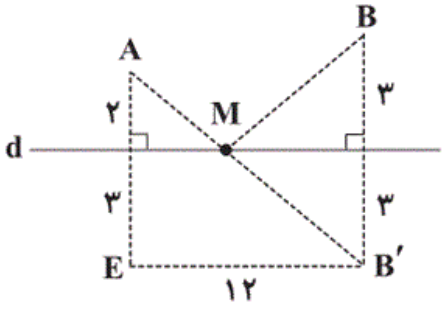
حال مساحت زمین جدید را به دست می‌آوریم:



$$S_{\text{زمین جدید}} = S_{\Delta ABC} + S_{\text{سایه‌زده}} = ۶ + ۲ = ۸$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴



$$AB'^{۲} = AE^{۲} + EB'^{۲}$$

$$AB'^{۲} = ۵^{۲} + ۱۲^{۲}$$

$$\Rightarrow AB' = ۱۳$$

در نتیجه: $AM + MB = ۱۳$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۱✓ ۲ ۳ ۴

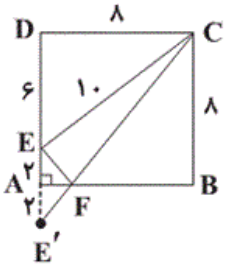
www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۹- (محمد خندان)

تصویر نقطهٔ E را در بازتاب نسبت به محور AB نقطهٔ E' می‌نامیم. نقطهٔ تلاقی CE' و AB را نقطهٔ F می‌نامیم. بنابر مسالهٔ هرون $EF+CF$ کم‌ترین مقدار را دارد. در نتیجه محیط $\overset{\Delta}{CEF}$ کم‌ترین مقدار ممکن را دارد. حال می‌خواهیم مساحت مثلث CEF را محاسبه کنیم، داریم:

$$AF \parallel CD \xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}} \frac{AF}{CD}=\frac{AE'}{DE'} \Rightarrow \frac{AF}{۸}=\frac{۲}{۱۰}=\frac{۱}{۵}$$

$$\Rightarrow AF=\frac{۸}{۵}=۱/۶$$



$$BF=AB-AF=۸-۱/۶=۶/۴$$

$$S_{\overset{\Delta}{CEF}}=S_{ABCD}-S_{\overset{\Delta}{AEF}}-S_{\overset{\Delta}{BCF}}-S_{\overset{\Delta}{CDE}}$$

$$=۸^۲-\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۱/۶-\frac{۱}{۲}\times ۸\times ۶/۴-\frac{۱}{۲}\times ۸\times ۶=۱۲/۸$$

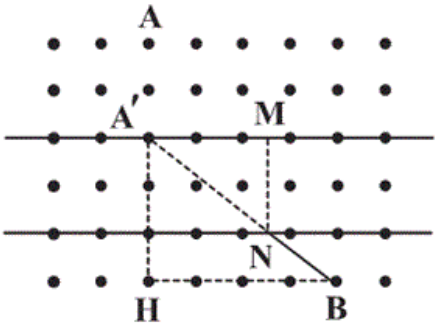
(هندسه ۲- صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۳۰ *(امیرهوشنگ خمسه)*

مطابق کار در کلاس صفحهٔ ۵۵ کتاب درسی نقطهٔ A را به A' انتقال می‌دهیم، محل تلاقی $A'B$ با رودخانه N و MN پل مورد نظر است. مسیر $AMNB$ کوتاه‌ترین مسیر ممکن خواهد بود. طبق شکل داریم:



$$\text{مسیر } AMNB = AM + MN + NB = A'N + MN + NB$$
$$= (A'N + NB) + MN = A'B + MN$$

طول MN برابر ۲ کیلومتر و طول $A'B$ برابر ۵ کیلومتر $(A'B^2 = A'H^2 + BH^2)$ است. پس طول $AMNB$ برابر ۷ کیلومتر است.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۱۰۱ *(یاسین سپهر)*

چون نمودار $y = \log_b^{(ax+2)}$ محور yها را در نقطه‌ای به عرض ۱ قطع کرده است، پس نقطهٔ $(1, 0)$ در این تابع صدق می‌کند.

$$y = \log_b^{(ax+2)} \xrightarrow{(1,0) \text{ را جای‌گذاری می‌کنیم.}} \log_b^{(a(0)+2)} = 1$$

$$\Rightarrow \log_b^2 = 1 \Rightarrow b^1 = 2 \Rightarrow b = 2$$

از طرفی چون تابع مفروض خط $y = 3$ را در نقطه‌ای به طول ۳ قطع می‌کند پس نقطهٔ $(3, 3)$ روی نمودار تابع قرار دارد.

$$y = \log_2^{(ax+2)} \xrightarrow{(3,3) \text{ را جای‌گذاری می‌کنیم.}} \log_2^{(3a+2)} = 3$$

$$\Rightarrow 3a + 2 = 8 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow a + b = 2 + 2 = 4$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۲- (مهرداد اسپیدکار)

قرار می‌دهیم: $\log_{۱۰}^{x} = t$. بنابراین داریم:

$$\log_{۱۰}^{x} - \frac{۲}{\log_{۱۰}^{x}} = ۱ \xrightarrow{\log_{۱۰}^{x}=t} t - \frac{۲}{t} = ۱$$

$$\xrightarrow{\times t} t^{۲} - ۲ = t \Rightarrow t^{۲} - t - ۲ = ۰$$

$$\Rightarrow (t-۲)(t+۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t_۱ = ۲ \\ t_۲ = -۱ \end{cases}$$

$$\log_{۱۰}^{x_۱} = ۲ \Rightarrow x_۱ = ۱۰^{۲} = ۱۰۰$$

$$\log_{۱۰}^{x_۲} = -۱ \Rightarrow x_۲ = ۱۰^{-۱} = \frac{۱}{۱۰}$$

$$x_۱ \times x_۲ = ۱۰۰ \times \frac{۱}{۱۰} = ۱۰$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۰۳- (پوریا محدث)

$$۳^{a} = ۱۰ \xrightarrow[\text{که فرض مساله ایجاد شود.}]{\text{طرفین را به توان b می‌رسانیم}} ۳^{ab} = ۱۰^{b}$$

$$\xrightarrow{۱۰^{b}=۲۷\sqrt{۳}} ۳^{ab} = ۲۷\sqrt{۳} \Rightarrow ۳^{ab} = ۳^{۳} \times ۳^{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow ab = \frac{۷}{۲}$$

$$\Rightarrow \log_{\frac{۴}{۴۹}}^{ab} = \log_{\frac{۴}{۴۹}}^{\frac{۷}{۲}} = \log_{(\frac{۲}{۷})^{۲}}^{\frac{۷}{۲}} = \frac{۱}{۲}\log_{\frac{۲}{۷}}^{\frac{۷}{۲}} = -\frac{۱}{۲}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۴- (داریوش عابد)

$$\left.\begin{array}{l}\log_b^a = x \Rightarrow a = b^x \\ \log_c^b = y \Rightarrow b = c^y \\ \log_c^a = z \Rightarrow a = c^z\end{array}\right\} \Rightarrow b^x = c^z \Rightarrow (c^y)^x = c^z$$

$$\Rightarrow c^{xy} = c^z \Rightarrow yx = z$$

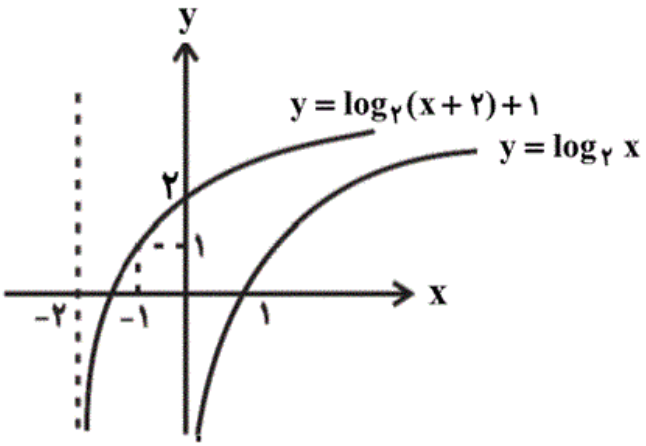
(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۰۵- (سیامک کریمی)

پس از انتقال مطرح شده در صورت سوال، ضابطهٔ تابع به‌صورت زیر خواهد بود: $y = \log_2^{(x+a+3)} - b + 2$

مطابق شکل زیر، اگر تابع $y = \log_2^x$ را دو واحد به سمت چپ و یک واحد به سمت بالا منتقل کنیم، نمودار تابع داده شده در صورت سوال به‌دست می‌آید. با این انتقال ضابطهٔ تابع $y = \log_2^{(x+2)+1}$ می‌شود، داریم:



$$y = \log_2^{(x+2)} + 1 = \log_2^{(x+a+3)} - b + 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + 2 = x + a + 3 \Rightarrow a = -1 \\ -b + 2 = 1 \Rightarrow b = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a - b = -1 - 1 = -2$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۶- (علی بهرمندپور)

$$\log_{۲}^{x^۳+۸} - \log_{۲}^{x+۲} = \log_{۲}^{\frac{x^۳+۸}{x+۲}} = \log_{۲}^{x^۲-۲x+۴}$$

$$۲ + \log_{۲}^{۳} = \log_{۲}^{۴} + \log_{۲}^{۳} = \log_{۲}^{۱۲}$$

$$\Rightarrow \log_{۲}^{x^۲-۲x+۴} = \log_{۲}^{۱۲}$$

$$\Rightarrow x^۲ - ۲x + ۴ = ۱۲ \Rightarrow x^۲ - ۲x - ۸ = ۰ \Rightarrow (x-۴)(x+۲) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = ۴ \\ x = -۲ \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \log_{۲}^{(x-۲)} = \log_{۲}^{۴-۲} = \log_{۲}^{۲} = ۱$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۰۷- (ناصر اسکندری)

$$۵\log_{\frac{۱}{۳}}^{\sqrt{۳}} + \log_{۱۰}^{۰/۰۰۱} = ۵\log_{۳^{-۱}}^{۳^{\frac{۱}{۲}}} + \log_{۱۰}^{۱۰^{-۳}}$$

$$= ۵\left(\frac{\frac{۱}{۲}}{-۱}\right)\log_{۳}^{۳} - ۳\log_{۱۰}^{۱۰} = -\frac{۵}{۲} - ۳ = -\frac{۱۱}{۲}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۰۸ (علی بهرمندپور)

$$x^{۲}+\frac{۱}{x^{۲}}=۱۱\Rightarrow x^{۲}+\frac{۱}{x^{۲}}-۲=۹\Rightarrow (x-\frac{۱}{x})^{۲}=۹$$

$$\Rightarrow |x-\frac{۱}{x}|=۳$$

$$\Rightarrow \log_{۹}^{|x-\frac{۱}{x}|}=\log_{۹}^{۳}=\frac{۱}{۲}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۹۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۱۰۹ (علی بهرمندپور)

$$\frac{۱}{۳}\log_{a}^{x^{۲}}=t\Rightarrow \frac{۲}{۳}\log_{a}^{x}=t\Rightarrow \log_{a}^{x}=\frac{۳}{۲}t\Rightarrow a^{\frac{۳}{۲}t}=x$$

$$\frac{۵}{۲}\log_{b}^{\sqrt[۳]{x}}=t\Rightarrow \frac{۵}{۶}\log_{b}^{x}=t\Rightarrow \log_{b}^{x}=\frac{۶}{۵}t\Rightarrow b^{\frac{۶}{۵}t}=x$$

$$\Rightarrow a^{\frac{۳}{۲}t}=b^{\frac{۶}{۵}t}\Rightarrow a^{\frac{۵}{۴}}=b$$

$$\log_{a}^{b^{۴}}=\log_{a}^{(a^{\frac{۵}{۴}})^{۴}}=\log_{a}^{a^{۵}}=۵$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۰- (پوریا محدث)

$$۳^{(۲x)} \times (\frac{۱}{۹})^{-y} = ۸۱ \Rightarrow (۳)^{۲x} \times (۳)^{(-۲)(-y)} = ۳^۴$$

$$\Rightarrow ۲x + ۲y = ۴ \Rightarrow x + y = ۲$$

$$\log_۲^{x^۲ - y^۲} = ۲ \xrightarrow{x^۲ - y^۲ = (x-y)(x+y)} \log_۲^{(x-y)(۲)} = ۲$$

$$\Rightarrow (x-y)(۲) = ۴ \Rightarrow x - y = ۲$$

$$\xrightarrow[\text{۲ مجهول}]{\text{۲ معادله}} \begin{cases} x - y = ۲ \\ x + y = ۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = ۲ \\ y = ۰ \end{cases} \Rightarrow ۲x + ۳y = ۴$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۱۱- (مهدی طاهری)

زاویهٔ مرکزی بین دو کابین متوالی $= \frac{۲\pi}{۴۰} = \frac{\pi}{۲۰}$ رادیان

$$\frac{۴۳\pi}{۱۰} = \frac{۴۰\pi}{۱۰} + \frac{۳\pi}{۱۰} = ۴\pi + \frac{۳\pi}{۱۰} \Rightarrow \frac{۳\pi}{۱۰} = \frac{۶\pi}{۲۰} = ۶(\frac{\pi}{۲۰})$$ رادیان

موقعیت جدید $= ۵ + ۶ = ۱۱$

توجه کنید که دوران به اندازهٔ ۴π رادیان، معادل با ۲ دور دوران کامل است که طی آن هر کابین به موقعیت اولیهٔ آن برمی‌گردد.

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۱۲- (سیدعادل حسینی)

هر نقطه روی محیط چرخ‌دنده‌ها، به هنگام چرخش مسافت یکسانی را طی می‌کنند. چرخ‌دندهٔ کوچک یک دور می‌چرخد و محیط آن ۴π است، بنابراین هر نقطه روی محیط چرخ‌دندهٔ بزرگ نیز مسافت ۴π را طی می‌کند؛ یعنی طبق رابطهٔ $\theta = \frac{\ell}{r}$، این چرخ‌دنده باید $\frac{۴\pi}{۸} = \frac{\pi}{۲}$ رادیان بچرخد.

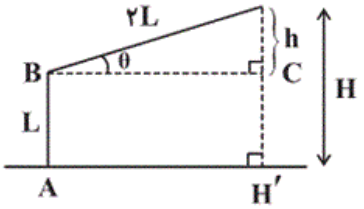
(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۱۳ (سینا محمدپور)

ابتدا ارتفاع نوک گیرهٔ این روبات تا سطح زمین را به صورت تابعی از θ می‌نویسیم:



$$h = ۲L\sin\theta \Rightarrow H = L + ۲L\sin\theta$$

می‌دانیم بیش‌ترین مقدار ممکن زمانی رخ می‌دهد که $\sin\theta = ۱$ باشد که در این صورت: $H = ۳L$

پس طبق فرض، روبات در حالتی قرار دارد که:

$$H = \frac{۳L}{۲} \Rightarrow L + ۲L\sin\theta = \frac{۳L}{۲} \Rightarrow ۲L\sin\theta = \frac{L}{۲} \Rightarrow \sin\theta = \frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \sqrt{۱ - \sin^۲\theta} = \frac{\sqrt{۱۵}}{۴}$$

در نتیجه: $$AH' = BC = ۲L\cos\theta = ۲L \times \frac{\sqrt{۱۵}}{۴} = \frac{\sqrt{۱۵}}{۲}L$$

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۹)

۱) ۲) ۳) ✓ ۴)

$$S_{ABC} = \frac{AB \times CH}{۲} = \frac{(\frac{۳\pi}{۲} - \frac{\pi}{۲}) \times ۱}{۲} = \frac{\pi}{۲}$$

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۹)

۱) ۲) ✓ ۳) ۴)

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۵- (میثم حمزه‌لویی)

$$\underbrace{۲\cos(\pi - x)}_{-\cos x} + \underbrace{\sin(\frac{\pi}{۲} + x)}_{\cos x} = -۲\cos x + \cos x < ۰$$

$$\Rightarrow -\cos x < ۰ \Rightarrow \cos x > ۰$$

$$\underbrace{\tan(\frac{\pi}{۲} - x)}_{\cot x} - \underbrace{\tan(\frac{\pi}{۲} + x)}_{-\cot x} = ۲\cot x > ۰ \Rightarrow \cot x > ۰$$

تنها در ناحیهٔ اول عبارت‌های $\cos x$ و $\cot x$ هر دو مثبت هستند. پس انتهای کمان x در ناحیهٔ اول است.

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۱۶- (امین قربانعلی‌پور)

$$\sin(-\frac{۷\pi}{۶}) = \sin(-\pi - \frac{\pi}{۶}) = -\sin(\pi + \frac{\pi}{۶}) = \sin\frac{\pi}{۶} = \frac{۱}{۲}$$

$$\tan\frac{۲۵\pi}{۴} = \tan(۶\pi + \frac{\pi}{۴}) = \tan\frac{\pi}{۴} = ۱$$

$$\cos\frac{۱۲۴\pi}{۳} = \cos(۴۱\pi + \frac{\pi}{۳}) = \cos(\pi + \frac{\pi}{۳}) = -\cos\frac{\pi}{۳} = -\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow \text{حاصل} = \frac{۱}{۲} + ۲(۱) - ۳(-\frac{۱}{۲}) = \frac{۱}{۲} + ۲ + \frac{۳}{۲} = ۴$$

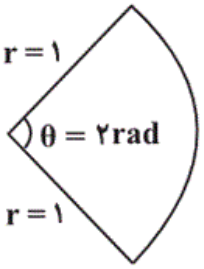
(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۷- (سیدعادل حسینی)

مساحت قطاعی با زاویهٔ θ از دایره‌ای به شعاع r برابر است با:



$$S(\theta)=\frac{r^{۲}}{۲}\theta \xrightarrow[S=۱]{r=۱} \frac{۱}{۲}\theta=۱ \Rightarrow \theta=۲\,rad$$

محیط قطاع = طول کمان + ۲ × (شعاع)

$$= \quad ۲ + ۲ = ۴$$

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۱۸- (امیرهوشنگ خمسه)

ابتدا مجموع دو زاویه را برحسب رادیان حساب می‌کنیم:

$$\frac{\pi}{R}=\frac{۱۸۰^\circ}{D} \Rightarrow \frac{\pi}{R}=\frac{۱۸۰^\circ}{۲۷^\circ} \Rightarrow R=\frac{۳\pi}{۲۰} \text{ رادیان}$$

$$\frac{\pi}{a+۳}+\frac{\pi}{a}=\frac{۳\pi}{۲۰} \Rightarrow \frac{۱}{a+۳}+\frac{۱}{a}=\frac{۳}{۲۰} \Rightarrow ۳a^{۲}-۳۱a-۶۰=۰$$

$$\Rightarrow ۹a^{۲}-۳۱\times ۳a-۱۸۰=۰ \Rightarrow (۳a-۳۶)(۳a+۵)=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=۱۲ \\ a=-\frac{۵}{۳} \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (۱۰a)^\circ=۱۲۰^\circ \xrightarrow{\text{تبدیل به رادیان}} \frac{۲\pi}{۳} \text{ رادیان}$$

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۹- (امین قربانعلی‌پور)

$$\frac{۲\sin(۱۸۰^\circ-۵۰^\circ)+\sin(۹۰^\circ-۵۰^\circ)}{\cos(۹۰^\circ-۵۰^\circ)-۲\cos(۱۸۰^\circ+۵۰^\circ)}=\frac{۲\sin۵۰^\circ+\cos۵۰^\circ}{\sin۵۰^\circ+۲\cos۵۰^\circ}$$

$$\xrightarrow{\div\cos۵۰^\circ}\ \frac{۲\frac{\sin۵۰^\circ}{\cos۵۰^\circ}+\frac{\cos۵۰^\circ}{\cos۵۰^\circ}}{\frac{\sin۵۰^\circ}{\cos۵۰^\circ}+۲\frac{\cos۵۰^\circ}{\cos۵۰^\circ}}$$

$$=\frac{۲\tan۵۰^\circ+۱}{\tan۵۰^\circ+۲}=\frac{۲(۱/۲)+۱}{۱/۲+۲}=\frac{۳/۴}{۳/۲}=\frac{۱۷}{۱۶}$$

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۲۰- (پوریا محدث)

$$\frac{\sin(۸\alpha+۸\beta+۲\beta)}{\cos(۱۶\alpha+۱۶\beta+۲\alpha)}=\frac{\sin(۸\overbrace{(\alpha+\beta)}^{\frac{۵\pi}{۴}}+۲\beta)}{\cos(۱۶\underbrace{(\alpha+\beta)}_{\frac{۵\pi}{۴}}+۲\alpha)}=\frac{\sin(۱۰\pi+۲\beta)}{\cos(۲۰\pi+۲\alpha)}$$

$$\Rightarrow\frac{\sin۲\beta}{\cos۲\alpha}=\frac{\sin۲(\frac{۵\pi}{۴}-\alpha)}{\cos۲\alpha}=\frac{\sin(\frac{۵\pi}{۲}-۲\alpha)}{\cos۲\alpha}=\frac{\cos۲\alpha}{\cos۲\alpha}=۱$$

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۱- (مهرداد اسپیدکار)

انتقال غیرهمانی نقطهٔ ثابت تبدیل ندارد ← رد گزینهٔ «۱»

تجانس در حالت کلی طولپا نیست ← رد گزینهٔ «۲»

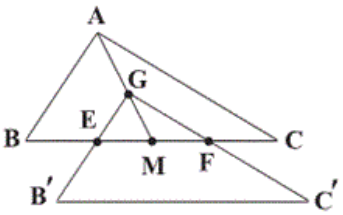
بازتاب جهت شکل را حفظ نمی‌کند ← رد گزینهٔ «۳»

همهٔ تبدیل‌های بازتاب، انتقال، دوران و تجانس اندازهٔ زاویه را حفظ می‌کنند.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۰ تا ۵۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۳۲- (محمد خندان)



مرکز ثقل، محل همرسی میانه‌های مثلث است. در هر مثلث میانه‌ها یکدیگر را با نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند $(AG = ۲GM)$. طبق شکل خواستهٔ مسأله نسبت مساحت مثلث GEF به مثلث ABC است. با توجه به تشابه این دو مثلث داریم:

$$\frac{S_{\Delta GEF}}{S_{\Delta ABC}} = (\frac{GM}{AM})^۲ = (\frac{۱}{۳})^۲ = \frac{۱}{۹}$$

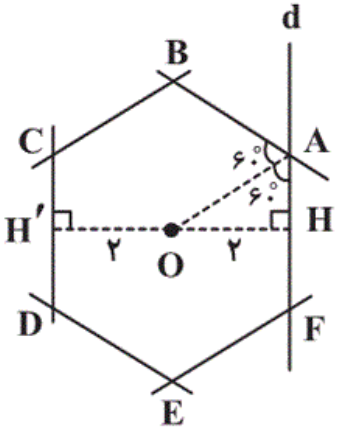
(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۳۳ (علی فتح‌آبادی)

شکل حاصل یک شش‌ضلعی منتظم است می‌دانیم هر شش‌ضلعی منتظم، از شش مثلث متساوی‌الاضلاع تشکیل شده است، پس مساحت هر شش‌ضلعی منتظم به ضلع a برابر $۶(\frac{a^۲\sqrt{۳}}{۴})$ است.



حال با توجه به شکل داریم:

$$\tan(O\hat{A}H)=\frac{OH}{AH}\Rightarrow \underbrace{\tan ۶۰^\circ}_{\sqrt{۳}}=\frac{۲}{AH}\Rightarrow AH=\frac{۲}{\sqrt{۳}}$$

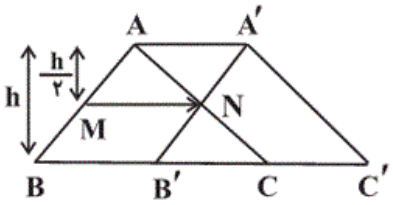
$$\Rightarrow AF=۲AH=\frac{۴}{\sqrt{۳}}\Rightarrow S_{ABCDEF}=\frac{۶(a^۲\sqrt{۳})}{۴}$$

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۴- (محمد فندان)

از آنجا که MN پاره‌خط واصل وسط‌های اضلاع مثلث است، طبق قضیهٔ تالس اندازهٔ آن برابر نصف ضلع سوم یعنی $\frac{BC}{۲}$ است. از آنجا که انتقال تبدیل طولپاست، پس $AA' = BB' = CC' = MN = \frac{BC}{۲}$ است. حال با توجه به شکل داریم:



$$\frac{S_{AA'C'B}}{S_{\Delta AMN}} = \frac{\frac{۱}{۲}h(AA' + BC')}{\frac{۱}{۲}(\frac{۱}{۲}h)(MN)} = \frac{h(\frac{BC}{۲} + BC + \frac{BC}{۲})}{\frac{۱}{۲}h(\frac{BC}{۲})} = ۸$$

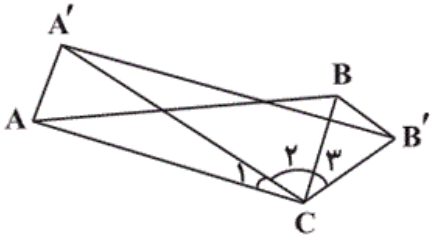
پس مساحت چهارضلعی $AA'C'B$، هشت برابر مساحت مثلث AMN است.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۵- (نرگس کارگر)



مطابق شکل با توجه به این‌که تبدیل دوران طولپاست، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} AC = A'C \\ BC = B'C \end{cases}$$

حال با توجه به ثابت بودن زاویهٔ دوران می‌توان نوشت:

$$A\hat{C}B = A'\hat{C}B' \Rightarrow \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = \hat{C}_2 + \hat{C}_3 \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{C}_3$$

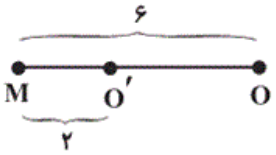
پس دو مثلث متساوی‌الساقین ACA' و BCB' دارای زاویهٔ رأس برابر هستند، پس متشابه‌اند.

با نوشتن نسبت تشابه طول BB' مشخص می‌شود:

$$\frac{AA'}{BB'} = \frac{AC}{BC} \Rightarrow \frac{۱۰}{BB'} = \frac{۲۰}{۱۲} \Rightarrow BB' = ۶$$

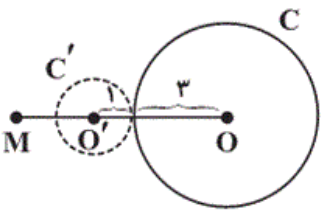
(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۲ تا ۴۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴



$$\begin{cases} |k| = \frac{MO'}{MO} = \frac{۱}{۳} \xrightarrow{MO=۶} MO' = ۲ \Rightarrow OO' = ۴ \\ |k| = \frac{R'}{R} = \frac{۱}{۳} \xrightarrow{R=۳} R' = ۱ \end{cases}$$

با توجه به این که $OO' = R + R'$ است، پس این دو دایره نسبت به هم مماس برون هستند.

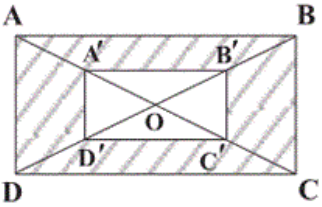


(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۵ تا ۵۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۳۷ (محمد خندان)



اگر مساحت مستطیل $ABCD$ برابر S باشد، آن‌گاه مساحت مستطیل $A'B'C'D'$ برابر k^2S است. (دو شکل متجانس همواره متشابه‌اند.) بنابراین داریم:

$$S_{\text{سایه‌زده}} = S_{ABCD} - S_{A'B'C'D'}$$

$$= S_{ABCD} - k^2 S_{ABCD} \xrightarrow{k=\frac{1}{2}} \frac{3}{4} S_{ABCD} = 12 \Rightarrow S_{ABCD} = 16$$

حال با توجه به این که محیط مستطیل $ABCD$ برابر ۲۰ است، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \text{محیط} = 2(AB+BC) = 20 \\ \text{مساحت} = AB \times BC = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AB+BC = 10 \\ AB \times BC = 16 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{AB>BC} \begin{cases} AB = 8 \\ BC = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A'B' = 4 \\ B'C' = 1 \end{cases}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۵ تا ۵۱)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

$$\begin{cases} OA = AB = 1 \Rightarrow S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA \times AB = \frac{1}{2} \\ OA = AC = 1 \Rightarrow S_{\Delta OAC} = \frac{1}{2} OA \times AC = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta OBC} = S_{\Delta OAB} + S_{\Delta OAC} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

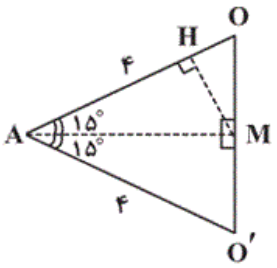
(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۹- *(محمد خندان)*

شکل صورت مسأله را رسم می‌کنیم. شعاع دو دایره برابر است. (چون تبدیل دوران طولپاست.) پس این تجانس طولپا است و با توجه به این که تجانس همانی نیست، پس این تجانس، تجانس معکوس با نسبت $k = -۱$ است و مرکز تجانس وسط OO' است. خواستهٔ مسأله طول MH است. مثلث OAM یک مثلث قائم‌الزاویه است که زاویهٔ ۱۵ درجه دارد، پس ارتفاع وارد بر وتر $\frac{۱}{۴}$ طول وتر است، بنابراین:



$$MH = \frac{OA}{۴} = ۱$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۲ تا ۵۱)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

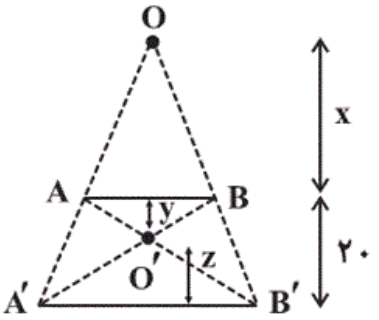
www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۰ (فرشاد فرامرزی)

دو پاره‌خط $AB=۱۰$ و $A'B'=۱۵$ در دو تجانس تصویر یکدیگرند. مرکز تجانس مستقیم نقطهٔ O و مرکز تجانس معکوس آن‌ها نقطهٔ O' است. خواستهٔ مسأله طول OO' است. با توجه به شکل داریم:

$$\overset{\Delta}{OAB} \sim \overset{\Delta}{OA'B'} \Rightarrow \frac{x}{x+۲۰} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{۱۰}{۱۵} \Rightarrow x = ۴۰$$

(x فاصلهٔ O تا AB است.)



$$\overset{\Delta}{O'AB} \sim \overset{\Delta}{O'A'B'} \Rightarrow \frac{y}{z} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{۱۰}{۱۵} \Rightarrow \begin{cases} y = ۲k \\ z = ۳k \end{cases}$$

(y و z به‌ترتیب فاصلهٔ O' تا AB و $A'B'$ هستند.)

$$y+z=۲۰ \Rightarrow ۲k+۳k=۲۰ \Rightarrow k=۴ \Rightarrow y=۲k=۸$$

$$\Rightarrow OO' = x+y = ۴۰+۸ = ۴۸$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۵ تا ۵۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۱۴۱ (مرتضی فهیم‌علوی)

ظرف A انتخاب شود : $\frac{۱}{۲}$ ← مهرهٔ انتخابی قرمز باشد : $\frac{۶}{۱۰}$

ظرف B انتخاب شود : $\frac{۱}{۲}$ ← مهرهٔ انتخابی قرمز باشد : $\frac{n}{n+۳}$

و مطابق با قانون احتمال کل، داریم:

$$P(A) = \frac{۱}{۲} \times \frac{۶}{۱۰} + \frac{۱}{۲} \times \frac{n}{n+۳} = \frac{۱۹}{۳۰} \Rightarrow \frac{۳}{۱۰} + \frac{n}{۲(n+۳)} = \frac{۱۹}{۳۰}$$

$$\Rightarrow \frac{n}{۲(n+۳)} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow ۳n = ۲n+۶ \Rightarrow n=۶$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۲ (محمد پوراحمدی)

A : پیشامد آن‌که مهرهٔ خارج شده سفید باشد.

B_i : پیشامد آن‌که مهره از ظرف i ام انتخاب شود.

$$P(A) = P(A \mid B_1) \times P(B_1) + P(A \mid B_2) \times P(B_2)$$

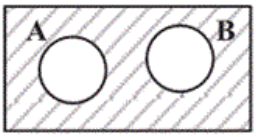
$$P(A) = \frac{3}{7} \times \frac{3}{5} + \frac{5}{8} \times \frac{2}{5} = \frac{71}{140}$$

$$P(B_2 \mid A) = \frac{P(B_2) \times P(A \mid B_2)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{5} \times \frac{5}{8}}{\frac{71}{140}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{71}{140}} = \frac{35}{71}$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۱۴۳ (مهدی طاهرخانی)



A و B' سازگار می‌باشند. $\Rightarrow A \cap B' = A \ , \ A \neq \varnothing$

$$A \cap B = \varnothing \Rightarrow P(A \cap B) = 0$$

از طرفی $P(A) \times P(B) \neq 0$ ، پس A و B مستقل نیستند و در نتیجه A' و B' نیز مستقل نمی‌باشند.

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

۱✓ ۲ ۳ ۴

-۱۴۴ (مجید محمدی‌نویسی)

اگر A و B دو پیشامد مستقل از یکدیگر باشند، آن‌گاه دو پیشامد A و B' نیز مستقل از هم هستند و داریم:

$$P(A \cap B') = P(A)P(B') = \frac{1}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{15}$$

$$P(A \cup B') = P(A) + P(B') - P(A \cap B')$$

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۵- (محمد پوراحمدی)

$$\text{درصد فراوانی نسبی گروه خونی O} = \frac{۲۲}{۶۰} \times ۱۰۰$$

$$\text{درصد فراوانی نسبی گروه خونی B} = \frac{۷}{۶۰} \times ۱۰۰$$

$$\text{تفاضل درصدها} = \frac{۲۲}{۶۰} \times ۱۰۰ - \frac{۷}{۶۰} \times ۱۰۰ = \frac{۱۵}{۶۰} \times ۱۰۰ = ۲۵$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی- صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۴۶- (سهیل حسن‌خان‌پور)

مورد «الف» صحیح نیست، زیرا فراوانی کل این فامیل برابر ۴۰ نفر است.

مورد «ب» صحیح نیست، زیرا افراد با قد بین ۹۰ تا ۱۱۰ نیز به همراه افراد با قد بین ۵۰ تا ۷۰ کمترین فراوانی را دارند.

مورد «پ» صحیح است، زیرا فراوانی این دسته ۴ نفر است و درصد فراوانی نسبی این دسته برابر $\frac{۴}{۴۰} = \frac{۱}{۱۰} = ۱۰٪$ است.

مورد «ت» صحیح نیست، زیرا تعداد افراد با قد ۵۰ تا ۱۱۰ سانتی‌متر $۷ = ۳ + ۲ + ۲$ نفر است که بیش‌تر از افراد با قد ۱۳۰ تا ۱۵۰ سانتی‌متر (۶ نفر) است.

(آمار و احتمال- آمار تصویفی- صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۱✓ ۲ ۳ ۴

۱۴۷- (امین کریمی)

با حذف داده‌های ۱۸ ، ۲۵ و ۲۵، از دستهٔ دوم، یک داده و از دستهٔ چهارم، دو داده کم می‌شود و فراوانی این دو دسته به‌ترتیب برابر با ۱۲ و ۱۴ خواهد شد. با توجه به این‌که فراوانی دسته‌های اول و سوم به‌ترتیب همان مقادیر ۱۱ و ۸ است، داریم:

$$\text{بزرگ‌ترین زاویهٔ مرکزی در نمودار دایره‌ای} = \frac{۱۴}{۴۵} \times ۳۶۰^\circ = ۱۱۲^\circ$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی- صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۸ (حامد چوقادی)

$$\frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10} = ۲۸ \Rightarrow \text{مجموع ۱۰ دادهٔ اولیه} = ۲۸۰$$

$$\xrightarrow[۳۱ ، ۲۶ ، ۲۳ \text{ و } ۲۷]{\text{حذف داده‌های}} \text{مجموع ۶ دادهٔ باقی‌مانده} = ۲۸۰ - ۱۰۷ = ۱۷۳$$

$$\xrightarrow[۳۲ \text{ و } ۳۵]{\text{اضافه کردن داده‌های}} \text{مجموع ۸ دادهٔ جدید} = ۱۷۳ + ۶۷ = ۲۴۰$$

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۱۴۹ (سیدوحید ذوالفقاری)

میانگین نمرات پایان ترم برابر است با:

$$\frac{۱۱+۱۳+۱۲+۹+۸+۱۰+۱۵+۱۶+۱۴+۱۲}{۱۰} = \frac{۱۲۰}{۱۰} = ۱۲$$

چون بالاترین نمره ۱۶ است و این نمره در مستمر حداکثر می‌تواند به ۲۰ برسد، پس حداکثر درصد افزایش نمرات را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{۲۰-۱۶}{۱۶} \times ۱۰۰ = \frac{۴}{۱۶} \times ۱۰۰ = ۲۵$$

چون همهٔ نمرات ٪۲۵ افزایش می‌یابند، پس میانگین نمرات مستمر برابر است با: $۱۲ \times ۱/۲۵ = ۱۵$

میانگین نمرات پایانی با احتساب ضریب ۲ برای نمرات پایان ترم و ضریب ۱ برای نمرات مستمر برابر است با:

$$\frac{۱۵ \times ۱ + ۱۲ \times ۲}{۱+۲} = \frac{۱۵+۲۴}{۳} = \frac{۳۹}{۳} = ۱۳$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی- صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۰– *(سهیل حسن‌خان‌پور)*

چون میانه، حاصل میانگین دو داده است، پس تعداد کل داده‌ها زوج بوده است. از طرفی تعداد داده‌های قبل از میانه با تعداد داده‌های بعد از میانه یکسان است. پس ۸ داده قبل از میانه و ۸ داده بعد از میانه داریم. در نتیجه تعداد کل داده‌ها برابر ۱۶ است.

$$\bar{x} = \frac{۴۸۰}{۱۶} = ۳۰$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی- صفحه‌های ۸۴ تا ۸۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۵۱– *(کتاب آبی)*

۳ مهرهٔ همرنگ: $\frac{\binom{۳}{۳}+\binom{۵}{۳}}{\binom{۱۰}{۳}} = \frac{۱+۱۰}{۱۲۰} = \frac{۱۱}{۱۲۰}$ ۲ تاس $\rightarrow \binom{۲}{۱}\left(\frac{۲}{۶}\right)\left(\frac{۴}{۶}\right) = ۲\times\frac{۱}{۳}\times\frac{۲}{۳} = \frac{۴}{۹}$

سایر حالت‌ها: $۱-\frac{۱۱}{۱۲۰} = \frac{۱۰۹}{۱۲۰}$ ۳ تاس $\rightarrow \binom{۳}{۱}\left(\frac{۲}{۶}\right)\left(\frac{۴}{۶}\right)^۲ = ۳\times\frac{۱}{۳}\times\frac{۴}{۹} = \frac{۴}{۹}$

اگر پیشامد مورد نظر را A بنامیم، آن‌گاه داریم:

$$P(A) = \frac{۱۱}{۱۲۰}\times\frac{۴}{۹} + \frac{۱۰۹}{۱۲۰}\times\frac{۴}{۹} = \frac{۴}{۹}\left(\frac{۱۱}{۱۲۰}+\frac{۱۰۹}{۱۲۰}\right) = \frac{۴}{۹}\times ۱ = \frac{۴}{۹}$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۲- *(کتاب آبی)*

اگر پیشامد دیر رسیدن را با A و پیشامدهای رفتن با تاکسی، رفتن با اتوبوس و پیاده رفتن را به‌ترتیب با B_1، B_2 و B_3 نمایش دهیم، آن‌گاه طبق قانون بیز داریم:

$$P(B_2 \mid A) = \frac{P(B_2)P(A \mid B_2)}{P(A)}$$

$$= \frac{\frac{3}{10} \times \frac{6}{100}}{\frac{6}{10} \times \frac{4}{100} + \frac{3}{10} \times \frac{6}{100} + \frac{1}{10} \times \frac{8}{100}}$$

$$= \frac{18}{24+18+8} = \frac{18}{50} = 0/36$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۵۳- *(کتاب آبی)*

اعضای پیشامدها را می‌نویسیم:

$$A = \{(1,6), (6,1), (2,5), (5,2), (3,4), (4,3)\}$$

$$B = \{(1,5), (5,1), (2,4), (4,2), (3,3)\}$$

$$C = \{(1,4), (2,4), (3,4), (4,4), (5,4), (6,4)\}$$

در نتیجه:

$$A \cap B = \varnothing \quad ، \quad A \cap C = \{(3,4)\} \quad ، \quad B \cap C = \{(2,4)\}$$

بنابراین:

$$P(A \cap B) = 0 \neq P(A) \times P(B) = \frac{1}{6} \times \frac{5}{36} \rightarrow A \text{ و } B \text{ وابسته‌اند}$$

$$P(A \cap C) = \frac{1}{36} = P(A) \times P(C) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \rightarrow A \text{ و } C \text{ مستقل‌اند}$$

$$P(B \cap C) = \frac{1}{36} \neq P(B) \times P(C) = \frac{5}{36} \times \frac{1}{6} \rightarrow B \text{ و } C \text{ وابسته‌اند}$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۴- *(کتاب آبی)*

چون پرتاب‌ها از هم مستقل‌اند، پس احتمال هر کدام از پرتاب‌ها را در هم ضرب می‌کنیم. در پرتاب‌های سوم و پنجم، همهٔ حالت‌ها امکان‌پذیر هستند، در نتیجه داریم:

$$\left.\begin{array}{l} P(۳)=\frac{۱}{۶} \\ P(\text{مضرب ۳})=\frac{۲}{۶}=\frac{۱}{۳} \\ P(\text{از ۳ کم‌تر})=\frac{۲}{۶}=\frac{۱}{۳} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{۱}{۶}\times\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۳}=\frac{۱}{۵۴}$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۵۵- *(کتاب آبی)*

$$۶+y+۲+y=۱۶\Rightarrow ۲y=۸\Rightarrow y=۴$$

فراوانی نسبی دستهٔ اول: $x=\frac{۶}{۱۶}$

فراوانی نسبی دستهٔ سوم: $z=\frac{۲}{۱۶}$

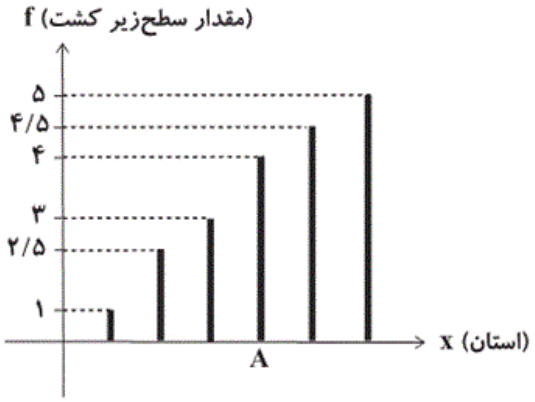
$$x+y-z=\frac{۶}{۱۶}+۴-\frac{۲}{۱۶}=۴+\frac{۴}{۱۶}=۴+\frac{۱}{۴}=۴/۲۵$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی- صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۵۶ *(سراسری تجربی- ۹۰)*



$$\begin{cases} A \text{ فراوانی دستهٔ } : f_A = ۴ \\ \text{فراوانی کل} : n = ۱ + ۲/۵ + ۳ + ۴ + ۴/۵ + ۵ = ۲۰ \end{cases}$$

$$\text{زاویهٔ متناظر دستهٔ } A \text{ در نمودار دایره‌ای} : \alpha_A = \frac{f_A}{n} \times ۳۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha_A = \frac{۴}{۲۰} \times ۳۶۰^\circ = ۷۲^\circ$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی- صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۱۵۷ *(کتاب آبی)*

$$\text{تعداد دانش‌آموزان} = ۲ + ۳ + ۴ + ۵ + ۶ = ۲۰$$

$$\text{فراوانی نسبی دستهٔ وسط قبل از اضافه شدن دانش‌آموز جدید} = \frac{۶}{۲۰} = \frac{۳}{۱۰}$$

دانش‌آموز جدید یک واحد به فراوانی دستهٔ چهارم و کل داده‌ها اضافه می‌کند و در فراوانی دستهٔ وسط تاثیری ندارد.

$$\text{فراوانی نسبی دستهٔ وسط بعد از اضافه شدن دانش‌آموز جدید} = \frac{۶}{۲۱} = \frac{۲}{۷}$$

$$\text{تفاضل فراوانی‌های نسبی} = \frac{۲}{۷} - \frac{۳}{۱۰} = \frac{۲۰ - ۲۱}{۷۰} = -\frac{۱}{۷۰}$$

یعنی فراوانی نسبی دستهٔ وسط، $\frac{۱}{۷۰}$ کم می‌شود.

(آمار و احتمال- آمار توصیفی- صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

اگر دادهٔ جدید را برابر با a فرض کنیم، آن‌گاه داریم:

$$\frac{x_1 + \ldots + x_{10} + a}{11} = 18 + 2 \Rightarrow \frac{180 + a}{11} = 20$$

$$\Rightarrow 180 + a = 220 \Rightarrow a = 40$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی- صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۵۹- (سراسری تجربی خارج از کشور- ۸۵)

داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$12, 14, 14, 15, 16, 18, 20, 20, 21, 24, 25, 26$$

$$\text{تعداد داده‌ها} = 12 \xrightarrow{\text{زوج}} \text{میانه} = \frac{\text{دادهٔ هفتم + دادهٔ ششم}}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{زوج}} \text{تعداد داده‌ها در نیمهٔ اول یا در نیمهٔ دوم} = 6$$

$$\text{چارک اول} = \frac{\text{دادهٔ چهارم + دادهٔ سوم}}{2} = \frac{14 + 15}{2} = 14/5$$

$$\text{چارک سوم} = \frac{\text{دادهٔ دهم + دادهٔ نهم}}{2} = \frac{21 + 24}{2} = 22/5$$

داده‌های بزرگ‌تر از چارک اول و کوچک‌تر از چارک سوم:

$$15, 16, 18, 20, 20, 21$$

$$\bar{x} = \frac{15 + 16 + 18 + 20 + 20 + 21}{6} = \frac{110}{6} \approx 18/33$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی- صفحه‌های ۸۴ تا ۸۷)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

---

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۶۰- *(کتاب آبی)*

با توجه به جدول، دادهٔ با مقدار ۱۶، بیش‌ترین فراوانی را دارد، پس مد برابر ۱۶ است. هم‌چنین تعداد کل داده‌ها (مجموع فراوانی‌ها) برابر ۵۰ است، پس میانه برابر است با میانگین داده‌های بیست و پنجم و بیست و ششم در بین داده‌های از کوچک به بزرگ مرتب شده، بنابراین

$$\text{میانه} = \frac{۱۳+۱۳}{۲} = ۱۳$$

مقدار میانگین نیز به صورت زیر حساب می‌شود:

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{۸\times۹+۱۴\times۱۰+۹\times۱۳+۱۶\times۱۶+۳\times۲۰}{۸+۱۴+۹+۱۶+۳}$$

$$= \frac{۶۴۵}{۵۰} = ۱۲/۹$$

با توجه به توضیحات بالا، داریم: میانگین < میانه < مد

(آمار و احتمال- آمار توصیفی- صفحه‌های ۸۴ تا ۸۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا